

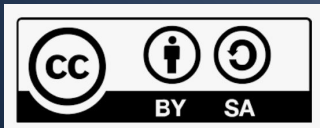
Vektor

OPERASI VEKTOR



Oleh Khairina Lubis

MODUL BELAJAR OPERASI VEKTOR
DISUSUN OLEH : KHAIRINA LUBIS



Dilisensikan dengan Lisensi CC-BY-SA- 4.0

Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik dapat memahami konsep vektor dalam melakukan operasi hitung
2. Peserta didik dapat mengetahui syarat operasi hitung pada vektor
3. Peserta didik dapat menyelesaikan masalah terkait operasi hitung vektor

Pengertian Vektor

Perhatikan ilustrasi berikut :

- Sebuah benda bergerak sejauh 60 cm. (Disini kita mendapatkan informasi nilai yaitu 60 cm).
- Kapal bergerak ke arah selatan. (Disini kita mendapatkan informasi arah yaitu selatan)

#Bagaimana jika ingin mendapatkan informasi yang terdiri atas nilai dan arah?

Perhatikan Gambar berikut ini



Gambar disamping memperlihatkan gerak sebuah mobil. Mobil yang bergerak memiliki panjang lintasan dan arah lintasan.

Gerak mobil ini merupakan salah satu contoh besaran vektor.

Karena memiliki nilai dan arah.

By Videoplasty.com, CC BY-SA 4.0,

<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=67078615>

Operasi Vektor

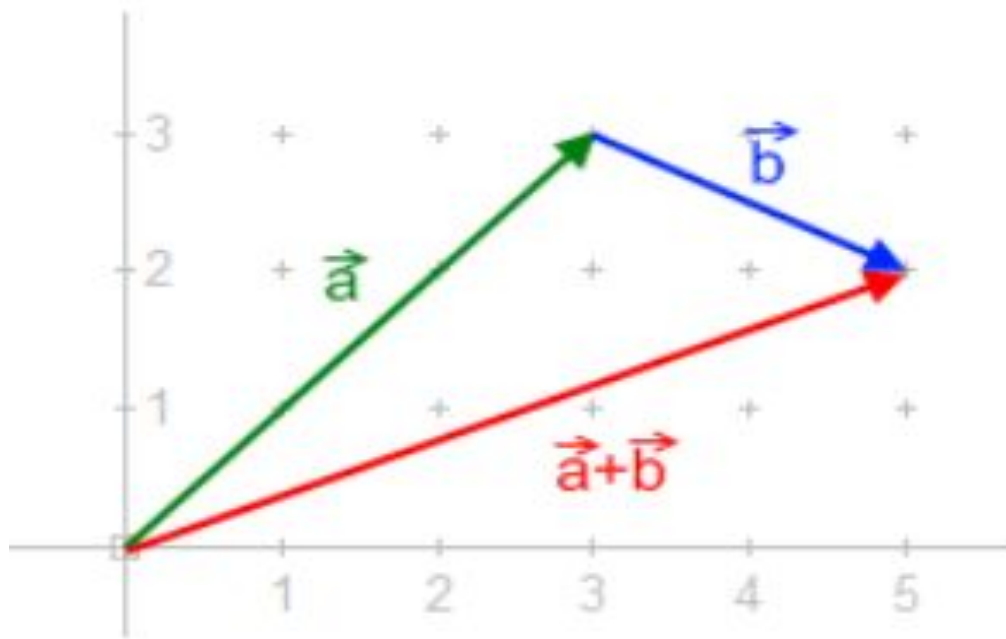
Operasi vektor dalam matematika melibatkan berbagai manipulasi atau perhitungan yang dilakukan pada vektor. Berikut adalah beberapa operasi vektor yang umum:

- **Penjumlahan Vektor:** Penjumlahan vektor dilakukan dengan menjumlahkan komponen-komponen vektor yang sejajar. Jika kita memiliki dua vektor $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ dan $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$, maka penjumlahan vektor A dan B dinyatakan sebagai: $A + B = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n)$
- **Pengurangan Vektor:** Pengurangan vektor dilakukan dengan mengurangi komponen-komponen vektor yang sejajar. Jika kita memiliki dua vektor A dan B, maka pengurangan vektor A dan B dinyatakan sebagai: $A - B = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, \dots, a_n - b_n)$

Operasi Vektor

- Perkalian Vektor dengan Skalar: Perkalian vektor dengan skalar dilakukan dengan mengalikan setiap komponen vektor dengan skalar tersebut. Jika kita memiliki sebuah vektor $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ dan sebuah skalar k , maka perkalian vektor A dengan skalar k dinyatakan sebagai: $kA = (ka_1, ka_2, \dots, ka_n)$
- Dot Product (Hasil Kali Titik): Dot product adalah operasi yang menghasilkan skalar dari dua vektor. Jika kita memiliki dua vektor A dan B , maka dot product A dan B dinyatakan sebagai: $A \cdot B = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$
- Cross Product (Hasil Kali Silang): Cross product hanya didefinisikan untuk vektor tiga dimensi. Operasi ini menghasilkan vektor yang tegak lurus terhadap kedua vektor yang dikalikan. Jika kita memiliki dua vektor A dan B , maka cross product A dan B dinyatakan sebagai: $A \times B = (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$

Operasi Penjumlahan Vektor



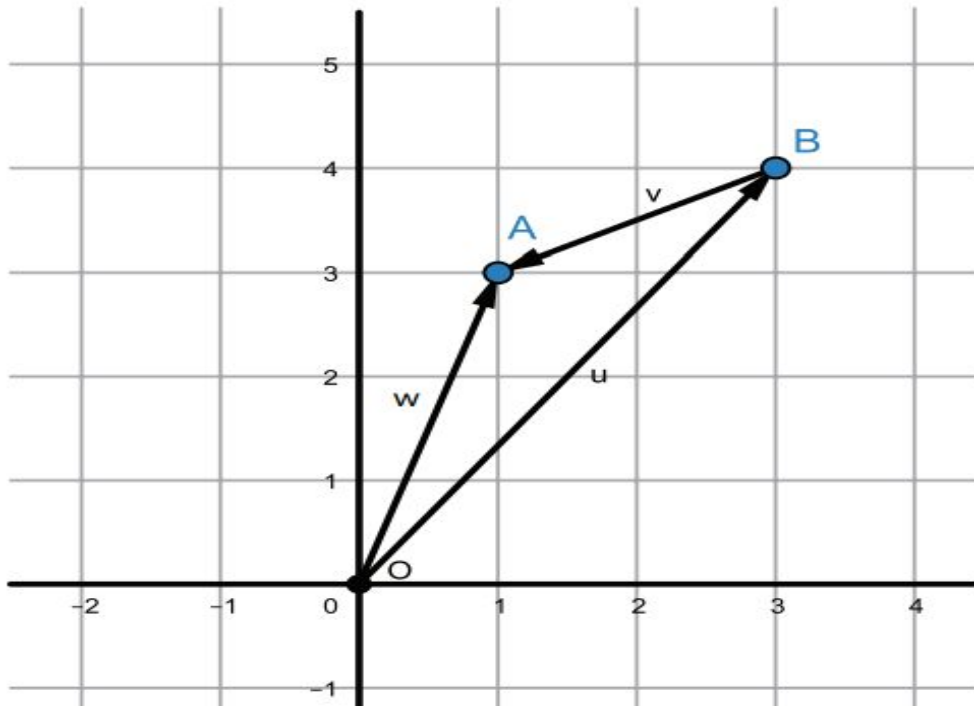
$$(x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$$

Sumber = https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Addition_af_vektorer.png

https://en.wikipedia.org/wiki/en:public_domain

Operasi Pengurangan Vektor

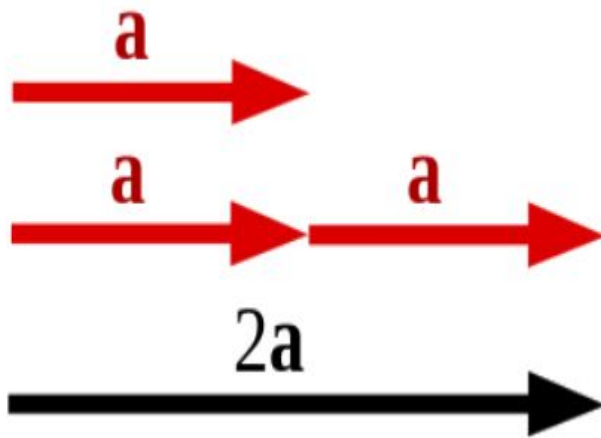
Vektor baris dari w adalah $(-1, -3)$ sedangkan vektor baris dari $-w$ adalah $(1, 3)$. Secara komponen $(3, 4) - (2, 1) = (1, 3)$



Operasi Perkalian Skalar Vektor

Perkalian skalar :

$$2 \cdot \mathbf{a} = \mathbf{a} + \mathbf{a}$$



$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{w}_1 = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = 2 \cdot \vec{u}$$

$$\vec{w}_2 = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \cdot \vec{u}$$

$$\vec{w}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \vec{u}$$

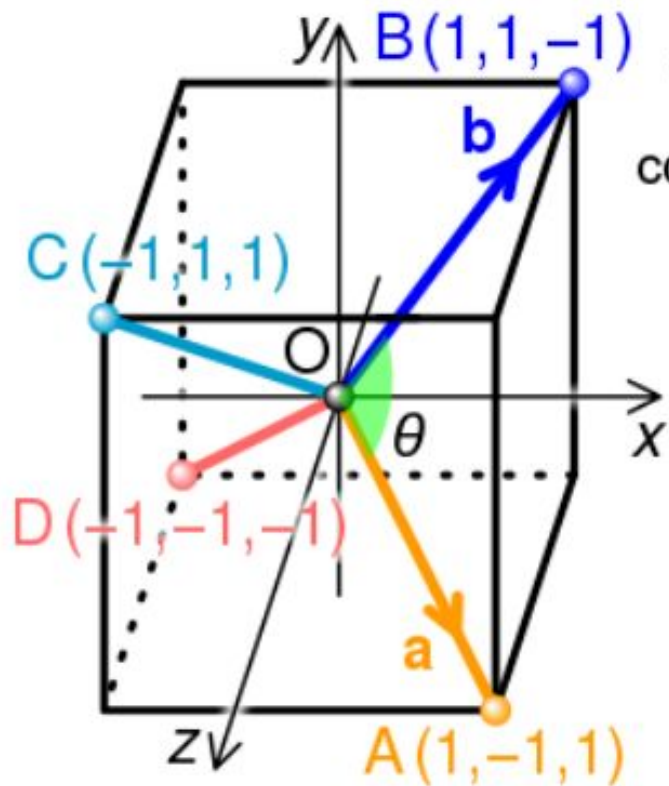
Sumber =

<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Vector-scalar-multiplication.svg>

<https://creativecommons.org/publicdomain/zero/1.0/deed.en>

Operasi Perkalian Titik Vektor

Perkalian titik (*dot*) vektor



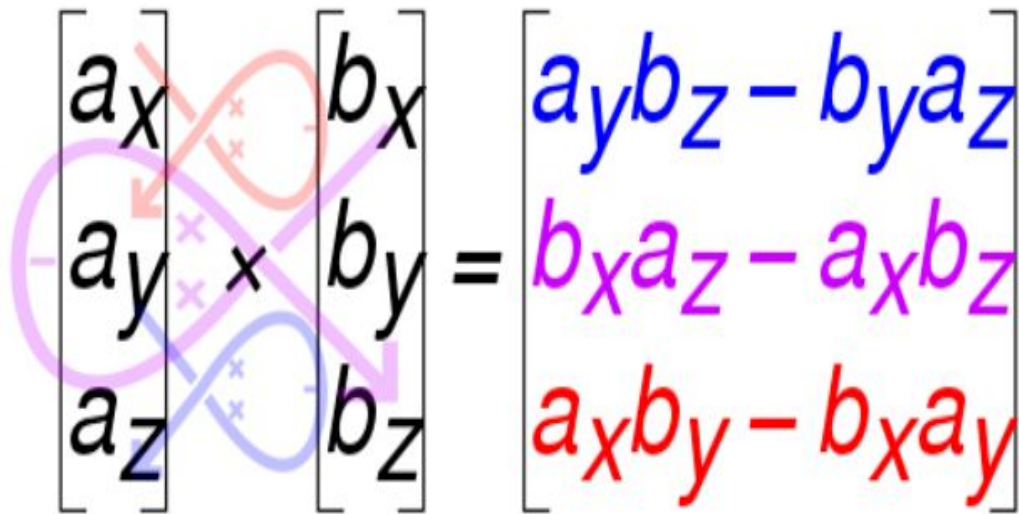
$$\begin{aligned} \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} &= \|\mathbf{a}\| \|\mathbf{b}\| \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\|\mathbf{a}\| \|\mathbf{b}\|} \\ &= \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}}{\sqrt{1^2+1^2+1^2} \cdot \sqrt{1^2+1^2+1^2}} \\ &= \frac{1 \times 1 + (-1) \times 1 + 1 \times (-1)}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \\ &= -\frac{1}{3} \\ \therefore \theta &= \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) \approx 109.47^\circ \end{aligned}$$

Sumber : https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tetrahedral_angle_calculation.svg

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tetrahedral_angle_calculation.svg

Operasi Perkalian Silang Vektor

Perkalian silang (*Cross Product*)


$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_y b_z - b_y a_z \\ b_x a_z - a_x b_z \\ a_x b_y - b_x a_y \end{bmatrix}$$

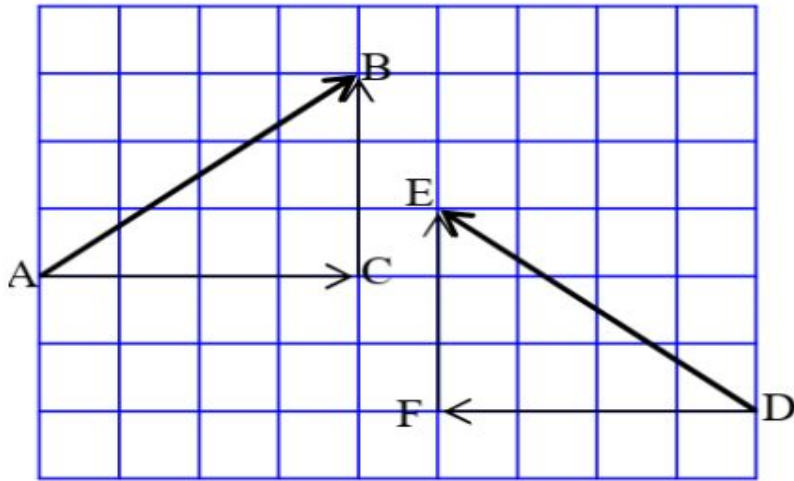
Source =

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cross_product_mnemonic_a_b.svg

<https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:CC-BY-SA-4.0>

Panjang (Modulus) Vektor

Coba Anda perhatikan kembali gambar berikut:



Vektor \vec{AB} , \vec{AC} dan \vec{CB} membentuk segi tiga siku-siku. Panjang vektor \vec{AB} bisa kita hitung dengan menggunakan rumus *Pythagoras*.

$$\text{Panjang } \vec{AB} = |\vec{AB}| = \sqrt{(|\vec{AC}|)^2 + (|\vec{CB}|)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{Panjang } \vec{DE} = |\vec{DE}| = \sqrt{(|\vec{DF}|)^2 + (|\vec{FE}|)^2} = \sqrt{(4)^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

Secara umum jika vektor $\vec{AB} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, maka panjang vektor \vec{AB} dapat dinyatakan:

$$\text{Panjang } \vec{AB} = |\vec{AB}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

LKPD

Silahkan klik link berikut ini

[Soal Latihan Vektor](#)

Daftar Pustaka

1. Dicky Susanto, 2021, Buku Matematika Panduan Guru, Jakarta : Pusat Kurikulum dan Perbukuan Badan Penelitian dan Pengembangan dan Perbukuan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
2. Nunung Priatna dan Tito S., 2019, Buku Matematika SMA Kelas X Peminatan k13 Revisi, Jakarta : Grafindo

Atribusi

[Man Driving Car](#), [Alexiss Jazz](#), [CC-BY-SA-4.0](#)

[Addition af vektorer](#), [Bixi](#), [Public Domain](#)

[Vector-scalar-multiplication](#), [svjo](#), [Public Domain](#)

[Tetrahedral angle calculation](#), [cmglee](#), [CC-BY-SA-4.0](#)

[Cross product mnemonic a b](#), [MIkeRun](#), [CC-BY-SA-4.0](#)