數學卷六

## 金水發微

勿菴先生五星紀要[illegible][illegible][illegible]論金水左旋右旋猶仍歷書之說以伏見輪同歲輪後因門人劉允恭悟得金水自有歲輪而伏見輪乃其繞日圓象因詳[illegible][illegible][illegible][illegible]前人所未發承和見此[illegible]質疑之餘楊學山[illegible][illegible][illegible][illegible]條亦疑而不敢質再三[illegible]說輪[illegible]試之果見[illegible][illegible][illegible][illegible]續日實由諸輪上[illegible]行[illegible]說形是而三星本[illegible][illegible][illegible][illegible]天之下歷象[illegible]太[illegible][illegible][illegible]為星木天以伏見[illegible][illegible][illegible][illegible]皆見其末而未及其[illegible][illegible]此論貫於劉而勿菴先生發明之使五星高下遲速之見曾子一貫即此一事已大有功於天學然非多作圖解詳為之說觀者終難瞭然耳是以特為此卷以發先生之蘊并可釋學山之疑

勿菴先生曰問五星之[illegible]西歷而詳明然其舊說五星各一重天大小相函而皆以地為心其新說五星天雖亦大小相函而以日為心若是其不同何也曰雖不同也西人九重

天之說第一重宗動天次則恆星天又次土星次木星次火星次太陽次金次水次太陰是皆以其行度之遲速而知其距地有遠近因以知其天周有大小理之可信者也星之天有大小既皆以距地之遠近而知則皆以地心爲心矣是故土木火三星距地心甚遠故其天皆大於太陽之天而包於外金水二星距地心近故其天皆小於太陽之天而在其内爲太陽天所包是其本天皆以地爲心無可疑者惟是五星之行各有歲輪歲輪亦圓象五星各以其本天載歲輪歲輪心行於本天之周星之體則行於歲輪之周以成遲疾留逆者以歲輪上星行之度聯之亦成圓象而以太陽爲心西洋新說謂五星皆以日爲心葢以此耳然此圖日圓象原是歲輪周行度所成而歲輪之心又行於本天之周本天原以地爲心三者相待而成原非兩法故曰無不同也上三星在歲輪上右旋金水在歲輪上左旋皆揆度平行夫圖日圓象既爲歲輪周星行之跡則遲留逆伏之度兩輪皆有之故以歲輪立算可以得其遲留逆伏之度以圖日圓輪立算所得不殊立法者溯本窮源用法者從簡便算如歷書上三星用歲輪金水二星用伏見輪皆可以求次均立算雖殊其歸一也或者不察遂謂五星之天真以日爲心失其指矣　歴指又嘗言火星天獨以日爲心不與四星同予嘗斷其非是作圖以推明地谷立法之根原以地爲本天之心其說甚明其金水二星歴指之說多淆亦久疑其非今得門人劉允恭悟得金水二星之有歲輪其

理的確而不可易可謂發前人之未發矣　問金水二星之求次均也用伏見輪歷指謂其卽歲輪其說非與曰非也伏見輪之法起於回歷而歐邏因之若果卽歲輪何爲別立此名乎由今以觀蓋卽歲輪上星行繞日之圓象耳王寅旭書亦云伏見輪非歲輪　然則伏見輪旣爲圍日之跡上三星宜皆有之何以不用而獨用之金水曰以其便用也蓋五星行於歲輪起合伏終合伏皆從距日而生故五星之歲輪並與日天同大而歲輪之心原在本天周故其圍日象又並與本天同大上三星之本天包太陽外其大無倫又其行皆左旋所以左旋之故詳具後論煩贅解說故只用歲輪也至於金水本天在太陽天內伏見輪旣與之同大又其度順行故用伏見輪亦卽繞日圓象若用歲輪



則金水之歲輪反大於本天以歲輪與日天同大故皆大於本天故不用歲輪非無歲輪也承用者未能深考立法之根輒謂伏見輪卽歲輪其說似是而非不可不知也伏見亦起合伏終合伏有似歲輪然歲輪之心行於本天之周而伏見輪以太陽爲心故遂以太陽之平行爲平行皆相因而誤者也　然則金水旣非以太陽之平行爲平行又何以求其平行曰歲輪之心行於本天是爲平行乃實度也實度者周度也以本天分三百六十度而以各星周率平分之則得其每日平行如土星二十九年奇而行本天一周則二十九日而行一度每日平行二十九分度之一是爲最遲木星十二年周天每日平行約爲十二分度之一火星二年周天約爲每日平行半度金星二百二十餘日周天約每日平行一度半强水星八十八日弱而周天約每日平行四度皆平行實度若歲輪及伏見輪雖亦各分三百六十度亦各有其平行然而非實度也旣非

本天上平行之度又非從地心實測之平行度乃各星離日之度耳因此各星離日之度下文詳之用三角法從地心測之則得其遲留伏逆之狀亦爲實度矣此實度不平行與本天之平行實度不同　本天之度平行實度也歲輪及伏見乃離度也離度爲虛數故皆以半徑之大小爲大小　伏見輪上行度與歲輪同所不同者半徑也伏見之半徑皆同本天歲輪之半徑皆同日天　問何以謂之離度曰於星平行內減去太陽之平行故曰離度乃離日之度也以太陰譬之其每日平行十三度奇者太陰平行實度每日十二度奇者太陰之離度也於太陰平行內減太陽平行是故金星每日行大半度奇水星每日約行三度皆於星平行內減太陽之平行　因金水行速其離度在太陽之前乃星離於日之度故其度右旋順行與太陰同法也　若上三星則當於太陽平行內減去星行是爲離度蓋以上三星行遲在太陽之後乃星不及於日之度其度左旋而成逆行與太陰相反然其爲離日之行度一而已矣王寅旭五星行度解謂上三星左旋蓋謂此也然竟以此爲本天終非了義

平行者對實行而言也然實行有二一是本天最高卑之行亦曰實行一是黃道上遲留逆伏實測亦曰視行是二者皆必以本天之平行爲宗　若金水獨以太陽之平行爲平行是廢本天之平行矣又何以求最高卑乎　圜日之輪即伏見輪起合伏終合伏是即古法之合率也本天之行即古法之周率也最高卑即古法之歷率也又有正交中交以定緯度即如古法之大陰交率也此一法是西法勝中法之一大端是數者皆必

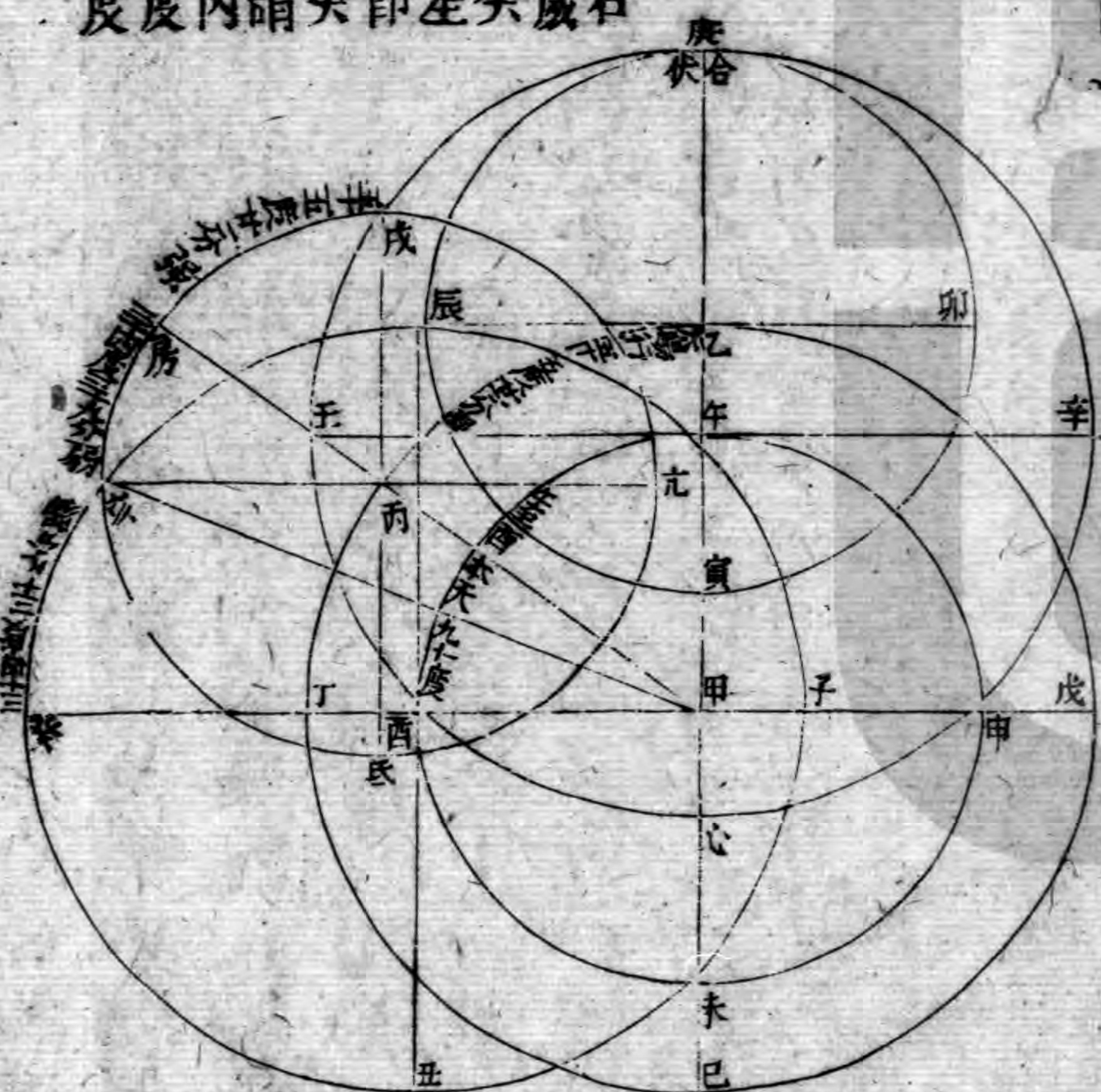
以本天取之故不得以圜日之輪爲本天　歷指言金星正交定於最高前十六度水星正交與最高同度其所指皆本天之度非伏見行之度則伏見輪不得爲本天明矣　今以七政歷徵之不惟最高卑之盈縮有定度卽其交南北亦有定度故金星恒以二百二十餘日而南北之交一終水星則八十八日奇而交終此皆論本天實度原不論伏見行是尤其較著者矣

永按七政皆有本天本天皆有平行之實度月與五星皆有次輪而五星次輪亦曰歲輪皆因離日遠近而生離度月之離度起合朔終合朔五星離度起合伏終合伏土木火三星在日之上其本天大其右行之度遲則於太陽平行度內減其星之行度是爲歲輪上離度合伏至衝日半輪星西而日東衝日至合伏半輪星東而日西金水二星在日之下其本天小其右行之度速則於本天平行度內減太陽平行度爲歲輪上離度合伏至衝日星東而日西衝日至合伏星西而日東金水本天雖小而歲輪亦如上三星與日天等大星在歲輪上半則歲輪負星出日上至下半周乃在日天下其繞日之圜象實由歲輪負星行軌迹所成與上三星成繞日大圜者同理而歷家別名爲伏見輪但於伏見輪上離度算其距日實行則與歲輪所得不殊又卽以太陽之平行爲二星之平行皆徑捷之權法而承用者遂以伏見當歲輪以日天爲二星本天且置

本輪均輪於日天上而二星之本天與歲輪皆隱得勿菴先生發其蘊本象始明終疑金星二百二十四日奇周天水星八十八日周天何以能終古附日也乃多作圖以顯其象

## 金星行歲輪圖一

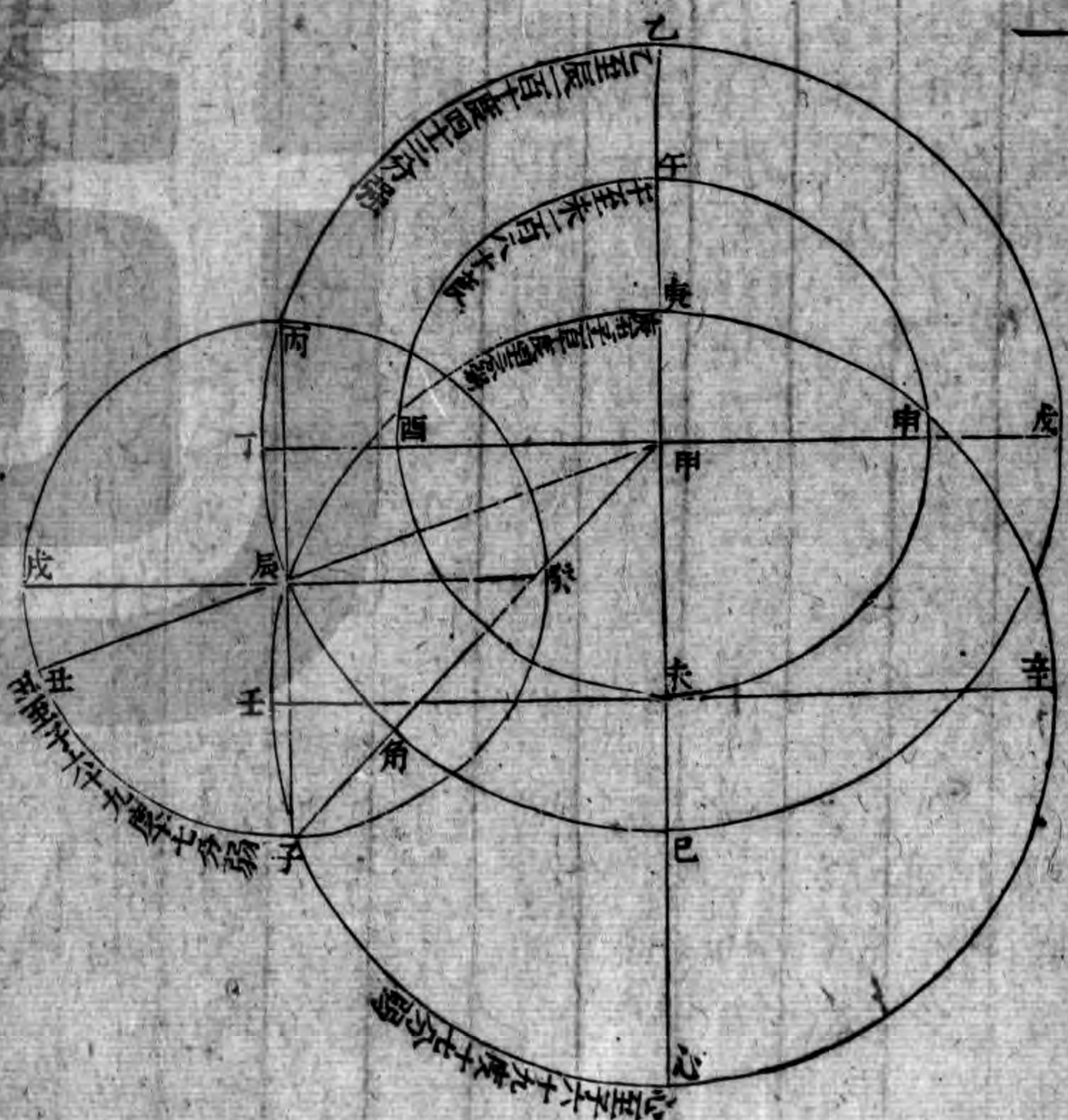
歲輪從本天右行九十度則歲輪上自辰至癸亦九十度而星在亥辰至亥卽太陽之行度癸亥爲離度所謂於本天行度內減太陽平行度爲歲輪上離度也後倣此




伏見輪上戌至房亦卽太陽平行度并房亥則九十度後倣此

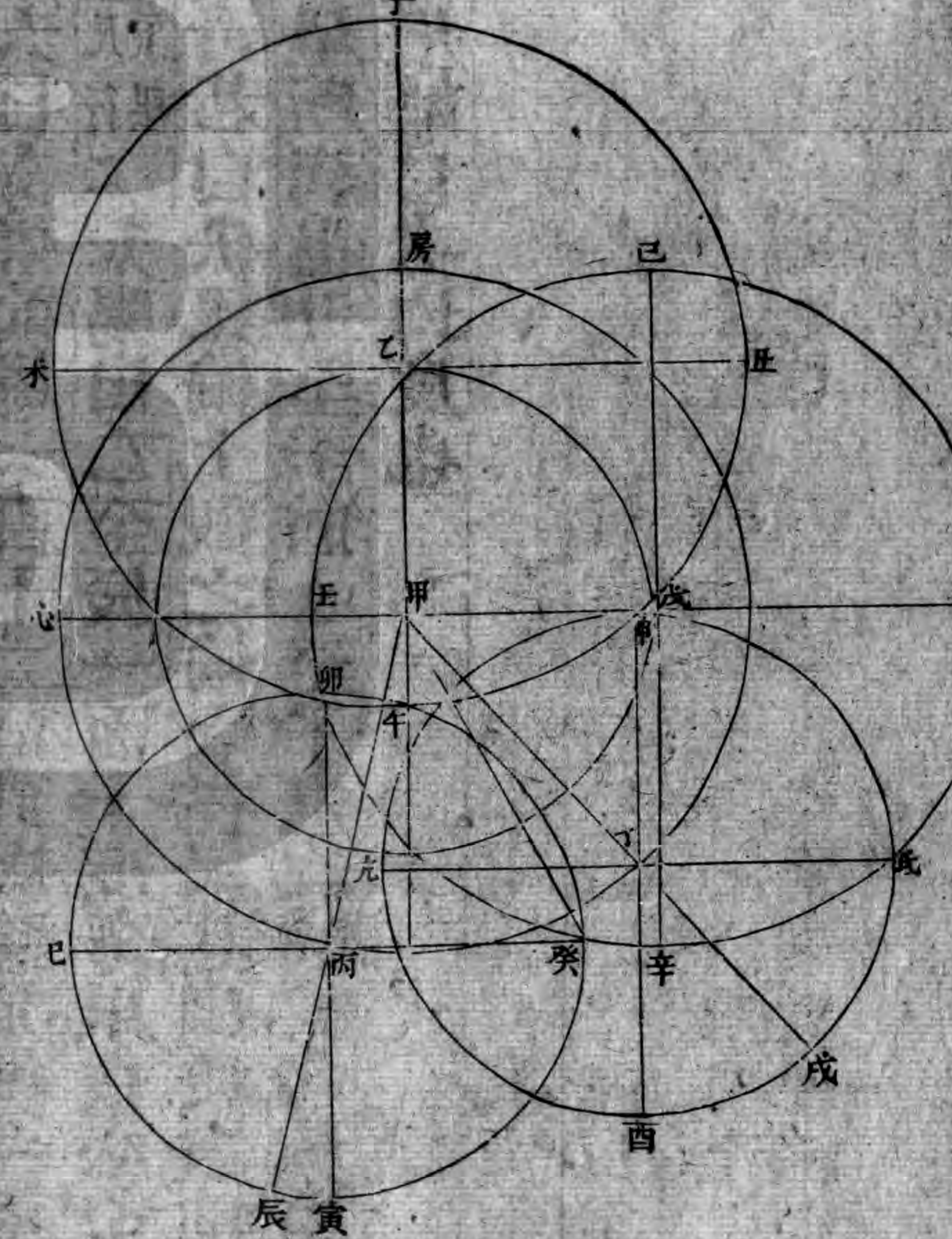
此設金星合伏時在歲輪之頂以爲起算之端因及歲輪心行一象限也甲爲地心亦爲金星本天與黃道之心乙丁巳戊爲黃道午酉未申爲本天庚辛心壬爲歲輪庚辰寅卯爲伏見輪歲輪心午在本天周乙爲太陽庚爲星合伏時星在日上從甲望之同在一直線此星在歲輪上本象也若設伏見輪繞日乙爲輪心卽太陽其合伏之點庚卽歲輪之頂星在歲輪頂卽在伏見輪頂也若向後五十六日有奇歲輪心行一象限此姑以輪心行言之實因本天右旋故帶動歲輪也又本天上更有本輪本輪上有均輪歲輪心在均輪上其差皆微此姑勿論後倣此至酉爲辰子丑癸輪則太陽自乙行至丙五十五度奇而星在歲輪上自癸行至亥三十四度奇癸卽前之合伏點庚其繞日之伏見輪戌亥氐亢心至丙其周與歲輪交於亥亥爲星所到房至亥房爲合伏點猶癸至亥也同度

金星行歲輪圖二



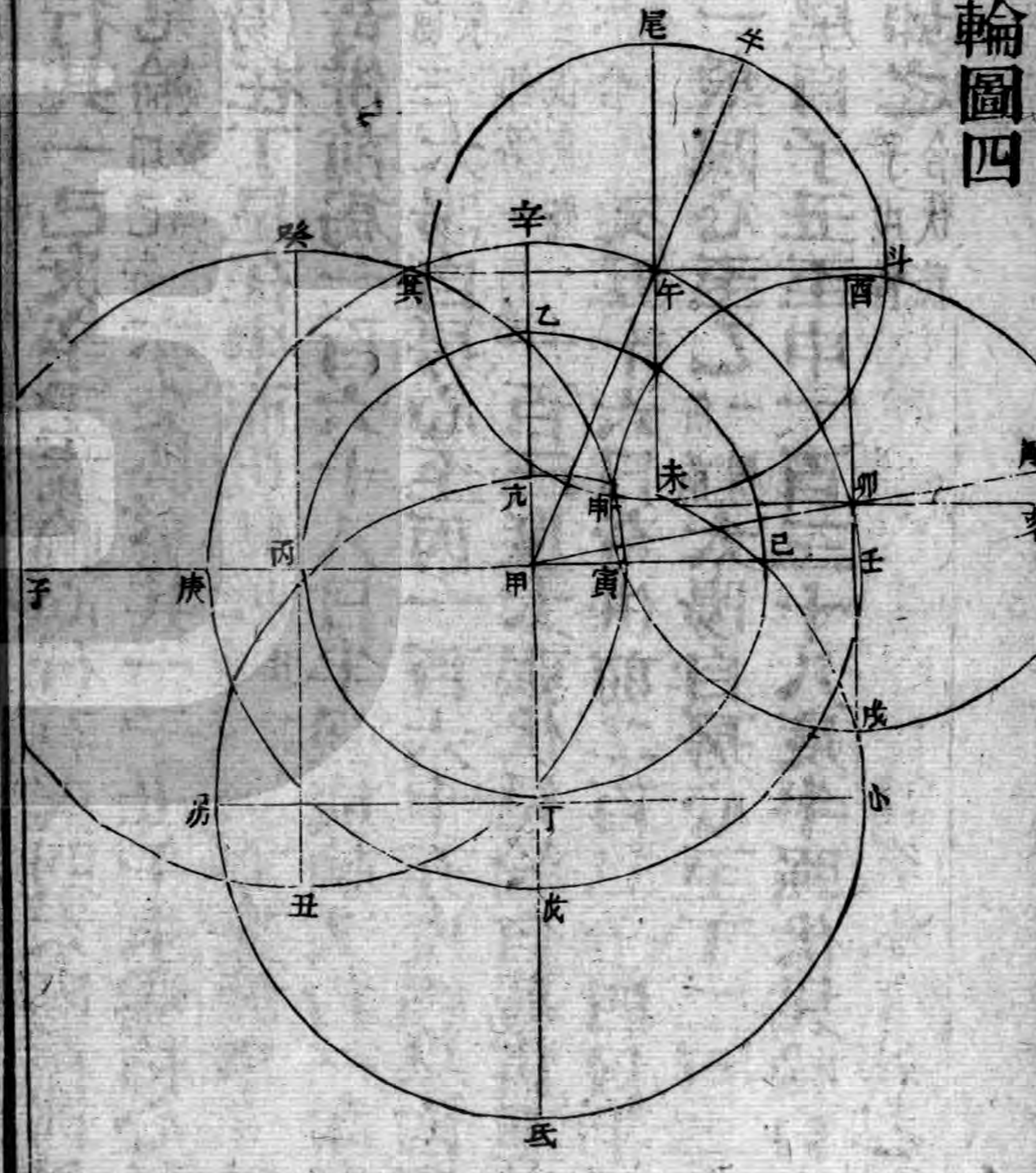

此又五十六日奇併前為一百十二日奇歲輪又行一象限心至未也凡行二象限太陽自乙至辰一百十度奇星自心至子六十九度奇若自伏見輪上觀之輪心在辰其周與歲輪交於子子即星所到也丑至子猶心至子也丑與心皆合伏點黃道上角至辰即星離日次均度也

金星行歲輪圖三




此圖有二行其一己庚辛壬歲輪心行至戊則太陽在丙星在癸而伏見輪卯己寅癸輪亦交於癸其一子丑午未歲輪心行至乙則太陽在丁星在申而伏見輪申九酉氐輪亦交於申 又五十六日奇併前爲一百六十八日半強歲輪又行一象限心至戊併前三象限 太陽自房心至丙一百六十五度強星自庚歷辛至癸庚卽第一圖合伏庚點 一百三度太強伏見輪自辰寅至癸亦如之辰亦合伏點 又五十六日奇併前二百二十四日半強歲輪又行一象限心至乙併前一周 太陽自房心至丁二百二十一度半弱星自子丑至申一百三十八度半強伏見輪自戊氐至申亦如之子戌皆合伏點

# 金星行歲輪圖四



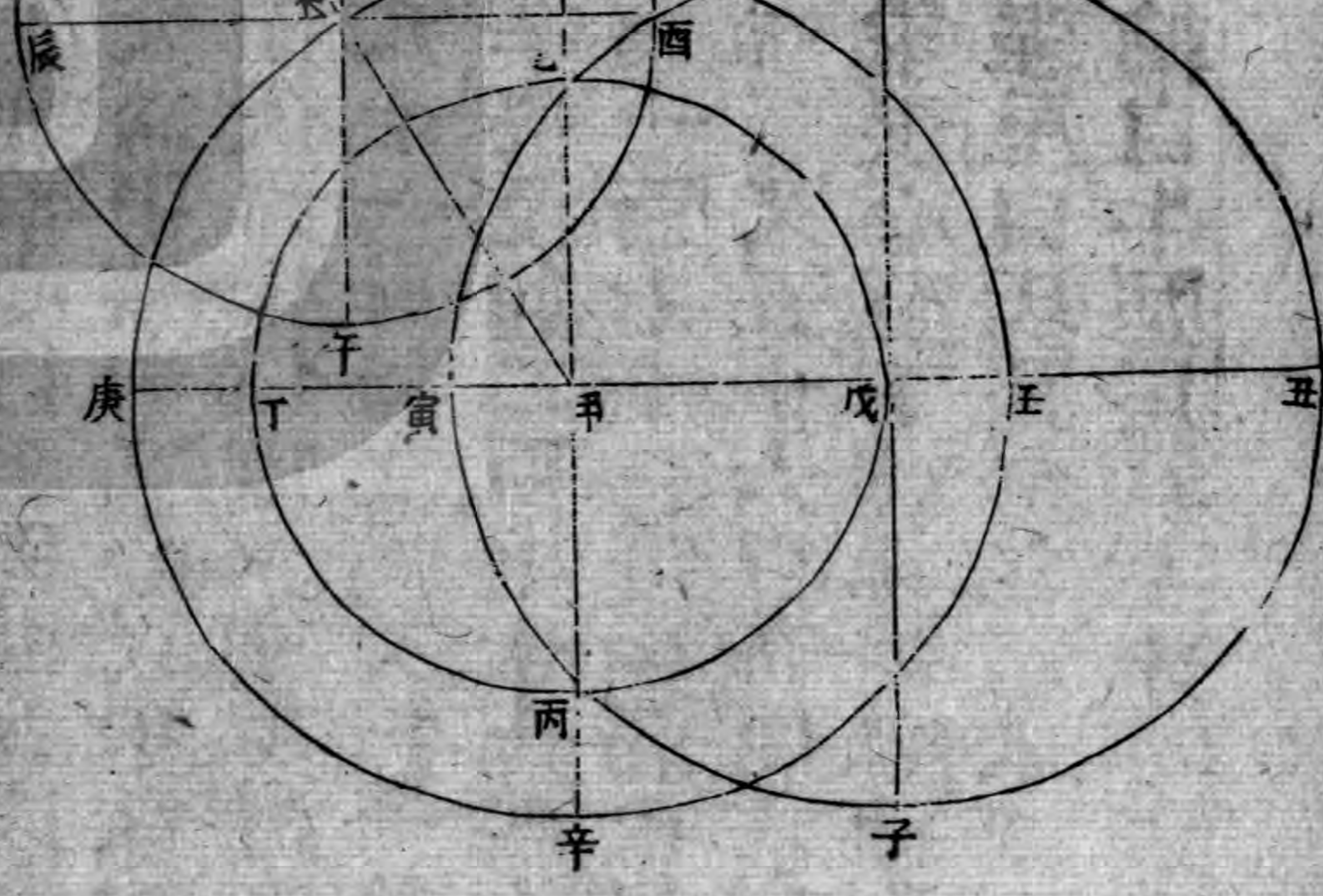

此圖亦有二行其一癸寅丑子歲輪心行至丙則太陽在卯星在申而伏見輪酉申戌亥輪亦交於申其一亢心氐房歲輪心行至丁則太陽在午星在未而伏見輪尾箕未斗輪亦交於未

又五十六日奇併前爲二百八十一日弱歲輪又行一象限心至丙併前一周外又一象限太陽自辛庚至卯二百七十六度太強星自子歷癸至申子卯第一圖合伏庚點一百七十三度少弱伏見輪自角歷酉至申亦如之角亦合伏點

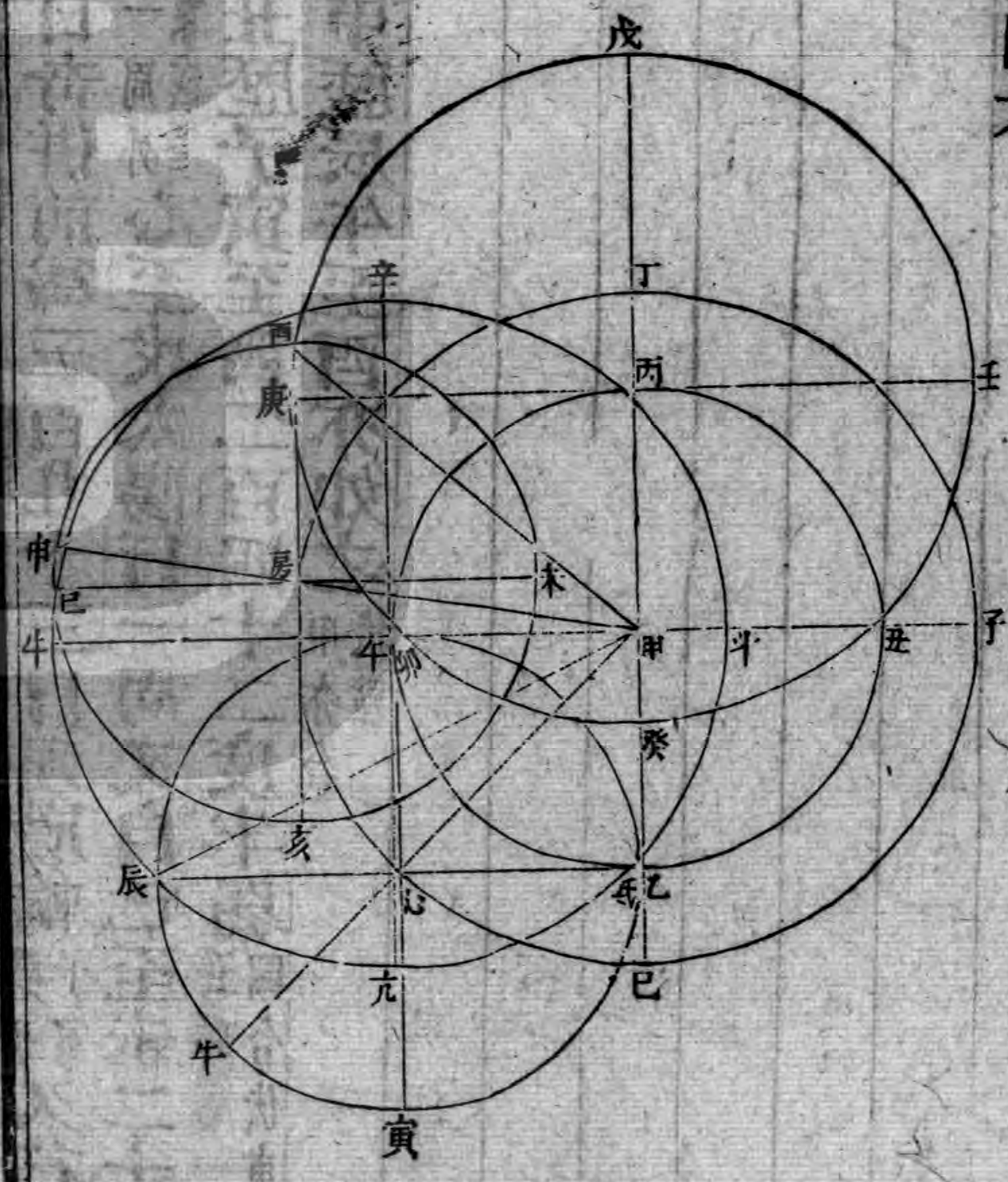
又五十六日奇併前爲三百三十七日強歲輪又行一象限心至丁併前一周外又二象限太陽自辛庚至午三百三十二度強星自氐歷房亢至未二百〇七度太強氐卯第一圖合伏庚點伏見輪自牛歷尾箕至未亦如之牛亦合伏點

此又五十六日奇併前爲三百九十三日強歲輪癸丑子寅又行一象限併前一周外又二象限心至戊太陽行一周又自己至未二十七度半星自丑歷子寅至酉二百四十二度半弱丑即第一圖合伏庚點伏見輪自申歷辰午至酉弥如之申亦合伏點

# 金星行歲輪圖五

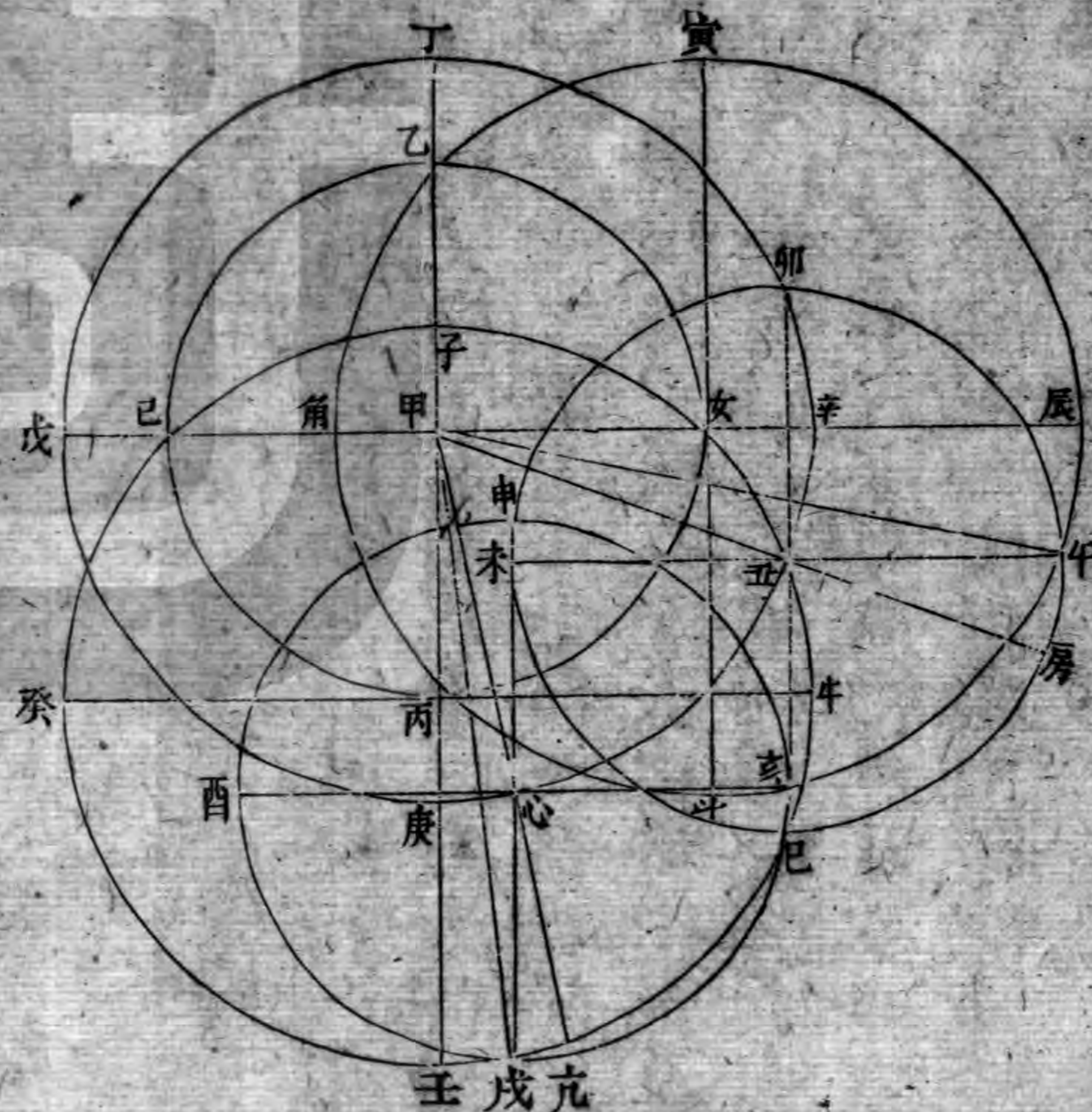


金星行歲輪圖六




此圖有二行其一戊壬癸庚次輪心行至丙則太陽在房星在酉而伏見輪酉巳亥未輪亦交於酉其一辛斗亢牛歲輪心行至午則太陽在心星在辰而伏見輪卯辰寅氐輪亦交於辰　又五十六日奇併前爲四百四十九日少强歲輪又行一象限心至丙併前二周太陽行一周又自丁至房八十二度太强星自戊歷壬癸至酉戊卽第一圖合伏庚點二百七十七度强伏見輪自申歷巳亥未至酉亦如之申亦合伏點　又五十六日奇併前爲五百〇五日半强歲輪又行一象限心至午併前二周又一象限太陽行一周又自丁房至心一百三十八度强星自巳歷辛斗亢至辰三百一十一度半强巳卽第一圖合伏庚點伏見輪自牛歷寅氐卯至辰亦如之牛亦合伏點

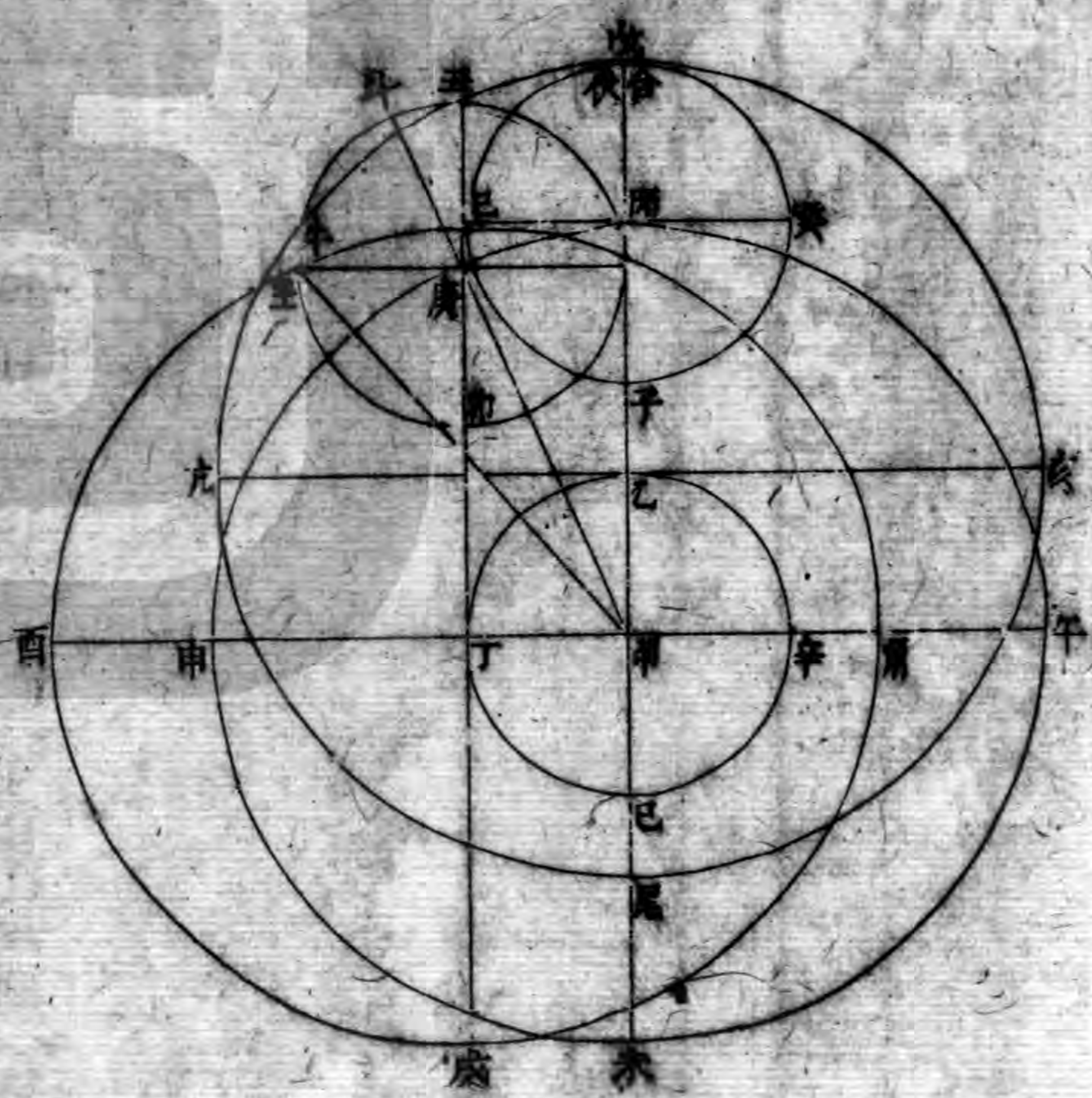
金星行歲輪圖七




此圖亦有二行其一子牛壬癸歲輪心行至丙則太陽在心星在戌而伏見輪（申酉戌亥輪）亦交於戌其一寅辰斗角歲輪心行至女則太陽在丑星在午而伏見輪（卯未巳午輪）亦交於午又五十六日奇併前爲五百六十一日太弱歲輪又行一象限心至丙（併前二周有半）太陽行一周又自丁歷戊庚至心一百九十三度半強星自壬歷癸子牛至戌三百四十六度強（壬即第一圖合伏庚點）伏見輪自亢歷亥申酉至戌亦如之（亢亦合伏點）又五十六日奇併前爲六百一十七日太強歲輪又行一象限心至女（併前二周又三象限）太陽行一周又自丁歷戊庚至丑二百四十九度稍強星自辰左旋一周至午二十一度稍弱（辰即第一圖合伏庚點）伏見輪自房右旋一周至午亦如之（房亦合伏點）

水星行歲輪圖一

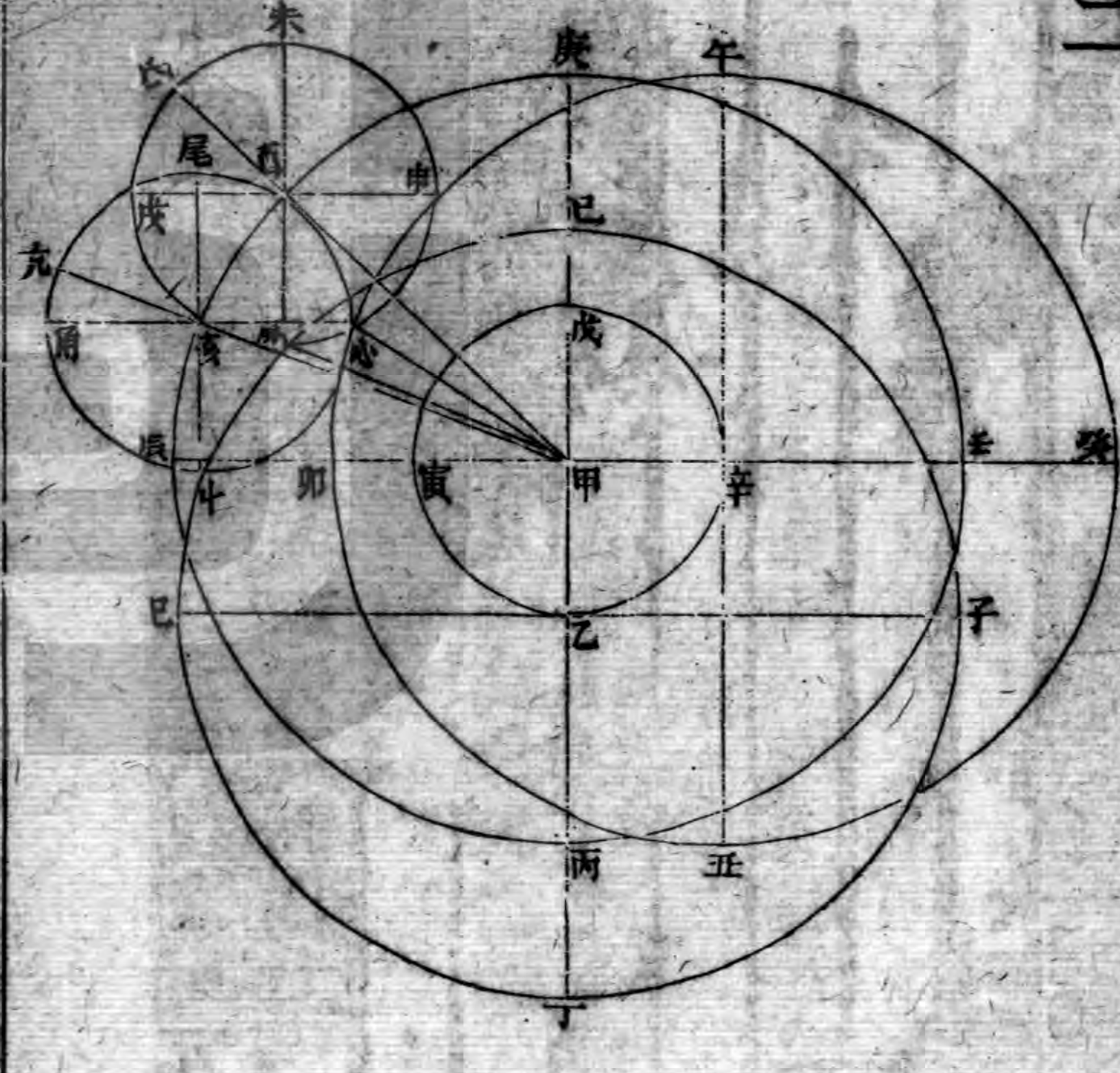
歲輪從本天右行九十度則歲輪上自巳至西亦九十度而星在壬巳至壬卽太陽之行度酉壬為離度伏見輪上丑至斗亦卽太陽平行度并斗壬九十度後倣此



此設水星合伏時在歲輪之頂因及歲輪心行一象限也甲為地心丙申未午為黃道乙丁巳辛為本天戊亥尾亢為歲輪戊己子癸為伏見輪歲輪心乙在本天周丙為太陽戊為星合伏時星在日上從甲視之同一直線此星在歲輪上本象若設伏見輪繞日丙為輪心卽太陽其合伏之點戊卽歲輪之頂星在歲輪頂卽在伏見輪頂也本天上更有本輪均輪歲輪心在均輪上其差甚微此勿論後倣此

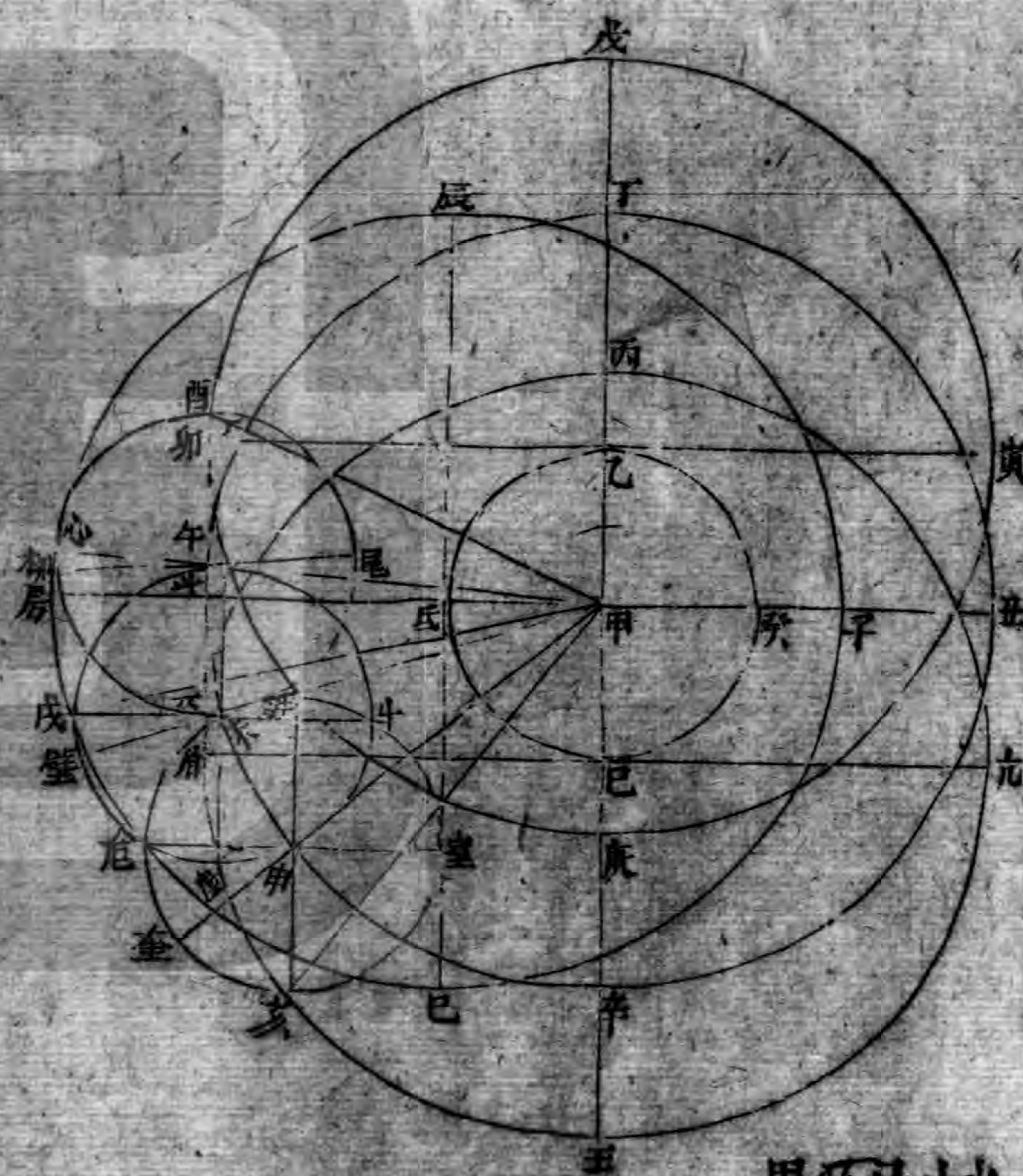
設合伏後二十二日弱歲輪行一象限己角戊酉輪心至丁則太陽自丙行至庚二十一度太弱星自酉至壬酉卽合伏戊點六十八度少強自丑牛卯丙伏見輪上觀之則自斗至壬亦六十八度少強也斗亦合伏點

水星行歲輪圖二




此圖有二行其一巳子丁巳歲輪心行至乙則太陽在酉星在房而伏見輪未戌房申輪亦交於房其一午癸丑卯歲輪心行至辛則太陽在亥星在心而伏見輪尾角斗心輪亦交於心　又二十二日弱併前為四十四日弱歲輪又行一象限心至乙併前二象限太陽自庚至酉四十三度少強星自丁歷巳至房丁卯第一圖合伏戌點一百三十六度半強伏見輪自氐歷戌至房亦如之　又二十二日弱併前六十六日弱歲輪又行一象限心至辛併前三象限太陽自庚至亥六十五度強星自癸歷丑卯至心二百〇五度弱癸卯第一圖合伏戌點　伏見輪自亢歷角斗至心亦如之亢亦合伏點

水星行歲輪圖三




水星作圖止此其理已明不必及太陽一周

此圖有三行其一戊寅庚卯歲輪心行至乙則太陽在午星在酉而伏見輪酉柳女輪尾輪亦交於酉其一辰子巳房歲輪心行至氐則太陽在未星在戌而伏見輪斗牛虛輪戌輪亦交於戌其一丙亢壬角歲輪心行至巳則太陽在申星在亥而伏見輪井室輪亥危輪亦交於亥　又二十二日弱併前爲八十八日弱歲輪又行一象限心至乙併前一周太陽自丁行至午八十六度太弱星自戊歷寅庚卯至酉戌卯第一圖合伏戌點二百七十三度少強伏見輪自心歷柳女尾至酉亦如之心亦合伏點　又二十二日弱併前爲一百一十日弱歲輪又行一象限心至氐併前一周又一象限太陽自丁行至未一百。八度少強星自房歷辰子巳至戌房卯第一圖合伏戌點三百四十一度半強伏見輪自壁歷虛牛斗至

戌亦如之（壁亦合伏點）又二十二日弱併前爲一百三十二日弱歲輪又行一象限心至巳（併前一周半）一太陽自丁行至申一百三十度強星自壬左旋一周又五十度弱至亥（壬卽第一圖合伏戌點）伏見輪自奎右旋一周復至亥亦如之（奎亦合伏點）

錫山楊學山作枚曰（書五星紀要後）西法步五星土木火有歲輪金水有伏見輪雖兩輪行度求角之法皆同然歲輪上爲星離日之虛度輪心在本天伏見輪則自有行度輪心卽太陽細按歷書之說葢謂上三星本天包太陽天外星離日而又與日有定距是生歲輪其半徑恒與太陽天等若金水之本天卽太陽天其平行與太陽同距地亦與太陽等（俱一千一百四十二地半徑）而此伏見一輪以日爲心繞日環轉而爲伏見使非此輪則星無所爲伏見（以平行同太陽故也）故名伏見輪其輪之半徑皆有定度（金星七千二百有奇水星三千八百有奇）是其意原非以伏見輪當歲輪若果卽爲歲輪則半徑宜有大小何則火星因與太陽天近尚有日躔本天二差以變次均角豈金水在太陽天下而反無之今測不然是伏見輪另爲一種行動爲金水之所獨故昔人別立伏見輪之名也其所云卽歲輪者葢因行法相同而混言之耳今勿菴之說又異是謂五星皆同一法皆有歲輪上三星因本天大故用歲輪金水因歲輪大難用故用繞日圓象（卽伏見輪如上三星圖日之圈）如此可明金水自有本天因得自有高卑亦自有平行度因在日天下速於太陽本天斜倚黃道因有正交中交之名諸根底俱有著落且五星一貫但依此立算

凡星平行自行之根數初均次均之度分南緯北緯之大小皆與歷書數迴異驗之於天未識合否余嘗疑歷指論五星緯說多混淆金水尤略因作五星緯行解一卷明之勿菴之說不敢遽定其是非存之以待參攷焉

承按學山先生謂勿菴之說不敢遽定其是非今繪圖試之歲輪上星所到與伏見輪上星所到一一相符則勿菴先生之說信矣然諸圖皆設歲輪心於本天未設本輪均輪愚初猶疑本輪均輪設於本天未必能符伏見輪上所算之數也既而擬法算之算例見後雖平行自行初均次均與伏見算大異而以後均加減歲輪行則與伏見所算之實行不約而同於是前疑盡釋而算例亦可立矣若南緯北



緯之大小勿菴先生已詳言之謂本天上歲輪心所行之周半在黃道北半在黃道南其勢斜立星體行伏見輪周其勢亦斜立與之相應故其交角等夫交角既等則歲輪上之緯與伏見輪之緯亦必等豈兩輪事事相符而緯行一事獨違異者況星之緯南緯北實由歲輪心所到乎輪心到正交中交則無緯度楊先生亦可無疑於此也承別有餘論具於左

凡星體皆載於歲輪上歲輪之心在均輪均輪之心在本輪本輪之心在本天其大遲速在本天之行其小盈縮在本輪均輪之轉五星皆同

歲輪由星為太陽所攝而生歲輪隨本天旋轉聯其行迹

自成繞日之輪其輪各與本天等大若主太陽言之似星本繞日因星在繞日輪上旋轉而成與太陽本天等大之歲輪（西士謂五星歲輪皆以日爲心）若主本天言之則繞日輪生於歲輪勿菴先生始謂上三星之繞日爲虛跡非實象後又謂金水伏見輪亦如圜日之圓象實爲歲輪周行度所成然則本天與歲輪猶表也繞日圈伏見輪猶影也

置本輪均輪於金水歲輪上與伏見輪上所算之黃道度不殊然則上三星亦可置本輪均輪於繞日圈上立算此天然之巧妙若上三星用歲輪金水用伏見輪則步算之權宜也各星本輪均輪止一耳何以隨人兩置之而皆可由其本同故也其所以然者不出三角之理後有圖明之



歷家於金水何以不用歲輪立算伏見顯而歲輪隱也然則歷家既便於伏見立算矣必不用歲輪之隱而曲勿菴先生之說亦可置勿論乎曰不然疇人之所便用者法也儒家之所講求者理也有勿菴之說而後知二星亦有本天有歲輪與上三星一貫因其本天在日天下故其左旋者漸遲右旋者漸速下至太陰上至恒星高下遲速各以其等而西人始言天有重數之說得此益明故愚以爲甚有功也否則但以二星之行與日等其本天與日天混而爲一烏覩所謂九重者乎

梅先生恐人謂歲輪實有堅硬之物則有人持珠竿行於浮屠梯磴之喻門人劉著者亦有風中放紙鳶之喻皆謂員

周爲虛設一喻皆妙矣又思之使其只有一本天一歲輪則謂因相距之半徑隨天旋繞而成員象可也而本天之上有本輪本輪之上有均輪均輪之上乃有歲輪至太陰則小輪尤多諸輪又各有其左旋右轉隨動自動起點行度之異又火星之次輪時時不等水星之均輪一周三周○按此九字語意未清似當云水星之本輪一周均輪二周一若實有諸輪相聯相貫相推相盪又且多其變態者則在天雖無輪之形質而有輪之神理雖謂之實有焉可也

學山謂火星因與太陽天近故有日躔本天二差以變次均角愚始亦疑其然後細攷之此說未確使火星之次輪半徑由近日天而致差則木星天距火星未甚遠豈得無些小之差土星天雖去日天甚遠而本輪比諸星獨大亦豈得無微細之差歷家積候之久雖有小差必能立法以追其變使土木次輪亦如火星之例豈不依火星距日日差之法爲活動之算以窮其變今攷之不然則次輪半徑有一差唯火星則然金水雖最近日次輪半徑有定尤可互證

伏見輪雖曰以太陽爲心其實亦非眞以太陽之形體爲心也乃是太陽本輪之心爲之心耳故算次均角不因太陽之盈縮高卑而改變惟算合伏與退合兩曰以太陽實行定其實合伏實退合之時刻以此例之土木二星繞日圈其眞心亦是太陽本輪心非太陽之形體也唯火星不

然耳

梅先生云歲輪大小又因於太陽高卑伏見輪旣以日爲心則太陽行最高時伏見輪從之亦高而星去地遠太陽行最卑則伏見輪從之卑而去地近汞思之金水近日使伏見半徑果因太陽高卑而有改變則太陽行至三宮九宮平視兩行差不啻兩度伏見輪半徑亦當大兩度歷家有不覺者乎知其所謂心者爲太陽本輪心非太陽形體則此疑氷釋矣

梅先生又謂太陽有高卑則黃道半徑有大小星亦能變緯度論視緯當兼用兩種高卑立算汞謂算視緯必用星距地心線定其遠近此線即黃道上星距太陽本輪心之界線也算次均角即此線所界之度求次均不因太陽高卑而變則此線亦不因太陽高卑而改疑其無緯差

五星紀要詳於金略於水汞攷水星與金星不同者有二事其一則均輪也他星均輪最高時起最近點右旋而倍引數獨水星均輪最高時起最遠點右旋三倍引數引數度均輪三度其二則交角也金星交角三度二十九分惟一耳水星交角則時時不同伏見輪心在大距與黃道交角五度四十分伏見輪心在正交當黃道北則減南則加伏見輪心在中交當黃道北則加南則減其加減各有與大距交角相較之數以距交實行逐度算其交角差加減交角而得實交角此二事甚相因其理極精微

又按歷書水星前後緯表南北之向與金星相反初不知其何故及考之歷象考成求金水正交行置最高平行金星則減十六度水星則加減六宮得正交平行乃知水星正交與最卑同度而舊法謂與最高同度是以正交爲中中交爲正故南北與金星相反當易其正中之名乃與諸曜一例

金水算例

從伏見輪立算二星皆以太陽之平行爲平行輪上繞日之行爲伏見平行求初均於本星平行內減最高行爲引數金星用直角形水星用三角形（歷象考成之法）求得均角以加減本星之平行爲初實行（初宮至五宮爲減六宮至十一宮爲加）又反用加減號以加減伏見平行爲伏見實行（加星行則減伏見行減星行則加伏見行）求次均先求伏見輪心距地心線（求得初均角卽用割線比例求之）以此線與伏見輪半徑爲兩邊以伏見實行爲所夾之外角（過半周者與全周相減用其餘）用切線分外角法求半較角以減半外角餘爲次均角以加減初實行（伏見輪初宮至五宮爲減六宮至十一宮爲加）爲黃道上實行

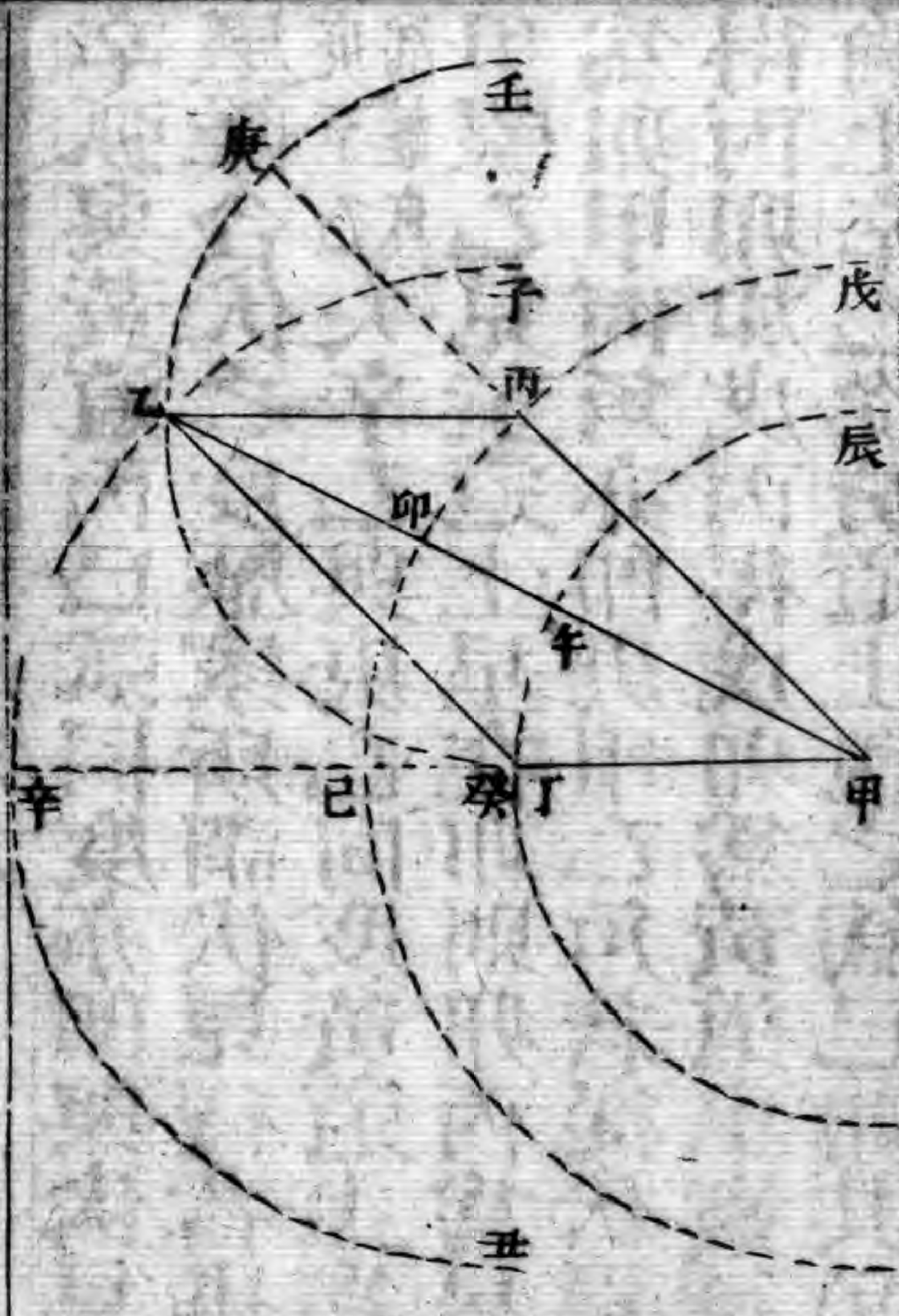
右法歷家所用者也若用歲輪算法如後（永所推）

從歲輪立算二星皆以行度（卽本星平行與太陽同）離度（卽伏見平行）併之爲歲輪之平行置本輪均輪於各本天（與伏見法置於太陽本天者異）於歲輪平行內減最高行爲引數亦用直角（金星）三角（水星）形法求均角以加減本星之行度爲初實行又反用加減以加減本星之離度爲定離度於定離度內求次均亦先求得歲輪心距

地心線為一邊此邊小以歲輪半徑為一邊此邊大定離度為所夾之外角過半周者與全周相減用其餘○案以上小注十二字原本脫去依前條例補入用切綫分外角法求半較角以加半外角餘為次均角伏見輪之半徑小次均為對小邊之角故以半較角減半外角為對邊之小角歲輪半徑大次均為對大邊之角故以半較角加半外角為對邊之大角○案此條用切綫下正文二十一字原本脫去依前條例補入以次均加減歲輪平行初宮至五宮為減六宮至十一宮為加為黃道上實行與伏見輪所算實行同

算理

金水本天與太陽本天高下不同其本輪均輪一置於伏見輪心一置於歲輪心各依本法算之所得之初均次均數亦迥不同而求黃道實行兩者若合符節此必有所以然之理作圖明之




甲為地心　丙為太陽　乙為金星　辰午丁弧為本天

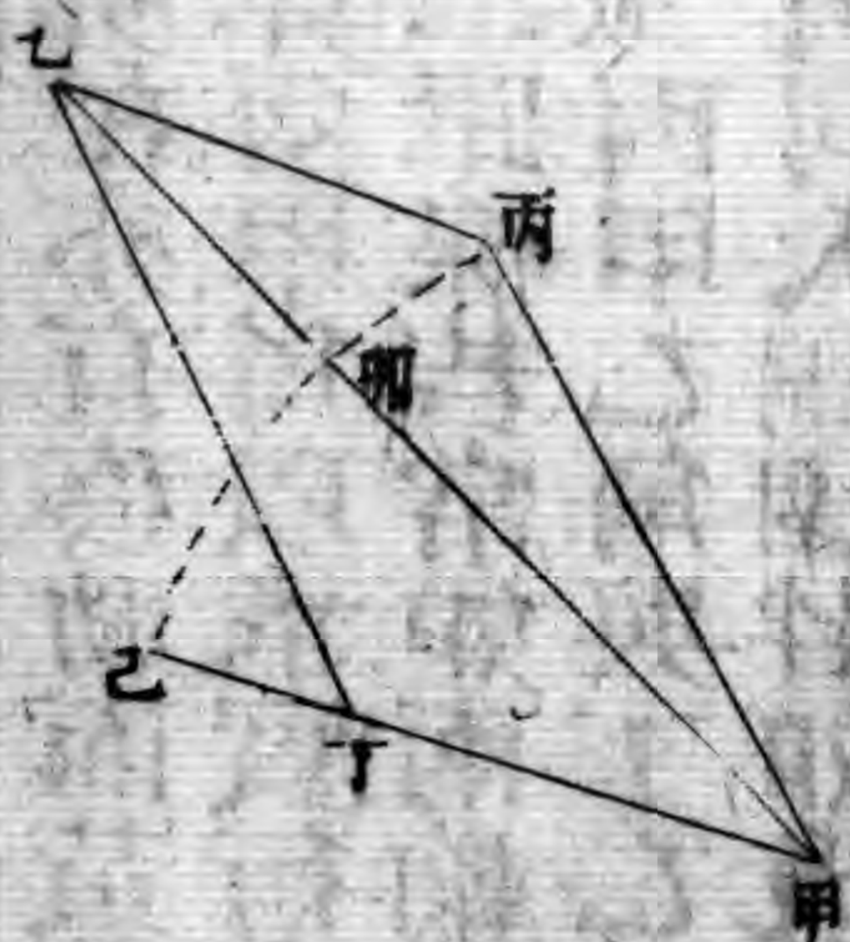
戊丙巳弧為黃道　子辛丑弧為歲輪　壬乙癸弧為伏見輪　丁為歲輪心　丙為伏見輪心

此設太陽自戊行至丙而歲輪心自辰行至丁則星體必在乙乙點為歲輪與伏見輪相交之處也歲輪子乙弧與黃道戊丙弧同度亦即與伏見輪壬庚弧同度皆星本行之度與太陽行度等者也歲輪乙

辛弧與黃道丙巳弧同度亦卽與伏見輪庚乙弧同度皆爲星離合伏之度歷家所謂伏見行者也（歲輪左旋自辛至乙爲離度伏見右旋自庚至乙爲離度）夫辛乙與庚乙同度黃道上爲丙卯巳之度而人從甲望乙見黃道上星在卯則卯丙爲星距太陽之視度其角爲卯甲丙角亦卽庚甲乙角若從伏見立算當算庚甲乙角得丙卯加戊丙得戊卯爲黃道上實行度若從歲輪立算則輪上辛乙從黃道上視之爲巳卯其角爲巳甲卯亦卽辛甲乙當算辛甲乙角得卯巳以卯巳減戊巳亦得戊卯爲黃道上實行度　然則兩輪立算始異終同由辛乙與庚乙同度黃道上爲丙巳中間有星距地心線（乙甲）截丙巳於卯分爲兩甲角一（卯甲丙）一（卯甲巳）算兩甲角一加一減則必無不合也

兩甲

角成斜方形邊有四線丙甲爲伏見輪心距地心線乙丙爲伏見輪半徑丁甲爲歲輪心距地心線乙丁爲歲輪半徑兩輪心所到各不同則斜方形亦不一皆此四線之伸縮其極也四線合爲一線中線如兩線之長（合伏與退合時）　此圖未加本輪均輪則乙丙等丁甲乙丁等丙甲對邊皆平行本非天上實象姑以此明立算之本設本輪均輪之四線圖如左




此圖乙丙乙丁如前丙甲與乙丁丁甲與乙丙各微不等對邊亦各不平行由丙丁二輪心有本輪均輪各有高卑則丙甲丁甲二距地心線有改變乙點爲

星所在亦有移動而黃道上丙卯卯已兩視度亦有損益也而算兩甲角以求實行度必無不合　準前圖論之丙甲丁甲二距線若常如兩輪半徑則丙角與丁角同大（邊線平行同對乙甲線故也）丙甲乙角與丁乙甲角同大（同對半徑小邊）丙乙甲角與丁甲乙角同大（同對半徑大邊）如後圖丙甲丁甲二距線既變則兩形中無相等之角即丙丁二角亦變矣角變而丙已之弧度不變是以知其終必合也　丙丁二角何以變也依前圖言之丙角之外角度爲伏見輪上庚乙丁角之外角度爲歲輪上辛乙庚乙與辛乙本同也因兩輪上各有初均加減則度不同而庚丙乙與乙丁辛兩外角變矣外角變故內角必變也丙已之弧度何以不變也凡初均數加星行者即減伏見加伏見者即減星行二者迭爲損益而總數不改是以斜方形中但移其乙甲距線而黃道上丙已之度爲戊丙之餘原與庚乙乙辛等者未嘗變是以次均算得卯已減戊已猶之算得丙卯加戊丙也　由是觀之任丙甲丁甲二邊時時改變乙甲線時時移動而得黃道上戊卯之實度必無不同　乙甲丙角所對者乙丙小邊故以半較角減半外角爲甲角乙甲丁角所對者乙丁大邊故以半較角加半外角爲甲角自然之理也　兩輪算黃道實度既同矣乙甲爲星距地心線亦同乎曰此不待言也乙甲者丙角丁角同用之對邊也以角算度既合矣邊焉得不合

右圖就金星輪圖之水星放此

數學卷六終



# 數學卷七

## 中西合法擬草

明季之改憲也徐文定公嘗言鎔西人之精算入大統之型模固欲參合中西舍短取長以為不刋之典正朔閏月之類從中不從西定氣整度之類從西不從中然因用定氣遂以每月交中氣時刻為太陽過宫時刻舉中法十二次之名繫之而西法十二星象之宫亦時用之於表此則既非中法復非西法雖相沿至今實可疑之端也余於辛亥年著歷法管見嘗論及此後讀勿菴先生歷學疑問補已暢言之固非余之私言又嘗疑整度一事似未盡言中西當參酌者此亦其一端爰以此二事摠數表明曰中西合法擬草仍以梅先生之說冠於卷首且附愚之鄙見焉

歷學疑問補云問舊歷太陽過宫與中氣不同今何以復合為一曰新歷之測算精矣然其中不無可商當俟後來詳定者則此其一端也何則天上有十二宫宫各三十度每歲太

陽以一中氣及一節氣共行三十度（如冬至小寒共行三十度大寒立春又共行三十度其餘並同）滿二十四氣則十二宮行一週故歷家恒言太陽一歲周天也

承按天上十二宮當分爲二有黃道上十二宮有列宿天十二宮黃道十二宮截黃道爲十二段冬至到丑春分到戌夏至到未秋分到辰恒係於節氣者也列宿天十二宮主以四獸（蒼龍白虎朱鳥玄武）分爲四維（東西南北）元枵在北鶉火在南大火在東大梁在西恒係於星宿者也新法之誤在去列宿十二宮專主黃道十二宮耳

然而實攷其度則一歲日躔所行必稍有不足雖其所欠甚微（約其差不過百分度之一有半）積至年深遂差多度（六七十年差一度六七百年即差十度）是爲歲差歷家所以有天周歲周之名（天上星辰勻分十二宮共三百六十度是爲天周每歲太陽十二中氣共行三百六十度微弱是爲歲周）

承按黃道上十二宮亦三百六十度太陽一歲周徧未嘗稍有不足較之列宿天似微欠者非太陽之不能周天也恒星自移而東耳此則西人恒星行之說爲確中法分天周歲周未的也

漢人未知歲差誤合爲一故即以冬至日交星紀而定之於牽牛

承按周末冬至已在南斗而漢人又謂起牽牛者漢歷之疎也唐一行已嘗攷定謂太初元年辛酉冬至日斗二十度而漢歷甲子冬至在斗二十四度其虛退之度適及牽

牛之初云

逮晉虞喜等始覺之五代宋何承天祖冲之隋劉焯等言之益詳顧治歷者株守成說不敢輒用歲差也至唐初傅仁均造戊寅元歷始用歲差而朝論多不以爲然亦如今人之不信西法人情狃於習見大抵皆然故李淳風麟德歷復去歲差不用直至元宗開元某年僧一行作大衍歷乃始博徵廣證以大暢厥旨於是分天自爲天即周天十二次宮度其度終古不變歲自爲歲即周歲十二中氣日躔所行天度其度歲歲微移歷代遵用所定歲差年數微有不同而大致無異元世祖時用授時歷郭守敬測定六十六年有八月而差一度回回泰西差法略同今定爲七十年差一度數亦非遠故冬至日一歲日躔之度已過尚不能復於星紀之元度必再行若干日時而至星紀十二中氣皆同一理所以



太陽過宮與中氣必不同日其法原無錯誤其理亦甚易知徐李諸公深於歷術豈反不明斯事乃復合爲一真不可解推原厥故蓋譯歷書時誤仍回回歷太陽年之十二月名耳

問回回歷亦知歲差何以誤用宮名爲月名曰回回歷旣以十二个月爲太陰年而用之紀歲不用閏月然如是則四時之寒燠溫凉錯亂無次因別立太陽年以周歲日躔勻分三百六十度又勻分爲十二月以爲耕斂之節而起算春分是亦事勢之不得不然堯典寅賓出日始於仲春即此一事亦足徵西歷之本於羲和但彼以春分爲太陽年之第一月第一日遂不得復用古人分至啓閉之法及春夏秋冬之名古者以立春立夏立秋立冬春分秋分冬至夏至爲八節其四立並在四孟月之首以爲四時之節謂之啓閉二分二至並在四仲月之中居春夏秋冬各九十一日之半皆自然之序

不可移易今回歷之太陽年既以春分爲歲首則是以仲春之後半月爲正旦而割其前半个月以益孟春其四十五日有奇一併移之於歲終而孟春之前半收爲十一月之後半孟春之後半合仲春之前半收爲十二月即春夏秋冬之四時及分至啓閉之八節孟仲季之月名無一與之相應名不正則言不順遂不復可得而用矣故遂借白羊等十二宮以名其太陽年之月彼非不知天度有歲差白羊不能板定於春分然以其時春分正在白羊姑借此名之以紀月數即此而知回歷初起時其年代去今非遠歐邏巴歷法因回歷而加精大致並同回歷故遂亦因之耳

承按勿庵先生謂誤仍回歷太陽年之十二月名固是一說愚則謂別有其故也觀恒星歷指圖星象一置北極南極於心分十二宮赤道爲正黃道爲斜一置黃極黃南極於心分十二宮黃道爲正赤道爲斜其宮界皆據當時中氣所躔之度其意蓋曰太陽者衆曜之主也黃道者諸道之宗也一歲寒暑進退皆由太陽行黃道使然則黃道上自有一定之宮不惟月與五星遊歷其間雖普天星宿亦循黃道而行歷萬餘年赤道外二十三度之星且移至赤道內二十三度則安得不以黃道爲主星宿爲客乎若以列宿分宮太陽遊歷其間是列宿爲主太陽爲客矣且黃道十二宮二至則極南極北爲之界二分則交赤道爲之界若星宿則仰視茫茫無一定不可移之界中歷雖指虛六度爲子半而度則有整度日度之不齊斗三度過丑女二度過子亦難定其宮界果當度之幾分也是以遂置列宿之宮一以黃道之宮爲主恐譯書時意在於此若其以

星紀元枵等爲宮名蓋以其名之古雅也用以代丑子等字而不覺其將來名與實爽也

徐文定公譯歷書謂鎔西洋之精算入大統之型模則此處宜爲改定使天自爲天歲自爲歲則歲差之理明而天上星辰宮度各正其位矣如晝夜平即爲二分晝極長即爲夏至不必問其日躔是何宮度是之謂歲自爲歲也必太陽行至降婁始命爲日躔降婁之次太陽行至鶉首始命爲日躔鶉首之次不必問其爲春分後幾日夏至後幾日是之謂天自爲天也

永按勿庵先生之說極明白直捷然後以此說告之當時譯書諸公猶恐不足以服其心蓋黃道上有十二宮不可浸遁太陽恒星主客之分又似不可易也列宿天官界徵茫難辨又若未易定也所疑難者有此三端則反若中氣



過宮者爲順天以日隨星者爲違天矣愚請爲之條分而明辨之從來中歷皆以列宿天分宮不於黃道分宮是中歷之失也虛空中有一圈皆可分爲十二宮況黃道爲太陽所歷實有中氣節氣之分限又爲諸道之宗主可謂無十二宮乎且冬至到丑與子月合大寒到子與丑月合月左旋而宮右旋當宮之半兩支相合所謂地支六合者也古人謂日躔斗建爲地支六合非也日躔有歲差斗柄有推移只是十一月自當爲子而冬至太陽到丑合之十二月自當爲丑而大寒太陽到子合之耳是宜於冬至之日註曰某時某刻太陽入丑宮於大寒之日註曰某時某刻太陽入子宮諸中氣皆如是言入以別於躔言宮以別於次直稱地支不混星紀等名則黃道之宮定而名稱亦當矣又越幾日太陽

躔斗三則註曰太陽躔星紀之次躔女三則註曰太陽躔元枵之次如是豈不別白分明乎若謂太陽恒星有主客之分亦未盡然論恒星之宗黃極循黃道則太陽為主恒星為客論七政之躔列宿則列宿又為主七政為客葢黃道之宮虛而列宿之次實也七政之天在下而恒星之天在上也則亦互為主客耳觀一歲七政歷不能虛紀宮度必以某宿某度記之則列宿豈不猶州縣而七政豈不猶人之行程乎分列宿之宮猶分天下之省直也若列宿天之宮界雖若難辨而中歷與西歷皆以虛六度為子半當必有所傳葢虛宿十度六度正當其半是虛危之間也以此為正北而各宮之界皆可定矣

顧乃因仍回歷之宮名而以中氣日即為交宮之日則歲周與天周復混而為一於是歲差之理不明（如星紀之次常有定度而冬至之日度漸移是生歲差若冬至日即躔星紀歲歲相同安得復有歲差）而天上十二次宮度名實俱亂（天上十二宮各有定星定度若隨節氣移動則名實俱左後詳之）是故歷法至今日推步之法已極詳明而不無有待商酌以求盡善者此其一端也問者曰歷所難者推步耳若此等處改之易易（但於各中氣後查太陽實躔某宮之度即過宮真日）但歷書中所作之各表多用白羊金牛等名以為別識今欲通身改換豈不甚難曰否否歷書諸表雖以白羊金牛等為題而其中之進退消長並從節氣起算今但將宮名改為節氣即諸表可用不必改造有何難哉（如表從白羊起者即改白羊初度為春分初度表從磨羯起者即改磨羯初度為冬至初度歷書諸表依舊可用但正其名不改其數更）

無煩於推算永按如此改之誠易然用之已百年而未議改者蓋亦各持所見與

問天上十二宮亦人所名今隨中氣而移亦何不可之有曰十二宮名雖人所爲然其來久矣今攷宮名皆依天上星宿而定非漫設者如南方七宿爲朱鳥之象史記天官書柳爲鳥注注即咮咮者朱鳥之觜也七星頸爲員官頸朱鳥頸也員官喉嚨也張爲素素即嗉鳥受食之處也翼爲羽翮朱鳥之翼故名其宮曰鶉首鶉火鶉尾鶉即朱鳥乃鳥也東方七宿爲蒼龍天官書東宮蒼龍房心心爲明堂今按角二星象角故一名龍角氐房心故象龍身心即其當心之處故心爲明堂尾宿即龍之尾其宮曰壽星封禪書武帝詔天下尊祀靈星正義靈星即龍星也張晏曰龍左角曰天田則農祥也初見而祀之曰大火心爲大火曰析木一名析木之津以尾箕近天河也北方七星爲元武天官書北宮元武其宮曰星紀古以斗牛爲列宿之首故星自此紀也曰元枵枵者虛也即虛危也又象龜蛇爲元武也永按春秋傳云元枵虛也枵耗名也曰娵訾一名娵訾之口以室壁二宿各二星兩兩相對正方故象口也永按娵訾似是古人之名氏如實沈之類蓋封於衛地者也此宮別名豕韋豕韋亦古諸侯封於其野者也西方七宿爲白虎天官書奎曰封豕參爲白虎三星直者是爲衡其外四星左右肩股也小三星隅置曰觜觿爲虎首其宮曰降婁以婁宿得名也曰大梁永按魚梁所以取魚宮有畢宿象以畢取魚也曰實沈永按宮有參宿左傳高辛氏季子曰實沈后帝遷之大夏主參是也由是以觀十二宮名皆依星象而取非漫設也堯典日中星鳥以其時春分昏刻朱鳥七星正在南方午地也日永星火以其時夏至初昏大火宮在正午也火即心宿宵中星虛以其時秋分昏中者元枵宮也即虛危也日短星昴以其時冬至昏中者昴宿也即大梁宮也歷家以歲差攷之堯甲辰至今已四千餘歲

歲差之度已及二宮以西率七十年差一度約之凡差六十餘度然而天上二十八舍之星宿未嘗變動故其十二宮亦終古不變也若夫二十四氣太陽躔度盡依歲差之度分而移則歲歲不同七十年即差一度亦據今西術推之安得以十二中氣即過宮乎試以近事徵之元世祖至元十七年辛巳冬至度在箕十度至今康熙五十八年已亥冬至在箕三度其差蓋已將七度而即以箕三度交星紀宮則是至元辛巳之冬至宿箕十度已改為星紀宮之七度再一二百年則今已亥之冬至宿箕三度為星紀宮之初度者又即為星紀宮之第三度而尾星且浸入星紀矣積而久之必將析木之宮尾箕盡變為星紀大火之宮氐房心盡變為析木而十二宮之星宿皆差一宮準上論之角亢必為大火翼軫必為壽星柳星張必為鶉尾井鬼必為鶉火而觜參為鶉首胃昴畢為實沈奎婁為大梁而娵訾為降婁虛危為娵訾斗牛為元枵二十八宿皆差一宮即十二宮之名與其宿一一相左又安用此名乎再積而久之至數千年後東宮蒼龍七宿悉變元武歲差至九十度時角亢氐房心尾箕必盡變為星紀元枵娵訾並做此南宮朱鳥七宿反為蒼龍西宮白虎七宿反為朱鳥北宮元武七宿反為白虎國家頒歷授時以欽若昊天而使天上宿度宮名顛倒錯亂如此其可以不亟為釐定乎　又試以西術之十二宮言之夫西洋分黃道上星為十二象雖與羲和之舊不同然亦皆依星象而名非漫設者如彼以積尸氣為巨蠏第一星蓋因鬼宿四星而中央白氣有似蠏筐也所云天蝎者則以尾宿九星卷而曲其末二星相並如蝎尾之有岐也所云人馬者謂其所圖

星象類人騎馬上之形也其餘如寶瓶如雙魚如白羊如金牛如陰陽如師子如雙女如天秤以彼之星圖觀之皆依稀彷彿有相似之象故因象立名今若因節氣而每歲移其宮度積而久之宮名與星象相離俱非其舊而名實盡淆矣

又按西法言歲差謂是黃道東行未嘗不是如今日鬼宿已全入大暑日躔之東在中法歲差則是大暑日躔退回鬼宿之西也在西法則是鬼宿隨黃道東行而行過大暑日躔之東其理原非有二星宿之行入小雪日躔東亦然夫旣鬼宿已行過大暑東而猶以大暑日交鶉火之次則不得復爲巨蠏之星而變爲師子矣尾宿已行過小雪後而猶以小雪日交析木之次則尾宿不得爲天蝎而變爲人馬宮星矣卽詢之西來知歷之人有不啞然失笑者乎

永按此篇所論甚正昔著管見與此正同未能詳晰若斯也竊謂此事久遠後或有建議當改者與其使後人議改曷若早覺而改之之爲愈乎

問西法以太陽會恒星爲歲謂之恒星年恒星旣隨黃道東行則其恒星年所分宮度亦必不能常與中氣同日歷書何以不用曰恒星年卽所須齋日也其法則以日躔斗四度爲正月朔故曰以太陽會恒星爲歲也其斗四度葢卽其所定磨羯宮之初度也在今時冬至後十二日自此日躔行滿三十度卽爲第二月交寶瓶宮餘月並同皆以日躔行滿三十度交一宮卽又爲一月而不論節氣然其十二月之日數各各不同者以黃道上有最高卑差而日躔之

行度有加減也（如磨羯宮日躔最卑行速故二十八日而行一宮卽成一月若巨蠏宮日躔最高行遲故三十一日而行一宮始成一月其餘宮度各以其或近最卑或近最高遲速之行不同故日數皆不拘三十日並以日躔交宮爲月不論節氣）是則其所用各月之第一日卽太陽交宮之日原不與中氣同日而且歲歲微差至六七十年恒星東行一度卽其各宮並東行一度而各月之初日在各中氣後若干日者又增一日矣（如今以冬至後十二日爲歲首至歲差一度時必在冬至後十三日餘盡然）此卽授時歷中氣後幾日交宮之法乃歲差之理本自分曉而歷書中不甚發揮斯事者亦有故焉一則以月之爲言本從太陰得名故必晦朔弦望而後謂之月今反以太陽所躔之宮度爲月而置朔望不用是名爲月而實非月大駭聽聞一也又其第一月既非夏正孟春亦非周正仲冬又不用冬至日起算非歷學履端於始之義事體難行二也又其所用齋日卽彼國所須行之正朔歐邏巴人私奉本國之正朔宜也中土之從其教者亦皆私奉歐邏之正朔謂國典何故遂隱而不宣三也（初造歷書事事闡發以冀人之信從惟此齋日但每歲傳單伊教不筆於書）然歷書所引彼中之舊測每稱西月日者皆恒星年也其法並同齋日皆依恒星東行以日躔交磨羯宮爲歲旦而非與冬至中氣同日也此尤爲太陽過宮非中氣之一大證據矣

永按此論考西法尤核昔見袁氏歷法新書多本回回法度用整度如歐邏巴而列宿節度起寶瓶宮虛六度疑袁氏攙入中法未必彼國亦以虛六度爲子半今觀西歷以日躔斗四度爲正月朔爲齋日爲磨羯宮初度則虛六度

為寶瓶之正中西國實用之矣中西異而宮界同其由來不已久乎

或曰歷書所引舊測多在千餘年以前然則西月日之與所從來久矣曰殆非也唐始有九執歷元始有回回歷歐邏巴又從回回歷加精必在回歷之後彼見回回歷之太陰年太陽年能變古法以矜奇創故復變此西月日立恒星年以勝之若其所引舊測益皆以新法追改其月日耳

又按回回歷之太陽年以春分為歲首而列宿積度起寶瓶宮虛六度見於袁氏新書新書本於陳星川陳固傳回回法者則斗四度為磨羯宮初度回回與西洋同且與中歷同矣歷書所引舊測近者在明萬歷時遠者在漢順帝時梅先生謂以新法追改其月日余攷歷書引萬歷年間彼國之月日似以斗十四度為正月一日引漢順帝時則以斗四度為正月一日蓋後來或改憲而古法則無差至今曰又復其舊矣據康熙丁卯年傳單以中國十一月廿八日癸卯應西歷正月一日是日躔斗四度二十六分使欲追改月日何不畫一言之且彼國既不如中國之正朔又不用回回法之太陰年太陽年若非恒星歲之法將何以紀月日乎惟其言是日日躔鶉首宮幾度大火宮幾度之類乃是借中國之名言之且據戊辰改歷之恒星行追書之耳漢順帝時西國月一日太陽多在宮之七八度是用戊辰之宿鈐也

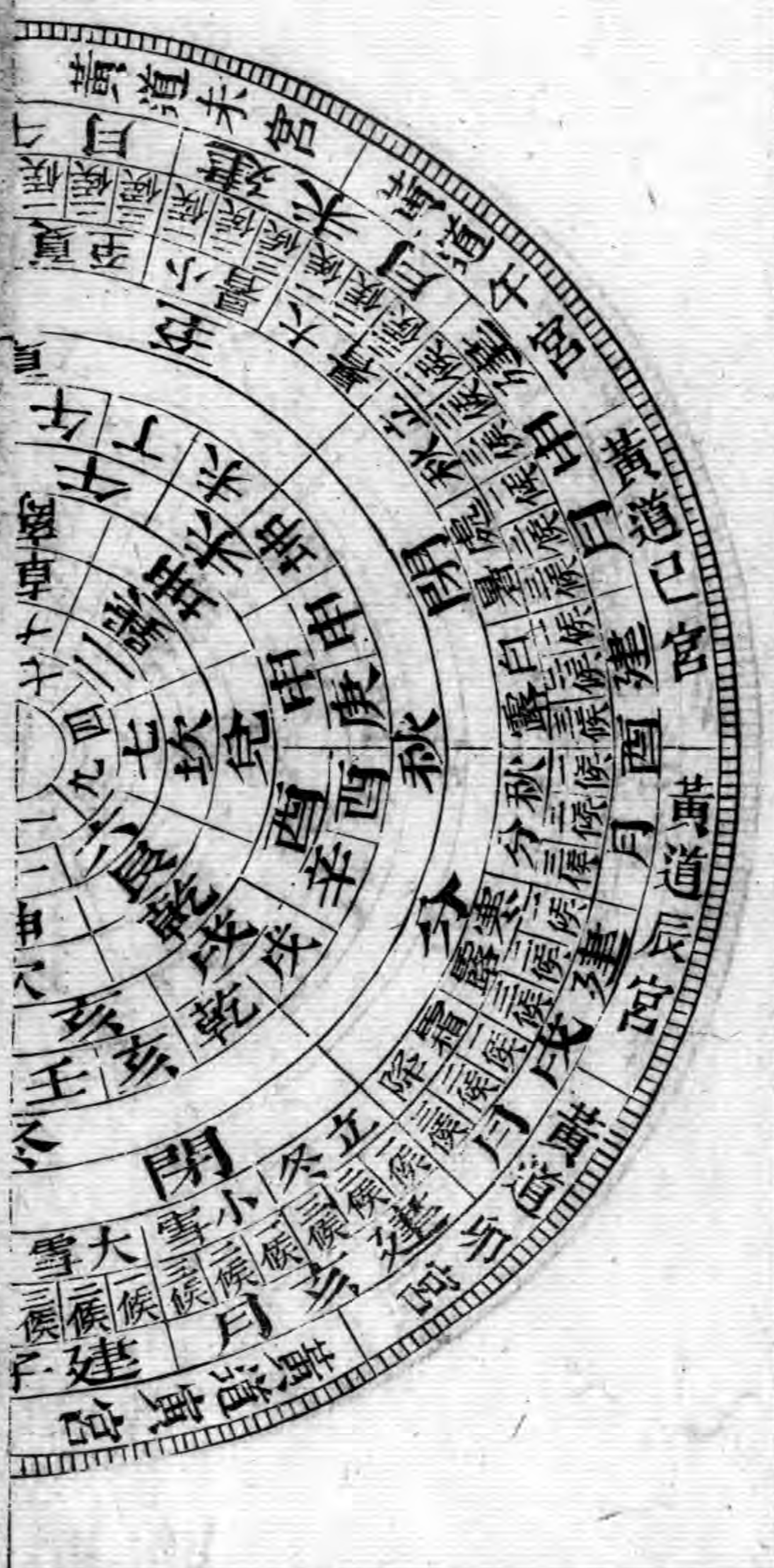
余又攷磨羯宮初度若據斗初度數之當是三度而用四度為正月一日者西法日首用午正故加一度

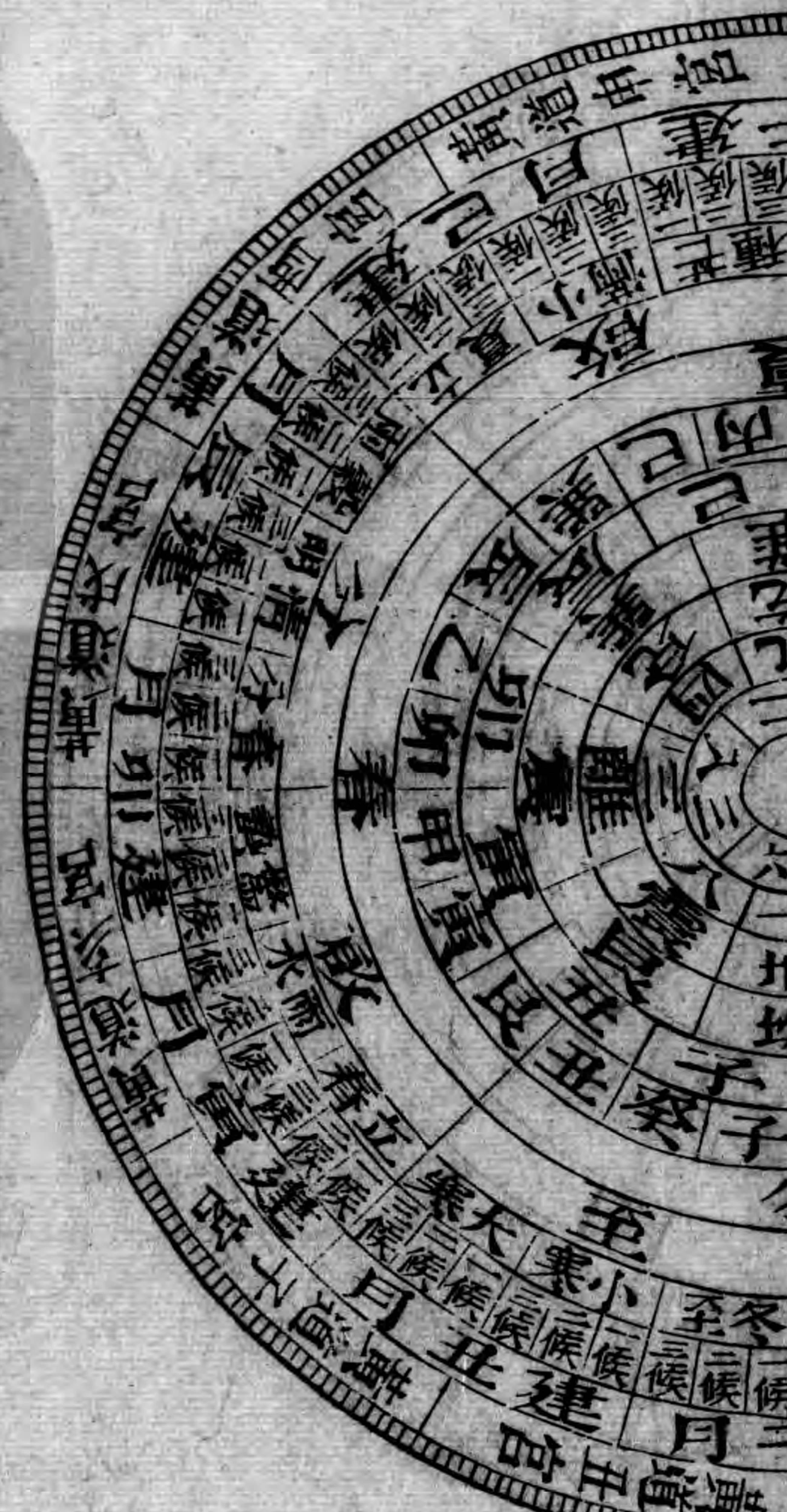
又攷西歷算太陽雖有加減而各月初一日所躔之度則不依加減之算蓋太陽行疾一宮只二十八日有奇行遲三十一日有奇則月小者二十九日月大者三十二日而西法不然月小者三十日月大者三十一日是以秋分以後月一日之宿度距中氣漸加春分以後距中氣漸減是亦其國舊俗使然畧如中國知有定朔而猶用平朔（隋唐以前）知有定氣而猶用恒氣也（大衍授時）使其能改月大小之法增減一日則月一日之宿皆其交宮之初度矣（梅先生前言日躔之行度有加減日數不拘三十日並以日躔交宮爲月者攷之猶未詳耳）

再攷梅先生辨太陽中氣過宮之非者雖詳而不言黃道上自有十二宮於理未盡後作圖明之



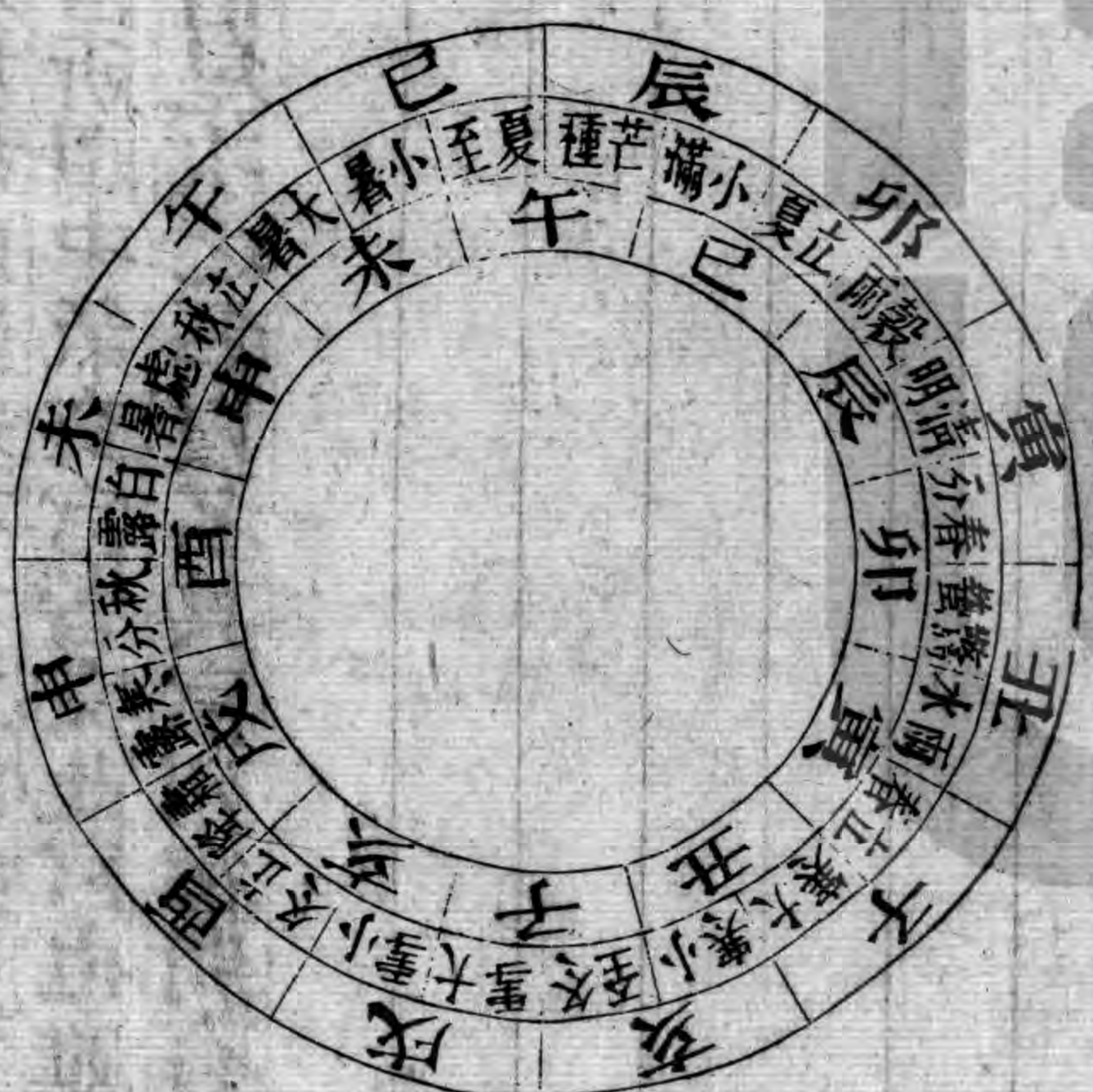
歲周圖　一層虛中（即河圖之五十洛書之五干之戊己）　二層河圖　三層洛書　四層先天八卦　五層後天八卦　六層十二支　七層二十四位　八層四時　九層八節　十層二十四氣　十一層七十二候　十二層月建　十三層黃道十二宮　十四層黃道三百六十整度





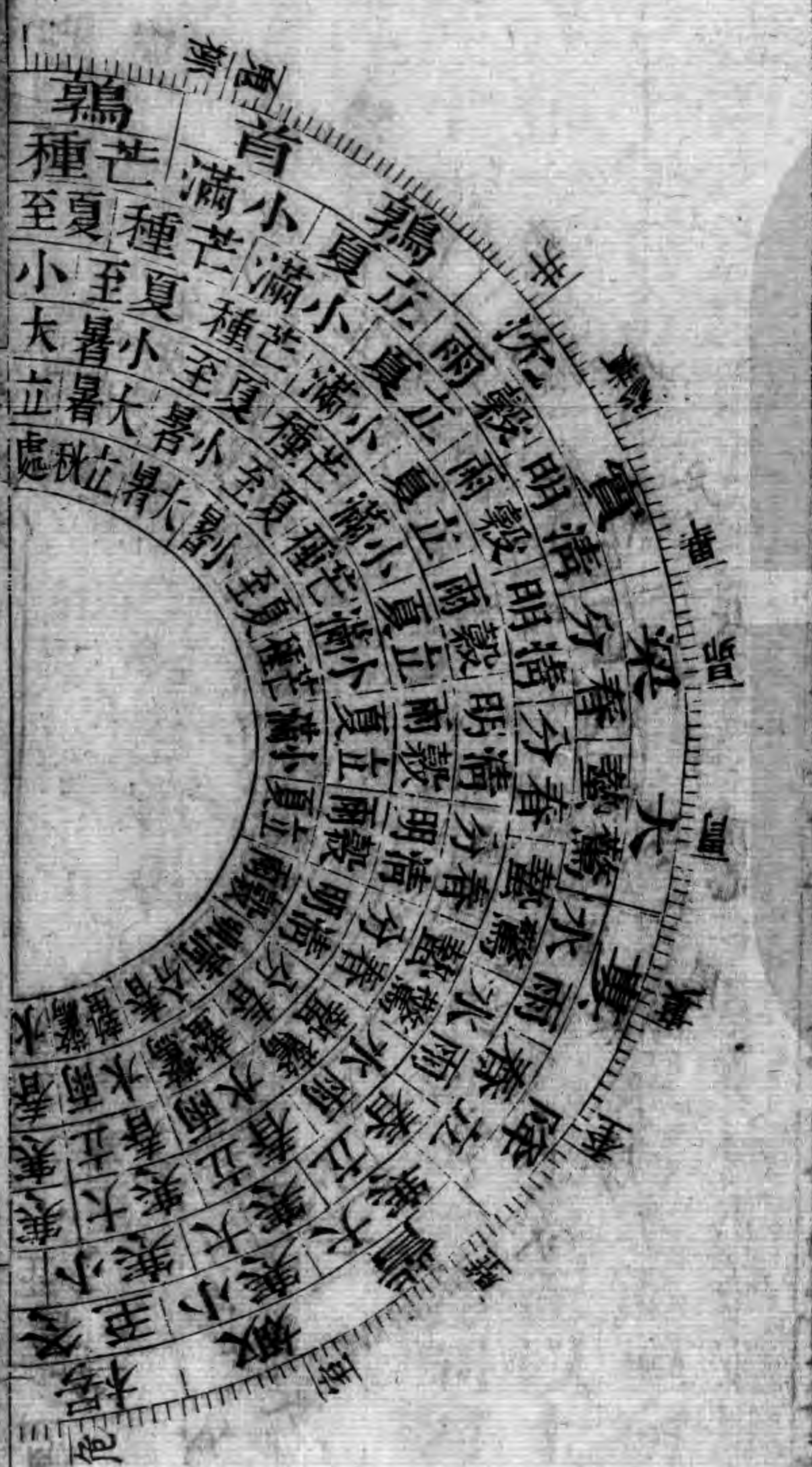
此圖備載歲周之理悉乎圖書卦位干支而布黃道宮度於外周黃道之宮與月建成六合恒以中氣時刻交宮黃道之度皆虛度不係於列宿列宿度別載歲差圖又此頒布節氣故黃道宮隨之黃道本右旋當逆布見太陽中氣交宮圖

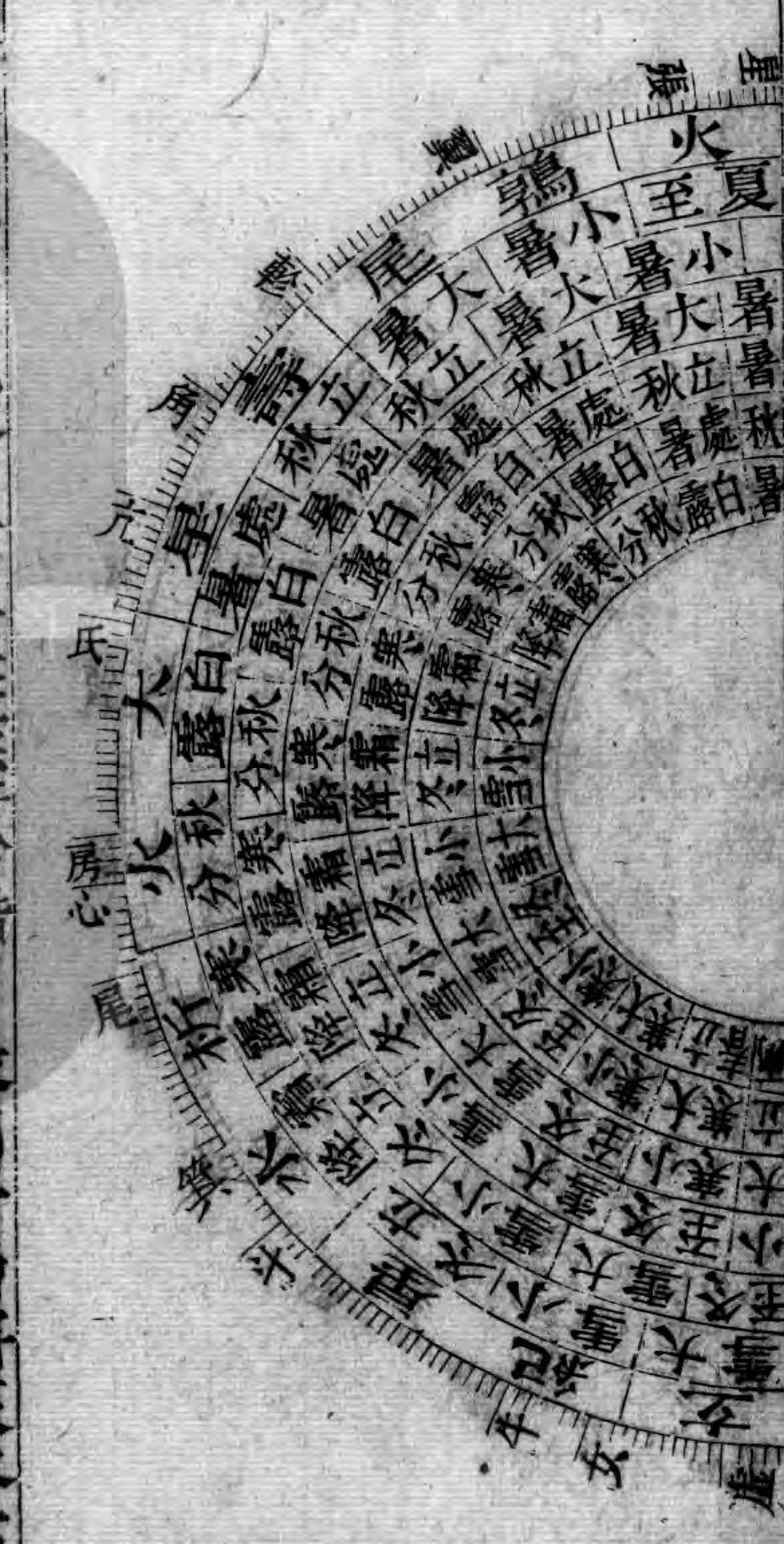
# 太陽中氣交宮圖



太陽黃道上右旋故此圖逆布十二節氣中氣外周一層為黃道十二宮所謂中氣交宮者交此宮也雖恒星亦遊歷其間不可借星次之名以名其宮列宿別有十二次

歲差圖　圓外勻布三百六十整度分載二十八宿　圓周第一層十二次名　次內一層堯冬至日在虛宿　又次內一層殷冬至日在女　又次內一層周冬至日在牛　又次內一層周末冬至日在斗自周至宋末一千六百餘年皆在斗






又次內一層元冬至日在箕（至今皆在箕）最內一層將來冬至日在尾



右圖自堯以來四千餘年之歲差星次有定而節氣所在無定二萬五千餘年而一周誠不可以星次之名繫之於每月之中氣

中法謂之歲差西法則曰恒星行普天星宿皆循黃道東行約七十年有奇差一度（整度）然則黃道上節氣有定而星宿無定若作一活動之盤署二十四氣於外周爲定盤而以十二次二十八宿度列於活盤之上中心穿紙軸可轉動則肖星宿行度矣（如堯時則以虛四五度當冬至今時則以箕二三度當冬至）星宿雖無定而距度多少與次舍分界則有定蓋列宿天有一定之東西南北動中之恒靜者也

附回回十二宮名

白羊即降婁 金牛即大梁 陰陽又曰雙兄即實沈 巨蟹即鶉首 師子即鶉火 雙女即鶉尾 天稱即壽星 天蝎即大火 人馬即析木 磨羯即星紀 寶瓶即元枵 雙魚即娵訾

## 總記

合三圖說觀之黃道自有十二宮列宿自有十二次若併爲一則名不當物而本有之十二次遂隱入宮與躔次分註之乃各當其實所當考求而定者十二次分界之處耳

## 論整度日度

大統以前中歷皆用日度自改用西法則以三百六十整度紀七政之法而列宿亦用整度此古今歷法不同一大節目梅先生極稱整度之善然則日度遂可廢與愚嘗思之天本無度因日之行而生度其不能以三百六十日周黃道必有奇零之日與分意其有不得不然者猶之徑一圍三只得六角之度而圍三之外有畸零是亦不得不然者也然則歲日之度豈不猶人身之穴自然而成不可增損者與西法以其不便於算也一以整度齊之齊之誠善矣然遂以此爲周天之本數疑其涉於假借竊謂此一事當合中西而用之一切布算之法用整度爲便及其分隸

之於二十八宿以紀七政躔離則當用日度爲宜譬之尺度古今有短長醫家量人孔穴必用同身寸度之始無誤整度者後世改長之寸也日度者其人同身寸也或疑以整度布算又以日度紀躔離似多一番布算曰始則假借後則紀實固不可憚其煩別立整度當日度及整度分當日度分二表一查卽得亦不爲煩或又疑經度用日度緯度用整度同此一大圓豈可分兩種度曰經度紀躔離用以紀歷者也緯度測極高測兩道相距測七政離地平以爲布算之準不用之以紀歷故緯度可假借而經度不可假借也

## 整度當日度表說

歲周三百六十五日二四二一八七五如古法一日爲一度度有萬分是周天三百六十五度二千四百二十一分八十七秒五十微半周一百八十二度六千二百一十○分九十三秒七十五微一象限九十一度三千一百○五分四十六秒八十七微五十纖一宮三十○度四千三百六十八分四十八秒九十五微八十三纖不盡以三百六十整度分之一整度當日度一度○一百四十五分六十一秒六十三微一十九纖四四四不盡又一整度六十分一分當日度分一百六十九分○九秒三十六微○五纖三二四六六不盡依此立二表使宿度分歸之於日度分度下

小數止於分下有畸零之及半者收之不及者棄之

## 整度當日度表

| 整度 | 日度 |
| --- | --- |
| 一度 | 一度 〇一 四六 |
| 三度 | 三度 〇四 三七 |
| 五度 | 五度 〇七 二八 |
| 七度 | 七度 一〇 一九 |
| 九度 | 九度 一三 一一 |
| 十一度 | 十一度 一六 〇二 |
| 十三度 | 十三度 一八 九三 |
| 十五度 | 十五度 二一 八四 |
| 十七度 | 十七度 二四 七五 |
| 二度 | 二度 〇二 九二 |
| 四度 | 四度 〇五 八二 |
| 六度 | 六度 〇八 七四 |
| 八度 | 八度 一一 六五 |
| 一十度 | 一十度 一四 五六 |
| 十二度 | 十二度 一七 四七 |
| 十四度 | 十四度 二〇 三九 |
| 十六度 | 十六度 二三 三〇 |
| 十八度 | 十八度 二六 二一 |

| 整度 | 日度 | 整度 | 日度 |
|---|---|---|---|
| 十九度 | 十九度二七六七 | 二十度 | 二十度二九一二 |
| 二十一度 | 二十一度三〇五八 | 二十二度 | 二十二度三二〇四 |
| 二十三度 | 二十三度三三四九 | 二十四度 | 二十四度三四九五 |
| 二十五度 | 二十五度三六四〇 | 二十六度 | 二十六度三七八六 |
| 二十七度 | 二十七度三九三二 | 二十八度 | 二十八度四〇七七 |
| 二十九度 | 二十九度四二二三 | 三十度 | 三十度四三六八 |

井宿有三十度畸故表止列三十度度下有零分查後表

## 整度分當日度分表

| 整度分 | 日度分 | 整度分 | 日度分 |
|---|---|---|---|
| 一分 | 〇千一六九 | 二分 | 〇千三三八 |
| 三分 | 〇千五〇七 | 四分 | 〇千六七六 |
| 五分 | 〇千八四五 | 六分 | 一千〇一五 |
| 七分 | 一千一八四 | 八分 | 一千三五三 |
| 九分 | 一千五二二 | 十分 | 一千六九一 |
| 十一分 | 一千八六〇 | 十二分 | 二千〇二九 |
| 十三分 | 二千一九八 | 十四分 | 二千三六七 |
| 十五分 | 二千五三六 | 十六分 | 二千七〇五 |
| 十七分 | 二千八七四 | 十八分 | 三千〇四二 |

| 整度分 | 日度分 | 整度分 | 日度分 |
|---|---|---|---|
| 一十九分 | 三千二一二 | 二十分 | 三千三八二 |
| 二十一分 | 三千五五一 | 二十二分 | 三千七二〇 |
| 二十三分 | 三千八八九 | 二十四分 | 四千〇五八 |
| 二十五分 | 四千二二七 | 二十六分 | 四千三九六 |
| 二十七分 | 四千五六五 | 二十八分 | 四千七三四 |
| 二十九分 | 四千九〇三 | 三十分 | 五千〇七三 |
| 三十一分 | 五千二四二 | 三十二分 | 五千四一一 |
| 三十三分 | 五千五八〇 | 三十四分 | 五千七四九 |
| 三十五分 | 五千九一八 | 三十六分 | 六千〇八七 |
| 三十七分 | 六千二五六 | 三十八分 | 六千四二五 |
| 三十九分 | 六千五九四 | 四十分 | 六千七六四 |

| 整度分 | 日度分 | 整度分 | 日度分 |
|---|---|---|---|
| 四十一分 | 六千九三三 | 四十二分 | 七千一〇二 |
| 四十三分 | 七千二七一 | 四十四分 | 七千四四〇 |
| 四十五分 | 七千六〇九 | 四十六分 | 七千七七八 |
| 四十七分 | 七千九四七 | 四十八分 | 八千一一六 |
| 四十九分 | 八千二八五 | 五十分 | 八千四五五 |
| 五十一分 | 八千六二四 | 五十二分 | 八千七九三 |
| 五十三分 | 八千九六二 | 五十四分 | 九千一三一 |
| 五十五分 | 九千三〇〇 | 五十六分 | 九千四六九 |
| 五十七分 | 九千六三八 | 五十八分 | 九千八〇七 |
| 五十九分 | 九千九七六 | 六十分 | 一度〇一四六 |

用表法先取宿若干度當日度若干度分次以宿度零分查日度若干分併之命爲日度分

表有兩用二十八宿黃道度悉歸之日度一用也算得七政及羅睺計都月孛躔某宿幾度幾分皆以日度歸之二用也

## 二十八宿整度變日度表

| | 整度分 | 日度分 |
|---|---|---|
| 斗 | 二十三度四十七分 | 二十四度一二九六 |
| 牛 | 七度四十六分 | 七度八七九七 |
| 女 | 十一度三十八分 | 十一度八〇二七 |
| 虛 | 九度五十九分 | 十〇度一二八七 |
| 危 | 二十〇度〇七分 | 二十〇度四〇九六 |
| 室 | 十五度四十一分 | 十五度九一一七 |
| 壁 | 十三度〇六分 | 十三度二九〇八 |
| 奎 | 十一度三十九分 | 十一度八一九六 |
| 婁 | 十三度 | 十三度一八九三 |

| 宿 | 整度分 | 日度分 |
|---|---|---|
| 胃 | 一十二度一十五分 | 一十二度四二八三 |
| 昴 | 九度一十五分 | 九度三八四七 |
| 畢 | 一十三度五十八分 | 一十四度一七○○ |
| 參 | 一度二十一分 | 一度三六九七 |
| 觜 | 一十一度三十三分 | 一十一度七一八二 |
| 井 | 三十○度二十五分 | 三十○度八五九五 |
| 鬼 | 四度二十三分 | 四度五九九三 |
| 柳 | 一十七度○四分 | 一十七度三一五一 |
| 星 | 八度二十三分 | 八度五○五四 |
| 張 | 一十八度○四分 | 一十八度三二九七 |
| 翼 | 一十七度 | 一十七度二四七五 |
| 軫 | 一十三度○三分 | 一十三度二四○○ |
| 角 | 一十○度三十七分 | 一十○度七七一二 |
| 亢 | 一十○度三十八分 | 一十○度七八八一 |
| 氐 | 一十七度五十○分 | 一十八度○九三○ |
| 房 | 四度五十○分 | 四度九○三七 |
| 心 | 七度三十三分 | 七度六五九九 |
| 尾 | 一十五度五十六分 | 一十六度一六五三 |
| 箕 | 九度 | 九度一三一一 |

右黃道二十八宿度分以歷象考成康熙甲子年黃道經度欽定前後有異同詳見考異因整度分變爲日度分與授時大統異者詳見考異

擬分列宿天十二次界限

列宿之天分十二次其界當有定度自西法行恒以太陽交中氣爲宫界則度隨歲差推移而十二次之本界遂隱勿庵先生嘗極論之愚攷中法與回歷皆以虛六度爲子半意者虛宿有十度九度五十九分僅少一分六度正當虛危之間有初度則六度是五度從一度起是六度是爲四維之正北元枵之最中乎又攷西歲每歲以日躔斗四度爲齋日從一度起是四度有初度則是三度蓋以磨羯丑宫即星紀之首爲恒星年正月一日也斗四度爲磨羯之初則虛六度不爲寶瓶子宫即元枵之中乎中西不約而符意其由來已久今擬虛六度之初六度者第六度也置於子半如羅金之定盤針因以求各宫之界謹按歷象考成康熙甲

子年黃道經度鈐虛宿八一宮十九度一分加五度爲子半當一宮二十四度一分減十五度爲丑初當一宮九度一分皆以此年交宮後九度一分爲各宮之界推得十二次之交界宿度又以整度分變爲日度分表列於左

| | 整度分 | 日度分 |
|---|---|---|
| 星紀丑 | 斗三度一十一分入 | 斗三度二三 |
| 元枵子 | 女一度三十八分入 | 女一度六六 |
| 娵訾亥 | 危十度一分入 | 危十度一六 |
| 降婁戌 | 壁四度一十三分入 | 壁四度二八 |
| 大梁酉 | 婁九度二十八分入 | 婁九度六〇 |
| 實沈申 | 畢四度五十八分入 | 畢五度〇四 |
| 鶉首未 | 井八度六分入 | 井八度二二 |
| 鶉火午 | 柳三度九分入 | 柳三度二〇 |
| 鶉尾巳 | 張七度四十二分入 | 張七度八二 |
| 壽星辰 | 軫二度三十八分入 | 軫二度六七 |
| 大火卯 | 亢八度五十八分入 | 亢九度一〇 |
| 析木寅 | 心五度四十〇分入 | 心五度七五 |

右所定十二次之界未知果符天否存其梗槩俟後來攷定又中歷宮界與此不能盡合宿度多寡不同一也此以黃道度分宮而中歷以赤道度勻分黃道度各宮多寡不均二也

附勿庵先生說 荅滄州劉介錫茂才

以星推命不知始於何時然呂才之闢祿命只及干支及韓潮州始有我生之時月宿南斗之說由是徵之亦在九執以後耳每見推五星者率用溪口歷則於七政躔度疎遠若依新法則宮度之遷改不常二者已如枘鑿之不相入又安望其術之能驗乎夫欲求至當則宜有變通然其故多端實難輕議或姑以古法分宮而取今算之七政布之則既不違其本術亦不謬乎懸象雖未知驗否何如而於理庶幾可通矣

按此說似有理然以古法分宮尚有微細之處先生亦只言其大略耳界則有度度則有分授時大統之宮界既不可用於今而西國所定每月初一日宿度又似非一宮三十度者

## 宿度考異黃道度

虛九度五十九分 崇禎戊辰測 康熙壬子同 康熙戊辰同 歷象考成康熙甲子宿鈐同

危二十度〇七分 崇禎戊辰測 康熙壬子同 康熙戊辰同 康熙甲子宿鈐同

室一十五度四十一分 崇禎戊辰測 康熙壬子同 康熙戊辰同 康熙甲子宿鈐同

壁一十三度一十六分 崇禎戊辰測 康熙壬子同 康熙戊辰同 康熙甲子宿鈐一十三度六分 減十分

奎一十一度二十九分 崇禎戊辰測 康熙壬子同 康熙戊辰同 康熙甲子宿鈐一十一度三十九分 加十分 葢減壁以益奎

婁一十三度
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐同
胃一十三度〇一分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐一十二度一十五分　減四十六分
昴九度二十九分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同　康熙甲子
宿鈐九度一十五分　加四十六分　蓋減胃以益昴
畢一十三度五十八分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐同
參一度二十一分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐同
觜一十一度三十三分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐同
井三十度二十四分
崇禎戊辰測　康熙壬子三十度二十五分　康熙戊辰
三十度二十四分　康熙甲子宿鈐三十度二十五分
鬼四度三十七分
崇禎戊辰測　康熙壬子五度三十分　康熙戊辰四度
三十七分　康熙甲子宿鈐四度三十二分
柳一十七度
崇禎戊辰測　康熙壬子十六度〇六分註云新測十七
度　康熙戊辰十七度　康熙甲子宿鈐一十七度〇四
分　蓋井加一分鬼減五分柳加四分互有損益
星八度二十三分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐同
張一十八度〇四分

崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐同

翼一十七度
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐同

軫一十三度〇三分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐同

角一十度三十五分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐一十度三十七分　加二分

亢一十度四十分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同　康熙甲子
宿鈐一十度三十八分　減二分　葢益角損亢

氐一十七度五十四分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐一十七度五十分　減四分



房四度四十六分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐四度五十分　加四分　葢損氐益房

心七度三十三分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐同

尾一十五度三十六分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐一十五度五十六分　加二十分

箕九度二十分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐九度　減二十分　葢益尾損箕

斗二十三度五十一分
崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐二十三度四十七分　減四分

牛七度四十一分

崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐七度四十六分　加五分

女一十一度三十九分

崇禎戊辰測　康熙壬子同　康熙戊辰同
康熙甲子宿鈐一十一度三十八分　減一分　蓋斗牛女二宿互有損益

右黃道宿度據崇禎曆書戊辰宿鈐算其度分靈臺儀象志康熙壬子宿鈐多同又康熙戊辰亦同而歷象攷成以康熙甲子為元其宿度分小有損益意者後有密測較精於前與康熙戊辰在甲子後宿度多同前者蓋據舊測逐年加其歲差之秒而宿度不改歷象考成成於康熙之季年刻於雍正三年蓋以後測追溯甲子歷元宿鈐當如此是以與戊辰稍異也損益之少者數分其多者胃昴四十六分尾箕二十分愚疑尾箕二宿最近地平有濛氣差意者前測未精差二十分或由此若胃昴距地高當無濛氣差而改測差四十六分豈胃宿改距星與　差一分者蓋因歲差秒數有棄有收

再考觜參二宿乾隆十七年十一月大臣議改乃依古法觜前參後參宿中三星昔以西一星為距今改東一星為距則觜前參後矣但二宿之度未考

## 考授時歷黃道宿度與今黃道宿度同異

今宿度以整度變日度

| 宿 | 授時 | 今 |
|---|---|---|
| 箕 | 九度五九 | 九度一三 |
| 斗 | 二十三度四七 | 二十四度一三 |
| 牛 | 六度九 | 七度八八 |
| 女 | 一十一度一二 | 一十度八〇 |
| 虛 | 九度〇〇太 | 一十度一三 |
| 危 | 一十五度九四 | 二十度四一 |
| 室 | 一十八度三三 | 一十五度九一 |
| 壁 | 九度三四 | 一十三度二九 |
| 奎 | 一十七度八七 | 一十一度八二 |
| 婁 | 一十二度三六 | 一十三度一九 |
| 胃 | 一十二度八一 | 一十二度四三 |
| 昴 | 一十一度〇八 | 九度三八 |
| 畢 | 一十六度五 | 一十四度一七 |
| 觜 | 觜在參前〇度〇五 | 觜在參後十一度七二 |
| 參 | 參在觜後十度二八 | 參在觜前一度三七 |
| 井 | 三十一度〇三 | 三十度八六 |
| 鬼 | 二度一一 | 四度六〇 |
| 柳 | 一十三度 | 一十七度三二 |
| 星 | 六度三一 | 八度五〇五四 |
| 張 | 一十七度七九 | 一十八度三三 |

| 宿 | 授時 | 今 |
|---|---|---|
| 翼 | 二十度〇九 | 一十七度二五 |
| 軫 | 一十八度七五 | 一十三度二四 |
| 角 | 一十二度八七 | 一十度七七 |
| 亢 | 九度五六 | 一十度七九 |
| 氐 | 一十六度四〇 | 一十八度〇九 |
| 房 | 五度四八 | 四度九〇 |
| 心 | 六度二七 | 七度六六 |
| 尾 | 一十七度九五 | 一十六度一七 |

黃道宿度多寡古歷多不同授時以簡儀密測宿度餘分可攷然以較之今時黃道宿度無一宿同者其故實多端據西士之說恒星循黃道東行赤道經緯度歲歲不同而黃道之宿則有定距本當以黃道爲主用弧三角法算每歲赤道之經緯而郭氏法以赤道度爲主由赤道度變黃道度其不同者一也黃赤本可相求而郭氏以弧矢割員之術求黃赤道之差與弧三角算不能密合其不同者二也古今所用列宿距星不能盡一其不同者三也觜參二宿易其前後其不同者四也宿近地平常有蒙氣掩映之差須攷求其眞度前人未見及此其不同者五也有此五端宜其無一宿同當據今所測算者爲正其觜參二宿則今仍改爲觜前參後也

數學卷七終

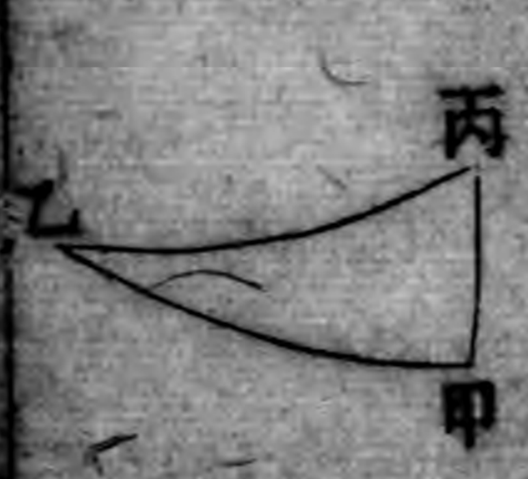
數學卷八

算牘

勿庵先生論算極詳掇拾之餘有得輙筆之此爲牘義云爾

正弧三角會通

弧三角以正者爲宗舉要第二卷論正弧其法散出有見於求餘角法者有見於第四卷次形法者又有見於塹堵測量環中黍尺二書者今爲萃總計求角求邊凡若干正法別法附之臚列分明學者庶易會通焉




甲爲正角乙猶春分角丙爲交角乙甲猶赤道乙丙猶黃道丙甲猶距緯正弧隨處有之不止黃赤道而以黃赤爲喻諸法皆

以甲乙丙爲鈐記

求丙甲邊法

半徑與乙角正弦若乙丙正弦與丙甲正弦（中二率相乘爲實首率爲法除實得四率）

半徑與乙角正切若乙甲正弦與丙甲正切

丙角正切與半徑若乙甲正切與丙甲正弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與丙角餘切若乙甲正切與丙甲正弦

半徑與丙角餘弦若乙丙正切與丙甲正切

又法丙角正割與半徑若乙丙正切與丙甲正切

乙甲餘弦與半徑若乙丙餘弦與丙甲餘弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙甲正割若乙丙餘弦與丙甲餘弦

又法半徑與乙甲餘弦若乙丙正割與丙甲正割

又法乙丙餘弦與半徑若乙甲正割與丙甲正割

又法乙丙正割與半徑若乙甲正割與丙甲餘弦

丙角正弦與半徑若乙角餘弦與丙甲餘弦

半徑與丙角餘割若乙角餘弦與丙甲餘弦

又法不用四率但以加減法取初數即得丙甲正弦法爲乙角度與乙丙邊度相併爲總弧相減爲存弧各取餘弦如法相加減（總弧過象限則兩餘弦相加不過象限則相減）折半爲初數即爲丙甲正弦○案此條錯簡應移置首條下

求乙丙邊法

乙角正弦與半徑若丙甲正弦與乙丙正弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙甲餘割若丙甲正弦與乙丙正弦

乙角餘弦與半徑若乙甲正切與乙丙正切

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙角正割若乙甲正切與乙丙正切

丙角正弦與半徑若乙甲正弦與乙丙正弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與丙角餘割若乙甲正弦與乙丙正弦

丙角餘弦與半徑若丙甲正切與乙丙正切



若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與丙角正割若丙甲正切與乙丙正切

半徑與丙甲餘弦若乙甲餘弦與乙丙餘弦

又法乙甲餘弦與半徑若丙甲正割與乙丙正割

又法丙甲正割與半徑若乙甲餘弦與乙丙餘弦

又法半徑與乙甲正割若丙甲正割與乙丙正割

又法乙甲正割與半徑若丙甲餘弦與乙丙餘弦

又法丙甲餘弦與半徑若乙甲正割與乙丙正割

乙角正切與半徑若丙角餘切與乙丙餘弦

半徑與乙角餘切若丙角餘切與乙丙餘弦

求乙甲邊法

乙角正切與半徑若丙甲正切與乙甲正弦
若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙角餘切若丙
甲正切與乙甲正弦
又法乙角正弦與乙角餘弦若丙甲正切與乙甲正弦
半徑與乙角餘弦若乙丙正切與乙甲正切
又法乙角正割與半徑若乙丙正切與乙甲正切
半徑與丙角正弦若乙丙正弦與乙甲正弦
半徑與丙角正切若丙甲正弦與乙甲正切
甲丙餘弦與半徑若乙丙餘弦與乙甲餘弦
又法乙丙正割與半徑若丙甲正割與乙甲餘弦
又法半徑與丙甲正割若乙丙餘弦與乙甲餘弦



又法乙丙餘弦與半徑若丙甲餘弦與乙甲正割
又法半徑與乙丙正割若丙甲餘弦與乙甲正割
又法丙甲正割與半徑若乙丙正割與乙甲正割
乙角正弦與半徑若丙角餘弦與乙甲餘弦
半徑與乙角餘割若丙角餘弦與乙甲餘弦

求乙角法

乙丙正弦與半徑若丙甲正弦與乙角正弦
若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙丙餘割若丙
甲正弦與乙角正弦
又法丙甲正弦與半徑若乙丙正弦與乙角餘割
又法半徑與丙甲餘割若乙丙正弦與乙角餘割

又法乙丙正弦與丙甲正弦若乙角正割與乙角正切

乙甲正弦與半徑若丙甲正切與乙角正切

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙甲餘割若丙甲正切與乙角正切

又法丙甲正切與半徑若乙甲正弦與乙角餘切

乙丙正切與半徑若乙甲正切與乙角餘弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙丙餘切若乙甲正切與乙角餘弦

又法乙甲正切與半徑若乙丙正切與乙角正割

又法半徑與乙甲餘切若乙丙正切與乙角正割

半徑與丙甲餘弦若丙角正弦與乙角餘弦永補



乙甲餘弦與半徑若丙角餘弦與乙角正弦永補

半徑與乙甲正割若丙角餘弦與乙角正弦永補

乙丙餘弦與半徑若丙角餘切與乙角正切永補

半徑與乙丙正割若丙角餘切與乙角正切

求丙角法

乙丙正弦與半徑若乙甲正弦與丙角正弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙丙餘割若乙甲正弦與丙角正弦

又法半徑與乙丙正割若乙角餘切與丙角正切○案此條錯簡應移置末節下

又法乙甲正弦與半徑若乙丙正弦與丙角餘割永補

丙甲正弦與半徑若乙甲正切與丙角正切

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與丙甲餘割若乙甲正切與丙角正切

又法乙甲正切與半徑若丙甲正弦與丙角餘切（永補）

乙丙正切與半徑若丙甲正切與丙角餘弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙丙餘切若丙甲正切與丙角餘弦

又法丙甲正切與半徑若乙丙正切與丙角正割（永補）

丙甲餘弦與半徑若乙角餘弦與丙角正弦（永補）

半徑與丙甲正割若乙角餘弦與丙角正弦

半徑與乙角正弦若乙甲餘弦與丙角餘弦（永補）



半徑與乙角正切若乙丙餘弦與丙角餘切（永補）

已上求邊求角諸法具足有未備者永爲補之一種有數法擇用一焉可也（永所補者亦因他法觸反非臆測也用之勿疑）

垂弧法趨捷

舉要第三卷論垂弧但言可求某邊某角不詳其求之之法以有正弧三角法可攷也然算以捷爲貴可省者徑省之諸形中各求捷法以趨簡易

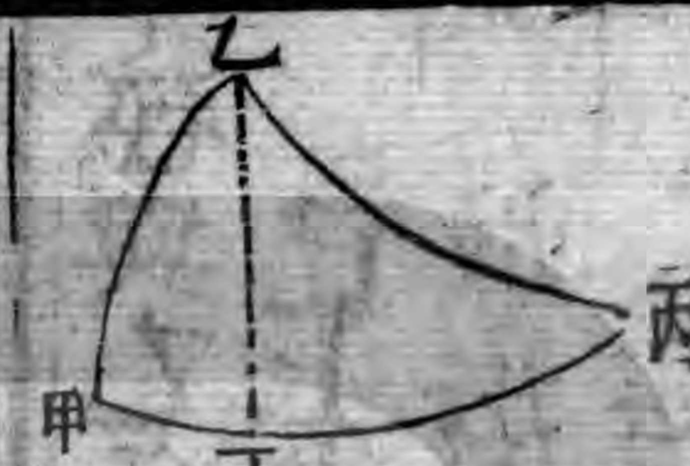
形內垂弧第一支（甲乙丙形有丙鈍角有角旁相連之乙丙甲丙二邊求對邊及餘兩角）

作垂弧乙丁丁爲正角　按兩邊夾一角求對角之邊有環中黍尺專書備論可不作垂弧欲以垂弧算之第四卷有捷法但求丁丙邊（半徑與丙角餘弦若乙丙正切與丁丙正切）分甲丁邊（丙丁之餘爲甲丁）

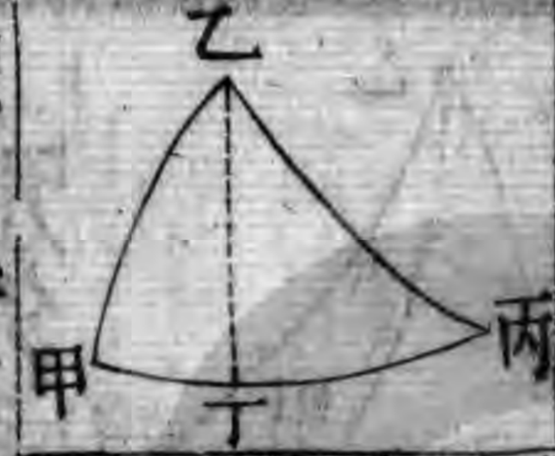

即用兩分形之兩邊以徑得乙甲丁丙餘弦與乙丙餘弦若丁甲餘弦與乙甲餘弦甚捷也得乙甲則二角乙丙可求矣若按次求之先求丁丙次求乙丁次求丁乙丙分角次求乙甲次求甲角及丁乙甲分角末以兩乙角并之成乙角較為煩曲

形內垂弧第二支甲乙丙形有丙銳角有角旁相連之乙丙邊及與角相對之乙甲邊求餘兩角一邊

此當先求甲角乙甲正弦與丙角正弦若乙丙正弦與甲角正弦次求丁丙半徑與丙角餘弦若乙丙正切與丁丙正切甲丁半徑與甲角餘弦若乙甲正切與甲丁正切分邊併得甲丙則乙甲可得不必求垂弧與分角




形內垂弧第三支甲乙丙形有乙丙二角有乙丙邊求甲角及餘邊

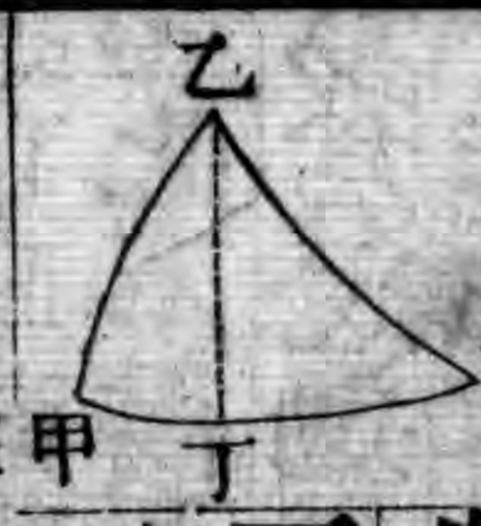



邊在兩角之間斜弧三角之難求者也若以垂弧法求之當求乙丁邊半徑與丙角正弦若乙丙正弦與乙丁正弦丁乙丙分角乙丙餘弦與半徑若丙角餘切與乙角正切原設乙角內減丁乙丙得丁乙甲分角次求甲角半徑與乙分角正弦若乙丁餘弦與甲角餘弦乙甲邊甲角正弦與半徑若乙丁正弦與乙甲正弦甲丙邊甲角正弦與乙丙正弦若原設乙角正弦與甲丙正弦此不得不求垂弧與分角者也按次形法三角求邊以角易為邊邊易為角此形雖止兩角亦可弧角相易以次形求之蓋在本形為兩角夾一邊次形即為兩邊夾一角在本形為求對邊之角在次形即為求對角之邊徑用環中黍尺加減捷法以求之一求而甲角可得矣此理隱於次形篇中承

於三角求邊悟得之

形內垂弧第四支 甲乙丙形有丙甲二角有乙甲邊求乙角及餘二邊

此當先求乙丙邊 丙角正弦與甲角正弦若乙甲正弦與乙丙正弦 次求




丙丁 半徑與丙角餘弦若乙丙正切與丙丁正切 丁甲 半徑與甲角餘弦若乙甲正切與丁甲正切 分邊併得丙甲而乙角可得

形內垂弧第五支 係二邊相同求三角此形易求略之

形外垂弧第一支 甲乙丙形有丙銳角有夾角之兩邊求乙甲邊及餘兩角

自乙角作垂弧於形外補成正角 丁角 本法須求丙


乙丁角 乙丙餘弦與半徑若丙角餘切與乙角正切 乙丁邊 半徑與乙丙正弦若丙角正弦與乙丁正弦 丁丙邊 半徑與乙丙正弦若乙角正弦與丁丙正弦 乃可

求乙甲邊 丁丙內減丙甲得甲丁半徑與甲丁餘弦若乙丁餘弦與乙甲餘弦 甲角 乙甲正弦與半徑若

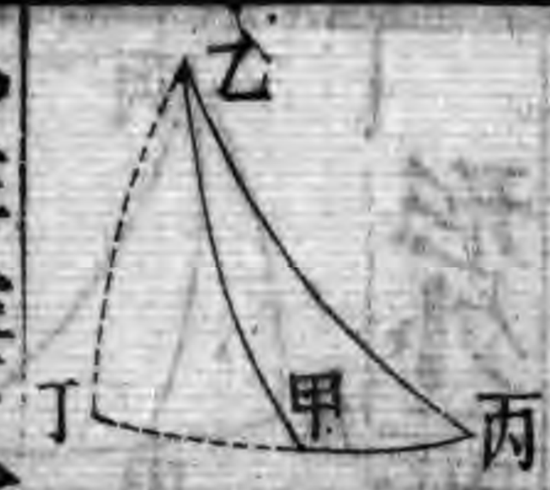


乙丁正弦與甲角正弦 及甲乙丁虛角 乙甲正弦與半徑若甲丁正弦與虛乙角正弦 末以甲角減

半周得原設甲角以甲乙丁虛角減丙乙丁角得原設丙乙甲角 若用環中黍尺加減捷法

則不用作垂弧一求可得乙甲邊而甲乙兩角皆可求矣

形外垂弧第二支 甲乙丙形有甲鈍角有角旁之二邊求乙丙邊及餘二角




本法亦作垂弧於形外補成正角先求虛邊虛角

而後可求形內之邊角今按此亦可用環中黍尺

法角求對邊 鈍角用大矢 徑得乙丙因以求二角則不

必作垂弧

形外垂弧第三支 甲乙丙形有丙銳角有角旁之乙丙邊有對角之乙甲邊求丙甲邊及餘二角


本法先求虛邊虛角今按此可求甲角 乙甲正弦與乙丙正

弦若丙角正弦與甲角正弦 乃求丁丙邊 半徑與丙角餘弦若乙丙正切與丁丙正

切與甲丁邊半徑與甲外角餘弦若乙甲正切與甲丁正切於丁丙內減甲丁得丙甲而乙角可求


形外垂弧第四支乙甲丙形有甲鈍角有角旁之甲丙邊及對角之乙丙邊求乙甲邊及餘二角

本法先算虛形今按此亦可倣第三支先求乙角次求乙戊邊與甲戊邊於乙戊內減甲戊得乙甲因以求兩角


形外垂弧第五支乙甲丙形有丙甲二角一銳一鈍有丙甲邊在兩角之中求一角

本法作垂弧先算虛邊虛角今按兩角夾一邊求對邊之角猶之兩邊夾一角求對角之邊徑易角爲邊易邊爲角用加減捷法可得對丙甲邊之乙角


形外垂弧第六支乙甲丙形有乙甲二角乙銳甲鈍有丙甲邊與乙銳角相對鈍角相連

此當先求乙丙邊有本形弧角比例次求乙戊虛邊半徑與乙角餘弦若乙丙正切與乙戊正切次求甲戊虛邊半徑與甲外角餘弦若丙甲正切與甲戊正切於乙戊內減甲戊得乙甲因以求丙角

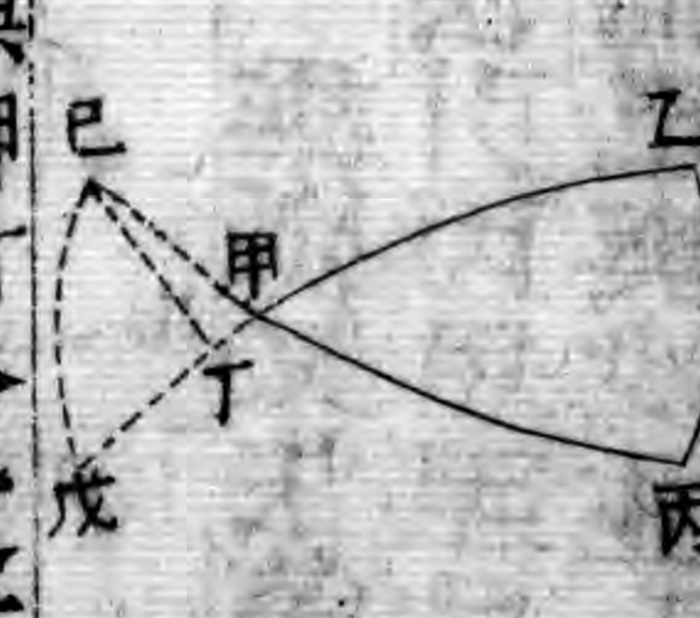

形外垂弧第七支乙甲丙形有乙銳角甲鈍角有丙乙邊與甲鈍角相對銳角相連

此當先求丙甲邊餘如六支之法

垂弧又法第一支乙甲丙形有乙丙邊在兩角間而兩角並鈍求餘二邊及甲角

法引丙甲至巳引乙甲至戊各滿半周作戊巳邊與乙丙等而巳與戊並乙丙之外角成甲戊巳次形依法作垂弧於次

形之丙如已丁分爲兩形本法求乙甲邊以已丁戊分形求到丁戊半徑與戊角餘弦若已戊正切與丁戊正切以已丁甲形求到甲丁先於已丁戊形求得已角以減原有之已角餘爲丁已甲分角又求得已丁垂弧乃求甲丁法爲半徑與已分角正切若已丁正弦

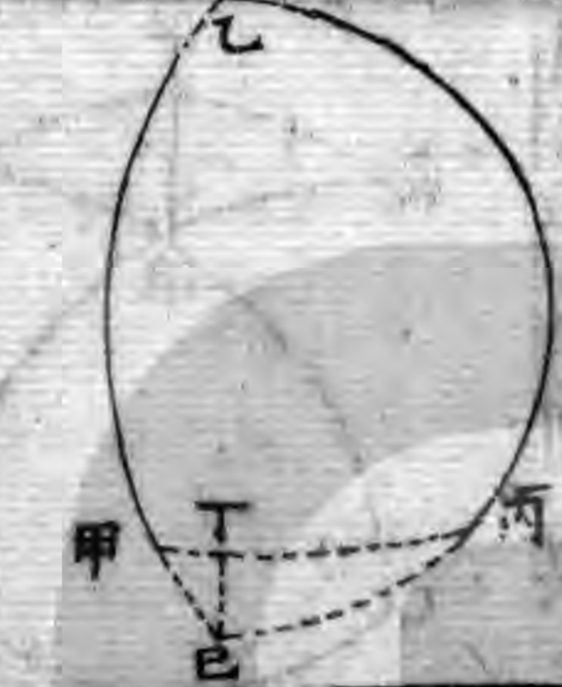



與甲丁正切合之成甲戊以減半周得乙甲求丙甲邊以已丁甲分形求到已甲丁已甲角餘弦與半徑若已丁正切與已甲正切以減半周得丙甲乃以已丁甲分形求到甲交角已甲正弦與半徑若已丁正弦與甲角正弦按此殊多曲折徑易角爲邊易邊爲角或用本形之乙丙兩鈍角易爲邊以乙丙邊爲角取矢或用次形之已戊兩銳角易爲邊取已戊矢皆可用加減捷法求之即可求甲角因以求二邊

## 垂弧又法第二支

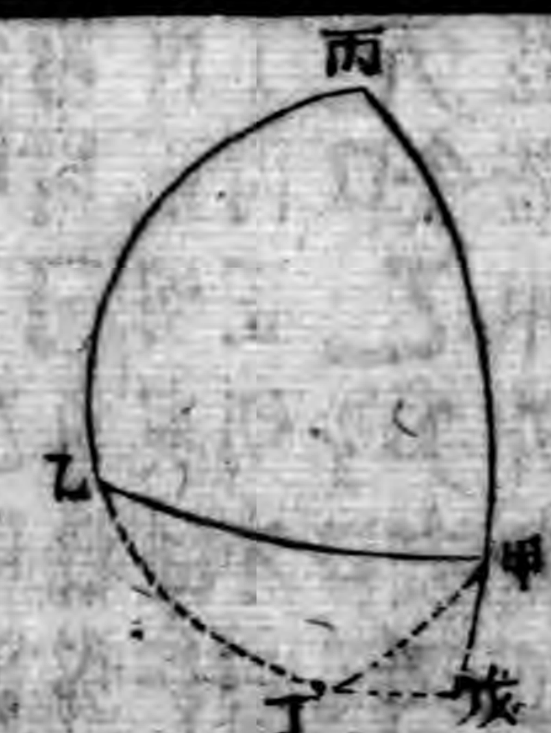
乙甲丙形有丙甲二角有乙甲邊與丙角相對而兩角俱鈍求乙甲及餘邊

如法引甲乙丙乙俱滿半周會于已成丙甲已次形作已丁垂弧于次形內分次形爲兩本法求乙角惟求分形兩已角合之爲次形已角與乙對角等又求分形甲丁丁丙并之爲甲丙以求到次形已丙減半周爲乙丙今按此形當先求



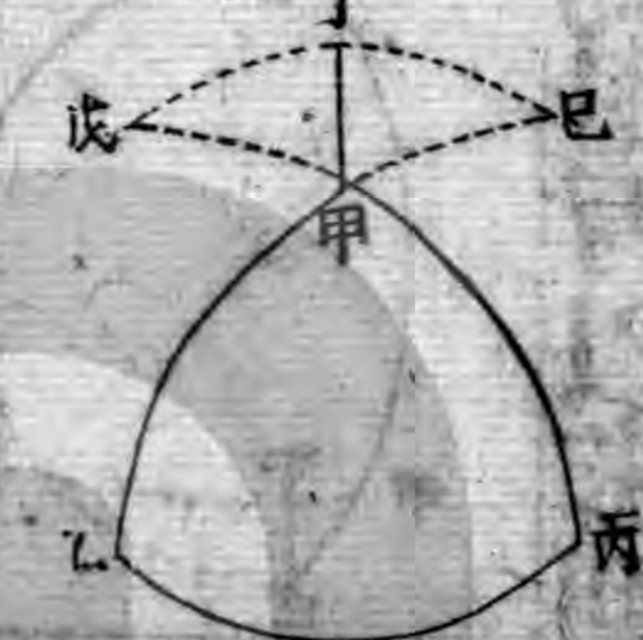

乙丙邊丙角正弦與乙甲正弦若甲角正弦與乙丙正弦減半周餘爲已丙虛邊次求甲丁乙甲減半周得甲已半徑與甲外角餘弦若甲已正切與甲丁正切丁丙半徑與丙外角餘弦若已丙正切與丁丙正切相并得甲丙因以求乙角有弧角此例稍爲直捷若欲先知乙角如本法可矣乙甲餘弦與半徑若甲外角餘切與甲已丁分角正切又半徑與甲已正弦若甲外角正弦與丁已正弦又丁已餘弦與半徑若丙外角餘弦與丁已丙角正弦合兩分形已角爲次形已角即爲本形之乙角

垂弧又法第三支乙甲丙形有乙丙乙甲兩邊有乙角在兩邊之中




本法用甲乙戊次形算之今按此亦可用加減捷法徑得丙甲

垂弧又法第四支乙甲丙形有丙角有甲丙邊與角連有乙甲邊與角對

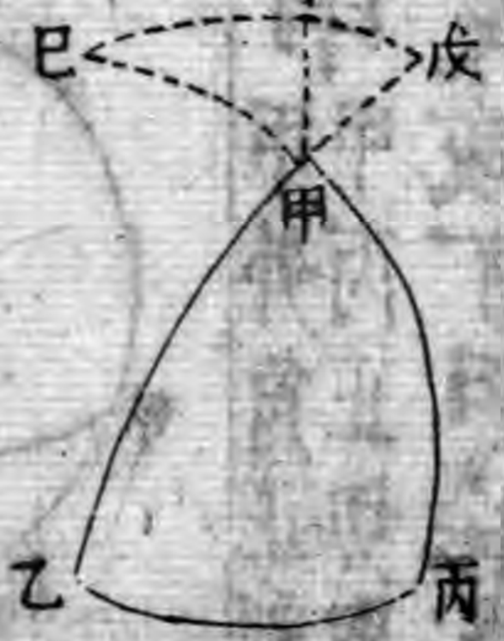



法用甲已戊次形甲已爲甲乙減半周之餘甲戊爲甲丙減半周之餘戊角爲丙之外角作垂弧于內求乙丙邊及餘兩角

按此形當先求乙角乙甲正弦與丙角正弦若甲丙正弦與乙角正弦因知已虛角已爲乙之外角次求丁已半徑與已角餘弦若甲已正切與丁已正切戊丁半徑與戊角餘弦若甲戊正切與戊丁正切併得已戊即丙乙

因以求甲角若欲先知甲角即於丁戊甲分形求之半徑與戊角正切若甲戊餘弦與甲角餘切因以求乙丙邊丙角正弦與乙甲正弦若甲角正弦與乙丙正弦

垂弧又法第五支乙甲丙形有三邊內乙甲丙甲二邊相同而皆過弧求三角



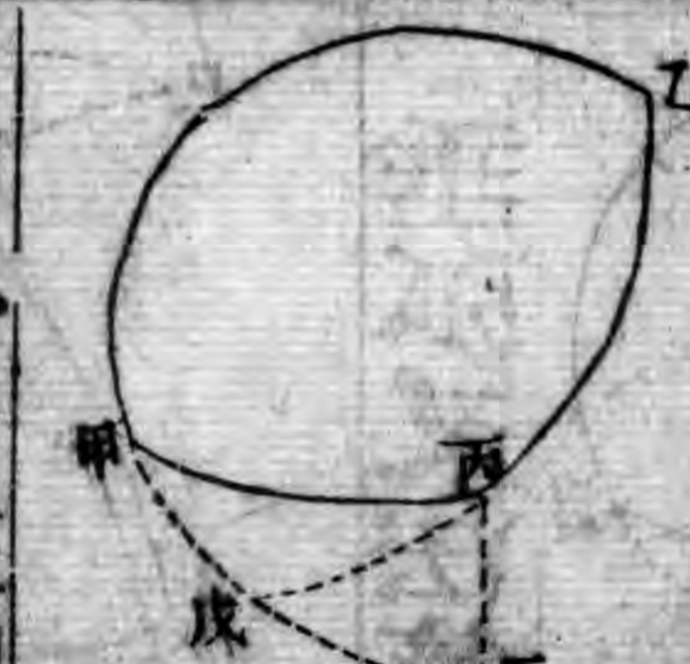

本法用次形作垂弧求之今按此亦可用加減捷法求甲角角旁兩弧同度則加減有變例檢環中黍尺五卷補遺用

垂弧又法第六支乙甲丙形有丙甲二鈍角有甲丙邊在兩角間


本法引乙丙乙甲滿半周會于戊成甲戊丙次形作垂弧於次形外以求之今按此亦可易角爲邊易邊爲角依加減捷法求之徑得

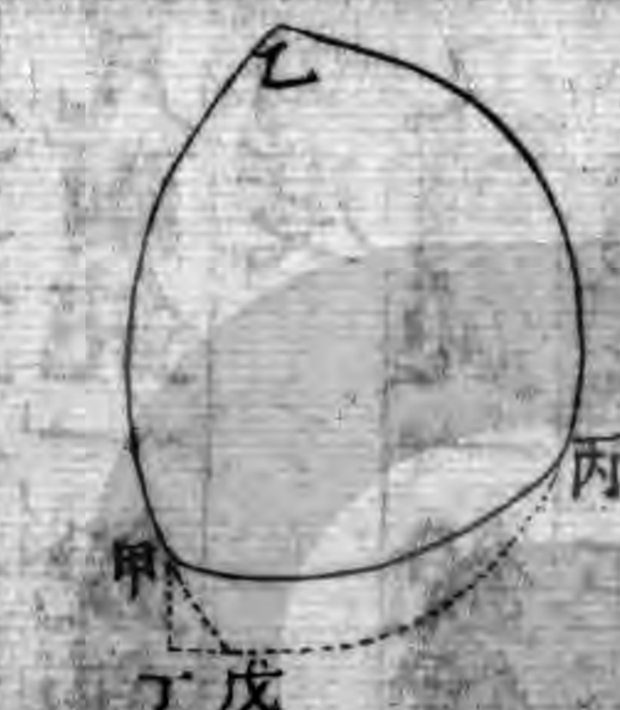
乙角因以求三邊

垂弧又法第七支乙甲丙形有乙甲二鈍角有甲丙邊與角對

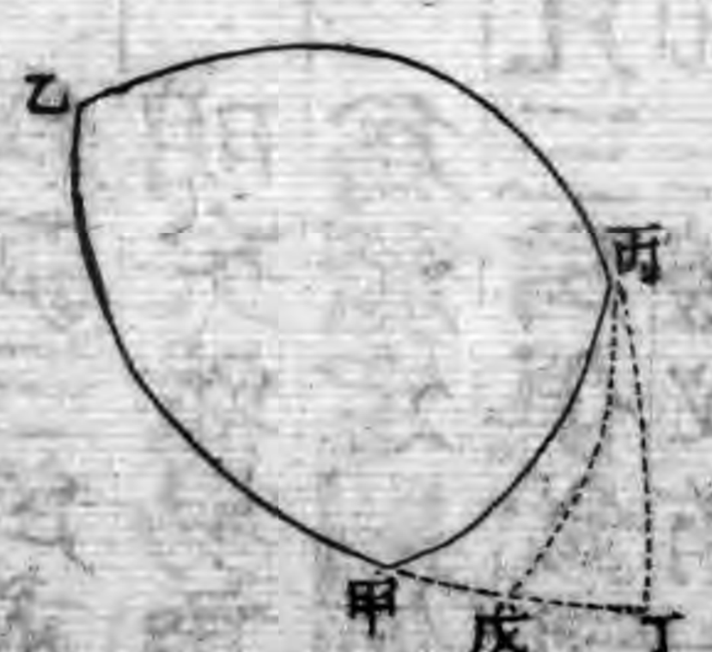



法引設邊成丙戊甲次形戊爲乙對角與乙角等作垂弧於次形外此或先求乙丙乙角正弦與甲丙正弦若甲角正弦與乙丙正弦減半周得丙戊或先求丙戊戊角正弦與丙甲正弦若甲外角正弦與丙戊正弦減半周得乙丙次求丁甲甲外角正割與半徑若甲丙正切與甲丁正切丁戊戊外角正割與半徑若丙戊正切與丁戊正切以丁戊減丁甲餘爲戊甲以戊甲減半周餘爲乙甲因以求丙角若欲先知丙角先求甲丁對邊卽可求得丙角

垂弧又法第八支乙甲丙形有丙鈍角有角旁之兩邊丙乙丙甲




本法用甲戊丙次形作甲丁垂弧引丙戊會於丁可求乙甲邊及甲乙二角今按此亦可用加減捷法徑求乙甲對邊以求二角




垂弧又法第九支乙甲丙形有甲鈍角有乙丙邊與角對丙甲邊與角造

法用丙戊甲次形自丙角作垂弧與甲戊引長邊會于丁此當先求乙角本形有甲丙對邊比例卽戊角對角等次求丁甲與丁戊與第七支求法同於丁甲丙減丁戊爲甲戊卽得乙甲法同七支因以求丙角

次形

斜弧三角求邊必弧角互易用次形求之圖與算例皆詳明矣然易角爲邊有用本角度有用外角度恐易混淆今爲釐定開例如左庶用之無誤

凡三角俱銳者在圓周之兩角用本角度其交角用外角度

凡三邊必有一邊就圓周凡三角必有兩角在圓周餘一角爲交角

凡三角俱鈍者皆用外角度

凡兩鈍一銳鈍在圓周銳在交角者亦猶三角俱鈍皆用外角度

凡兩鈍一銳銳在圓周者用本角度其兩鈍一在圓周者用外角度一在交角者用本角度

凡兩銳一鈍銳在圓周者用本角度鈍在交角者用外角度

凡兩銳一鈍鈍銳在圓周者用本角度在交角者用外角度鈍在圓周者亦用外角度

方圓冪積比例補

勿菴先生有方圓冪積一卷凡方圓周徑面體比例詳矣愚思之尚有方分圓分比例一法從來算家只言冪積不言圓分而范蜀公論律云古者以竹爲律竹形本圓今以方分置算此律非是算法圓分謂之徑圍方分謂之方斜今圓分而以方法算之此算數非是圓分始見於此圓體用圓分置算亦有至理平圓有平圓分立圓有立圓分得其方分圓分之比例則有大小不等之渾圓欲得倍數之差但借立方算之其得數甚眞亦甚捷故爲補此一法

先論圓分

算家命平方如棋局之冪者謂之冪合計之謂之積夫有平

冪亦當有平圓分合衆小圓之分亦可謂平員之積由是而至於立員亦可謂立員分立員積矣夫所謂員分者非若句股容員虛其四隅也非若方體圓體中容得幾个圓球球間尚有空隙也大小相容全無隙罅但有圓之數而無圓之形是所謂員分員積也如以粉作丸復碎丸成粉入大圓中謂此大圓能容幾个粉丸

平方平員

方徑一十　冪積一百

員徑一十　冪積七十八又五三九八一大

員積一百

方員有相應之理方員同徑員者刓其四角故冪積七十八有奇若員中復容員必與同徑之方等積大員與小員猶之大方與小方也此爲渾員立方比例之根

立方立員

立方徑一十　立方面冪六百

立員徑一十　立員面冪三百一十四又一五九二六五

立員面員分六百

立員卽渾員渾圓面冪與員徑上平冪若四與一故四倍平員面冪七八五三九八一六而得三一四一五九二六五立方有六面則有六百與渾員面冪若六與三一四一五九二六五而渾員面上之員分則又與立方面冪等

立方徑一十　立方積一千

立員徑一十　立員積五百二十三又五九八七七五

立員員分積一千

立方立員同徑又刓去立方之八角則其積之比例若六與三一四一五九二六五故立方積一立員積五二三五九八七七五猶之立方面羃六而立員面羃三一四一五九二六五也積與羃既同比例矣則立員員分積亦必與立方積等猶之立員面員分與立方面羃等也然則平羃面羃體積方與方員與員其數皆等借立方可算立員而大小員球之差數睹矣

借立方算立員

立方徑自乘又以徑乘之得積　立員亦徑自乘又以徑乘得立員員分積

求大小員差幾倍數

大小員各算得積以積相較得差數若干倍

假如

今有大員徑三十六小員徑六徑之差六倍實體差若干倍

荅曰大員比小員差二百一十六倍

法以大員徑自乘再乘得積四萬六千六百五十六小員徑自乘再乘積二百一十六其差亦二百一十六倍小員徑自乘即大員徑故差數與積數等二百一十六自乘亦積四萬六千六百五十六

又法以兩徑差倍數自乘又以倍數乘之所得亦同

今有大員徑一十五萬小員徑八千徑之差十九倍弱實體差若干倍

荅曰大員比小員差六千五百九十倍奇

法以十五萬自乘再乘大數三三七五以八千自乘再乘小數五一二大數為實小數為法除實得六千五百九十餘實三三七四〇八幾盡故差六千五百九十倍奇大小數相差甚遠倍十九倍數自乘再乘得六千有奇故知首位是六千不用十九倍數算者不正得十九倍也

此日月實體約略差數也利西泰云日大於月六千五百三十八倍奇亦相近

今有大員徑十五萬小員徑二萬八千二百七十四徑之差五倍有奇實體差若干倍

荅曰大員比小員差一百四十九倍奇

法以小員自乘再乘得二二六〇二七七五為小數大員大數如前以大數為實小數為法除實得一百四十九幾盡故差一百四十九倍有奇

此日與地實體約略差數也利西泰云日大于地球一百六十五倍奇蓋利算日徑不啻十五萬里

今有大員徑二萬八千二百七十四小員徑八千徑之差三倍半有奇實體差若干倍

荅曰大員比小員差四十四倍奇

法以大員積二二六〇二七七五為實小員積五一二為法除之得四十四餘實二二五二八不盡故差四十四倍奇

此地與月實體約略差數也利西泰云地大于月三十八倍奇蓋利算月徑不啻八千里

右法算渾圓大小相較之差徑捷如此是亦少廣之一法不可缺也西人言日大于地五倍有奇又云一百六十五倍有奇兩數甚相懸今爲補此一法則日大于地實體與圓徑迥殊不足詫異矣



## 授時弧矢割員論

勿庵先生員容方直簡法附授時歷弧矢割員圖又附求黃赤內外度及黃赤道差法論之云割員之算始于魏劉徽至劉宋祖冲之父子尤精其術唐宋以算學設科古書猶未盡亡邢臺蓋有所本又云郭法用員容方直起算冬至西法用三角起算春分郭用三乘方以先得矢西用八綫故先得弦又西專用角而郭只用弧西兼用割切而郭只用弦種種各别而不害其同有所以同者在耳且夫數者所以合理也歷者所以順天也法有可采何論中西理所當明何分新舊在善學者知其所以異又知其所以同去中西之見以平心觀理則弧三角之詳明郭圖之簡括

皆足以資採棻而啓深思務集衆長以觀其會通毋拘名相而取其精粹

承按圓者徑一圍三古人之恒言算家之麤率精於算者覺其未密因以割員之術劉祖二家各有其率益欲細求周徑之數以究平員之理未嘗剖之爲度析之爲分一一紀其縱横之線以爲測天之用也而算家相承仍用麤疎之率立弧矢之法或欲以曲求直則用三乘方法求矢或欲以直求曲則因矢以求半背弦差夫弧背爲曲線矢弦爲直線亘古無相通之率不相通而强求之其所求得之數必非真數也嘗讀唐荆川先生弧矢論攷其求背弦差之法所得者猶是徑一圍三六邊之周耳古法求背弦差以矢自乘爲實以徑爲法除實得半背弦差倍之得全背弦差假令半徑五自乘二十五徑十除之得二五倍之得五加於徑則半周十五又加徑十而矢一者通弦六餘通弦八餘矢二以矢一自乘以徑除之得小數一倍之得二爲背弦差又以餘矢二自乘以徑除之得小數四倍之得八爲背弦差合兩通弦十四加兩差一半周亦得十五背徑一圍三之半周又攷邢氏律歷攷衍三乘方求矢法迂曲煩難究其所得仍是圍三徑一耳此緜八線表未傳不得不如此立算其得數之非真雖前人亦未嘗覺也郭太史之求黃赤內外度也先用帶從三乘方求各度矢則得矢不真矣其既得黃赤內外半弧弦也又以矢度求半背弦差加入半弧弦得內外半弧背則弧度亦非真矣其求黃赤差法以黃道矢求半背弦差減黃道度得黃道半弧弦則得弦不真矣其既得赤道半弧弦也又求半背弦差以加半弧弦得赤道則赤道度亦非真矣夫表端者景正源潔者流

淸徑一圍三其求先失而欲數之不謬也得乎八線之法至矣剖析大員細至分秒無非眞數以此測天絲毫莫能逃勿庵先生與郭法相提而論謂種種各別不害其同有所以同者在愚謂郭圖之弦矢猶八線之弦矢也其句股皆八線所有之句股也究之郭法西法終莫能同有所以不同者在耳先生謂當去中西之見平心以觀理夫理有眞亦有似使其似是而未眞則與眞者相提而論雖欲比而同之不可得矣先生於郭法各添註求黃道矢與弦則註云本法如此原法如此(見前)求內外半弧背及赤道則註云原法如此(見前)今省夫存其本法而不論其法之是與非豈不欲苛求古人與原法所有而今省豈微覺其法之未善與愚豈敢苛論古人哉亦謂理數精微不能兩是則寧割愛於古人耳

## 授時平立定三差辯

勿庵先生云授時厯於日躔盈縮月離遲疾並云以算術垜積(一作疊)招差立算而今所傳九章諸書無此術也豈古有而今逸耶載攷厯草並以盈縮日數離為六段並以段日除其段之積度得數乃相減為一差一差又相減為二差則其數齊同乃緣此以生定差及平差立差定差者盈縮初日最大之差也於是以平差立差減之則為每日之定差矣若其布立成法則直以立差六因之以為每日平立合差之差此兩法者若不相蒙而其術巧會從未有能言其故者余因李世德孝廉之疑而試為思之其中原委

亦自歷然爰命孫穀成衍爲垛積之圖得書一卷
又云平立定差之法古無其術乃郭太史所創爲以求七
政盈縮之度所以造立成之根本也據云依立招差又云
依垛叠立招差則是古算術中原有其法而今採用之然
不可攷矣愚因李問爲之衍算頗覺其用法之巧焉
永按郭太史時八線表未傳中土以三差法求七政盈縮固
巧矣愚竊謂其數之不眞凡圓體參差截爲數段前後相較
其畸零之數無時而盡今以段日除積度相較至再而即齊
同無是理也凡相差之尾數前後疎密必不均用時有收有
棄未有能截然齊一者今恒六因立差以爲每日平立合差
之差則其差有常尾數不變如太陽盈初縮末限平立合差之尾數恒爲八四〇六二其較以六縮初盈末限平立合差之尾數恒爲二四六八〇其較以二則盈縮加分盈縮積度之尾數皆有定率於太陽如此其他可知平圓中亦必無此差率也以至圓之體而欲以平方立
方之差求之圓鑿方枘豈能相入哉或曰郭氏於七政各分
段目測之其數蓋得之積候未可謂其無憑也曰凡以儀器
測天雖極精密亦及度分而止必不能得其秒微各段相較
至二差而齊同皆秒微之數則其積度畸零之小數必有遷
就於其間者矣觀太陰遲疾立成其損益積度至於五度四
二九三有奇較西法加減均數爲羸而又不知有二三均加
減則其逐日測到之度豈盡與天密合哉平員中自然之差
數八線表盡之矣使平立定三差之法果符天運則八線亦
可不立既有八線之精算爲一切測圓之準繩則此外更無

歧途刖徑亦無取乎三差之巧矣於古人之法深究其根存
而不用可也



數學卷八終

# 數學跋

國朝秝祘之學惟宣城梅氏實能融貫中西而用其所長江
氏生當其後著書翼梅意在與梅爭勝參稽古測專明西法
按西人舊率太陽最卑行每年四十五秒南懷仁增十六秒
江氏冬至權度考改爲一分三秒爾時後編未出而與噶西
尼新率不謀而合然其言曰今法一年行一分一秒十微如
此率未的約加二秒則是臆度之數非實有所見也劉宋孝
武帝大明五年冬至大衍以下六秝皆先天江氏據祖沖之
所測壬戌丁未二日景推得兩心差四〇三五二二定冬至乙
酉日子正後十六刻有奇確符史志以爲兩心差古大今小
之證今卽丁未日景依法求兩小輪半徑併僅三三五一七

適與相反江氏取其合者著之而不合者則隱而不言已失實事求是之意至其加減時差於壬戌則減七分二十九秒丁未則加二一分三十五秒既非升度差又非均數差是又以意增損矣蓋西人優於測算絀於攷古江氏欲上考以補苴其闕而必強通所不可通至幷左傳兩冬至而深詆之宜爲錢竹汀氏所譏要其於西法用意甚勤而於梅氏之書亦時有啟發固非經生家空談秝理者所可比也原本轉寫錯亂第五六卷七政諸圖尤甚爲詳審訂正付之梓歲在鶉火景長日錫之甫識於管窺室

# 續數學



婺源江永撰

金山錢熙祚錫之校

## 目錄

分支列目隨其所欲求者因目以檢後題

有正角有餘角有對餘角之邊而求兩邊一角

求對正角之邊 第四題

求對交角之邊 第五題

求交角 第六題

第三支

有正角有交角有對正角之邊而求兩邊一角

求對交角之邊 第七題

求對餘角之邊 第八題

求餘角 第九題

第四支

有正角有交角有對交角之邊而求兩邊一角

求對正角之邊 第十題

求對餘角之邊 第十一題

求餘角 第十二題

第五支

有正角有角旁相連之兩邊而求一邊兩角

求對正角之邊 第十三題

求餘角 第十四題

求交角 第十五題

第六支

有正角餘角夾一邊而求兩邊一角

求對正角之邊 第十六題

求對餘角之邊第十七題

求交角第十八題

第七支

有正角交角夾一邊而求兩邊一角

求對正角之邊第十九題

求對交角之邊第二十題

求餘角第二十一題

第八支

有正角有對正角交角之邊而求一邊兩角

求對餘角之邊第二十二題

求交角第二十三題



求餘角第二十四題

第九支

有正角有對正角餘角之邊而求一邊兩角

求對交角之邊第二十五題

求餘角第二十六題

求交角第二十七題

第十支

有三角求三邊

求對正角之邊第二十八題

求對餘角之邊第二十九題

求對交角之邊第三十題

已上正法已具

第十一支

不用正角以餘角交角二邊相對相求

餘角交角偕對餘角之邊求對交角之邊 第三十一題

交角餘角偕對交角之邊求對餘角之邊 第三十二題

對餘角交角之邊偕餘角求交角 第三十三題

對交角餘角之邊偕交角求餘角 第三十四題



正弧三角形


甲爲正角　乙爲餘角　丙爲交角

圓內全形圖及解義詳後

分題舉法

第一支 有正角有餘角有對正角之邊而求兩邊一角

第一題

有甲角有乙角有對甲角乙丙邊求對乙角丙甲邊

法曰半徑 卽甲角正弦後倣此 與乙角正弦若乙丙正弦與丙甲正弦

凡首率者爲一率言與者爲二率言若者爲三率後言與者爲四率凡數以二率三率相乘爲實以一率爲法除之而得第四率爲所求之數凡二率可易爲三三率可易爲二凡半徑爲全數在首率者則降位可省除在中間者升位可省乘後倣此

第二題

有甲角有乙角有對甲角乙丙邊求對丙角乙甲邊

法曰半徑與乙角餘弦若乙丙正切與乙甲正切

第三題

有甲角有乙角有對甲角乙丙邊求丙角

法曰半徑與乙角正切若乙丙餘弦與丙角餘切

第二支 有正角有餘角有對餘角之邊而求兩邊一角

第四題

有甲角有乙角有對乙角丙甲邊求乙丙邊

法曰乙角正弦與半徑若丙甲正弦與乙丙正弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙角餘割若丙甲正弦與乙丙正弦

第五題

有甲角有乙角有對乙角丙甲邊求對丙角乙甲邊

法曰乙角正切與半徑若丙甲正切與乙甲正切

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙角餘切若丙甲正切與乙甲正弦

第六題

有甲角有乙角有對乙角丙甲邊求丙角

法曰丙甲餘弦與半徑若乙角餘弦與丙角正弦

第三支 有正角有交角有對正角之邊而求兩邊一角

第七題

有甲角有丙角有對甲角乙丙邊求對丙角乙甲邊

法曰半徑與丙角正弦若乙丙正弦與乙甲正弦

第八題

有甲角有丙角有對甲角乙丙邊求對乙角丙甲邊

法曰半徑與丙角餘弦若乙丙正切與丙甲正切

第九題

有甲角有丙角有對甲角乙丙邊求乙角

法曰乙丙餘弦與半徑若丙角餘切與乙角正切 首率易徑則次率易乙丙正割

第四支 有正角有交角有對交角之邊而求兩邊一角

第十題

有甲角有丙角有對丙角乙甲邊求對甲角乙丙邊

法曰丙角正弦與半徑若乙甲正弦與乙丙正弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與丙角餘割若乙甲正弦與乙丙正弦

第十一題

有甲角有丙角有對丙角乙甲邊求對乙角丙甲邊

法曰丙角正切與半徑若乙甲正切與丙甲正弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與丙角餘切若乙

甲正切與丙甲正弦

第十二題

有甲角有丙角有對丙角乙甲邊求乙角

法曰乙甲餘弦與半徑若丙角餘弦與乙角正弦首率易半徑則次率易乙甲正割

第五支有正角有角旁相連之兩邊而求一邊兩角

第十三題

有甲角有乙甲邊丙甲邊求對甲角乙丙邊

法曰半徑與丙甲餘弦若乙甲餘弦與乙丙餘弦

第十四題

有甲角有乙甲邊丙甲邊求乙角

法曰乙甲正弦與半徑若丙甲正切與乙角正切

若欲用半徑為首率以省除則為半徑與乙甲餘割若丙甲正切與乙角正切

第十五題

有甲角有乙甲邊丙甲邊求丙角

法曰丙甲正弦與半徑若乙甲正切與丙角正切

若欲用半徑為首率以省除則為半徑與丙甲餘割若乙甲正切與丙角正切

第六支有正角有餘角夾一邊而求兩邊一角

第十六題

有甲角有乙角有乙甲邊求對甲角乙丙邊

法曰乙角餘弦與半徑若乙甲正切與乙丙正切

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙角正割若乙甲正切與乙丙正切

第十七題

有甲角有乙角有乙甲邊求對乙角丙甲邊

法曰半徑與乙角正切若乙甲正弦與丙甲正切

第十八題

有甲角有乙角有乙甲邊求丙角

法曰半徑與乙角正弦若乙甲餘弦與丙角餘弦

第七支有正角交角夾一邊而求兩邊一角

第十九題

有甲角有丙角有丙甲邊求對甲角乙丙邊

法曰丙角餘弦與半徑若丙甲正切與乙丙正切

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與丙角正割若丙甲正切與乙丙正切

第二十題

有甲角有丙角有丙甲邊求對丙角乙甲邊

法曰半徑與丙角正切若丙甲正弦與乙甲正切

第二十一題

有甲角有丙角有丙甲邊求乙角

法曰半徑與丙角正弦若丙甲餘弦與乙角餘弦

第八支有正角有對正角交角之邊而求一邊兩角

第二十二題

有甲角有乙丙邊乙甲邊求丙甲邊

法曰乙甲餘弦與半徑若乙丙餘弦與丙甲餘弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙甲正割若乙丙餘弦與丙甲餘弦

第二十三題

有甲角有乙丙邊乙甲邊求丙角

法曰乙丙正弦與半徑若乙甲正弦與丙角正弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙丙餘割若乙甲正弦與丙角正弦

第二十四題

有甲角有乙丙邊乙甲邊求乙角

法曰乙丙正切與半徑若乙甲正切與乙角餘弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙丙餘切若乙甲正切與乙角餘弦

第九支有正角有對正角餘角之邊而求一邊兩角

第二十五題

有甲角有乙丙邊丙甲邊求乙甲邊

法曰丙甲餘弦與半徑若乙丙餘弦與乙甲餘弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與丙甲正割若乙丙餘弦與乙甲餘弦

第二十六題

有甲角有乙丙邊丙甲邊求乙角

法曰乙丙正弦與半徑若丙甲正弦與乙角正弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙丙餘割若丙甲正弦與乙角正弦

第二十七題

有甲角有乙丙邊丙甲邊求丙角

法曰乙丙正切與半徑若丙甲正切與丙角餘弦

若欲用半徑爲首率以省除則爲半徑與乙丙餘切若丙甲正切與丙角餘弦

第二十八題

第十支 有三角求三邊

有甲角乙角丙角求乙丙邊

法曰乙角正切與半徑若丙角餘切與乙丙餘弦 首率易半徑則次率易乙角餘切

第二十九題

有甲角乙角丙角求丙甲邊

法曰丙角正弦與半徑若乙角餘弦與丙甲餘弦 首率易半徑則次率易丙角餘割

第三十題

有甲角乙角丙角求乙甲邊

法曰乙角正弦與半徑若丙角餘弦與乙甲餘弦 首率易半徑則次率易乙角餘割

已上皆有甲角半徑者正法已具其不用甲角者別爲一支四題如左

第十一支 不用正角以餘角交角二邊相對相求

第三十一題

有乙角丙角丙甲邊求乙甲邊

法曰乙角正弦與丙甲正弦若丙角正弦與乙甲正弦

第三十二題

有丙角乙角乙甲邊求丙甲邊

法曰丙角正弦與乙甲正弦若乙角正弦與丙甲正弦

第三十三題

有乙角有丙甲乙甲邊求丙角

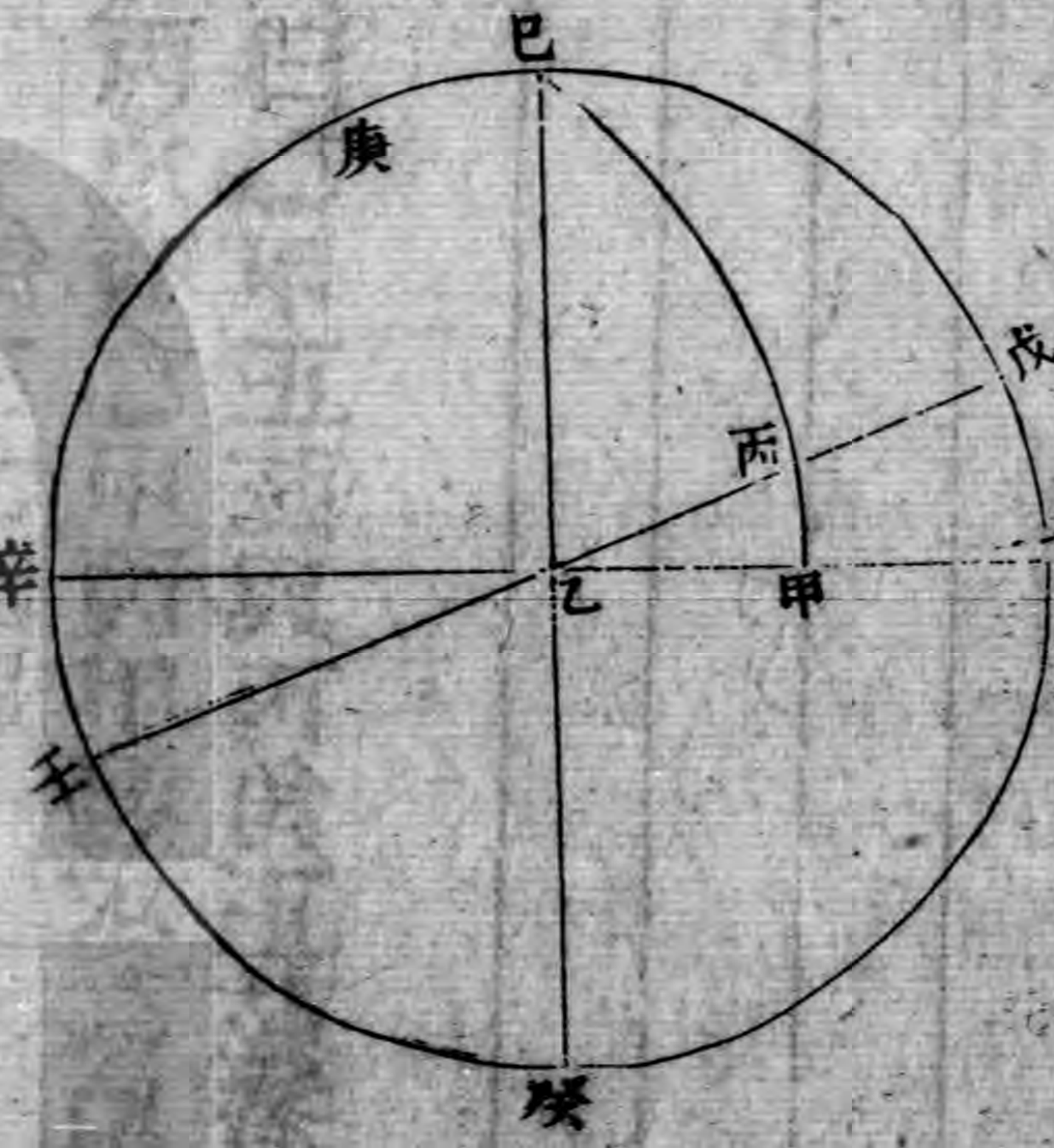
法曰丙甲正弦與乙角正弦若乙甲正弦與丙角正弦

第三十四題

有丙角有乙甲丙甲邊求乙角

法曰乙甲正弦與丙角正弦若丙甲正弦與乙角正弦

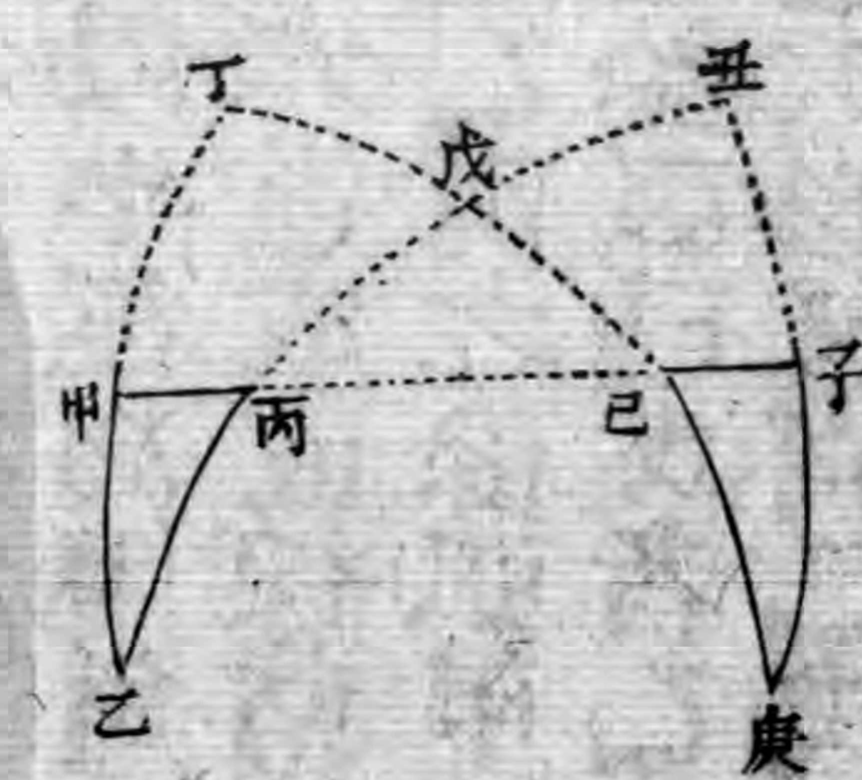
平圓正弧三角圖




天上隨處皆可作弧三角此姑以黃赤道圖之已辛癸丁圓爲極至交圈已爲北極辛乙丁爲赤道庚爲黃極壬乙戊爲黃道壬爲冬至乙爲春秋分戊爲夏至丙者設太陽所在已丙甲者從北極出線過太陽抵赤道爲過極圈之一象限九十度乙丙者太陽行過春分之經度乙甲赤道同升度丙甲距緯度戊丁者乙角之度也凡角度皆在九十度之圓周上春分至夏至黃赤皆足九十度故戊丁爲乙角度此角度爲黃赤道距緯古今不同古時不止三十三度半今時不及二十三度半姑以二十三度半者算之可也庚已者黃極距北極之度赤與戊丁同度也甲爲正角即直角其正弦滿半徑故即以半徑爲甲角此甲乙丙形即前圖之灣曲形因側視故黃赤道成直線稍轉即成灣曲矣此圖又有次形丙戊者黃道乙丙之餘弧甲丁者乙甲赤道之餘弧已丙者丙甲距緯之餘弧已戊者乙角丁戊之餘弧而甲丁弧又爲已角之度是次形又有已戊丙之三角形戊爲正角同甲角丙爲交角同丙角已爲餘角似乙角也本形有不能以正弧比例者則以次形易之而別法生焉

正弧形弧角相易又次形圖

甲乙丙正弧三角形旣易爲己丙戊次形又易爲己庚子圖




之己丙戊形卽前圖之己丙戊形丁與庚亦前圖之丁及庚此引丙戊線至丑引丙己線至子皆滿象限作丑子弧引之至庚與戊己庚弧會則戊庚丑庚亦皆一象限成己子庚形與甲乙丙形相當子爲正角同甲角己爲交角似丙角庚爲餘角似乙角也　乙丙邊易爲庚角乙戊及丙丑皆象限內減同用之丙戊則戊丑卽乙丙而戊丑卽庚角之弧　乙甲邊易爲己角乙甲之餘度丁甲卽己交角之弧　是又次形之兩角卽元形之兩邊也乙角易爲己庚邊前設乙角丁戊爲黃赤距度則己庚者黃極赤極距度故二邊相等丙角易爲子庚邊丙交角之弧丑子其餘弧爲子庚是又次形之兩邊卽元形之兩角而子己卽丙甲子角卽甲角於是次形有不能比例者易爲又次形而別法又生焉