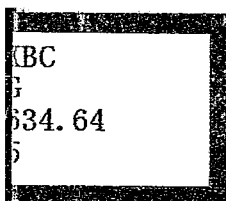
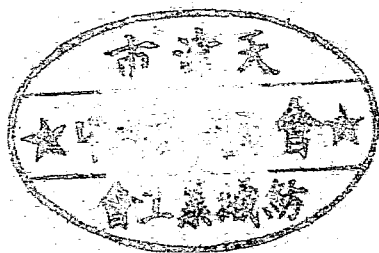


3

復興初級中學教科書

三角

周瑞編著
周瑞編著



商務印書館發行

國民初級中學教科書

MG
G634.64
75

三 角

星元 義谷 編 著

02160



3 1773 7228 5

商務印書館發行

編輯大意

1. 本書依據最近部頒初中算學課程標準編輯，只講敘值三角。(Numerical trigonometry)
2. 本書習題之選擇，僅及實際問題，以切於學生生活狀況為限。
3. 本書除應用上必需之三角函數公式外，其他一切恆等式均從省略。
4. 本書共分六章，適於一學期每週二小時教授。如時間尚感不足時，可將第四章及第五章之教材，酌量縮短，或將第六章完全省去。

復興初中教科書三角

目 錄

第一章 三角比	1
1. 間接量度法	1
2. 正切	2
3. 正弦和餘弦	4
4. 三角比	5
5. 三角函數	5
6. 六種三角比	6
7. 仰角和俯角	8
第二章 基本公式	11
8. 餘角函數公式	11
9. 特別角的三角函數	13
10. 同角函數的基本公式	14
11. 解三角方程式的例	17

第三章 三角函數及其應用 20

12. 三角函數.....	20
13. 三角函數表的發明.....	21
14. 三角函數表檢查法.....	21
(1) 已知角度找正函數.....	21
(2) 已知角度找餘函數.....	23
(3) 已知函數找角度.....	30
(4) 角度帶有分秒的檢查法.....	32
15. 直角三角形解法.....	38

第四章 對數解法 38

16. 對數.....	38
17. 對數的性質.....	39
18. 常用對數.....	42
19. 定位高與定值高.....	43
20. 對數表及三角函數對數表.....	44
21. 餘對數.....	46
22. 用對數解直角三角形.....	48
23. 應用問題上幾個名詞.....	54

第五章 任意三角形的解法 55

24. 銳角三角函數 55
25. 補角函數公式 57
26. 解任意三角形 58
27. 解任意三角形所根據的定理 59
28. 第一類 已知一邊與任兩角 62
29. 第二類 已知二邊與一非夾角 64
30. 第三類 已知二邊與一夾角 63
31. 第四類 已知三邊 70
32. 已知三邊求面積 72
33. 三角形內切圓的半徑 75
34. 三角形外接圓的半徑 76

第六章 三角法的應用 79

35. 三角法在物理上的應用 79
36. 三角法在測量上的應用 81

附表

- 互餘函數 83

正餘弦法.....	24
分秒化度度化分秒.....	33
對數法.....	38
五法法對數法.....	42
正餘弦對數法.....	47

初級中學教科書

三 角

第一章 三角比

1. 間接量度法 平常實際的工作上量度距離，有時須用間接方法。因為直接量度，有時很不容易精確，並且手續上或許非常麻煩，甚至在事實上，有辦不到的。要測水塔或房屋的高，若用直接量法，還不過手續上比較麻煩，同時不能得到精確的結果罷了；至於要求天空星辰的距離或大洋輪經的航線，直接量度在實際上就不可能了。所以間接量度，也是很重的一件實際工作。下例就是間接量度的一法。

如圖 1， AB 是一垂直在地面上的電桿， C 點是一小木樁， AC 表示聯 AB 的頂點 A 和 C 點的直線。若已知

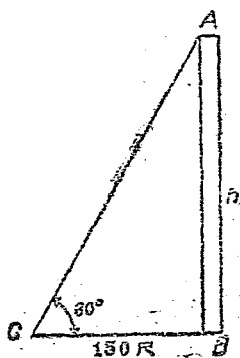


圖 1.

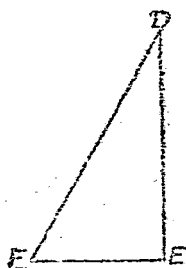


圖 2

C點到 AB 的距離 CB 的距離是 150 尺，
 $\angle ACB$ 是 60° ，求 AB 的高 h 。

解：照題意 $AB \perp CE$ ，所以 $\triangle ABC$
 是一直角三角形。

從圖 2， $\triangle DEF$ 是 $\triangle ABC$ 的縮小圖形，
 那末 $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 是兩個相似直角三
 角形。根據相似三角形的原理就有

$$\frac{AB}{CB} = \frac{DE}{FE} \text{ 何故?} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{以 } \frac{h}{150} = \frac{DE}{FE}$$

$$\therefore h = 150 \cdot \frac{DE}{FE} \dots\dots\dots (2)$$

從(1) 可以曉得凡相似直角三角形等角而對應邊的比是一
 定的。

從(2) 可以曉得若已知 $\frac{DE}{FE}$ 的比值， h 就可以求出。

2. 正切 畫一直角三角形，使一銳角等於 30° 如圖 3。量

出 30° 的對邊 a 和 30° 的底邊 b ，求出 $\frac{a}{b}$ 的比值。

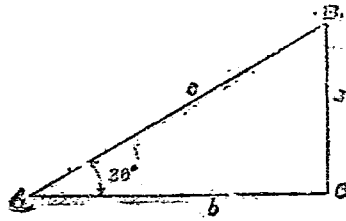


圖 3

同樣畫銳角等於 45° , 60° , 75° 的三個直角三角形，量各銳角對邊和底邊的長，而求出他們相互間的比值。將各比值排成一表。各人所得等角的比值，是否相同？和右表比值行內的數字有幾位相同？

角度	比值
0°	0.00
30°	0.58
45°	1.00
60°	1.73
75°	3.78

上表的各個比值都是直角三角形一銳角的對邊和牠的底邊的比，在三角法上叫做這角的正切；譬如 30° 角的正切，A 角的正切，算式上寫做 $\tan 30^\circ$, $\tan A$ 。根據求得的比值，就可以寫做 $\tan 30^\circ = 0.58$ 。這表示角的正切的表，叫做正切表。

應用例：如圖 4, AB 是 P 湖對岸 A, B 兩點的距離。若某測量員用儀器測量，取得 AC 線段垂直於

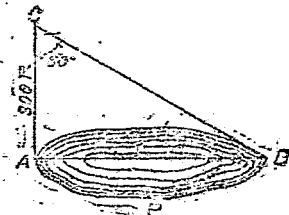


圖 4

1B. 并量得 $AC = 200$ 尺, $\angle AGB = 60^\circ$, 求 AB 的長 l 。

$$\text{解: } \because \frac{l}{200} = \tan 60^\circ,$$

$$\therefore l = 200 \tan 60^\circ,$$

$$\text{照上表 } \tan 60^\circ = 1.73,$$

$$\text{所以 } l = 200 \times 1.73 = 519 \text{ 尺。}$$

2. 正弦和餘弦 如圖 5, $\angle ABC = 30^\circ$, 若在 BC 邊上任一點 D 引 $DE \perp BA$, 則 $\triangle BDE$ 是一直角三角形。

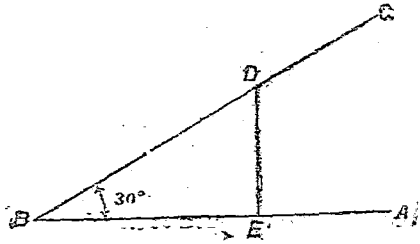


圖 5

照求正切的方法, 量出 B 角的對邊 DE 和斜邊 BD 的長, 并求出 $\frac{DE}{BD}$ 的比值。凡直角三角形一銳角的對邊和斜邊的比, 叫做這角的正弦; 例如 30° 的正弦, B 角的正弦, 算式上寫做 $\sin 30^\circ$ 或 $\sin B$ 。

同樣畫銳角等於 $45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 各直角三角形, 量各該角的對邊和斜邊的長, 求出各角的正弦。何以等角的正弦是一定數?

又如圖 5, $\frac{BE}{BD}$ 叫做 B 角或 80° 角的餘弦。用語來說, 就是直角三角形一銳角的底邊和斜邊的比, 叫做這角的餘弦, 算式上寫做 $\cos B$, $\cos 80^\circ$ 。

照求正切, 正弦的方法求出 $80^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 各角的餘弦等角的餘弦是一定的麼? 何故?

4. 三角比 正切, 正弦, 餘弦的比值是表示一角的對邊, 底邊及斜邊任何兩邊和這角的關係, 所以牠們的總名叫做三角比。凡等角的三角比都是一定的。但是我們求出各等角的比不能完全相同, 大半是由於儀器不很精密的緣故。不過三角比的用處很大, 若每次應用的時候, 再去求牠, 也很麻煩; 前人爲便利準確計, 已經用很精密的儀器和計算, 將各種角度的三角比求出, 列成表式。本章末頁的表是 0° 到 90° 角的正弦, 餘弦和正切的表。表中第一行是角度數, 第二行是正弦, 第三行是餘弦, 第四行是正切。

看表中角度從 0° 到 90° , 正弦是從 0 漸漸增加到 1; 但是, 餘弦卻相反, 從 1 漸漸減小到 0。又看正切也是和角度相應的增加。可見三角比和角度是很有密切的關係。

5. 三角函數 三角比都是跟着角度在改變的。在角度一定的時候, 三角比就有一定的數值。如果角度改變, 三角比也就

相應的改變。那末照函數的定義說，三角比是角的函數，所以三角比又叫做三角函數。

習題一

1. 如題已知下列各值求 α ;

(a) $b=23$ $A=23^\circ$

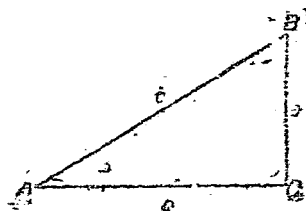
(b) $c=32$ $A=50^\circ$

(c) $b=28.7$ $A=75^\circ$

(d) $c=49.7$ $A=50^\circ$

2. 仍照一題的圖求 A

(a) 值 $a=8$, $b=3$



解: $\tan A = \frac{a}{b} = \frac{8}{3} \approx 1$

查表求得正切等於 1 的角是 45°

$\therefore A=45^\circ$

(b) $a=21.067$ $b=13$

(c) $a=12.862$ $c=20$

(d) $b=7.514$ $c=10$

3. (a) 比較 $2 \sin 3^\circ$ 與 $\sin(2 \times 3)^\circ$

(b) 比較 $3 \sin 10^\circ$ 與 $\sin(3 \times 10)^\circ$

又和 $\sin(2 \times 10)^\circ$

4. 用題 3 的結果說明 $\sin(20^\circ + 30^\circ)$ 是否可以等於 $\sin 20^\circ + \sin 30^\circ$

C. 六個三角比 在直角三角形 ABC 中，三角法上常用 A, B 表兩銳角; C 表直角; a 表 A 角對邊的长度; b 表 A 角底邊;

或B角對邊的長度; c 表斜邊, 或C角對邊的長度; 如圖 6, 那

圖

$\frac{a}{c}$ 是 A 角的正弦, 寫做 $\sin A$ 。

$\frac{b}{c}$ 是 A 角的餘弦, 寫做 $\cos A$ 。

$\frac{a}{b}$ 是 A 角的正切, 寫做 $\tan A$ 。

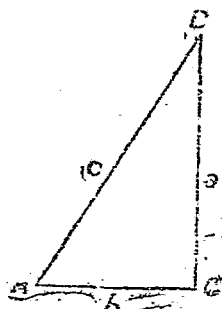


圖 6

這三種三角比我們已經學過, 所

以在直角三角形中任一銳角的

$$\text{正弦} = \frac{\text{對邊}}{\text{斜邊}}$$

$$\text{餘弦} = \frac{\text{底邊}}{\text{斜邊}}$$

$$\text{正切} = \frac{\text{對邊}}{\text{底邊}}$$

除這三種三角比外, 還有三種他們的倒數比, 就是

$\frac{c}{a}$ 叫做 A 角的餘割, 寫做 $\csc A$ 。

$\frac{c}{b}$ 叫做 A 角的正割, 寫做 $\sec A$ 。

$\frac{b}{a}$ 叫做 A 角的餘切, 寫做 $\cot A$ 。

他們的比值，也可以照求正弦餘弦，和正切的方法，先求兩邊的長度求的。不過這三種函數用處較少，並且是前三種的倒數，所以祇要知道了前三種，這三種的比值就可以算出來。

7. 仰角和俯角 這兩個名詞應用題上常遇到，所以特別加以解釋。

若某人在P點上看一物體O，如圖，P點叫視點，OP叫做視

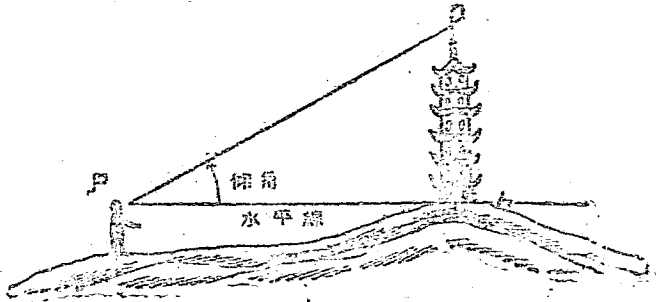


圖 7 (a)

線。視線和通過視點的水平線PH所成的角叫做仰角。

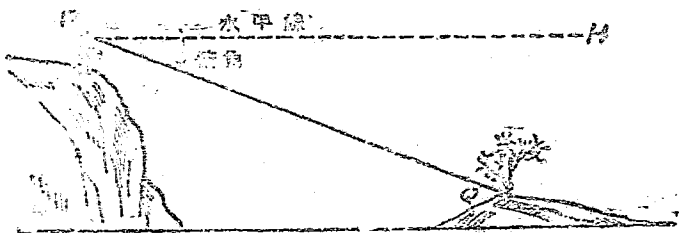


圖 7 (b)

同樣某人在P點向下看一物體Q，如圖，視線PQ和通過視點

的水平 PH 線所成的角叫做俯角。

所以仰角或俯角是視線和通過視點的水平線所成的角。

習題二

1. 照表正弦, 餘弦, 正切的方法求 $10^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 度的餘切, 正割和餘割。

2. 在直角三角形 ABC 中, 若已知下列各數值求 c。

(1) $c=112$ $A=10^\circ$

解: $\sin A = \frac{a}{c}$ $\therefore a = c \sin A$
 $= 112 \times .1736 = 19.4432$

(2) $c=120$ $A=15^\circ$ (3) $c=693$, $A=45^\circ$

3. 已知下列各數值, 求 b。

(1) $c=116$ $A=10^\circ$ (2) $c=49.7$ $A=75^\circ$

4. 已知下列各值, 求 A 的最近似值。

(1) $c=20.9$ $a=14.58$

(2) $c=42.3$ $a=13.83$

(3) $c=187$ $b=93.5$

(4) $c=53.6$ $b=52.25$

5. 某樹地面影子長 7.5 尺, 看太陽時仰角是 56° , 求此樹之高。

6. 330 尺高的煙囪, 照在地面的影子是 215 尺, 求看太陽的仰角。

7. 正六邊形外接圓的半徑是 15 寸, 求每邊到圓心的距離。

8. 正五邊形對角線的長是 16 寸, 求邊長。

9. 高在 175 尺高的屋頂看一塊石的俯角是 30° , 求石塊和這屋基的

距離。

10. 等腰三角形各邊均長是 60 尺, 80 尺和 70 尺, 求各角的正弦。
11. 旗竿離竿頂 44 尺的地方, 被風折斷, 但仍和下部連接。若竿頂着地, 則和竿部的距離是 11 尺, 求折斷部分和地面所成之角。又求竿的總長。
12. 在廣池岸的水平面十尺高的地方, 使得過燈頂的仰角是 45° , 若看燈頂的俯角是 10° , 求燈高。

第二章 基本公式

8. 餘角函數公式 兩角相加的和是 90° 度, 這兩個角互相叫做餘角。普通寫做 A 和 $90^\circ - A$ 。

在圖 8 直角三角形中,

$$\angle A + \angle B = 90^\circ;$$

$$\text{所以 } \angle B = 90^\circ - \angle A \dots\dots(1)$$

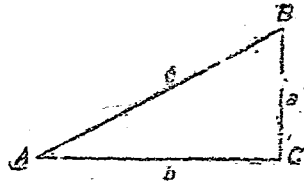


圖 8

$$\text{因爲 } \sin A = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{b}{c}$$

$$\tan A = \frac{a}{b}$$

$$\cot A = \frac{b}{a}$$

$$\sec A = \frac{c}{b}$$

$$\csc A = \frac{c}{a}$$

何故? (2)

將(1)代入(2)中, 就有

第二章 基本公式

角	sin	cos	tan	角	sin	cos	tan
30°	.5000	.8660	.5774	60°	.8660	.5000	1.7321
31°	.5150	.8596	.6009	61°	.8746	.4848	1.8040
32°	.5299	.8529	.6251	62°	.8829	.4717	1.8807
33°	.5446	.8460	.6503	63°	.8909	.4596	1.9626
34°	.5592	.8389	.6764	64°	.8986	.4483	2.0503
35°	.5736	.8317	.7034	65°	.9061	.4377	2.1431
36°	.5878	.8243	.7314	66°	.9133	.4277	2.2413
37°	.6019	.8168	.7604	67°	.9203	.4183	2.3451
38°	.6158	.8091	.7904	68°	.9270	.4095	2.4547
39°	.6296	.8013	.8214	69°	.9335	.4013	2.5703
40°	.6432	.7933	.8543	70°	.9398	.3937	2.6927
41°	.6566	.7851	.8891	71°	.9459	.3866	2.8221
42°	.6699	.7767	.9258	72°	.9518	.3800	2.9587
43°	.6830	.7681	.9645	73°	.9575	.3739	3.1027
44°	.6960	.7593	1.0053	74°	.9630	.3683	3.2543
45°	.7090	.7500	1.0484	75°	.9683	.3631	3.4137
46°	.7218	.7403	1.0938	76°	.9734	.3583	3.5811
47°	.7344	.7303	1.1415	77°	.9783	.3539	3.7567
48°	.7468	.7200	1.1916	78°	.9830	.3499	3.9407
49°	.7590	.7094	1.2441	79°	.9875	.3463	4.1333
50°	.7710	.7000	1.3000	80°	.9918	.3430	4.3348
51°	.7828	.6903	1.3594	81°	.9959	.3400	4.5456
52°	.7944	.6803	1.4224	82°	.9998	.3373	4.7660
53°	.8058	.6700	1.4891	83°	1.0035	.3349	4.9963
54°	.8170	.6594	1.5596	84°	1.0070	.3327	5.2368
55°	.8280	.6485	1.6341	85°	1.0103	.3307	5.4878
56°	.8388	.6373	1.7127	86°	1.0134	.3289	5.7496
57°	.8494	.6258	1.7956	87°	1.0163	.3273	6.0225
58°	.8598	.6140	1.8829	88°	1.0190	.3259	6.3068
59°	.8700	.6019	1.9748	89°	1.0215	.3246	6.6028
60°	.8800	.5900	1.0724	90°	1.0238	.3235	6.9107

$$\left. \begin{aligned}
 \sin A &= \cos (90^\circ - A) \\
 \cos A &= \sin (90^\circ - A) \\
 \tan A &= \cot (90^\circ - A) \\
 \cot A &= \tan (90^\circ - A) \\
 \sec A &= \csc (90^\circ - A) \\
 \csc A &= \sec (90^\circ - A)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

這一套公式極容易記得。用普通語言來講，就是“凡銳角的正函數等於餘角的餘函數；銳角的餘函數等於餘角的正函數”。

習題三

1. 寫出下列各函數的餘函數：

$\sin 30^\circ$	$\tan 89^\circ$	$\csc 18^\circ 10'$	$\cot 82^\circ 19'$
$\cos 45^\circ$	$\cot 15^\circ$	$\cos 37^\circ 24'$	$\csc 54^\circ 48'$

2. 用小於 45° 的角的函數表示下列各式：

$\sin 60^\circ$	$\tan 75^\circ$	$\csc 69^\circ 2'$	$\cot 89^\circ 58'$
$\cos 75^\circ$	$\cot 84^\circ$	$\cos 85^\circ 39'$	$\csc 45^\circ 1'$

3. 設 $\tan 30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$ ；求 $\cot 60^\circ$ 。

4. 設 $\tan A = \cot A$ ；求 A 。

5. 設 $\cos A = \sin 2A$ ；求 A 。

6. 設 $\sin A = \cos 2A$ ；求 A 。

7. 設 $\cos A = \sin(45^\circ - \frac{1}{8}A)$ ；求 A 。

8. 設 $\cot \frac{1}{2}A = \tan A$; 求 A 。
9. 設 $\tan(45^\circ + A) = \cot A$; 求 A 。
10. 試求 A , 設 $\sin A = \cos 4A$ 。
11. 試求 A , 設 $\cot A = \tan 8A$ 。

9. 特別角的三角函數 有幾個特別的角度, 如 45° , 30° , 60° ; 他的三角函數, 用幾何的方法很容易推算他的準確數值, 看下列節便知道。

這幾個角度用處很多, 你們最好把他的數值或者簡直連那找出這數值的方法, 牢牢記住。

a. 45° 角的函數 圖 9 $\triangle ABC$ 是一等腰直角三角形, 設斜邊 $AB = 1$; 因為 $AC = BC$, $\angle A = 45^\circ$ 。

又 $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 1$, 所以 $2\overline{AC}^2 = 1$,
 即 $AC = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ 。用公式表

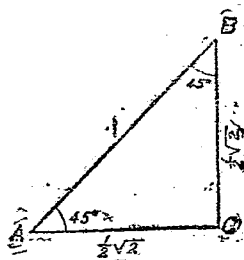


圖 9

示可以寫做:

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\tan 45^\circ = \cot 45^\circ = 1$$

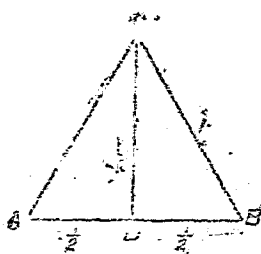
$$\sec 45^\circ = \csc 45^\circ = \sqrt{2}$$

b. 30° 及 60° 角的函數 圖 10 $\triangle ABC$ 是等邊三角形，設各

邊都等於 1；又直線 CD 平分 C 角。同時

又是 AB 的中點直線，所以 $AD = \frac{1}{2} CD$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{3}.$$



在三角形 ADC 中， $\angle C$ 角 = 30° ，何故？

$\angle CAD = 60^\circ$ ，何故？

依照公式(3)就有：

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\tan 30^\circ = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \sqrt{3}$$

$$\cot 30^\circ = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\sec 30^\circ = \csc 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \sqrt{3}$$

$$\csc 30^\circ = \sec 60^\circ = 2$$

10. 同角函數的基本公式 同是 A 角的函數都互相有關係的，這種關係中，最重要的有三個：

a. 在圖 11 中, 根據畢達哥拉定理 (Pythagorean theorem), 直角三角形 ABC 中, $a^2 + b^2 = c^2$

或
$$\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1$$

或
$$\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 1$$

但是
$$\frac{a}{c} = \sin A,$$

$$\frac{b}{c} = \cos A,$$

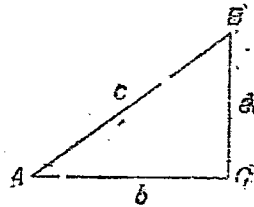


圖 11

所以 $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$

爲方便起見, 常寫做

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \dots\dots\dots (1)$$

(1) 式叫做平方關係式, 用普通語言來說, 就是“正弦平方同餘弦平方的和等於 1。”

用公式(1)可以由餘弦去找正弦, 或由正弦去找餘弦:

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A}$$

$$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$$

b. 因爲 $\frac{a}{c} \div \frac{b}{c} = \frac{a}{c} \times \frac{c}{b} = \frac{a}{b}$

但是 $\frac{a}{c} = \sin A$, $\frac{b}{c} = \cos A$, 又 $\frac{a}{b} = \tan A$,

所以 $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ [2]

[2]式叫做分式關係式,用普通語言來說,就是“正切等於餘弦除正弦的商”。

$$c. \text{ 因為 } \frac{a}{c} \times \frac{c}{a} = 1; \quad \frac{b}{c} \times \frac{c}{b} = 1$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$

但是 $\frac{a}{c} = \sin A$, $\frac{b}{c} = \cos A$, $\frac{a}{b} = \tan A$

$$\frac{b}{a} = \cot A, \quad \frac{c}{b} = \sec A, \quad \frac{c}{a} = \csc A$$

$$\text{所以 } \left. \begin{array}{l} \sin A \times \csc A = 1 \\ \cos A \times \sec A = 1 \\ \tan A \times \cot A = 1 \end{array} \right\} \text{..... [5]}$$

這叫做倒數關係式。用普通語言來說,就是“正弦和餘割;餘弦和正割;正切和餘切:都互相成爲倒數。”

$$d \text{ 從 [2] } \tan^2 A = \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}, \text{ 兩端加1,得}$$

$$\therefore 1 + \tan^2 A = 1 + \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$$

$$\text{但 } 1 + \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{\cos^2 A + \sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{1}{\cos^2 A} = \sec^2 A$$

$$\therefore 1 + \tan^2 A = \sec^2 A \dots\dots\dots(4)$$

又從(3)與(2), $\cot^2 A = \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$, 兩端加1, 得

$$1 + \cot^2 A = 1 + \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$$

$$\text{但 } 1 + \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} = \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin^2 A} = \frac{1}{\sin^2 A} = \csc^2 A$$

$$\therefore 1 + \cot^2 A = \csc^2 A \dots\dots\dots(5)$$

這兩式叫做切割平方關係式。用普通語言來說, 就是‘正切(或餘切)的平方加1, 等於正割(或餘割)的平方’。

11. 解三角方程式的例 從三角方程式給與的同角各函數的關係, 求那角的度數, 叫做解三角方程式。請看下列:

1. 已知 $2 \cos A = \sec A$, 求 A 。

$$\sec A = \frac{1}{\cos A},$$

所以原式可改做 $2 \cos A = \frac{1}{\cos A}$ 。

$$\therefore 2 \cos^2 A = 1, \cos^2 A = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \cos A = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2},$$

檢表求得 A 角等於 45° 。

2. $\tan A + \cot A = 2$, 求 A。

$$\cot A = \frac{1}{\tan A}$$

所以原式可變做 $\tan A + \frac{1}{\tan A} = 2$

$$\therefore \tan^2 A + 1 = 2 \tan A$$

$$\tan^2 A - 2 \tan A + 1 = 0$$

$$(\tan A - 1)^2 = 0, \therefore \tan A - 1 = 0,$$

$$\tan A = 1,$$

檢表求得 A 角等於 45° 。

習題四

- a. 設 $\sin 31^\circ.2$ 為 0.5195, 求 $\cos 51^\circ.3$
- b. 設 $\sin 66^\circ$ 為 0.9135, 求 $\csc 66^\circ$ 及 $\cos 24^\circ$
- c. 設 $\cos 43^\circ.3$ 為 0.7273, 求 $\sec 43^\circ.3$ 及 $\sin 46^\circ.4$
- d. 設 $\tan 52^\circ.4$ 為 1.2385, 求 $\cot 5^\circ.4$ 及 $\tan 37^\circ.8$
- e. 設 $\sin 38^\circ.4$ 為 0.6211, 求 $\csc 33^\circ.4$, $\tan 33^\circ.4$ 及 \cot .

$$3. \quad \text{設 } \angle A \text{ 爲銳角, } \sin A = \frac{\tan A}{\sqrt{1+\tan^2 A}}$$

$$\cos A = \frac{\cot A}{\sqrt{1+\cot^2 A}}$$

試證明下列各題：

$$3. \quad \csc A \csc A + \tan A = 1$$

$$4. \quad \tan^2 A \cos^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$5. \quad \sec A - \cos A = \sin A \tan A$$

$$6. \quad \tan x = \frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}} = \frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$$

$$7. \quad \cot x = \frac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$$

8. 正方形的對角線等於 2, 求它的邊。

9. 等腰三角形的底角等於 35° , 底邊等於 8, 求它的高。

10. 已知下列函數之值, 求其餘各函數之值:

$$(a) \quad \cos B = \frac{1}{3}$$

$$\text{解: } \sin^2 B + \cos^2 B = 1$$

$$\cos B = \frac{1}{3} \quad \therefore \cos^2 B = \frac{1}{9}$$

$$\therefore \sin^2 B + \frac{1}{9} = 1, \quad \sin^2 B = \frac{8}{9}$$

$$\sin B = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2}{3} \sqrt{2}$$

$$\tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{2}{3} \sqrt{2}}{\frac{1}{3}} = 2\sqrt{2}$$

倘有 $\sec B$, $\csc B$ 及 $\cot B$ 三函數值可用 §10 公式(3)求得之。

$$(b) \sin B = \frac{1}{4}$$

$$(c) \csc B = 2$$

$$(d) \sec B = \sqrt{2}$$

$$(e) \tan B = 7.5$$

$$(f) \cot B = 3$$

11. 解下列各三角方程式：

$$(a) \tan A = 2 \sin A$$

$$(b) 4 \sin A = \csc A$$

$$(c) \sin^2 A = 3 \cos^2 A$$

$$(d) 3 \tan^2 A - \sec^2 A = 1$$

$$(e) \tan^2 A + \csc^2 A = 3$$

若同角各函數的關係如下，求 $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ 之值：

$$(1) 2 \sin A = \cos A.$$

$$(2) 4 \sin A = \tan A.$$

第三章 三角函數及其應用

12. 三角函數 角的函數，都有一定的數值，前人把他們算出，列成表式，叫做三角函數表；所以我們現在要求某角函數的數值，可到表裏去找。第一章所列的表，也是三角函數表，不過僅有整度的角，若遇到有小數的度數或分秒數，這個表就不能應用，必須用下面幾頁三角函數表。

13. 三角函數表的說明 請看後面的表，譬如正餘弦表，他的組成是分爲三大部分：

a. 中間的一大部分每組數字表每個函數的數值，左右兩旁邊緣上每行所記的數字是角的度數。找正弦的時候，在左邊的一行從上向下讀，找餘弦的時候，在右邊的一行從下向上讀；都是從 0° 到 90° 。所以找正弦是順讀的，找餘弦是要倒讀的，理由是兩角的和是 90° ，牠們的正弦和餘弦互爲正餘。故正弦和餘弦可以合做一表，同理正切餘切等也是如此。

b. 在表頂的邊緣上，有橫列兩排一位的數字，倒順都可以讀的，是角度的第一位小數，找正弦從左向右順讀黑字，找餘弦從右向左倒讀白字，同理正切餘切等也是一樣的。

c. 還有表邊的附表，分做 12345 五行排列，是找角度的第二位小數用的，用法看下面。

14. 三角函數表檢查法 三角函數的檢查分四種：(1) 已知角度找正函數，(2) 已知角度找餘函數，(3) 已知函數找角度，(4) 帶有分秒角度的檢查法。

(1) 已知角度找正函數

a. 求 $\sin 55^\circ = ?$

在正餘弦表上第一行 sine 字的行下順次找到 55° ，再平行橫看中部函數部分的第一行（表頂對準從左到右的 0 字）便是

正餘弦表 Cosine

°	'	cos	°	'	cos
0	0	1.0000	90	0	0.0000
0	1	0.9998	90	1	0.0002
0	2	0.9996	90	2	0.0004
0	3	0.9994	90	3	0.0006
0	4	0.9991	90	4	0.0008
0	5	0.9989	90	5	0.0010
0	6	0.9986	90	6	0.0012
0	7	0.9983	90	7	0.0014
0	8	0.9980	90	8	0.0016
0	9	0.9977	90	9	0.0018
0	10	0.9974	90	10	0.0020
0	11	0.9971	90	11	0.0022
0	12	0.9968	90	12	0.0024
0	13	0.9964	90	13	0.0026
0	14	0.9961	90	14	0.0028
0	15	0.9957	90	15	0.0030
0	16	0.9954	90	16	0.0032
0	17	0.9950	90	17	0.0034
0	18	0.9946	90	18	0.0036
0	19	0.9943	90	19	0.0038
0	20	0.9939	90	20	0.0040
0	21	0.9935	90	21	0.0042
0	22	0.9931	90	22	0.0044
0	23	0.9927	90	23	0.0046
0	24	0.9923	90	24	0.0048
0	25	0.9919	90	25	0.0050
0	26	0.9915	90	26	0.0052
0	27	0.9911	90	27	0.0054
0	28	0.9907	90	28	0.0056
0	29	0.9903	90	29	0.0058
0	30	0.9899	90	30	0.0060
0	31	0.9895	90	31	0.0062
0	32	0.9891	90	32	0.0064
0	33	0.9887	90	33	0.0066
0	34	0.9883	90	34	0.0068
0	35	0.9879	90	35	0.0070
0	36	0.9875	90	36	0.0072
0	37	0.9871	90	37	0.0074
0	38	0.9867	90	38	0.0076
0	39	0.9863	90	39	0.0078
0	40	0.9859	90	40	0.0080
0	41	0.9855	90	41	0.0082
0	42	0.9851	90	42	0.0084
0	43	0.9847	90	43	0.0086
0	44	0.9843	90	44	0.0088
0	45	0.9839	90	45	0.0090
0	46	0.9835	90	46	0.0092
0	47	0.9831	90	47	0.0094
0	48	0.9827	90	48	0.0096
0	49	0.9823	90	49	0.0098
0	50	0.9819	90	50	0.0100
0	51	0.9815	90	51	0.0102
0	52	0.9811	90	52	0.0104
0	53	0.9807	90	53	0.0106
0	54	0.9803	90	54	0.0108
0	55	0.9799	90	55	0.0110
0	56	0.9795	90	56	0.0112
0	57	0.9791	90	57	0.0114
0	58	0.9787	90	58	0.0116
0	59	0.9783	90	59	0.0118
0	60	0.9779	90	60	0.0120
1	0	0.9775	89	0	0.0122
1	1	0.9771	89	1	0.0124
1	2	0.9767	89	2	0.0126
1	3	0.9763	89	3	0.0128
1	4	0.9759	89	4	0.0130
1	5	0.9755	89	5	0.0132
1	6	0.9751	89	6	0.0134
1	7	0.9747	89	7	0.0136
1	8	0.9743	89	8	0.0138
1	9	0.9739	89	9	0.0140
1	10	0.9735	89	10	0.0142
1	11	0.9731	89	11	0.0144
1	12	0.9727	89	12	0.0146
1	13	0.9723	89	13	0.0148
1	14	0.9719	89	14	0.0150
1	15	0.9715	89	15	0.0152
1	16	0.9711	89	16	0.0154
1	17	0.9707	89	17	0.0156
1	18	0.9703	89	18	0.0158
1	19	0.9699	89	19	0.0160
1	20	0.9695	89	20	0.0162
1	21	0.9691	89	21	0.0164
1	22	0.9687	89	22	0.0166
1	23	0.9683	89	23	0.0168
1	24	0.9679	89	24	0.0170
1	25	0.9675	89	25	0.0172
1	26	0.9671	89	26	0.0174
1	27	0.9667	89	27	0.0176
1	28	0.9663	89	28	0.0178
1	29	0.9659	89	29	0.0180
1	30	0.9655	89	30	0.0182
1	31	0.9651	89	31	0.0184
1	32	0.9647	89	32	0.0186
1	33	0.9643	89	33	0.0188
1	34	0.9639	89	34	0.0190
1	35	0.9635	89	35	0.0192
1	36	0.9631	89	36	0.0194
1	37	0.9627	89	37	0.0196
1	38	0.9623	89	38	0.0198
1	39	0.9619	89	39	0.0200
1	40	0.9615	89	40	0.0202
1	41	0.9611	89	41	0.0204
1	42	0.9607	89	42	0.0206
1	43	0.9603	89	43	0.0208
1	44	0.9599	89	44	0.0210
1	45	0.9595	89	45	0.0212
1	46	0.9591	89	46	0.0214
1	47	0.9587	89	47	0.0216
1	48	0.9583	89	48	0.0218
1	49	0.9579	89	49	0.0220
1	50	0.9575	89	50	0.0222
1	51	0.9571	89	51	0.0224
1	52	0.9567	89	52	0.0226
1	53	0.9563	89	53	0.0228
1	54	0.9559	89	54	0.0230
1	55	0.9555	89	55	0.0232
1	56	0.9551	89	56	0.0234
1	57	0.9547	89	57	0.0236
1	58	0.9543	89	58	0.0238
1	59	0.9539	89	59	0.0240
1	60	0.9535	89	60	0.0242
2	0	0.9531	88	0	0.0244
2	1	0.9527	88	1	0.0246
2	2	0.9523	88	2	0.0248
2	3	0.9519	88	3	0.0250
2	4	0.9515	88	4	0.0252
2	5	0.9511	88	5	0.0254
2	6	0.9507	88	6	0.0256
2	7	0.9503	88	7	0.0258
2	8	0.9499	88	8	0.0260
2	9	0.9495	88	9	0.0262
2	10	0.9491	88	10	0.0264
2	11	0.9487	88	11	0.0266
2	12	0.9483	88	12	0.0268
2	13	0.9479	88	13	0.0270
2	14	0.9475	88	14	0.0272
2	15	0.9471	88	15	0.0274
2	16	0.9467	88	16	0.0276
2	17	0.9463	88	17	0.0278
2	18	0.9459	88	18	0.0280
2	19	0.9455	88	19	0.0282
2	20	0.9451	88	20	0.0284
2	21	0.9447	88	21	0.0286
2	22	0.9443	88	22	0.0288
2	23	0.9439	88	23	0.0290
2	24	0.9435	88	24	0.0292
2	25	0.9431	88	25	0.0294
2	26	0.9427	88	26	0.0296
2	27	0.9423	88	27	0.0298
2	28	0.9419	88	28	0.0300
2	29	0.9415	88	29	0.0302
2	30	0.9411	88	30	0.0304
2	31	0.9407	88	31	0.0306
2	32	0.9403	88	32	0.0308
2	33	0.9399	88	33	0.0310
2	34	0.9395	88	34	0.0312
2	35	0.9391	88	35	0.0314
2	36	0.9387	88	36	0.0316
2	37	0.9383	88	37	0.0318
2	38	0.9379	88	38	0.0320
2	39	0.9375	88	39	0.0322
2	40	0.9371	88	40	0.0324
2	41	0.9367	88	41	0.0326
2	42	0.9363	88	42	0.0328
2	43	0.9359	88	43	0.0330
2	44	0.9355	88	44	0.0332
2	45	0.9351	88	45	0.0334
2	46	0.9347	88	46	0.0336
2	47	0.9343	88	47	0.0338
2	48	0.9339	88	48	0.0340
2	49	0.9335	88	49	0.0342
2	50	0.9331	88	50	0.0344
2	51	0.9327	88	51	0.0346
2	52	0.9323	88	52	0.0348
2	53	0.9319	88	53	0.0350
2	54	0.9315	88	54	0.0352
2	55	0.9311	88	55	0.0354
2	56	0.9307	88	56	0.0356
2	57	0.9303	88	57	0.0358
2	58	0.9299	88	58	0.0360
2	59	0.9295	88	59	0.0362
2	60	0.9291	88	60	0.0364
3	0	0.9287	87	0	0.0366
3	1	0.9283	87	1	0.0368
3	2	0.9279	87	2	0.0370
3	3	0.9275	87	3	0.0372
3	4	0.9271	87	4	0.0374
3	5	0.9267	87	5	0.0376
3	6	0.9263	87	6	0.0378
3	7	0.9259	87	7	0.0380
3	8	0.9255	87	8	0.0382
3	9	0.9251	87	9	0.0384
3	10	0.9247	87	10	0.0386
3	11	0.9243	87	11	0.0388
3	12	0.9239	87	12	0.0390
3	13	0.9235	87	13	0.0392
3	14	0.9231	87	14	0.0394
3	15	0.9227	87	15	0.0396
3	16	0.9223	87	16	0.0398
3	17	0.9219	87	17	0.0400
3	18	0.9215	87	18	0.0402
3	19	0.9211	87	19	0.0404
3	20	0.9207	87	20	0.0406
3	21	0.9203	87	21	0.0408
3	22	0.9199	87	22	0.0410
3	23	0.9195	87	23	0.0412
3	24	0.9191	87	24	0.0414
3	25	0.9187	87	25	0.0416
3	26	0.9183	87	26	0.0418
3	27	0.9179	87	27	0.0420
3	28	0.9175	87	28	0.0422
3	29	0.9171	87	29	0.0424
3	30	0.9167	87	30	0.0426
3	31	0.9163	87	31	0.0428
3	32	0.9159	87	32	0.0430
3	33	0.9155	87	33	0.0432
3	34	0.9151	87	34	0.0434
3	35	0.9147	87	35	0.0436
3	36	0.9143	87	36	0.0438
3	37	0.9139	87	37	0.0440
3	38	0.9135	87	38	0.0442
3	39	0.9131	87	39	0.0444
3	40	0.9127	87	40	0.0446
3	41	0.9123	87	41	0.0448
3	42	0.9119	87	42	0.0450
3	43	0.9115	87	43	0.0452
3	44</				

Tangent 正餘切表 Cotangent

度	分										度	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
45	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	45
46	0.9563	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.9563	46
47	0.9129	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.9129	47
48	0.8702	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.8702	48
49	0.8281	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.8281	49
50	0.7868	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.7868	50
51	0.7463	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.7463	51
52	0.7066	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.7066	52
53	0.6677	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.6677	53
54	0.6296	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.6296	54
55	0.5923	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.5923	55
56	0.5558	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.5558	56
57	0.5201	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.5201	57
58	0.4852	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.4852	58
59	0.4511	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.4511	59
60	0.4178	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.4178	60
61	0.3853	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.3853	61
62	0.3536	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.3536	62
63	0.3227	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.3227	63
64	0.2925	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.2925	64
65	0.2630	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.2630	65
66	0.2342	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.2342	66
67	0.2061	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.2061	67
68	0.1788	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1788	68
69	0.1523	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1523	69
70	0.1266	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1266	70
71	0.1017	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1017	71
72	0.0776	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0776	72
73	0.0543	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0543	73
74	0.0318	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0318	74
75	0.0100	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0100	75
76	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	76
77	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	77
78	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	78
79	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	79
80	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	80

正餘切表

A		B	
a	A	b	B
1.0000	0.0000	1.0000	0.0000
1.0001	0.0002	0.9999	0.0001
1.0002	0.0004	0.9998	0.0002
1.0003	0.0006	0.9997	0.0003
1.0004	0.0008	0.9996	0.0004
1.0005	0.0010	0.9995	0.0005
1.0006	0.0012	0.9994	0.0006
1.0007	0.0014	0.9993	0.0007
1.0008	0.0016	0.9992	0.0008
1.0009	0.0018	0.9991	0.0009
1.0010	0.0020	0.9990	0.0010
1.0011	0.0022	0.9989	0.0011
1.0012	0.0024	0.9988	0.0012
1.0013	0.0026	0.9987	0.0013
1.0014	0.0028	0.9986	0.0014
1.0015	0.0030	0.9985	0.0015
1.0016	0.0032	0.9984	0.0016
1.0017	0.0034	0.9983	0.0017
1.0018	0.0036	0.9982	0.0018
1.0019	0.0038	0.9981	0.0019
1.0020	0.0040	0.9980	0.0020
1.0021	0.0042	0.9979	0.0021
1.0022	0.0044	0.9978	0.0022
1.0023	0.0046	0.9977	0.0023
1.0024	0.0048	0.9976	0.0024
1.0025	0.0050	0.9975	0.0025
1.0026	0.0052	0.9974	0.0026
1.0027	0.0054	0.9973	0.0027
1.0028	0.0056	0.9972	0.0028
1.0029	0.0058	0.9971	0.0029
1.0030	0.0060	0.9970	0.0030
1.0031	0.0062	0.9969	0.0031
1.0032	0.0064	0.9968	0.0032
1.0033	0.0066	0.9967	0.0033
1.0034	0.0068	0.9966	0.0034
1.0035	0.0070	0.9965	0.0035
1.0036	0.0072	0.9964	0.0036
1.0037	0.0074	0.9963	0.0037
1.0038	0.0076	0.9962	0.0038
1.0039	0.0078	0.9961	0.0039
1.0040	0.0080	0.9960	0.0040
1.0041	0.0082	0.9959	0.0041
1.0042	0.0084	0.9958	0.0042
1.0043	0.0086	0.9957	0.0043
1.0044	0.0088	0.9956	0.0044
1.0045	0.0090	0.9955	0.0045
1.0046	0.0092	0.9954	0.0046
1.0047	0.0094	0.9953	0.0047
1.0048	0.0096	0.9952	0.0048
1.0049	0.0098	0.9951	0.0049
1.0050	0.0100	0.9950	0.0050

0.8192

$$\therefore \sin 55^\circ = 0.8192$$

b. 求 $\sin 21^\circ.6 = ?$

在正餘弦表上 sine 字的行下找到 21° ，再平行向右橫看，找到直對 0.6 字一行下面的數字（從左到右黑字的 $.6$ 字），就得 0.3681 ，就是 $21^\circ.6$ 的正弦。

$$\therefore \sin 21^\circ.6 = 0.3681$$

c. 求 $\sin 76^\circ.62 = ?$

這問題有兩位小數，所以要用到附表，照前例先找到 $\sin 76^\circ.6 = 0.9728$ 。再看附表上分 12345 的五行。本題的第二位小數是 2，在附表上 2 字下直對到 76° 一排上找得 1。將 1 加在 $\sin 76^\circ.6 = 0.9728$ 的末一位上，就得

$$\sin 76^\circ.62 = 0.9728 + 0.0001 = 0.9729$$

d. 求 $\sin 35^\circ.87 = ?$

這問題和前例不同的地方，在第二位小數 7 大過附表六行的 5。因為 $.87 = .90 - .03$ 。所以我們先去找出 $\sin 35^\circ.90 = 0.5864$ ，再看在附表 3 字下對準 35° 一排是 4 字。然後從 $\sin 35^\circ.90 = 0.5864$ 的末位減去 4 就得。

$$\begin{aligned} \sin 35^\circ.87 &= \sin 35^\circ.90 - 0.0004 \\ &= 0.5864 - 0.0004 \end{aligned}$$

$$= 0.5860$$



上面的四例是找正弦的方法，找正切等照此類推。

習 題 五

試在上表中找下列各函數：

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. $\sin 28^\circ$ | 2. $\sin 63^\circ.7$ |
| 3. $\tan 27^\circ$ | 4. $\tan 67^\circ.3$ |
| 5. $\sin 22^\circ.44$ | 6. $\tan 61^\circ.53$ |
| 7. $\tan 83^\circ.9$ | 8. $\tan 6^\circ.73$ |
| 9. $\tan 89^\circ.23$ | 10. $\sin 69^\circ.2$ |
| 11. $\sin 6^\circ.8$ | 12. $\sin 89^\circ.13$ |
| 13. $\tan 27^\circ.42$ | 14. $\tan 6^\circ.8$ |
| 15. $\sin 15^\circ.2$ | 16. $\tan 49^\circ.48$ |
| 17. $\sin 23^\circ.63$ | 18. $\tan 8^\circ.97$ |
| 19. $\sin 89^\circ.67$ | 20. $\sin 10^\circ.35$ |
| 21. $\sin 2^\circ.85$ | 22. $\tan 89^\circ.67$ |
| 23. $\sin 37^\circ.68$ | 24. $\tan 50^\circ.63$ |

(2) 已知角度找餘函數

a. 求 $\cos 55^\circ = ?$

在正餘弦表靠右面 cosine 字行中從底下倒看上來，找得 55° ，再平行往左看，在對準頂上從右到左的白字數字的一行下面，就可以找到。

$$\cos 55^\circ = 0.5736$$

b. 求 $\cos 21^\circ.6 = ?$

先照 a 法找到 $\cos 21^\circ$ 之後，再平行向左讀到表頂白字（從右到左數字）.6 字下的行裏就可找到。

$$\cos 21^\circ.6 = 0.9293$$

c. 求 $\cos 71^\circ.62 = ?$

先照 b 法找得 $\cos 71^\circ.6 = 0.3156$ ，但是要注意角度加大，餘弦反減小，和正弦是相反的。所以在附表 2 字下對準 71° 一排讀得的 3，應該從 $\cos 71^\circ.6 = 0.3156$ 的末位減去（與正弦相反）。

$$\begin{aligned} \therefore \cos 71^\circ.62 &= \cos 71^\circ.6 - 0.0003 \\ &= 0.3156 - 0.0003 \\ &= 0.3153 \end{aligned}$$

d. 求 $\cos 35^\circ.87 = ?$

這個問題和上面檢查正弦法是一樣。但是角度減小，餘弦是增大的，所以結果不是減，卻是加。譬如先找出 $\cos 35^\circ.9 = 0.8100$ ，在附表 3 字行下對準 35° 橫行一排讀得是 3。

$$\begin{aligned} \therefore \cos 35^\circ.87 &= \cos 35^\circ.9 + 0.0003 \\ &= 0.8100 + 0.0003 \\ &= 0.8103 \end{aligned}$$

上面四例是找餘弦的方法，找餘切等照此類推。

(9) 已知兩邊及一角 已知兩邊及一角只要將上面所講的方法反過來應用即是。

a. 已知 $\sin x = 0.3681$ 檢表求 $x = ?$

在正餘弦表中尋得 0.3681，平行左面數目的一行角度是 21° ，頂上所對的黑字小數是 .6，

$$\therefore x = 21^\circ.6.$$

b. 已知 $\sin x = 0.9729$ 檢表求 $x = ?$

表中找不着這數，但是找得一個最近的數值是 0.9728，牠是在角度 76° 的橫行裏面，黑字 .6 行的下面，可見這數的角度還要比 $76^\circ.6$ 大些。又兩數相差只有 0.0001，同時階表上有一個 1 字，這 1 字在階表邊行頂上的數是 2；所以知道 $\sin 76.62 = 0.9729$ ，

$$\therefore x = 76^\circ.62.$$

c. 已知 $\sin x = 0.8580$ 檢表求 $x = ?$

照 b 找得最近數 0.8503 的角度是 $58^\circ.9$ ，相差最小數字是 8。在階表上對準 8 的一行頂上數字是 4。正數圓數小，角度也小；所以這個 4 要從 $58^\circ.90$ 末位減去。

$$\begin{aligned} \therefore \sin (58^\circ.90 - 0.04) &= \sin 58^\circ.86 \\ &= 0.8580, \end{aligned}$$

$$\therefore x = 58^\circ.86.$$

d. 已知 $\cos x = 0.8103$ 檢表求 $x = ?$.

在正餘弦表上找得最近數 0.8100 的角度是 35.9 ，相差最小數字是 3，再看在附表上 3 的一行，頂上數字是 8。但是餘弦角負小，函數反大。

$$\begin{aligned} \therefore \cos(35^\circ.9 - 0.03) &= \cos 35^\circ.87 \\ &= 0.8103 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 35^\circ.87$$

查其餘三角函數表角皮照此類推。

習 題 六

下列各題求下列各值：

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1. $\sin 42^\circ.8$ | 2. $\cos 89^\circ.7$ |
| 3. $\cot 49^\circ.12$ | 4. $\csc 40^\circ.5$ |
| 5. $\cot 62^\circ.05$ | 6. $\cos 19^\circ.09$ |
| 7. $\csc 10^\circ.09$ | 8. $\cos 23^\circ.23$ |
| 9. $\cos 61^\circ.03$ | |
10. 已知 $\sin x = 0.7309$ ，檢表求 $x = ?$
11. 已知 $\cos x = 0.7627$ ，檢表求 $x = ?$
12. 已知 $\sin x = 0.7639$ ，檢表求 $x = ?$
13. 已知 $\cos x = 0.5360$ ，檢表求 $x = ?$
14. 已知 $\cot x = 13.617$ ，檢表求 $x = ?$
15. 已知 $\tan x = 0.6787$ ，檢表求 $x = ?$
16. 已知 $\tan x = 1.6984$ ，檢表求 $x = ?$

17. 已知 $\cot x = 1.768$, 檢表找 $x = ?$

18. 已知 $\cot x = \infty$ 檢表找 $x = ?$

(4) 角度帶有分秒的檢查法 上面所用的表, 祇有度數的十進小數, 沒有六十進的分秒。所以碰到有分秒的問題, 就要用分秒化度表或度化分秒表。

a. 用上列表找 $\sin 63^\circ 23' 36'' = ?$

先在分秒變度表中找得

$$23' = 0^\circ.38833$$

$$\underline{36'' = 0^\circ.01}$$

共計得 $0^\circ.39833$

用四捨五入方法, $23' 36'' = 0^\circ.39$

$$\therefore \sin 63^\circ 23' 36'' = \sin 63^\circ.39$$

檢表得 $= 0.8941$

b. 已知 $\cos x = 0.7112$ 檢表找 $x = ?$ 以分秒計。

$$\cos x = 0.7112 \quad x = 44^\circ.67$$

再將 $0^\circ.67$ 在度化分秒表中找得 $40' 12''$

$$\therefore x = \underline{44^\circ 40' 12''}$$

習題七

檢表找下列各函數:

1. $\sin 23^\circ 12' 37''$ 2. $\cos 9^\circ 28'$

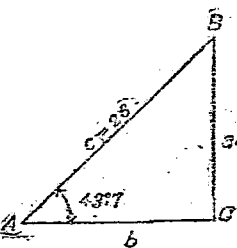
3. $\tan 51^\circ 42' 26''$ 4. $\cot 48^\circ 40' 12''$
 5. 已知 $\sin x = 0.4215$, 試找 x 的度分秒=?
 6. 已知 $\cos x = 0.6852$, 試找 x 的度分秒=?
 7. 已知 $\tan x = 3.724$, 試找 x 的度分秒=?
 8. 已知 $\cot x = 0.5769$, 試找 x 的度分秒=?

15. 直角三角形解法 有了三角函數表, 就可應用這函數來解直角三角形, 不過所欲解的直角三角形, 除直角外, 至少還要知道兩個條件。這兩個條件中, 至少有一個是邊。

所以有五種如下:

- 一銳角及斜邊
- 一銳角及對邊
- 一銳角及底邊
- 斜邊及另一邊
- 對邊及底邊

(a) 已知一銳角和斜邊, 解直角三角形。在圖 12, 已知 $A = 43^\circ.7$, $c = 26$, 求 B , a 和 b 。



解: (1) $B = 90^\circ - A = 90^\circ - 43^\circ.7 = 46^\circ.3$

(2) $\frac{a}{c} = \sin A \therefore a = c \sin A$

驗算得 $\sin 43^\circ.7 = 6909$

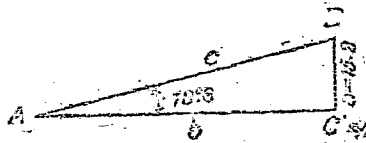
$$\therefore a = 26 \times 0.6909 = 17.9634$$

$$(3) \frac{b}{c} = \cos A, \therefore b = c \cos A$$

$$\text{檢算得 } \cos 43^\circ.7 = 0.7230$$

$$\therefore b = 26 \times 0.7230 = 18.798$$

(b) 已知一銳角和對邊，解直角三角形。在圖 13，已知 $A = 13^\circ.6$, $a = 15.2$ ，求 B , b 和 c 。



□ 13

$$\text{解: } (1) B = 90^\circ - A = 90^\circ - 13^\circ.6 = 76^\circ.4$$

$$(2) \frac{b}{a} = \cot A, \therefore b = a \cot A$$

$$\text{檢算得 } \cot 13^\circ.6 = 4.134$$

$$\therefore b = 15.2 \times 4.134 = 62.8363$$

$$(3) \frac{a}{c} = \sin A, \therefore c = \frac{a}{\sin A}$$

$$\text{檢算得 } \sin 13^\circ.6 = 0.2351$$

$$\therefore c = \frac{15.2}{0.2351} = 64.63$$

(c) 已知一銳角及底邊，解直角三角形。在圖 14，已知 $A = 27^\circ.2$ ， $b = 31$ ，求 B ， a 和 c 。

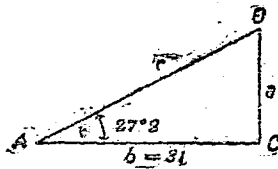


圖 14.

解：(1) $B = 90^\circ - A = 90^\circ - 27^\circ.2 = 62^\circ.8$

(2) $\frac{a}{b} = \tan A$ ， $\therefore a = b \tan A$

檢表得 $\tan 27^\circ.2 = 0.5139$

$\therefore a = 31 \times 0.5139 = 15.9309$

(3) $\frac{b}{c} = \cos A$ ， $\therefore c = \frac{b}{\cos A}$

檢表得 $\cos 27^\circ.2 = 0.8894$

$\therefore c = \frac{31}{0.8894} = 34.9$

(b) 已知斜邊和另一邊，解直角三角形。在圖 15，已知 $a = 47$ ， $c = 63$ ，求 A ， B 和 b 。

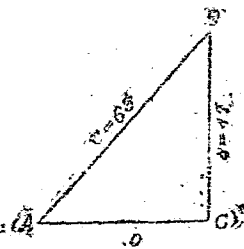


圖 15

解: (1) $\sin A = \frac{a}{c} = \frac{47}{68} = 0.7400$

檢表得 $A = 48^\circ.24$

(2) $B = 90^\circ - A = 90^\circ - 48^\circ.24 = 41^\circ.76$

(3) $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(c+a)(c-a)}$

因為 $c+a = 68+47 = 110$

$c-a = 68-47 = 16$

所以 $b = \sqrt{110 \times 16} = \sqrt{1760} = 41.95$

(c) 已知對邊及底邊, 解直角三角形。在圖 16, 已知 $a = 40$, $b = 27$, 求 A, B 和 c

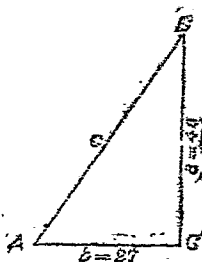


圖 16

解: (1) $\tan A = \frac{a}{b} \therefore \tan A = \frac{40}{27} = 1.4815$

檢表得 $A = 55^\circ.98$

(2) $B = 90^\circ - A = 90^\circ - 55^\circ.98 = 34^\circ.02$

$$(3) a^2 = 1600, b^2 = 729$$

$$\begin{aligned} \therefore c &= \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1600 + 729} \\ &= \sqrt{2329} = 48.26 \end{aligned}$$

c 也可以用別的關係式求得，譬如求出 $\tan A$ 以後，就可以求得 $\sin A$ ，然後再用 $c = \frac{a}{\sin A}$ 求出；不過數字位數不多的時候，上面所用的方法比較工作簡省。

習 題 八

在直角三角形中已知：

1. $a=8, b=4$, 求 A, B, c 。
2. $a=7, c=13$, 求 A, B, b 。
3. $a=5.3, A=12^\circ.3$, 求 B, b, c 。
4. $a=10.4, B=43^\circ.18$, 求 A, b, c 。
5. $c=23, A=37^\circ.42$, 求 B, a, b 。
6. $c=149, B=24^\circ.13$, 求 A, a, b 。
7. $b=13, c=23$, 求 A, B, a 。
8. $b=98, c=123.2$, 求 A, B, a 。
9. $b=42.4, A=32.14$, 求 B, a, c 。
10. $b=203, B=43^\circ.11$, 求 A, a, c 。
11. $a+c=18, b=12$, 求 A, B, a, c 。
12. $a+b=9, c=8$, 求 A, B, a, b 。
13. 在湖的兩岸，立兩標竿 A 和 B。在湖的一邊已經取得一假設 BC 垂直 AB，並量得 $BC=300$ 公尺， $\angle ACB=50^\circ$ ，求湖寬 AB 的長。

14. 一等望遠三角形等腰的長是 75 公分，底角是 $16^{\circ}20'$ ，解這等腰三角形。
15. 正八邊形外接圓的半徑是 48 公分，求每邊的長。
16. 正立方體的對角線和它一面的對角線相交在頂角，求兩對角線所夾的角。
17. 梯長 45 尺，一腿靠在山頂，另一腿是在地上；若頂和地所成的角是 60° ，求梯高及梯頂端在地面的距離。
18. 塔高 300 公尺，從另一塔頂看第一塔頂的仰角是 12° ，看塔頂的俯角是 50° ，求兩塔的距離。

第四章 指數律

1. 指數三角上的算術關係，前面已經見過，往往是很容易的。要是去運算指數，我們就要用到一種新方法，叫做對數。

若有任何數 b 他的 x 次乘方 (x 也是任意數) 是 N ，假有下式：

$$b^x = N \quad (1)$$

我們現在只特別看當底指數 x ，叫他為 N 用 b 做底的對數，用符號表示，就有

$$x = \log_b N \quad (2)$$

(1) 叫做指數式。

(2) 叫做對數式。

他們表示的關係，完全是同樣的；不過寫法不同就是了。譬如： $2^3=8$ ，那末 8 就是 3 用 2 做底的對數；對數的寫法就應當做 $\log_2 8=3$ 。同樣 $5^2=9$ ， $2^5=32$ ， $\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$ ， $x^y=z$ ，可寫做 $\log_2 9=2$ ， $\log_2 32=5$ ， $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}=3$ ， $\log_x z=y$ 。

習題九

1. 試將下列各等式寫成對數式：

$$\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{9}, \sqrt{125} = 5; 2^{-2} = \frac{1}{16}; 16^{-2} = .01; P^2 = Q$$

2. 假使底數為 5，那末 1, 5, 25, 125, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{25}$ 等的對數是什麼？

3. 試寫出下列各對數的底：

$$\log 64=2; \log 121=2; \log 825=4; \log \frac{1}{25} = -2$$

4. 證明下列各式：

$$\log_{10} 1000 + \log_{10} 100 + \log_{10} 10 + \log_{10} 1 = 6$$

5. 試求：

$$2\log_a a + 2\log_a \frac{1}{a} + \log_a 1 = ?$$

17. 對數的性質

A. 兩數積的對數，等於兩數對數之和。

假兩數是 M 及 N，牠們的對數是 x 及 y，公共底是 b，就有

$$\log_b M = x \quad \log_b N = y \dots\dots\dots I$$

寫成指數式，

$$b^x = M \text{ 及 } b^y = N \dots\dots\dots II$$

若兩數相乘，就有 $b^x \times b^y = M \times N$

$$\text{照指數原理，就有 } b^{x+y} = MN \dots\dots\dots III$$

將 III 又寫成對數式，即得，

$$\log_b MN = x + y = \log_b M + \log_b N$$

同理在兩個以上數的積，等於各個數的對數和。

B. 兩數商的對數，等於兩數的對數之差，和 A 一樣，先寫

出

$$\log_b M = x \text{ 及 } \log_b N = y$$

寫成指數式就有

$$b^x = M \text{ 及 } b^y = N$$

將 N 去除 M 就有

$$b^x \div b^y = M \div N$$

照指數原理，就有

$$b^{x-y} = \frac{M}{N}$$

寫成對數式就有

$$\log_b \frac{M}{N} = x - y = \log_b M - \log_b N$$

C. 某數 P 次乘方的對數, 等於他的對數的 P 倍,

設 $\log_b N = x$

或 $b^x = N$

設兩邊都用 P 次乘方, 就有

$$b^{Px} = N^P$$

再寫成對數式, 就有

$$\log_b N^P = Px = P \log_b N$$

D. 某數的 r 次開方的對數, 等於他的對數的 $\frac{1}{r}$ 倍

設 $\log_b N = x$

$$b^x = N$$

兩邊都開 r 方, 即得

$$b^{\frac{x}{r}} = N^{\frac{1}{r}}$$

再寫成對數式

$$\log_b N^{\frac{1}{r}} = \frac{x}{r} = \frac{\log_b N}{r} = \frac{1}{r} \log_b N$$

習 題 十

1. 已知 $\log_{10} 4 = 0.6021$; $\log_{10} 3 = 0.4771$, 求 $\log_{10} 12$; $\log_{10} 24$.
2. 求 $\log_{10} \sqrt{160} + \log_{10} \sqrt{16} = ?$
3. 問 $\log 25$ 是否等於 $\log 5 \log 5$ 或 $5 \log 5$?

4. $\frac{\log 22}{\log 3}$ 是等於 $\log \frac{22}{3}$ 或 $\frac{22}{3}$

5. 試證：

$$\log_{10} \sqrt[3]{150} - \log_{10} (.67)^2 = \frac{14}{3}$$

18. 常用對數 凡正數中除 1 外，任何數都可以做對數的底，普通所用的對數，用 10 做底，叫做常用對數，這個 10 字往往省去不寫，譬如 $\log_{10} 100 = 2$ ，只須寫做 $\log 100 = 2$ 。

現在且將幾個對數是整數的寫在下面，

因為 $10^4 = 10,000$

所以 $\log 10,000 = 4$

$10^3 = 1,000$

$\log 1,000 = 3$

$10^2 = 100$

$\log 100 = 2$

$10^1 = 10$

$\log 10 = 1$

$10^0 = 1$

$\log 1 = 0$

$10^{-1} = 0.1$

$\log 0.1 = -1$

$10^{-2} = 0.01$

$\log 0.01 = -2$

$10^{-3} = 0.001$

$\log 0.001 = -3$

$10^{-4} = 0.0001$

$\log 0.0001 = -4$

從上面各款裏面，我們可以看出真數增加時，對數也增加，並且凡在 100 到 1000 中間的數，牠們的對數在 2 到 3 之間；同樣在 .1 到 .01 中間的數，牠們的對數在 -1 到 -2 之間。

10. 定位與尾數的對數 因為對數完全是整數的很少，大多數的對數都有整數和小數兩部分。

例如，4587 是一個介在 10^3 到 10^4 中間的數，所以，

$$\log 4587 = 3 + \text{小數}$$

同理，因為 0.0087 是一個介在 10^{-3} 到 10^{-2} 中間的數，所以

$$\begin{aligned}\log 0.0087 &= -(2 + \text{小數}) \\ &= -2 - \text{小數}\end{aligned}$$

實際上，為了要便於計算，

$$\begin{aligned}\log 0.0087 &= (-2) + (-\text{小數}) \\ &= (-1-2) + (1-\text{小數}) \\ &= -3 + \text{新的小數}\end{aligned}$$

這樣一種變的意思，是使常用對數的小數部分總是正數；再舉一例。

$$\begin{aligned}\log .004712 &= -2.3263 \\ &= -2 - .3263 \\ &= (-1-2) + (1-.3263) \\ &= \bar{3}.6732\end{aligned}$$

這種變換的意思，就是 3 是負數，而 .6732 則是正數，且與原數中的數字相同，不管是在原數的小數部分，或在原數的整數部分，都是同樣的。

諸如上述情形，可見對數中的整數部分與原數的位數有關，

因此叫做定位部。

又對數中的小數部分，可以決定對數的大小，因此叫做定值部。

例如 $\log 357 = 2.5527$ 及 $\log 3.57 = 0.5527$; $\log .004712 = \bar{3}.6782$ 及 $\log 4712 = 3.6782$ ，其中 $2, 0, \bar{3}$ 及 3 都是定位部，而 $.5527, .5527, .6782$ 及 $.6782$ 都是定值部。

20. 對數表及三角函數對數表 指定一數做底，任何數都可以找出他的對數；為便利起見，前人已將常用對數開列成表。本書末尾附有對數表及三角函數對數表，各表都有四位數，檢索方法略述如下：

在後兩面（第 90—91 面）是由 1 到 10 的各數，定位部是 0。有了這表，一切對數的定值部都可以找到，定位部則隨位數變換。

因為要省去開表的手續，自 1 至 2 中間各數的對數另列一表（第 104—105 頁）。

又如已知某數的對數，反過來求這個數時，方法也是一樣。不過於定位部須特別注意，以定小數點的位置。尤其是在定位部為負數的時候。

例如已知某數的對數是 3.9786 ，檢表得 952，但是因為定位部是 3，所以這個數就是 9520。

又如已知某數的對數是 -2.3268 ，因為定位部是負數，所以應該改寫成 3.6732 ，檢表得 4712 。已知定位部是 -3 ，所以這個數就是 $.004712$ 。

三角函數對數表，是已將三角函數找好了對數的表，在應用時不必先去求得函數，再由函數找對數，只要直接由角度，在表中便可以找出三角函數的對數。

在正餘弦對數表（第 94—95 頁）之前，另有一表載 0° 至 10° 各角的正弦及 80° 至 90° 各角的餘弦對數，而在正餘切對數表（第 98—99 頁）之前，另有 0° 至 10° 各角度的正餘切及 80° 至 90° 各角度的正餘切的對數。因為這些函數的變化甚大，所以不能應用而表。

在三角函數對數表內，定位部都已印好，有正的，也有負的。如定位部如 $\bar{1}$ ， $\bar{2}$ 等，在計算時，最好改爲 $9-10$ 及 $8-10$ 等較爲便利。

例如 $\log \sin 4^\circ .22 = \bar{2}.8038$ ，倘改寫作 $8.8038-10$ ，於計算時便當不少。

習 題 十 一

2. 求下列各數的對數

a. 1.852

b. 33.73

c. 0.7324

d. 0.09381

e.	0.0300542	f.	2,840,188
g.	8,466,000	h.	789.1
i.	9376		

2. 求下列各角之值

a.	0.7752	b.	1.7689
c.	3.8162	d.	0.7848-18
e.	9.0084-10	f.	2.7939

求各角之值。

3. 求下列各角之值

a.	$\log \sin 33^\circ.21$
b.	$\log \sin 77^\circ.83$
c.	$\log \cos 31^\circ.73$
d.	$\log \cos 42^\circ.83$
e.	$\log \tan 73^\circ.25$
f.	$\log \tan 5^\circ.44$
g.	$\log \cot 32^\circ.81$
h.	$\log \cot 61^\circ.81$

4. 求下列各角中 x 之值

a.	$\log \sin x = 9.7698 - 10$
b.	$\log \sin x = 9.3197 - 19$
c.	$\log \cos x = 9.8228 - 10$
d.	$\log \cos x = 9.6197 - 10$
e.	$\log \tan x = 0.4418$
f.	$\log \tan x = 1.4788$

21. 餘弦數 凡角的何數的對數叫做這角的餘弦數。用

 $\cos \log$ 記之。

$$\text{colog } n = \log \frac{1}{n} = \log 1 - \log n$$

所以 $\text{colog } n = 0 - \log n$

$$\begin{aligned} \text{或 } \text{colog } n &= (10 - 10) - \log n \\ &= 10 - \log n - 10 \end{aligned}$$

爲便利起見，只要從 10 上減去該數的對數，而餘數寫上 -10 就是餘對數。

$$\text{例如 } \log 71.24 = 1.8527$$

$$\begin{aligned} \text{colog } 71.24 &= 10 - 1.8527 - 10 \\ &= 8.1473 - 10 \end{aligned}$$

在計算時，只有用餘對數，不必用上面的列式，只要將結果直接寫出來。

餘對數的計算法與普通對數可以同法。

$$\text{例如 } \log \frac{m}{np} = \log m - \log n - \log p$$

改用餘對數，即得

$$\log \frac{m}{np} = \log m + \text{colog } n + \text{colog } p$$

習 題 十 二

1. 求下列各數的餘對數。

a. 845.9

b. 67.69

c. 9874

d. 1.632

- a. 0.05431 f. 0.2468
 g. 0.008542 h. 898600
 i. 0.0088894

求下列各數之值

- a. $\text{colog } \sin 20^\circ.73$
 b. $\text{colog } \sin 78^\circ.82$
 c. $\text{colog } \cos 80^\circ.64$
 d. $\text{colog } \cos 1^\circ.63$
 e. $\text{colog } \tan 89^\circ.84$
 f. $\text{colog } \tan 28^\circ.74$

22. 用對數解直角三角形 從前直角三角形的解法，幾回

乘除的時候，非常麻煩，現在採用對數，就可省去。

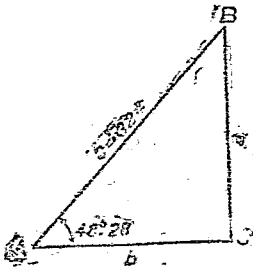


圖 17

例 I 圖 17 中 $A = 48.28^\circ$, $c = 324$, 解直角三角形，並求牠的面積。

$$\text{解: } B = 90^\circ - A = 41^\circ.72$$

$$a = c \sin A$$

$$\log a = \log c + \log \sin A$$

驗表即得

$$\log c = 2.5105$$

$$+ \log \sin A = 9.8780 - 10$$

$$\hline \log a = 12.3885 - 10$$

$$= 2.3885$$

檢表即得

$$a = 241.8$$

$$b = c \cos A$$

$$\log b = \log c + \log \cos A$$

檢表即得

$$\log c = 2.5105$$

$$+) \log \cos A = 9.8221 - 10$$

$$\log b = 12.3326 - 10$$

$$= 2.3326$$

檢表即得

$$b = 215.6$$

驗算

$$a^2 = c^2 - b^2$$

何故?

$$a^2 = (c+b)(c-b)$$

何故?

$$2 \log a = \log (c+b) + \log (c-b)$$

$$\log a = \frac{1}{2} \{ \log (c+b) + \log (c-b) \}$$

以上所得

$$c+b = 539.6 \text{ 及 } c-b = 103.4$$

$$\log (c+b) = 2.7321$$

$$+) \log (c-b) = 2.0150$$

$$2 \log a = 4.7471$$

$$\log a = 2.3735$$

所證結果相同，故知無錯誤。

直角三角形的面積是底乘高之半，

現

$$\text{面積 } A = \frac{ab}{2}$$

$$\log A = \log a + \log b - \log 2$$

$$\log a = 2.3885$$

$$\begin{array}{r} +) \log b = 2.3886 \\ \hline 4.7771 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -) \log 2 = 0.3010 \\ \hline 4.4761 \end{array}$$

故得面積 $A = 28,070$

例 II 已知 $b=15.12$, $c=30.81$,

解直角三角形(圖 18)。

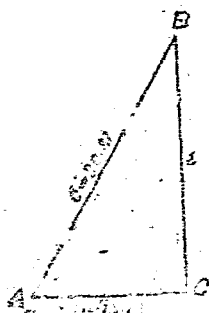


圖 18

$$\text{解: } \cos A = \frac{b}{c}$$

$$\therefore \log c \cos A = \log b - \log c$$

$$\log b = 11.1796 - 10$$

$$\begin{array}{r} -) \log c = 1.4887 \\ \hline \log c \cos A = 9.6909 - 10 \end{array}$$

$$\therefore A = 60^{\circ}.61$$

$$B = 90^{\circ} - A$$

$$= 90^{\circ} - 60^{\circ}.61$$

$$= 29^{\circ}.39$$

求 a 時用公式

$$\tan A = \frac{b}{c}$$

$$c = b \tan A$$

$$\log a = \log b + \log \tan A$$

$$\log b = 1.1793$$

$$\begin{array}{r} +) \log \tan A = 0.9493 \\ \hline \log a = 1.1286 \end{array}$$

$$\therefore a = 20.85$$

$$\text{或：} \quad a^2 = (c+b)(c-b)$$

$$\log a = \frac{1}{2} \left\{ \log(c+b) + \log(c-b) \right\}$$

$$\text{由上式得} \quad c+b = 45.93$$

$$c-b = 15.69$$

$$\log(c+b) = 1.6621$$

$$\begin{array}{r} \log(c-b) = 1.1953 \\ \hline \frac{1}{2} \log a = 2.6577 \end{array}$$

$$\log a = 1.4289$$

驗得結果相同，故知無錯誤。

例 III 已知 $B = 2^\circ 30' 5$ ， $a = 1875.3$ ，

解直角三角形(圖 19)。

$$\begin{aligned} \text{解: } A &= 90^\circ - B \\ &= 90^\circ - 2^\circ.305 \\ &= 87^\circ.695 \end{aligned}$$

$$\sin A = \frac{a}{c}$$

$$c = \frac{a}{\sin A}$$

$$\log c = \log a - \log \sin A$$

$$\log a = 13.2731 - 10$$

$$\begin{array}{r} -) \log \sin A = 9.9996 - 10 \\ \hline \log c = 13.2735 \end{array}$$

$$\therefore c = 1377$$

求 b, 用公式

$$\tan A = \frac{a}{b}$$

$$b = \frac{a}{\tan A}$$

$$\log b = \log a - \log \tan A$$

$$\log a = 13.2731 - 10$$

$$\begin{array}{r} -) \log \tan A = 11.9953 - 10 \\ \hline \log b = 1.8778 \end{array}$$

$$b = 75.49$$

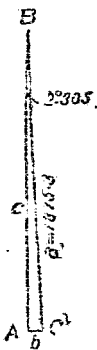


圖 19

解法如下列二式

$$c^2 = (a+b)(c-b); \quad b = c \sin B$$

習 題 十 三

下列各題均用三角法解之，C=90°:

- | | | | |
|-----|----|-------------|----------|
| 1. | 已知 | A=60°.5 | c=11.7 |
| 2. | 已知 | B=63°.83 | a=723.3 |
| 3. | 已知 | B=627.63 | b=47.7 |
| 4. | 已知 | a=.634 | c=.91 |
| 5. | 已知 | A=72°.12 | a=83.4 |
| 6. | 已知 | b=2.887 | c=5.11 |
| 7. | 已知 | A=52°.68 | b=4247 |
| 8. | 已知 | a=101 | b=113 |
| 9. | 已知 | A=45°.57 | a=153.3 |
| 10. | 已知 | c=204.3 | c=273.3 |
| 11. | 已知 | B=10°.85 | c=.7234 |
| 12. | 已知 | a=633.5 | b=561.2 |
| 13. | 已知 | b=.62427 | c=.64732 |
| 14. | 已知 | B=2°.195 | a=1675.3 |
| 15. | 已知 | B=26°33'51" | a=.8211 |
| 16. | 已知 | A=74°0'18" | c=275.62 |
| 17. | 已知 | B=24°14'37" | b=170.22 |
| 18. | 已知 | a=10.167 | b=17.881 |
| 19. | 已知 | a=24.67 | b=33.62 |
| 20. | 已知 | A=78°.17' | a=203.81 |

23. 應用問題上幾個名詞 三角上的應用問題很多，其中所用的專門名詞也不少，所以要特別解釋，纔能明白。

I. 在地面上任何點上所引直線通過地心的時，就叫做這點的垂線。經過這直線的平面，叫做垂直面。與這直線成直角的法線平面，叫做水平線或水平面。

II. 仰角俯角的概念，見第一章第七節。仰角有時叫做高度。譬如太陽的高度就是太陽的仰角。

III. 線的方向 平常所說的方向就是該線與正南或正

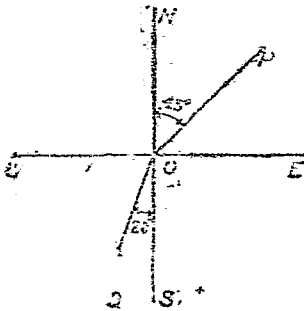


圖 20

北線相交的角度。例如图 20 的

CP 在北向東 45° 就寫作 $N 45^\circ E$;

若以在東向北記 CP 之方向，就

寫作 $E 45^\circ N$ 。同樣 OQ 是在南

向西 20° ，所以寫作 $S 20^\circ W$ ；若

以在西向南記 OQ 之方向，就寫

做 $W 70^\circ S$ 。

再如說甲地在乙地的 $S 33^\circ E 20$ 里，就是表示甲地在乙地的南方偏向東 33° ，並且兩地的距離是 20 里。

習 題 十 四

(1. 設甲乙兩站同在一平地上，相距三公里，若在甲站望乙站的途中汽船上登乙站，望角相差 $8^\circ 15'$ ，求汽船的高。

2. 從海岸望見北山山頂的俯角為 $1^{\circ}30'21''$ 。已知北山山頂距海面 120 公尺，求山的距離。
3. 用 55 尺長的竿子在 29 尺高的墩頂上，照竿的頂端與竿的頂端平視着，求竿和墩頂所成的角度。
4. 5 尺高的人，站在距燈光 4 尺的地方而成 18 尺的影子，求燈光的高度。
5. 118 尺高的海邊岩石的影子，在距燈 65 尺的頂端，求燈塔的高度。
6. 一樹被風吹斷，他的頂點倒在離樹根 15 尺地方而與地成 $42^{\circ}25'$ 的角度，求樹高多少？
7. 在地上的塔高 121 尺而與地成角為 $65^{\circ}5'$ ，求塔頂的圓。
8. 扇形鐘的長為 7 寸，且於兩點外開到 45° 時，求中間距離多少寸？

第五章 任意三角形的解法

21. 鈍角三角函數 在第一章已經講過銳角的三角函數，以後並利用這種函數解直角三角形，但是三角形的三隻角不必都是銳角，其中可以含有直角，或鈍角的；所以要解任意三角形，先要研究鈍角的各三角函數。

如圖 21，銳角 POX 可以看成是直線 OX 從 OX 的位置繞着一端點 O ，按反時針向旋轉到 OP 的位置發生的，直線

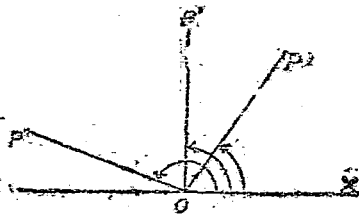


圖 21

OX 叫做始邊的始線，而線 OP 叫做終邊的終線。從始線旋转到 OP 的時候，例如到 OP' 的位置， $\angle P'OX$ 就是直角；若再繼續旋轉，例如到 OP'' 的位置， $\angle P''OX$ 就是鈍角。

設 $\angle POX$ 是一銳角，用 A 來表示它，又 $\angle P'OX$ 是一直角，用 B 來表示它，今在 $\angle A$ 的始邊上取一點 P 向始線 OX 作垂線 PM，那麼 OM 叫做 OP 在始邊上的正射影，PM 叫做 P 點的正射影。同樣 $\angle B$ 的始邊 OP'，在始邊上的正射影是 OX 在反方向引的線上的 OM'，而 OM' 的垂線 P'M'，叫做 P' 點的正射影。

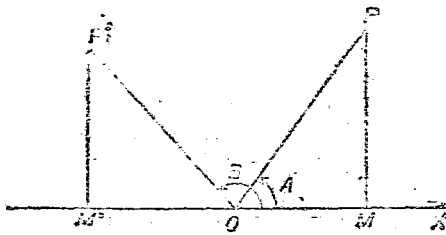


圖 22

點的正射影。若用正射影的關係來表示各三角函數，就有

$$\begin{aligned} \sin A &= \frac{P \text{ 點的正射影}}{A \text{ 的終邊}} = \frac{PM}{OP}, & \sin B &= \frac{P' \text{ 點的正射影}}{B \text{ 的終邊}} = \frac{P'M'}{OP'} \\ \cos A &= \frac{A \text{ 的始邊正射影}}{A \text{ 的終邊}} = \frac{OM}{OP}, & \cos B &= \frac{B \text{ 的始邊正射影}}{B \text{ 的終邊}} = \frac{OM'}{OP'} \\ \tan A &= \frac{P \text{ 點的正射影}}{A \text{ 的始邊正射影}} = \frac{PM}{OM}, & \tan B &= \frac{P' \text{ 點的正射影}}{B \text{ 的始邊正射影}} = \frac{P'M'}{OM'} \\ \cot A &= \frac{A \text{ 的始邊正射影}}{P \text{ 點的正射影}} = \frac{OM}{PM}, & \cot B &= \frac{B \text{ 的始邊正射影}}{P' \text{ 點的正射影}} = \frac{OM'}{P'M'} \end{aligned}$$

$$\sec A = \frac{A'OP'}{A'OM} = \frac{OP}{OM}, \quad \sec B = \frac{B'OP'}{B'OM} = \frac{OP'}{OM'}$$

$$\csc A = \frac{A'OP'}{P'M'} = \frac{OP'}{P'M'}, \quad \csc B = \frac{B'OP'}{P'M'} = \frac{OP'}{P'M'}$$

25. 補角函數公式 在普通初等幾何學上，直線所論長度；但在三角法上還要加一種方向。通例以一點做標準，向右所引的直線是正，向左引的，就是反向所引的直線是負；例如上節圖 22，OM 是正，OM' 是負。直線的方向有了正負，鈍角的三角函數，就可以用補角的三角函數來表示。所謂補角就是兩角相加，等於 180°。例如 A+B=180°，那末 A 和 B 叫做互為補角。

設在圖 23，∠POX 和 ∠P'OX' 是兩相等的銳角，那末 ∠POX + ∠P'OX = ∠P'OX + ∠P'OX' = 180° 或 ∠A' + ∠B

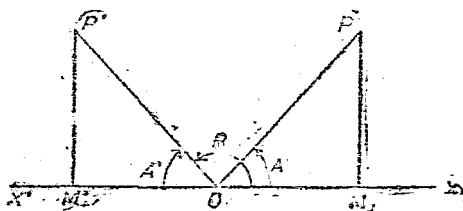


圖 23

= ∠B + ∠A' = 180°。同時假定 OP = OP', PM 和 P'M' 均垂直於 XX', PM = P'M'。那末按上節所講的鈍角三角函數定義和直線方向的正負號，就有

$$\sin B = \frac{PM}{CP} = -\frac{PM}{CP} = \sin A$$

$$\cos B = -\frac{CM}{CP} = -\frac{CM}{CP} = -\cos A$$

$$\tan B = \frac{PM}{CM} = -\frac{PM}{CM} = -\tan A$$

$$\cot B = \frac{CM}{PM} = -\frac{CM}{PM} = -\cot A$$

$$\sec B = \frac{CP}{CM} = -\frac{CP}{CM} = -\sec A$$

$$\csc B = \frac{CP}{PM} = \frac{CP}{PM} = \csc A$$

用邊長和角表示，就是“鈍角各三角函數等於互餘的銳角各三角函數的相反（正變為負）是相同的；但是除正餘弦以外，其餘各函數的三角號都相反”。

所以求鈍角各函數，就是先求它的餘角（當然也是銳角）求得，同時把三角號的符號變正變負。

習題十五

求下列各角的 120° 、 135° 和 150° 各三角函數，並第一等三角函數各三角函數的相反三角函數的各三角函數。

2. 用下列各角表示，求下列各三角函數的相反三角函數。

(a) 角 20° 或 70°

(b) 角 30° 或 150°

26. 解任意三角形 有了銳角的三角函數，就可以解任意三角形。三角形共有三邊和三角，彼此有相互的關係，只要知道

了其中三件，就不難推測把三件找出。但所知的三件之中，至少
要一件是邊。所以解任意三角形的方法，可分做四類：

- I 已知一邊與兩角
- II 已知二邊與一非夾角
- III 已知二邊與一夾角
- IV 已知三邊

此外還有三角形的面積；頂垂線（三角形的高度）；中線；分
角線；內接圓徑及外接圓徑等等，也都可以從三邊三角推算出來。

27. 以任意三角形所根據的定律 在從前解直角三角形，
他的 $\angle C=90^\circ$ ，就是任意三角形中的一種特殊情形。所以現在
所採用的定律，可以將以前的

$$\angle A + \angle B = 90^\circ$$

$$a = c \sin A$$

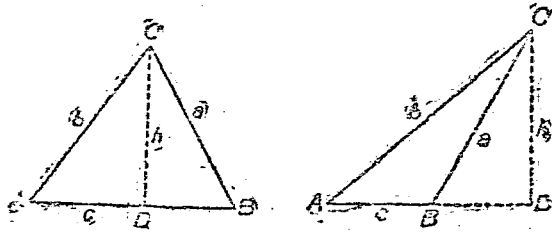
及 $a^2 + b^2 = c^2$

約略改變一下即得，

I 三角和的定律

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \dots\dots\dots I$$

II 正弦定律 在圖 24，左右兩圖中， A, B, C ，為 $\triangle ABC$
的三隻角， a, b, c 為 $\triangle ABC$ 的三邊。作 $CD \perp AB$ 和 AB 或引
長線相遇於 D 。叫 $CD = h$ ，於是



24

$$\frac{h}{b} = \sin A$$

在左圖 $\frac{h}{a} = \sin B$

在右圖 $\frac{h}{a} = \sin(180^\circ - B) = \sin B$

$$\therefore \frac{h}{b} \div \frac{h}{a} = \sin A \div \sin B$$

得 $\frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B}$

同理 $\frac{a}{c} = \frac{\sin A}{\sin C}$ 或 $\frac{b}{c} = \frac{\sin B}{\sin C}$

於是即得

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \dots \dots \dots \text{II}$$

這就叫做正弦定律。

III. 餘弦定律

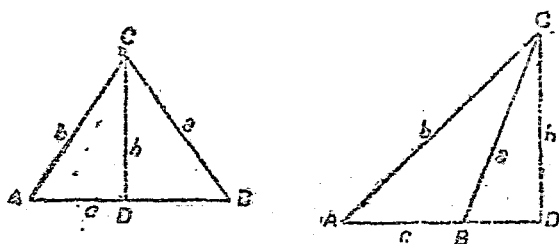


圖 25

在圖 25 左右兩圖中，

$$a^2 = h^2 + \overline{BD}^2 \dots\dots\dots (1)$$

左圖中 $BD = c - AD$

右圖中 $BD = AD - c$

總之 $BD^2 = \overline{AD}^2 - 2c \times AD + c^2$

代入 (1) 中

$$a^2 = h^2 + \overline{AD}^2 + c^2 - 2c \times AD \dots\dots\dots (2)$$

但是 $h^2 + \overline{AD}^2 = b^2$

$$AD = b \cos A$$

代入 (2) 中

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \dots\dots\dots III$$

同理即得

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

這就叫做餘弦定律。

有了這三個定律，我們就可以解任何三角形。因為在正弦定律中可以：

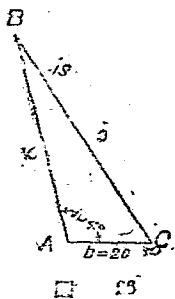
- (一) 用一邊兩角去再找一邊 第一類
- (二) 二邊非夾角去再找一角 第二類在餘弦定律中可以
- (三) 用二邊夾一角去找第三邊 第三類
- (四) 用三邊去找一角 第四類

28. 第一類 已知一邊與任兩角

例：設如圖 26 中，已知 $b=20$ ，

$$A = 104^\circ, \quad B = 19^\circ$$

求解這三角形



$$\begin{aligned} \text{解： } C &= 180^\circ - (A + B) \\ &= 180^\circ - 123^\circ = 57^\circ \end{aligned}$$

$$\text{求 } a \text{ 用 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$a = \frac{b \sin A}{\sin B}$$

$$\log a = \log b + \log \sin A - \log \sin B$$

$$\log b = 1.3010$$

$$\begin{aligned} \therefore \log \sin A &= 9.9869 - 10 \\ &= 11.2879 - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} -) \log \sin B = 9.5126 - 10 \\ \log a = 1.7753 \\ \hline \end{array}$$

檢表得 $a = 59.61$

$$\text{求 } c \text{ 用 } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$c = \frac{b \sin C}{\sin B}$$

$$\log c = \log b + \log \sin C - \log \sin B$$

$$\log b = 1.8010$$

$$\begin{array}{r} +) \log \sin C = 9.9256 - 10 \\ 11.2246 - 10 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -) \log \sin B = 9.5126 - 10 \\ \log c = 1.7120 \\ \hline \end{array}$$

檢表得 $c = 51.52$

習 題 十 六

解下列三角形 ABC, 已知

- | | | | |
|----|-----------|------------------|----------------------|
| 1. | $a=10$ | $A=38^\circ$ | $B=72^\circ 15'$ |
| 2. | $a=7.95$ | $A=79^\circ 59'$ | $B=44^\circ 41'$ |
| 3. | $b=23.01$ | $A=87^\circ 40'$ | $C=38^\circ 18'$ |
| 4. | $c=161$ | $A=85^\circ 15'$ | $C=123^\circ 39'$ |
| 5. | $b=2356$ | $A=63^\circ 52'$ | $E=73^\circ$ |
| 6. | $b=8$ | $A=20^\circ$ | $E=2^\circ 15' 46''$ |

7.	$c=0.050$	$B=75^\circ$	$C=66^\circ.57$
8.	$b=0.009$	$A=24^\circ.5$	$B=86^\circ.49$
9.	$c=70$	$A=2^\circ.68$	$B=112^\circ$
10.	$a=593$	$A=10^\circ.2$	$B=46^\circ.6$

20. 第二期 已知二邊與一非夾角 這一類情形中,有時合沒有解的。若三角形 ABC , 已知 a, b 和 A 三項, 可應用正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

以求 B ; 但是在用對數算時, 假使得到的結果是

$$\log \sin B = 0, \sin B = 1, = 90^\circ,$$

那末就是直角三角形。

設 $\log \sin B > 0$, 即 $\sin B > 1$, 那是命題的錯誤, 因為缺無此理的。

設 $\log \sin B < 0$ 及 $b < a$, 那末只有一個答案。

設 $\log \sin B < 0$ 而 $b > a$, 那可得到兩個答案。

要明白上述的情形, 最好看下面各例:

a. 若 $a=20$, $b=30$, $A=28^\circ$, 解三角形。

解: 先求 $\sin B$ 。

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\therefore \sin B = \frac{b \sin A}{a}$$

$$\log \sin B = \log b + \log \sin A - \log a$$

$$\log b = 1.9081$$

$$+) \frac{\log \sin A = 9.6716 - 10}{11.5747 - 10}$$

$$-) \frac{\log a = 1.5503}{\log \sin B = 10.0184 - 10}$$

$$\therefore \log \sin B = 0.0184$$

因爲 $\log \sin B > 0$, $\sin B > 1$, 所以

不能有解答的。

b. 已知 $a=7.42, b=3.89, A=105^\circ$ 。

$$\text{解: } \sin B = \frac{b \sin A}{a}$$

$$\log \sin B = \log b + \log \sin A - \log a$$

$$\log b = 0.5892$$

$$+) \frac{\log \sin A = 9.9840 - 10}{10.5151 - 10}$$

$$-) \frac{\log a = 0.8704}{\log \sin B = 9.6447 - 10}$$

因爲 $\log \sin B < 0$, 而 $b < a$, 所以

祇有一個解答;

$$\therefore B = 26^\circ 11'$$

$$\angle C = 180^\circ - (A + B)$$

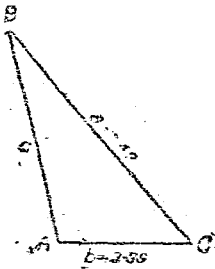
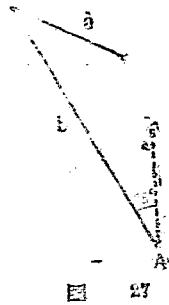


圖 23

$$= 180^\circ - 131^\circ 11' = 48^\circ 49'$$

求 c 用

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

$$c = \frac{a \sin C}{\sin A}$$

$$\log c = \log a + \log \sin C - \log \sin A$$

$$\log a = 0.8701$$

$$+) \frac{\log \sin C = 9.8763 - 10}{10.7470 - 10}$$

$$) \frac{\log \sin A = 9.9849 - 10}{\log c = 0.7621}$$

$$\therefore c = 5.783$$

c. 已知 $a=732$, $b=1015$, $A=40^\circ$

$$\text{解: } \sin B = \frac{b \sin A}{a}$$

$$\log \sin B = \log b + \log \sin A - \log a$$

$$\log b = 3.0035$$

$$+) \frac{\log \sin A = 9.8081 - 10}{12.8146 - 10}$$

$$-) \frac{\log a = 2.8645}{\log \sin B = 9.9501 - 10}$$

因為 $\log \sin B < 0$, 而 $b > a$.

所以我們可以得到兩個解答,如圖 29 中, $B=68^{\circ}3'$, 而另外
還有一個 B 是

$$B_2 = 180^{\circ} - B_1 = 116^{\circ}57'$$

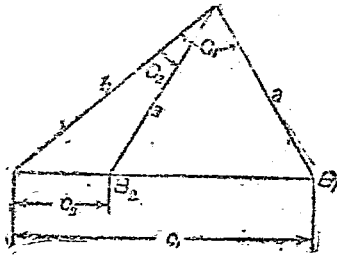


圖 29

同理: $\angle C_1 = 180^{\circ} - (A + B_1) = 180^{\circ} - 103^{\circ}3' = 76^{\circ}57'$

$$\angle C_2 = 180^{\circ} - (A + B_2) = 180^{\circ} - 156^{\circ}57' = 23^{\circ}3'$$

求 c_1 用 $c_1 = \frac{a \sin C_1}{\sin A}$

$$\log c_1 = \log a + \log \sin C_1 - \log \sin A$$

$$\log a = 2.9345$$

$$\begin{array}{r} +) \log \sin C_1 = 9.9886 - 10 \\ \hline 12.8531 - 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -) \log \sin A = 9.9091 - 10 \\ \hline \log c_1 = 3.0150 \end{array}$$

$$\therefore c_1 = 1109.9$$

同理
$$c_2 = \frac{a \sin C_2}{\sin A}$$

$$c_2 = 445.9$$

習題十七

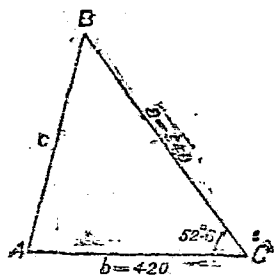
求解下列各三角形，已知

- | | | | |
|-----|------------|------------|-----------------------|
| 1. | $a=50$ | $c=68$ | $A=123^\circ 11'$ |
| 2. | $a=5.08$ | $b=3.59$ | $A=65^\circ 20'$ |
| 3. | $a=62.2$ | $b=74.8$ | $A=27^\circ.13$ |
| 4. | $b=.2387$ | $c=.1992$ | $B=169^\circ$ |
| 5. | $a=167$ | $c=171$ | $C=31^\circ.63$ |
| 6. | $b=8669$ | $c=1223$ | $C=55^\circ 52'$ |
| 7. | $b=5.161$ | $c=6.34$ | $B=44^\circ 3'$ |
| 8. | $a=8.636$ | $c=19$ | $A=56^\circ 57'$ |
| 9. | $a=114.56$ | $b=184.72$ | $B=162^\circ 20'$ |
| 10. | $a=23.16$ | $c=27.09$ | $C=52^\circ 21'$ |
| 11. | $b=811.8$ | $a=806.4$ | $B=126^\circ 5' 29''$ |
| 12. | $b=9.369$ | $c=9.197$ | $B=120^\circ.4$ |
| 13. | $b=.048$ | $c=.8621$ | $B=57^\circ.69$ |
| 14. | $a=34$ | $c=23$ | $C=30^\circ.33$ |

30. 第三類 已知二邊與一角

例如圖 30 中， $a=540$ ， $b=420$ ， $C=53^\circ 6'$ ，應用餘弦定

律，



例 30

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\begin{aligned} \therefore c &= \sqrt{540^2 + 420^2 - 2 \times 540 \times 420 \cos 52^\circ 51'} \\ &= \sqrt{291600 + 176400 - 278700} \\ &= \sqrt{189300} \\ &= 435.1 \end{aligned}$$

求 A.

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A}$$

$$\sin A = \frac{a \sin C}{c}$$

$$\log \sin A = \log a + \log \sin C - \log c$$

$$\log a = 2.7324$$

$$\begin{aligned} +) \log \sin C &= 9.8971 - 10 \\ \hline &= 12.6295 - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -) \log c &= 2.6388 \\ \hline \log \sin A &= 9.9907 - 10 \end{aligned}$$

檢表得 $A=78^{\circ}18'$

$$\begin{aligned}\angle B &= 180^{\circ} - (A+C) = 180 - 180^{\circ}24' \\ &= 49^{\circ}36'\end{aligned}$$

習題十八

求解下列各三角形，已知

- | | | | |
|----|--------------|--------------|-------------------|
| 1. | $a=27$ | $c=15$ | $B=43^{\circ}$ |
| 2. | $a=488$ | $b=347$ | $C=51^{\circ}38'$ |
| 3. | $a=53.27$ | $b=41.61$ | $C=78^{\circ}52'$ |
| 4. | $b=\sqrt{6}$ | $c=\sqrt{3}$ | $A=35^{\circ}53'$ |
| 5. | $a=161$ | $b=29$ | $C=32^{\circ}16'$ |
| 6. | $b=6$ | $c=9$ | $A=83^{\circ}.9$ |
| 7. | $a=12$ | $b=19$ | $C=5^{\circ}.24$ |
| 8. | $c=45$ | $b=20$ | $A=42^{\circ}.3$ |

31. 第四類 已知三邊

例：求解圖 31 中三角形，已知 $a=51$ ， $b=65$ 及 $c=20$

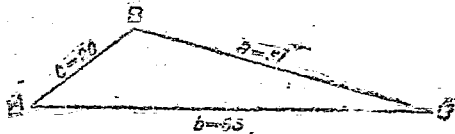


圖 31

解：求 A 從 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\therefore \cos A = \frac{65^2 + 20^2 - 51^2}{2 \times 65 \times 20} = \frac{2024}{2600} = 0.7784$$

故求得 $A = 38^\circ.9$

求 C 從 $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$

$$\text{即 } \sin C = \frac{c \sin A}{a}$$

$$\log \sin C = \log c + \log \sin A - \log a$$

$$\log c = 1.9010$$

$$\begin{array}{r} +) \log \sin A = 9.7879 - 10 \\ \hline 11.6889 - 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -) \log a = 1.7076 \\ \hline \log \sin C = 9.9813 - 10 \end{array}$$

故得 $C = 14^\circ.24$

$$B = 180 - (A + C)$$

$$= 180 - 58^\circ.14$$

$$= 120^\circ.86$$

習題十九

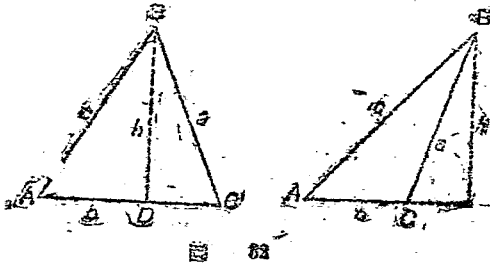
在下列各三角形, 已知

$$1. \quad a=2 \quad b=3 \quad c=4$$

$$2. \quad a=2.5 \quad b=2.72 \quad c=2.83$$

3.	$a=5.6$	$b=4.3$	$c=4.9$
4.	$a=111$	$b=145$	$c=40$
5.	$a=79.3$	$b=94.2$	$c=63.9$
6.	$a=331$	$b=361$	$c=402$
7.	$a=.641$	$b=.529$	$c=.702$
8.	$a=73$	$b=52$	$c=91$
9.	$a=1.9$	$b=3.4$	$c=4.9$
10.	$a=\sqrt{6}$	$b=\sqrt{8}$	$c=\sqrt{7}$

92. 已知三邊求面積



$$\text{因爲 } \sin A = \frac{BD}{c}$$

$$BD = c \sin A$$

$$\text{面積} = \frac{1}{2} h b$$

$$h = BD$$

$$\therefore \text{面積 } F = \frac{1}{2} c \sin A \times b$$

$$= \frac{1}{2} cb \sin A$$

$$\begin{aligned} \text{同理 } F_3 &= \frac{1}{2} a b \sin C \\ &= \frac{1}{2} b c \sin A \\ &= \frac{1}{2} a c \sin B \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \dots\dots\dots 1$$

$$\begin{aligned} \square \text{ 爲 } F &= \frac{1}{2} b c \sin A \\ F^2 &= \frac{1}{4} b^2 c^2 \sin^2 A \\ &= \frac{1}{4} b^2 c^2 (1 - \cos^2 A) \\ &= \frac{1}{4} b^2 c^2 (1 + \cos A) (1 - \cos A) \end{aligned}$$

用餘弦定理

$$F^2 = \frac{1}{4} b^2 c^2 \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \left(1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

簡化後

$$= \frac{1}{16} (b+c+a)(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c) \dots\dots\dots \text{II}$$

假定三角形的全周叫做 $2s$ ，那末

$$a+b+c=2s$$

$$b+c-a=2(s-a)$$

$$a+c-b=2(s-b)$$

$$a+b-c=2(s-c)$$

代入 II 中，

$$F^2 = \frac{1}{16} \times 2s \times 2(s-a) \times 2(s-b) \times 2(s-c)$$

$$= s(s-a)(s-b)(s-c)$$

$$\therefore F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

例：求三角形 ABC 的面積，已知 $a=12.53$, $b=21.9$,
 $c=13.91$

解： $2s = a + b + c = 12.53 + 21.9 + 13.91 = 50.34$

$$\therefore s = 25.17$$

$$s-a = 25.17 - 12.53 = 12.64$$

$$s-b = 25.17 - 21.9 = 3.27$$

$$s-c = 25.17 - 13.91 = 11.26$$

$$\therefore F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\therefore \log F = \frac{1}{2} (\log s + \log(s-a) + \log(s-b) + \log(s-c))$$

$$\log s = 1.4493$$

$$\log(s-a) = 1.1043$$

$$\log(s-b) = 0.5145$$

$$\log(s-c) = 0.9866$$

$$\underline{\underline{24.1361}}$$

$$\log F = 2.0626$$

$$F = 115.5$$

習題二十

求下列三角形的面积, 已知

- | | | | |
|----|------------|-----------|-----------|
| 1. | $b=142.8$ | $c=89.6$ | $a=53$ |
| 2. | $a=79$ | $b=86$ | $c=67$ |
| 3. | $a=23.1$ | $b=19.7$ | $c=25.2$ |
| 4. | $a=63.2$ | $b=6$ | $c=1.23$ |
| 5. | $a=4$ | $b=7$ | $c=3$ |
| 6. | $a=50$ | $b=43$ | $c=49$ |
| 7. | $a=1.0291$ | $b=1.184$ | $c=1.052$ |
| 8. | $a=50$ | $b=50$ | $c=100$ |

25. 三角形内切圆的半径 在图 25 中, 设内切圆的半径叫做 r , 将三角形 ABC 的面积另作三部分计算, 可得

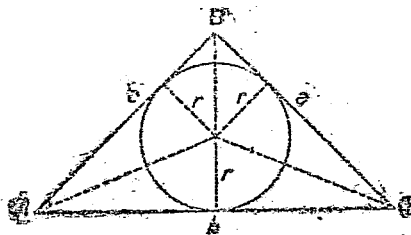


图 25

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{1}{2} ar + \frac{1}{2} br + \frac{1}{2} cr \\
 &= \frac{1}{2} (a+b+c)r = sr \dots\dots\dots (1)
 \end{aligned}$$

因爲 $F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

將(1)代入，即得

$$r = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$$

34. 三角形外接圓的半徑 在圖 34 中，假定 R 是 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑， O 是中心， $OM \perp BC$ ，於是得到

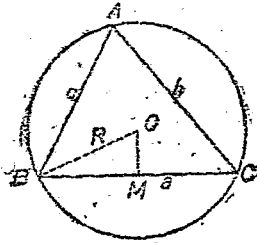


圖 34

$$BM = R \sin BOM$$

$$= R \sin A$$

何故？

$$\therefore BC \text{ 或 } a = 2R \sin A$$

同理

$$b = 2R \sin B \quad c = 2R \sin C$$

$$\therefore 2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \dots\dots\dots (1)$$

但是

$$F = \frac{1}{2} ac \sin B$$

用

$$2R = \frac{b}{\sin B} \text{ 或 } \sin B = \frac{b}{2R}$$

$$\therefore F = \frac{abc}{4R} \dots\dots\dots (II)$$

習題二十一

求三角形 ABC 的內切圓及外接圓的半徑, 已知

- | | | | |
|----|---------|---------|---------|
| 1. | a=40 | b=18 | c=37 |
| 2. | a=8 | c=5 | b=9 |
| 3. | a=.23 | b=.23 | c=.198 |
| 4. | a=61.3 | b=64.7 | c=47.6 |
| 5. | a=705 | b=43 | c=49 |
| 6. | a=2.51 | b=2.79 | c=2.53 |
| 7. | a=.21 | b=.26 | c=.31 |
| 8. | a=513.4 | b=726.6 | c=331.3 |

習題二十二 應用問題

- 在岸上 AB 兩處都可看見 B 船, 設量得 AB = 500 尺, $\angle SAB = 67^\circ 45'$, $\angle SBA = 72^\circ 21'$, 求船到 A 相距多少路?
- 平行四邊形的一對對角線是 11.237, 這線和兩邊所成角的角度為 $15^\circ 1'$ 及 $42^\circ 54'$. 求兩邊的是。
- 平行四邊形的一邊長 95, 一條對角線長 63, 而兩對角線夾角是 $21^\circ 37'$. 求另一對角線長多少?
- 水上兩浮標相距 2730 尺, 一艘船較近的浮標相距 2025 尺. 由該

兩艘浮標的連線所成的角度是 $16^{\circ}15'$ 。求船和後邊的浮標相距多少？

5. 兩列火車同時在同一車站出發。軌道相交成 80° 角。設其一列速度為每小時三十公里，另一列的速度是每小時 40 公里。問半小時後兩列火車相距多少里？

6. AB 兩樹，隔池而生。設在 C 點上量得 $AC = 257.6$ 尺， $BC = 864.4$ 尺，及 $\angle C = 87^{\circ}.72$ ，求兩樹相距多少尺？

7. ABC 三人的距離為 $AB = 165$ 里， $AC = 72$ 里， $BC = 128$ 里。設 B 站在 A 的北東，求 C 站在 A 的北東。

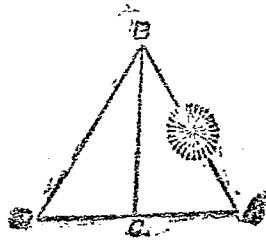
8. 已知三角形的兩邊是 12。及 $a = 60$ ， $\angle B = 40^{\circ}28'$ ，求角 A 對邊 a 的長多少？

9. 某項工程在 A 點起工，一隊工人由 A 以 $87^{\circ}16'$ 的方向，走了 3.6 里之後，第二隊工人由 A 以 $60^{\circ}31'$ 的方向，走了多少里？

10. AB 兩樹相距 60 尺，設在 C 點上量得 $AC = 55$ 尺， $BC = 40$ 尺， $\angle C = 90^{\circ}$ ，求 C 點在 AB 的北東多少里？

11. 由 A 點起工，一隊工人由 A 以 $87^{\circ}16'$ 的方向，走了 400 公尺之後，第二隊工人由 A 以 $60^{\circ}31'$ 的方向，走了多少公尺？

12. AB 兩樹相距 120 尺，設在 C 點上量得 $AC = 236$ 尺， $CD = 216$ 尺， $\angle ACB = 118^{\circ}20'$ ， $\angle CDB = 74^{\circ}15'$ ，求 AB 的距離。



第六章 三角法的應用

35. 三角法在物理上的應用

a. 力的圖解 力有方向大小，及作用點；線段有方向，長度及起點；故用線段來表示力最為便當

例：甲乙兩力，都作用在O點上，互相做成一只 88° 的角。甲力為 13 公斤，乙力為 17 公斤。求合力的大小及方向。

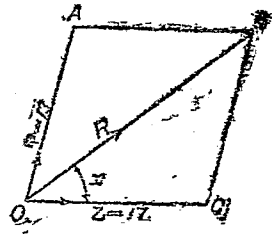


圖 35

係照物理上合力的平行四邊形定理得圖 35 所示的平行四邊形 OABC，R 表示合力， $\angle x$ 可以表示 R 的方向。

解： $\triangle OBC$ ，係任意三角形解法第三類

$$R = \sqrt{13^2 + 17^2 - 2 \times 13 \times 17 \cos 142^\circ}$$

$$= 23.39 \text{ 公斤}$$

$$\sin x = \frac{\sin 142^\circ}{23.39} \times 13$$

$$\log \sin x = \log \sin 142^\circ + \log 13 - \log 23.39$$

$$\therefore x = 16^\circ.87$$

b. 速度的圖解 速度和力一樣也可以用線段來表示。

例：若有北兩碼頭，北碼頭在南碼頭北偏西 20° 地方，如圖 36，若汽船速度每小時 30 里，水流由西向東每小時是 10 里。問這汽船應取什麼方向可以由南岸碼頭直駛到北岸碼頭？

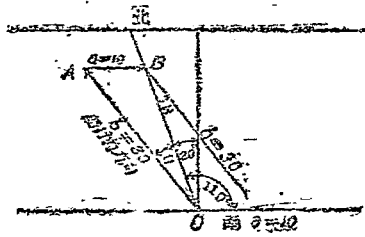


圖 36

依速力的平行四邊形定律，如圖 36 $\angle x + 20^\circ$ 是為船應取的方向

這是屬於任意三角形解法第二類的，要求 $\angle x$ ，可先解 $\triangle OAB$ 。

$$\sin x = \frac{\sin 100^\circ}{30} \times 10 = \frac{\sin 110^\circ}{3}$$

$$\log \sin x = \log \sin 110^\circ - \log 3$$

$$= 9.4959 - 10$$

$$x = 18^\circ.26$$

所以汽船應取的方向是 $x + 20^\circ = 38^\circ.26$ ，就是應取正北偏西 $38^\circ.26$ 的方向。

習 題 二 十 三

2. 有 a 力 19 公斤, b 力 26 公斤, 都作用在 O 點上, 在 ab 方向兩的角度為 84° 時, 求合力的大小與方向。

3. 兩火車同時在車站向兩直鐵道交叉角為 $67^\circ.75'$ 進行。若兩車的速度為 32 里及 46 里, 求 3 小時後兩車相隔多少里。

4. 甲乙兩力的合力是 10 公斤; 甲力為 8 公斤, 同合力為 33° 角度, 求乙力的大小及方向。

5. 一船在平地上滾動, 每小時行 10 尺; 若用帆改向 45° 方向駛去, 而船的速度為 30 尺, 求船的結果速度及方向。

6. 每小時行 22 里的汽船, 從岸上開向與極南 10° 的小島駛去。船速每小時向北流 10 里, 問用什麼方向之帆可恰到小島。

36. 三角法在測量上的應用 三角

法在應用上最有功效的就是輔助測量。田畝的面積, 往往不能成正方形; 然而直線所成的田邊, 大約都可以劃成幾個三角形。其他如築路的問題, 都可應用三角法來解決。

例 a. 某測量員量得地一塊, 劃成四形, 如圖 37 所示。從 A 點出發依 $N27^\circ E$, 度量到 B , 長 10 丈, 然後依 $N56^\circ.18' E$ 度量 8 丈到 C , 再依 $S5^\circ W$ 度量 24 丈到 D ,

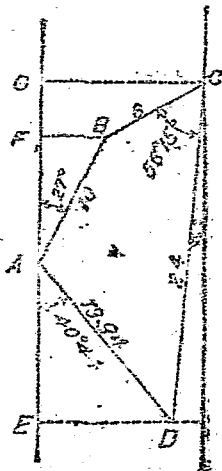


圖 37

總依 $N40^{\circ}44'W$ 度量 13.94 丈回到 A。求此 ABCD 的面積。

由圖上看得，

$$ABCD = GCDE - (GCBF + \triangle FBA + \triangle ADE)$$

$$\begin{aligned} \text{先求 DE, 因為} \quad DE &= AD \sin 40^{\circ}44' \\ &= 13.94 \sin 40^{\circ}44' \end{aligned}$$

$$DE = 13.94 \times .6525 = 9.036 \text{ 丈}$$

$$\begin{aligned} BF &= AB \sin 27^{\circ} = 10 \sin 27^{\circ} \\ &= 10 \times .4540 = 4.54 \text{ 丈} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GC &= BF + 8 \cos (90 - 56^{\circ}15') \\ &= BF + 8 \cos 33^{\circ}45' \\ &= 4.54 + 8 \times .8315 \\ &= 4.54 + 6.65 = 11.19 \text{ 丈} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GE &= GF + FA + AE \\ &= 8 \sin (90 - 56^{\circ}15') + 10 \cos 27^{\circ} \\ &\quad + 13.94 \times \cos 40^{\circ}44' \\ &= 8 \sin 33^{\circ}45' + 10 \cos 27^{\circ} \\ &\quad + 13.94 \times \cos 40^{\circ}44' \\ &= 4.445 + 8.91 + 10.56 = 23.975 \text{ 丈} \end{aligned}$$

$$GCDE = GE \times \frac{GC + DE}{2}$$

$$= 23.915 \times \frac{11.19 + 9.693}{2}$$

$$= 242.57 \text{ 方丈}$$

$$\triangle GCF = GF \times \frac{BF + GO}{2}$$

$$= 4.445 \times \frac{4.54 + 11.19}{2}$$

$$= 34.93 \text{ 方丈}$$

$$\triangle FBA = \frac{FA \times EF}{2} = \frac{3.91 \times 4.54}{2}$$

$$= 20.23 \text{ 方丈}$$

$$\triangle ADE = \frac{DE \times AE}{2} = \frac{9.096 \times 10.56}{2} = 48.02 \text{ 方丈}$$

$$\triangle ABCD = GODE - (GOCF + \triangle FBA + \triangle ADE)$$

$$= 242.57 - (34.93 + 20.23 + 48.02)$$

$$= 139.36 \text{ 方丈}$$

5. 有許多人腿不便到的地方，要直接度量，比較費事，爲省事起見，又能得同樣結果起見，可把那容易度量的先量出來再計算。這種方法也是要用三角學來幫助的。

例 1. 某人在海岸上 AB 兩處測 P 島的遠近 (如圖 38)。

先測得 $\angle A = 47^\circ 31'$, $\angle B = 76^\circ 23'$, 又量得 AB 長 12.5 里, 問 P 島離 A, B 各多少里?

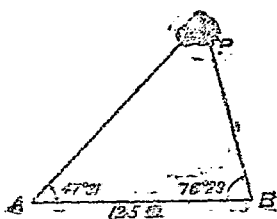


圖 38

依第一類方法解 $\triangle ABP$:

$$\begin{aligned}\angle P &= 180^\circ - (\angle A + \angle B) \\ &= 5^\circ 6'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore PA &= \frac{12.5}{\sin 5^\circ 6'} \times \sin 76^\circ 23' \\ &= 14.64 \text{ 里}\end{aligned}$$

$$PB = \frac{12.5}{\sin 5^\circ 6'} \times \sin 47^\circ 31'$$

$$= 11.11 \text{ 里}$$

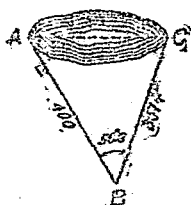


圖 39

例 2. 如圖 39, AC 爲一湖的長, 量得 $AB = 400$ 尺, $BC = 351$ 尺, $\angle B = 50^\circ .3$, 求湖長。

依第三類方法解 $\triangle ABC$:

$$\begin{aligned}AB &= \sqrt{400^2 + 351^2 - 2 \times 400 \times 351 \cdot \cos 50.3} \\ &= 322.2\end{aligned}$$

例 3. 由頂一路, 在地面上測得塔頂的仰角是 31° , 山頂的仰角是 13° ; 直上到離地 29 尺的屋頂上, 又測得塔頂的仰角是 25° , 山頂的仰角是 5° , 如圖 40 求塔高。

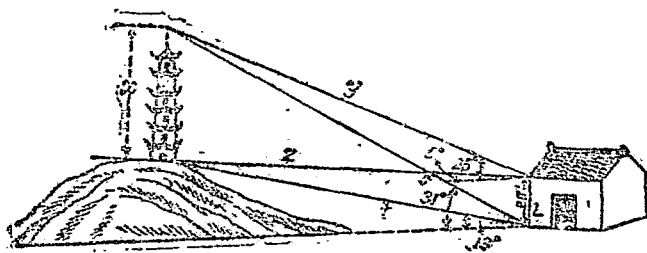


图 40

設 x = 塔的高, 依第三類方法解 $\triangle xyz$

$$x = \sqrt{y^2 + z^2 - 2yz \cos(25^\circ - 5^\circ)}$$

但是依第一類方法解 $\triangle SyL$, 得

$$y = \frac{29 \sin(90^\circ - 31^\circ)}{\sin\{180^\circ - (25^\circ + 60^\circ + 59^\circ)\}} = \frac{29 \sin 59^\circ}{\sin 6^\circ}$$

$$= 237.8$$

依第一類方法解 $\triangle tzL$ 得

$$z = \frac{29 \sin(90^\circ - 13^\circ)}{\sin\{180^\circ - (5^\circ + 90^\circ + 80^\circ - 13^\circ)\}} = \frac{29 \sin 77^\circ}{\sin 8^\circ}$$

$$= 203$$

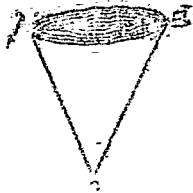
$$x = \sqrt{237.8^2 + 203^2 - 2 \times 237.8 \times 203 \cos 20^\circ}$$

$$= 83.8$$

習題二十四

1. 某海軍從A點起,得 $S 50^{\circ}25' E 69.4$ 尺,而後 $S 58^{\circ}10' W 61.5$ 尺,再 $N 28^{\circ}12' W 51$ 尺,最後回到A點。求最後一次所走船之方向,及回到A點的距離。並求所包圍的面積。

2. AB 是P湖兩岸的兩株大樹。如下圖,站在O點測得 $\angle O = 31^{\circ}.8$ 。又量得 $CA = 148$ 尺, $CB = 124$ 尺,求 AB 兩株大樹間多少尺。



3. 有A及B兩塔,相距一里。在A塔測得B塔的方向角為 $35^{\circ}12'$ 。在B塔上測得A塔的方向角為 $42^{\circ}12'$ 。隨問塔各塔塔高多少?

4. 在樹下望塔,其仰角為 42° 。爬上樹頂望之,仰角為 $57^{\circ}30'$ 。且測得樹高18尺,問塔高多少?

5. 在城外道上,測得城頂的仰角為 41° 。城頂(即城牆頂)的仰角為 $33^{\circ}3'$ 。直上51尺的屋頂上,又測得城頂的仰角為 24° ,測得城的仰角是 10° 。問城牆有多高?

6. 天在兩塔間通視,甲乙二人同時在塔高3000尺地地方望,甲得仰角 $32^{\circ}13'$;乙得仰角 $61^{\circ}8'$ 。求兩塔的高度,及甲乙二人相距多少遠。

7. 有人在山間見山頂的仰角是 47° 。上山行1030尺,則見山頂的仰

角為 77° 。若山的坡度是 32° ，則山高多少尺？

8. 有人平地上見山頂的仰角為 60° 。進入山前走了 850 尺，到了山脚，再上山 930 尺，測得山頂的仰角為 75° 。若山的坡度是 30° ，則山高多少尺？

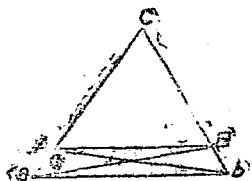
9. 某人在海上看見，甲乙兩燈塔和船成一直線。在船行 $15^\circ E$ ，然後船向正西北走了五里，則見甲塔在船的正東，乙塔在船的正東北，求兩塔的距離。

10. A, B 兩島在 C 點兩江相匯。今欲測兩島的距離及兩島角。取固定碼頭 ab 兩點，aBC 及 bBC 都在一直線上量得。

$$AB = 350 \quad aA = 100 \text{ 尺} \quad aB = 533$$

$$bB = 100 \quad Ab = 550$$

求 C 與 A, B 兩島各多少尺？



11. 在平地上測得山頂塔竿的仰角為 $48^\circ 03'$ ，見測者遠處的仰角為 $31^\circ 46'$ 。已知塔高 75 尺，求塔竿的長。

12. 從 59 尺高的塔頂測得一原頂及遠處塔頂的仰角 24° 及 32° ，問塔間的距離？

對數表

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.00	0.0000	0.0004	0.0008	0.0012	0.0016	0.0020	0.0024	0.0028	0.0032	0.0036	0.0040
1.01	0.0045	0.0049	0.0053	0.0057	0.0061	0.0065	0.0069	0.0073	0.0077	0.0081	0.0085
1.02	0.0089	0.0093	0.0097	0.0101	0.0105	0.0109	0.0113	0.0117	0.0121	0.0125	0.0129
1.03	0.0133	0.0137	0.0141	0.0145	0.0149	0.0153	0.0157	0.0161	0.0165	0.0169	0.0173
1.04	0.0177	0.0181	0.0185	0.0189	0.0193	0.0197	0.0201	0.0205	0.0209	0.0213	0.0217
1.05	0.0221	0.0225	0.0229	0.0233	0.0237	0.0241	0.0245	0.0249	0.0253	0.0257	0.0261
1.06	0.0265	0.0269	0.0273	0.0277	0.0281	0.0285	0.0289	0.0293	0.0297	0.0301	0.0305
1.07	0.0309	0.0313	0.0317	0.0321	0.0325	0.0329	0.0333	0.0337	0.0341	0.0345	0.0349
1.08	0.0353	0.0357	0.0361	0.0365	0.0369	0.0373	0.0377	0.0381	0.0385	0.0389	0.0393
1.09	0.0397	0.0401	0.0405	0.0409	0.0413	0.0417	0.0421	0.0425	0.0429	0.0433	0.0437
1.10	0.0441	0.0445	0.0449	0.0453	0.0457	0.0461	0.0465	0.0469	0.0473	0.0477	0.0481
1.11	0.0485	0.0489	0.0493	0.0497	0.0501	0.0505	0.0509	0.0513	0.0517	0.0521	0.0525
1.12	0.0529	0.0533	0.0537	0.0541	0.0545	0.0549	0.0553	0.0557	0.0561	0.0565	0.0569
1.13	0.0573	0.0577	0.0581	0.0585	0.0589	0.0593	0.0597	0.0601	0.0605	0.0609	0.0613
1.14	0.0617	0.0621	0.0625	0.0629	0.0633	0.0637	0.0641	0.0645	0.0649	0.0653	0.0657
1.15	0.0661	0.0665	0.0669	0.0673	0.0677	0.0681	0.0685	0.0689	0.0693	0.0697	0.0701
1.16	0.0705	0.0709	0.0713	0.0717	0.0721	0.0725	0.0729	0.0733	0.0737	0.0741	0.0745
1.17	0.0749	0.0753	0.0757	0.0761	0.0765	0.0769	0.0773	0.0777	0.0781	0.0785	0.0789
1.18	0.0793	0.0797	0.0801	0.0805	0.0809	0.0813	0.0817	0.0821	0.0825	0.0829	0.0833
1.19	0.0837	0.0841	0.0845	0.0849	0.0853	0.0857	0.0861	0.0865	0.0869	0.0873	0.0877
1.20	0.0881	0.0885	0.0889	0.0893	0.0897	0.0901	0.0905	0.0909	0.0913	0.0917	0.0921
1.21	0.0925	0.0929	0.0933	0.0937	0.0941	0.0945	0.0949	0.0953	0.0957	0.0961	0.0965
1.22	0.0969	0.0973	0.0977	0.0981	0.0985	0.0989	0.0993	0.0997	0.1001	0.1005	0.1009
1.23	0.1013	0.1017	0.1021	0.1025	0.1029	0.1033	0.1037	0.1041	0.1045	0.1049	0.1053
1.24	0.1057	0.1061	0.1065	0.1069	0.1073	0.1077	0.1081	0.1085	0.1089	0.1093	0.1097
1.25	0.1101	0.1105	0.1109	0.1113	0.1117	0.1121	0.1125	0.1129	0.1133	0.1137	0.1141
1.26	0.1145	0.1149	0.1153	0.1157	0.1161	0.1165	0.1169	0.1173	0.1177	0.1181	0.1185
1.27	0.1189	0.1193	0.1197	0.1201	0.1205	0.1209	0.1213	0.1217	0.1221	0.1225	0.1229
1.28	0.1233	0.1237	0.1241	0.1245	0.1249	0.1253	0.1257	0.1261	0.1265	0.1269	0.1273
1.29	0.1277	0.1281	0.1285	0.1289	0.1293	0.1297	0.1301	0.1305	0.1309	0.1313	0.1317
1.30	0.1321	0.1325	0.1329	0.1333	0.1337	0.1341	0.1345	0.1349	0.1353	0.1357	0.1361
1.31	0.1365	0.1369	0.1373	0.1377	0.1381	0.1385	0.1389	0.1393	0.1397	0.1401	0.1405
1.32	0.1409	0.1413	0.1417	0.1421	0.1425	0.1429	0.1433	0.1437	0.1441	0.1445	0.1449
1.33	0.1453	0.1457	0.1461	0.1465	0.1469	0.1473	0.1477	0.1481	0.1485	0.1489	0.1493
1.34	0.1497	0.1501	0.1505	0.1509	0.1513	0.1517	0.1521	0.1525	0.1529	0.1533	0.1537
1.35	0.1541	0.1545	0.1549	0.1553	0.1557	0.1561	0.1565	0.1569	0.1573	0.1577	0.1581
1.36	0.1585	0.1589	0.1593	0.1597	0.1601	0.1605	0.1609	0.1613	0.1617	0.1621	0.1625
1.37	0.1629	0.1633	0.1637	0.1641	0.1645	0.1649	0.1653	0.1657	0.1661	0.1665	0.1669
1.38	0.1673	0.1677	0.1681	0.1685	0.1689	0.1693	0.1697	0.1701	0.1705	0.1709	0.1713
1.39	0.1717	0.1721	0.1725	0.1729	0.1733	0.1737	0.1741	0.1745	0.1749	0.1753	0.1757
1.40	0.1761	0.1765	0.1769	0.1773	0.1777	0.1781	0.1785	0.1789	0.1793	0.1797	0.1801
1.41	0.1805	0.1809	0.1813	0.1817	0.1821	0.1825	0.1829	0.1833	0.1837	0.1841	0.1845
1.42	0.1849	0.1853	0.1857	0.1861	0.1865	0.1869	0.1873	0.1877	0.1881	0.1885	0.1889
1.43	0.1893	0.1897	0.1901	0.1905	0.1909	0.1913	0.1917	0.1921	0.1925	0.1929	0.1933
1.44	0.1937	0.1941	0.1945	0.1949	0.1953	0.1957	0.1961	0.1965	0.1969	0.1973	0.1977
1.45	0.1981	0.1985	0.1989	0.1993	0.1997	0.2001	0.2005	0.2009	0.2013	0.2017	0.2021
1.46	0.2025	0.2029	0.2033	0.2037	0.2041	0.2045	0.2049	0.2053	0.2057	0.2061	0.2065
1.47	0.2069	0.2073	0.2077	0.2081	0.2085	0.2089	0.2093	0.2097	0.2101	0.2105	0.2109
1.48	0.2113	0.2117	0.2121	0.2125	0.2129	0.2133	0.2137	0.2141	0.2145	0.2149	0.2153
1.49	0.2157	0.2161	0.2165	0.2169	0.2173	0.2177	0.2181	0.2185	0.2189	0.2193	0.2197

0.6

對數表

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.00	0.1761	1764	1767	1770	1773	1775	1778	1781	1784	1787	1790
1.01	1790	1795	1798	1801	1804	1807	1810	1813	1816	1819	1822
1.02	1825	1828	1831	1834	1837	1840	1843	1846	1849	1852	1855
1.03	1857	1860	1863	1866	1869	1872	1875	1878	1881	1884	1887
1.04	1890	1893	1896	1899	1902	1905	1908	1911	1914	1917	1920
1.05	1923	1926	1929	1932	1935	1938	1941	1944	1947	1950	1953
1.06	1956	1959	1962	1965	1968	1971	1974	1977	1980	1983	1986
1.07	1989	1992	1995	1998	2001	2004	2007	2010	2013	2016	2019
1.08	2022	2025	2028	2031	2034	2037	2040	2043	2046	2049	2052
1.09	2055	2058	2061	2064	2067	2070	2073	2076	2079	2082	2085
1.10	2088	2091	2094	2097	2100	2103	2106	2109	2112	2115	2118
1.11	2121	2124	2127	2130	2133	2136	2139	2142	2145	2148	2151
1.12	2154	2157	2160	2163	2166	2169	2172	2175	2178	2181	2184
1.13	2187	2190	2193	2196	2199	2202	2205	2208	2211	2214	2217
1.14	2220	2223	2226	2229	2232	2235	2238	2241	2244	2247	2250
1.15	2253	2256	2259	2262	2265	2268	2271	2274	2277	2280	2283
1.16	2286	2289	2292	2295	2298	2301	2304	2307	2310	2313	2316
1.17	2319	2322	2325	2328	2331	2334	2337	2340	2343	2346	2349
1.18	2352	2355	2358	2361	2364	2367	2370	2373	2376	2379	2382
1.19	2385	2388	2391	2394	2397	2400	2403	2406	2409	2412	2415
1.20	2418	2421	2424	2427	2430	2433	2436	2439	2442	2445	2448
1.21	2451	2454	2457	2460	2463	2466	2469	2472	2475	2478	2481
1.22	2484	2487	2490	2493	2496	2499	2502	2505	2508	2511	2514
1.23	2517	2520	2523	2526	2529	2532	2535	2538	2541	2544	2547
1.24	2550	2553	2556	2559	2562	2565	2568	2571	2574	2577	2580
1.25	2583	2586	2589	2592	2595	2598	2601	2604	2607	2610	2613
1.26	2616	2619	2622	2625	2628	2631	2634	2637	2640	2643	2646
1.27	2649	2652	2655	2658	2661	2664	2667	2670	2673	2676	2679
1.28	2682	2685	2688	2691	2694	2697	2700	2703	2706	2709	2712
1.29	2715	2718	2721	2724	2727	2730	2733	2736	2739	2742	2745
1.30	2748	2751	2754	2757	2760	2763	2766	2769	2772	2775	2778
1.31	2781	2784	2787	2790	2793	2796	2799	2802	2805	2808	2811
1.32	2814	2817	2820	2823	2826	2829	2832	2835	2838	2841	2844
1.33	2847	2850	2853	2856	2859	2862	2865	2868	2871	2874	2877
1.34	2880	2883	2886	2889	2892	2895	2898	2901	2904	2907	2910
1.35	2913	2916	2919	2922	2925	2928	2931	2934	2937	2940	2943
1.36	2946	2949	2952	2955	2958	2961	2964	2967	2970	2973	2976
1.37	2979	2982	2985	2988	2991	2994	2997	3000	3003	3006	3009
1.38	3012	3015	3018	3021	3024	3027	3030	3033	3036	3039	3042
1.39	3045	3048	3051	3054	3057	3060	3063	3066	3069	3072	3075
1.40	3078	3081	3084	3087	3090	3093	3096	3099	3102	3105	3108

三角學 三角函數 三角公式 三角代數 三角幾何

三角學	三角函數	三角公式	三角代數	三角幾何
-----	------	------	------	------

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1.0	0.0000	0.0175	0.0350	0.0525	0.0700	0.0875	0.1050	0.1225	0.1400	0.1575	0.1750	0.1925
1.1	0.0175	0.0350	0.0525	0.0700	0.0875	0.1050	0.1225	0.1400	0.1575	0.1750	0.1925	0.2100
1.2	0.0350	0.0525	0.0700	0.0875	0.1050	0.1225	0.1400	0.1575	0.1750	0.1925	0.2100	0.2275
1.3	0.0525	0.0700	0.0875	0.1050	0.1225	0.1400	0.1575	0.1750	0.1925	0.2100	0.2275	0.2450
1.4	0.0700	0.0875	0.1050	0.1225	0.1400	0.1575	0.1750	0.1925	0.2100	0.2275	0.2450	0.2625
1.5	0.0875	0.1050	0.1225	0.1400	0.1575	0.1750	0.1925	0.2100	0.2275	0.2450	0.2625	0.2800
1.6	0.1050	0.1225	0.1400	0.1575	0.1750	0.1925	0.2100	0.2275	0.2450	0.2625	0.2800	0.2975
1.7	0.1225	0.1400	0.1575	0.1750	0.1925	0.2100	0.2275	0.2450	0.2625	0.2800	0.2975	0.3150
1.8	0.1400	0.1575	0.1750	0.1925	0.2100	0.2275	0.2450	0.2625	0.2800	0.2975	0.3150	0.3325
1.9	0.1575	0.1750	0.1925	0.2100	0.2275	0.2450	0.2625	0.2800	0.2975	0.3150	0.3325	0.3500
2.0	0.1750	0.1925	0.2100	0.2275	0.2450	0.2625	0.2800	0.2975	0.3150	0.3325	0.3500	0.3675
2.1	0.1925	0.2100	0.2275	0.2450	0.2625	0.2800	0.2975	0.3150	0.3325	0.3500	0.3675	0.3850
2.2	0.2100	0.2275	0.2450	0.2625	0.2800	0.2975	0.3150	0.3325	0.3500	0.3675	0.3850	0.4025
2.3	0.2275	0.2450	0.2625	0.2800	0.2975	0.3150	0.3325	0.3500	0.3675	0.3850	0.4025	0.4200
2.4	0.2450	0.2625	0.2800	0.2975	0.3150	0.3325	0.3500	0.3675	0.3850	0.4025	0.4200	0.4375
2.5	0.2625	0.2800	0.2975	0.3150	0.3325	0.3500	0.3675	0.3850	0.4025	0.4200	0.4375	0.4550
2.6	0.2800	0.2975	0.3150	0.3325	0.3500	0.3675	0.3850	0.4025	0.4200	0.4375	0.4550	0.4725
2.7	0.2975	0.3150	0.3325	0.3500	0.3675	0.3850	0.4025	0.4200	0.4375	0.4550	0.4725	0.4900
2.8	0.3150	0.3325	0.3500	0.3675	0.3850	0.4025	0.4200	0.4375	0.4550	0.4725	0.4900	0.5075
2.9	0.3325	0.3500	0.3675	0.3850	0.4025	0.4200	0.4375	0.4550	0.4725	0.4900	0.5075	0.5250
3.0	0.3500	0.3675	0.3850	0.4025	0.4200	0.4375	0.4550	0.4725	0.4900	0.5075	0.5250	0.5425
3.1	0.3675	0.3850	0.4025	0.4200	0.4375	0.4550	0.4725	0.4900	0.5075	0.5250	0.5425	0.5600
3.2	0.3850	0.4025	0.4200	0.4375	0.4550	0.4725	0.4900	0.5075	0.5250	0.5425	0.5600	0.5775
3.3	0.4025	0.4200	0.4375	0.4550	0.4725	0.4900	0.5075	0.5250	0.5425	0.5600	0.5775	0.5950
3.4	0.4200	0.4375	0.4550	0.4725	0.4900	0.5075	0.5250	0.5425	0.5600	0.5775	0.5950	0.6125
3.5	0.4375	0.4550	0.4725	0.4900	0.5075	0.5250	0.5425	0.5600	0.5775	0.5950	0.6125	0.6300
3.6	0.4550	0.4725	0.4900	0.5075	0.5250	0.5425	0.5600	0.5775	0.5950	0.6125	0.6300	0.6475
3.7	0.4725	0.4900	0.5075	0.5250	0.5425	0.5600	0.5775	0.5950	0.6125	0.6300	0.6475	0.6650
3.8	0.4900	0.5075	0.5250	0.5425	0.5600	0.5775	0.5950	0.6125	0.6300	0.6475	0.6650	0.6825
3.9	0.5075	0.5250	0.5425	0.5600	0.5775	0.5950	0.6125	0.6300	0.6475	0.6650	0.6825	0.7000
4.0	0.5250	0.5425	0.5600	0.5775	0.5950	0.6125	0.6300	0.6475	0.6650	0.6825	0.7000	0.7175
4.1	0.5425	0.5600	0.5775	0.5950	0.6125	0.6300	0.6475	0.6650	0.6825	0.7000	0.7175	0.7350
4.2	0.5600	0.5775	0.5950	0.6125	0.6300	0.6475	0.6650	0.6825	0.7000	0.7175	0.7350	0.7525
4.3	0.5775	0.5950	0.6125	0.6300	0.6475	0.6650	0.6825	0.7000	0.7175	0.7350	0.7525	0.7700
4.4	0.5950	0.6125	0.6300	0.6475	0.6650	0.6825	0.7000	0.7175	0.7350	0.7525	0.7700	0.7875
4.5	0.6125	0.6300	0.6475	0.6650	0.6825	0.7000	0.7175	0.7350	0.7525	0.7700	0.7875	0.8050
4.6	0.6300	0.6475	0.6650	0.6825	0.7000	0.7175	0.7350	0.7525	0.7700	0.7875	0.8050	0.8225
4.7	0.6475	0.6650	0.6825	0.7000	0.7175	0.7350	0.7525	0.7700	0.7875	0.8050	0.8225	0.8400
4.8	0.6650	0.6825	0.7000	0.7175	0.7350	0.7525	0.7700	0.7875	0.8050	0.8225	0.8400	0.8575
4.9	0.6825	0.7000	0.7175	0.7350	0.7525	0.7700	0.7875	0.8050	0.8225	0.8400	0.8575	0.8750

正餘弦對數表

°	分										°										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9											
0.0	0.0000	0.0001	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009	90.0	0.0000	0.0001	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009
0.1	0.0017	0.0018	0.0019	0.0020	0.0021	0.0022	0.0023	0.0024	0.0025	0.0026	89.9	0.0017	0.0018	0.0019	0.0020	0.0021	0.0022	0.0023	0.0024	0.0025	0.0026
0.2	0.0033	0.0034	0.0035	0.0036	0.0037	0.0038	0.0039	0.0040	0.0041	0.0042	89.8	0.0033	0.0034	0.0035	0.0036	0.0037	0.0038	0.0039	0.0040	0.0041	0.0042
0.3	0.0049	0.0050	0.0051	0.0052	0.0053	0.0054	0.0055	0.0056	0.0057	0.0058	89.7	0.0049	0.0050	0.0051	0.0052	0.0053	0.0054	0.0055	0.0056	0.0057	0.0058
0.4	0.0065	0.0066	0.0067	0.0068	0.0069	0.0070	0.0071	0.0072	0.0073	0.0074	89.6	0.0065	0.0066	0.0067	0.0068	0.0069	0.0070	0.0071	0.0072	0.0073	0.0074
0.5	0.0081	0.0082	0.0083	0.0084	0.0085	0.0086	0.0087	0.0088	0.0089	0.0090	89.5	0.0081	0.0082	0.0083	0.0084	0.0085	0.0086	0.0087	0.0088	0.0089	0.0090
0.6	0.0096	0.0097	0.0098	0.0099	0.0100	0.0101	0.0102	0.0103	0.0104	0.0105	89.4	0.0096	0.0097	0.0098	0.0099	0.0100	0.0101	0.0102	0.0103	0.0104	0.0105
0.7	0.0111	0.0112	0.0113	0.0114	0.0115	0.0116	0.0117	0.0118	0.0119	0.0120	89.3	0.0111	0.0112	0.0113	0.0114	0.0115	0.0116	0.0117	0.0118	0.0119	0.0120
0.8	0.0125	0.0126	0.0127	0.0128	0.0129	0.0130	0.0131	0.0132	0.0133	0.0134	89.2	0.0125	0.0126	0.0127	0.0128	0.0129	0.0130	0.0131	0.0132	0.0133	0.0134
0.9	0.0139	0.0140	0.0141	0.0142	0.0143	0.0144	0.0145	0.0146	0.0147	0.0148	89.1	0.0139	0.0140	0.0141	0.0142	0.0143	0.0144	0.0145	0.0146	0.0147	0.0148
1.0	0.0153	0.0154	0.0155	0.0156	0.0157	0.0158	0.0159	0.0160	0.0161	0.0162	89.0	0.0153	0.0154	0.0155	0.0156	0.0157	0.0158	0.0159	0.0160	0.0161	0.0162
1.1	0.0167	0.0168	0.0169	0.0170	0.0171	0.0172	0.0173	0.0174	0.0175	0.0176	88.9	0.0167	0.0168	0.0169	0.0170	0.0171	0.0172	0.0173	0.0174	0.0175	0.0176
1.2	0.0181	0.0182	0.0183	0.0184	0.0185	0.0186	0.0187	0.0188	0.0189	0.0190	88.8	0.0181	0.0182	0.0183	0.0184	0.0185	0.0186	0.0187	0.0188	0.0189	0.0190
1.3	0.0195	0.0196	0.0197	0.0198	0.0199	0.0200	0.0201	0.0202	0.0203	0.0204	88.7	0.0195	0.0196	0.0197	0.0198	0.0199	0.0200	0.0201	0.0202	0.0203	0.0204
1.4	0.0208	0.0209	0.0210	0.0211	0.0212	0.0213	0.0214	0.0215	0.0216	0.0217	88.6	0.0208	0.0209	0.0210	0.0211	0.0212	0.0213	0.0214	0.0215	0.0216	0.0217
1.5	0.0221	0.0222	0.0223	0.0224	0.0225	0.0226	0.0227	0.0228	0.0229	0.0230	88.5	0.0221	0.0222	0.0223	0.0224	0.0225	0.0226	0.0227	0.0228	0.0229	0.0230
1.6	0.0234	0.0235	0.0236	0.0237	0.0238	0.0239	0.0240	0.0241	0.0242	0.0243	88.4	0.0234	0.0235	0.0236	0.0237	0.0238	0.0239	0.0240	0.0241	0.0242	0.0243
1.7	0.0247	0.0248	0.0249	0.0250	0.0251	0.0252	0.0253	0.0254	0.0255	0.0256	88.3	0.0247	0.0248	0.0249	0.0250	0.0251	0.0252	0.0253	0.0254	0.0255	0.0256
1.8	0.0260	0.0261	0.0262	0.0263	0.0264	0.0265	0.0266	0.0267	0.0268	0.0269	88.2	0.0260	0.0261	0.0262	0.0263	0.0264	0.0265	0.0266	0.0267	0.0268	0.0269
1.9	0.0273	0.0274	0.0275	0.0276	0.0277	0.0278	0.0279	0.0280	0.0281	0.0282	88.1	0.0273	0.0274	0.0275	0.0276	0.0277	0.0278	0.0279	0.0280	0.0281	0.0282
2.0	0.0285	0.0286	0.0287	0.0288	0.0289	0.0290	0.0291	0.0292	0.0293	0.0294	88.0	0.0285	0.0286	0.0287	0.0288	0.0289	0.0290	0.0291	0.0292	0.0293	0.0294
2.1	0.0298	0.0299	0.0300	0.0301	0.0302	0.0303	0.0304	0.0305	0.0306	0.0307	87.9	0.0298	0.0299	0.0300	0.0301	0.0302	0.0303	0.0304	0.0305	0.0306	0.0307
2.2	0.0311	0.0312	0.0313	0.0314	0.0315	0.0316	0.0317	0.0318	0.0319	0.0320	87.8	0.0311	0.0312	0.0313	0.0314	0.0315	0.0316	0.0317	0.0318	0.0319	0.0320
2.3	0.0324	0.0325	0.0326	0.0327	0.0328	0.0329	0.0330	0.0331	0.0332	0.0333	87.7	0.0324	0.0325	0.0326	0.0327	0.0328	0.0329	0.0330	0.0331	0.0332	0.0333
2.4	0.0337	0.0338	0.0339	0.0340	0.0341	0.0342	0.0343	0.0344	0.0345	0.0346	87.6	0.0337	0.0338	0.0339	0.0340	0.0341	0.0342	0.0343	0.0344	0.0345	0.0346
2.5	0.0350	0.0351	0.0352	0.0353	0.0354	0.0355	0.0356	0.0357	0.0358	0.0359	87.5	0.0350	0.0351	0.0352	0.0353	0.0354	0.0355	0.0356	0.0357	0.0358	0.0359
2.6	0.0363	0.0364	0.0365	0.0366	0.0367	0.0368	0.0369	0.0370	0.0371	0.0372	87.4	0.0363	0.0364	0.0365	0.0366	0.0367	0.0368	0.0369	0.0370	0.0371	0.0372
2.7	0.0376	0.0377	0.0378	0.0379	0.0380	0.0381	0.0382	0.0383	0.0384	0.0385	87.3	0.0376	0.0377	0.0378	0.0379	0.0380	0.0381	0.0382	0.0383	0.0384	0.0385
2.8	0.0389	0.0390	0.0391	0.0392	0.0393	0.0394	0.0395	0.0396	0.0397	0.0398	87.2	0.0389	0.0390	0.0391	0.0392	0.0393	0.0394	0.0395	0.0396	0.0397	0.0398
2.9	0.0402	0.0403	0.0404	0.0405	0.0406	0.0407	0.0408	0.0409	0.0410	0.0411	87.1	0.0402	0.0403	0.0404	0.0405	0.0406	0.0407	0.0408	0.0409	0.0410	0.0411
3.0	0.0415	0.0416	0.0417	0.0418	0.0419	0.0420	0.0421	0.0422	0.0423	0.0424	87.0	0.0415	0.0416	0.0417	0.0418	0.0419	0.0420	0.0421	0.0422	0.0423	0.0424
3.1	0.0428	0.0429	0.0430	0.0431	0.0432	0.0433	0.0434	0.0435	0.0436	0.0437	86.9	0.0428	0.0429	0.0430	0.0431	0.0432	0.0433	0.0434	0.0435	0.0436	0.0437
3.2	0.0441	0.0442	0.0443	0.0444	0.0445	0.0446	0.0447	0.0448	0.0449	0.0450	86.8	0.0441	0.0442	0.0443	0.0444	0.0445	0.0446	0.0447	0.0448	0.0449	0.0450
3.3	0.0454	0.0455	0.0456	0.0457	0.0458	0.0459	0.0460	0.0461	0.0462	0.0463	86.7	0.0454	0.0455	0.0456	0.0457	0.0458	0.0459	0.0460	0.0461	0.0462	0.0463
3.4	0.0467	0.0468	0.0469	0.0470	0.0471	0.0472	0.0473	0.0474	0.0475	0.0476	86.6	0.0467	0.0468	0.0469	0.0470	0.0471	0.0472	0.0473	0.0474	0.0475	0.0476
3.5	0.0480	0.0481	0.0482	0.0483	0.0484	0.0485	0.0486	0.0487	0.0488	0.0489	86.5	0.0480	0.0481	0.0482	0.0483	0.0484	0.0485	0.0486	0.0487	0.0488	0.0489
3.6	0.0493	0.0494	0.0495	0.0496	0.0497	0.0498	0.0499	0.0500	0.0501	0.0502	86.4	0.0493	0.0494	0.0495	0.0496	0.0497	0.0498	0.0499	0.0500	0.0501	0.0502
3.7	0.0506	0.0507	0.0508	0.0509	0.0510	0.0511	0.0512	0.0513	0.0514	0.0515	86.3	0.0506	0.0507	0.0508	0.0509	0.0510	0.0511	0.0512	0.0513	0.0514	0.0515
3.8	0.0519	0.0520	0.0521	0.0522	0.0523	0.0524	0.0525	0.0526	0.0527	0.0528	86.2	0.0519	0.0520	0.0521	0.0522	0.0523	0.0524	0.0525	0.0526	0.0527	0.0528
3.9	0.0532	0.0533	0.0534	0.0535	0.0536	0.0537	0.0538	0.0539	0.0540	0.0541	86.1	0.0532	0.0533	0.0534	0.0535	0.0536	0.0537	0.0538	0.0539	0.0540	0.0541
4.0	0.0545	0.0546	0.0547	0.0548	0.0549	0.0550	0.0551	0.0552	0.0553	0.0554	86.0	0.0545	0.0546	0.0547	0.0548	0.0549	0.0550	0.0551	0.0552	0.0553	0.0554
4.1	0.0558	0.0559	0.0560	0.0561	0.0562	0.0563	0.0564	0.0565	0.0566	0.0567	85.9	0.0558	0.0559	0.0560	0.0561	0.0562	0.0563	0.0564	0.0565	0.0566	0.0567
4.2	0.0571	0.0572	0.0573	0.0574	0.0575	0.0576	0.0577	0.0578	0.0579	0.0580	85.8	0.0571	0.0572	0.0573	0.0574	0.0575	0.0576	0.0577	0.0578	0.0579	0.0580
4.3	0.0584	0.0585	0.0586	0.0587	0.0588	0.0589	0.0590	0.0591	0.0592	0.0593	85.7	0.0584	0.0585	0.0586	0.0587	0.0588	0.0589	0.0590	0.0591	0.0592	0.0593
4.4	0.0597	0.0598	0.0599	0.0600	0.0601	0.0602	0.0603	0.0604	0.0605	0.0606	85.6	0.0597	0.0598	0.0599	0.0600	0.0601	0.0602	0.0603	0.0604	0.0605	0.0606
4.5	0.0610	0.0611	0.0612	0.0613	0.0614	0.0615	0.0616	0.0617	0.0618	0.0619	85.5	0.0610	0.0611	0.0612	0.0613	0.0614	0.0615	0.0616	0.0617	0.0618	0.0619
4.6	0.0623	0.0624	0.0625	0.0626	0.0627	0.0628	0.0629	0.0630	0.0631	0.0632	85.4	0.0623	0.0624	0.0625	0.0626	0.0627	0.0628	0.0629	0.0630	0.0631	0.0632
4.7	0.0636	0.0637	0.0638	0.0639	0.0640	0.0641	0.0642	0.0643	0.0644	0.0645	85.3	0.0636	0.0637	0.0638	0.0639	0.0640	0.0641	0.0642	0.0643	0.0644	0.0645
4.8	0.0649	0.0650	0.0651	0.0652	0.0653	0.0654	0.0655	0.0656	0.0657	0.0658	85.2	0.0649	0.0650	0.0651	0.0652	0.0653	0.0654	0.0			

Log Sin	正餘弦對數表										Log Cos	表尾差	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			
50.0	10403	9480	9480	9429	9427	9446	9455	9463	9472	9481	10483	81.9	1 2 3 4
51	9469	9477	9505	9514	9523	9521	9529	9548	9556	9565	9573	84.8	1 2 3 4
52	9573	9581	9589	9598	9605	9614	9622	9631	9639	9647	9655	84.7	1 2 3 4
53	9655	9664	9672	9680	9688	9695	9704	9712	9720	9728	9735	84.5	1 2 3 4
54	9738	9744	9752	9760	9768	9776	9784	9792	9800	9808	9815	84.5	1 2 3 4
55	9815	9824	9831	9839	9847	9855	9863	9870	9878	9885	9893	84.4	1 2 3 4
56	9893	9901	9909	9917	9925	9932	9940	9948	9955	9963	9970	84.3	1 2 3 4
57	9970	9978	9985	9993	10001	10008	10016	10023	10031	10038	10046	84.2	1 2 3 4
58	10045	10053	10061	10068	10075	10083	10090	10097	10105	10112	10120	84.1	1 2 3 4
59	10120	10127	10135	10142	10149	10155	10163	10171	10178	10185	10192	84.0	1 2 3 4
60.0	10192	10200	10207	10214	10221	10228	10235	10243	10250	10257	10264	83.9	1 2 3 4
61	10264	10271	10278	10285	10292	10299	10306	10313	10320	10327	10334	83.8	1 2 3 4
62	10334	10341	10348	10355	10362	10369	10376	10383	10390	10397	10403	83.7	1 2 3 4
63	10403	10410	10417	10424	10431	10438	10444	10451	10458	10465	10472	83.5	1 2 3 4
64	10472	10479	10485	10492	10498	10505	10512	10519	10525	10532	10539	83.5	1 2 3 4
65	10539	10545	10552	10558	10565	10572	10578	10585	10592	10598	10605	83.4	1 2 3 4
66	10605	10611	10618	10624	10631	10637	10644	10650	10657	10663	10670	83.3	1 2 3 4
67	10670	10676	10683	10689	10695	10702	10708	10715	10721	10727	10734	83.3	1 2 3 4
68	10734	10740	10746	10753	10759	10765	10772	10778	10784	10790	10797	83.1	1 2 3 4
69	10797	10803	10809	10815	10822	10828	10834	10840	10847	10853	10859	83.0	1 2 3 4
70.0	10859	10865	10871	10877	10883	10889	10895	10901	10907	10913	10919	82.9	1 2 3 4
71	10919	10925	10931	10937	10943	10949	10955	10961	10967	10973	10979	82.8	1 2 3 4
72	10979	10985	10991	10997	11003	11009	11015	11021	11027	11033	11039	82.7	1 2 3 4
73	11039	11045	11051	11057	11063	11069	11075	11081	11087	11093	11099	82.6	1 2 3 4
74	11099	11105	11111	11117	11123	11129	11135	11141	11147	11153	11159	82.5	1 2 3 4
75	11159	11165	11171	11177	11183	11189	11195	11201	11207	11213	11219	82.4	1 2 3 4
76	11219	11225	11231	11237	11243	11249	11255	11261	11267	11273	11279	82.3	1 2 3 4
77	11279	11285	11291	11297	11303	11309	11315	11321	11327	11333	11339	82.2	1 2 3 4
78	11339	11345	11351	11357	11363	11369	11375	11381	11387	11393	11399	82.1	1 2 3 4
79	11399	11405	11411	11417	11423	11429	11435	11441	11447	11453	11459	82.0	1 2 3 4
80.0	11459	11465	11471	11477	11483	11489	11495	11501	11507	11513	11519	81.9	1 2 3 4
81	11519	11525	11531	11537	11543	11549	11555	11561	11567	11573	11579	81.8	1 2 3 4
82	11579	11585	11591	11597	11603	11609	11615	11621	11627	11633	11639	81.7	1 2 3 4
83	11639	11645	11651	11657	11663	11669	11675	11681	11687	11693	11699	81.6	1 2 3 4
84	11699	11705	11711	11717	11723	11729	11735	11741	11747	11753	11759	81.5	1 2 3 4
85	11759	11765	11771	11777	11783	11789	11795	11801	11807	11813	11819	81.4	1 2 3 4
86	11819	11825	11831	11837	11843	11849	11855	11861	11867	11873	11879	81.3	1 2 3 4
87	11879	11885	11891	11897	11903	11909	11915	11921	11927	11933	11939	81.2	1 2 3 4
88	11939	11945	11951	11957	11963	11969	11975	11981	11987	11993	11999	81.1	1 2 3 4
89	11999	12005	12011	12017	12023	12029	12035	12041	12047	12053	12059	81.0	1 2 3 4
90.0	12059	12065	12071	12077	12083	12089	12095	12101	12107	12113	12119	80.9	1 2 3 4
91	12119	12125	12131	12137	12143	12149	12155	12161	12167	12173	12179	80.8	1 2 3 4
92	12179	12185	12191	12197	12203	12209	12215	12221	12227	12233	12239	80.7	1 2 3 4
93	12239	12245	12251	12257	12263	12269	12275	12281	12287	12293	12299	80.6	1 2 3 4
94	12299	12305	12311	12317	12323	12329	12335	12341	12347	12353	12359	80.5	1 2 3 4
95	12359	12365	12371	12377	12383	12389	12395	12401	12407	12413	12419	80.4	1 2 3 4
96	12419	12425	12431	12437	12443	12449	12455	12461	12467	12473	12479	80.3	1 2 3 4
97	12479	12485	12491	12497	12503	12509	12515	12521	12527	12533	12539	80.2	1 2 3 4
98	12539	12545	12551	12557	12563	12569	12575	12581	12587	12593	12599	80.1	1 2 3 4
99	12599	12605	12611	12617	12623	12629	12635	12641	12647	12653	12659	80.0	1 2 3 4

Log Tan

正餘切對數表

Log Tan	正餘切對數表										Log Tan	Log Tan	Log Tan	Log Tan																																																																																																																																																																																
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																																																																																																				
57.5	0.9430	9433	9437	9440	9444	9447	9450	9453	9457	9460	9463	9466	9469	9472	9475	9478	9481	9484	9487	9490	9493	9496	9499	9502	9505	9508	9511	9514	9517	9520	9523	9526	9529	9532	9535	9538	9541	9544	9547	9550	9553	9556	9559	9562	9565	9568	9571	9574	9577	9580	9583	9586	9589	9592	9595	9598	9601	9604	9607	9610	9613	9616	9619	9622	9625	9628	9631	9634	9637	9640	9643	9646	9649	9652	9655	9658	9661	9664	9667	9670	9673	9676	9679	9682	9685	9688	9691	9694	9697	9700	9703	9706	9709	9712	9715	9718	9721	9724	9727	9730	9733	9736	9739	9742	9745	9748	9751	9754	9757	9760	9763	9766	9769	9772	9775	9778	9781	9784	9787	9790	9793	9796	9799	9802	9805	9808	9811	9814	9817	9820	9823	9826	9829	9832	9835	9838	9841	9844	9847	9850	9853	9856	9859	9862	9865	9868	9871	9874	9877	9880	9883	9886	9889	9892	9895	9898	9901	9904	9907	9910	9913	9916	9919	9922	9925	9928	9931	9934	9937	9940	9943	9946	9949	9952	9955	9958	9961	9964	9967	9970	9973	9976	9979	9982	9985	9988	9991	9994	9997	10000

三角函數表		Angle		Function	
Angle	Function	Angle	Function	Angle	Function
0°	0.0000	90°	1.0000	0°	1.0000
1°	0.0174	89°	0.9998	1°	0.9998
2°	0.0349	88°	0.9993	2°	0.9993
3°	0.0523	87°	0.9985	3°	0.9985
4°	0.0698	86°	0.9974	4°	0.9974
5°	0.0872	85°	0.9960	5°	0.9960
6°	0.1045	84°	0.9943	6°	0.9943
7°	0.1217	83°	0.9923	7°	0.9923
8°	0.1389	82°	0.9899	8°	0.9899
9°	0.1560	81°	0.9872	9°	0.9872
10°	0.1730	80°	0.9842	10°	0.9842
11°	0.1900	79°	0.9809	11°	0.9809
12°	0.2070	78°	0.9773	12°	0.9773
13°	0.2239	77°	0.9734	13°	0.9734
14°	0.2408	76°	0.9692	14°	0.9692
15°	0.2577	75°	0.9647	15°	0.9647
16°	0.2745	74°	0.9600	16°	0.9600
17°	0.2913	73°	0.9550	17°	0.9550
18°	0.3081	72°	0.9498	18°	0.9498
19°	0.3247	71°	0.9443	19°	0.9443
20°	0.3413	70°	0.9386	20°	0.9386
21°	0.3578	69°	0.9326	21°	0.9326
22°	0.3743	68°	0.9264	22°	0.9264
23°	0.3907	67°	0.9199	23°	0.9199
24°	0.4071	66°	0.9132	24°	0.9132
25°	0.4234	65°	0.9063	25°	0.9063
26°	0.4396	64°	0.8991	26°	0.8991
27°	0.4558	63°	0.8917	27°	0.8917
28°	0.4719	62°	0.8841	28°	0.8841
29°	0.4879	61°	0.8763	29°	0.8763
30°	0.5038	60°	0.8683	30°	0.8683
31°	0.5196	59°	0.8601	31°	0.8601
32°	0.5353	58°	0.8517	32°	0.8517
33°	0.5509	57°	0.8431	33°	0.8431
34°	0.5664	56°	0.8343	34°	0.8343
35°	0.5818	55°	0.8253	35°	0.8253
36°	0.5971	54°	0.8161	36°	0.8161
37°	0.6123	53°	0.8067	37°	0.8067
38°	0.6274	52°	0.7971	38°	0.7971
39°	0.6424	51°	0.7873	39°	0.7873
40°	0.6573	50°	0.7773	40°	0.7773
41°	0.6721	49°	0.7671	41°	0.7671
42°	0.6868	48°	0.7567	42°	0.7567
43°	0.7014	47°	0.7461	43°	0.7461
44°	0.7159	46°	0.7353	44°	0.7353
45°	0.7303	45°	0.7243	45°	0.7243
46°	0.7446	44°	0.7131	46°	0.7131
47°	0.7588	43°	0.7017	47°	0.7017
48°	0.7729	42°	0.6901	48°	0.6901
49°	0.7869	41°	0.6783	49°	0.6783
50°	0.8008	40°	0.6663	50°	0.6663
51°	0.8146	39°	0.6541	51°	0.6541
52°	0.8283	38°	0.6417	52°	0.6417
53°	0.8419	37°	0.6291	53°	0.6291
54°	0.8554	36°	0.6163	54°	0.6163
55°	0.8688	35°	0.6033	55°	0.6033
56°	0.8821	34°	0.5901	56°	0.5901
57°	0.8953	33°	0.5767	57°	0.5767
58°	0.9084	32°	0.5631	58°	0.5631
59°	0.9214	31°	0.5493	59°	0.5493
60°	0.9343	30°	0.5353	60°	0.5353
61°	0.9471	29°	0.5211	61°	0.5211
62°	0.9598	28°	0.5067	62°	0.5067
63°	0.9724	27°	0.4921	63°	0.4921
64°	0.9849	26°	0.4773	64°	0.4773
65°	0.9973	25°	0.4623	65°	0.4623
66°	1.0096	24°	0.4471	66°	0.4471
67°	1.0218	23°	0.4317	67°	0.4317
68°	1.0339	22°	0.4161	68°	0.4161
69°	1.0459	21°	0.4003	69°	0.4003
70°	1.0578	20°	0.3843	70°	0.3843
71°	1.0696	19°	0.3681	71°	0.3681
72°	1.0813	18°	0.3517	72°	0.3517
73°	1.0929	17°	0.3351	73°	0.3351
74°	1.1044	16°	0.3183	74°	0.3183
75°	1.1158	15°	0.3013	75°	0.3013
76°	1.1271	14°	0.2841	76°	0.2841
77°	1.1383	13°	0.2667	77°	0.2667
78°	1.1494	12°	0.2491	78°	0.2491
79°	1.1604	11°	0.2313	79°	0.2313
80°	1.1713	10°	0.2133	80°	0.2133
81°	1.1821	9°	0.1951	81°	0.1951
82°	1.1928	8°	0.1767	82°	0.1767
83°	1.2034	7°	0.1581	83°	0.1581
84°	1.2139	6°	0.1393	84°	0.1393
85°	1.2243	5°	0.1203	85°	0.1203
86°	1.2346	4°	0.1011	86°	0.1011
87°	1.2448	3°	0.0817	87°	0.0817
88°	1.2549	2°	0.0621	88°	0.0621
89°	1.2649	1°	0.0423	89°	0.0423
90°	1.2748	0°	0.0223	90°	0.0223

附 表

Log Tan	正餘切數表										Log Cotan	表尾差 1 2 3 4 5	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			
40	0.0000	0.0015	0.0030	0.0045	0.0061	0.0076	0.0091	0.0105	0.0120	0.0135	0.0150	44	2 3 5 6 8
41	0.0152	0.0167	0.0182	0.0197	0.0212	0.0228	0.0243	0.0258	0.0273	0.0288	0.0303	43	2 3 5 6 8
42	0.0320	0.0335	0.0350	0.0365	0.0380	0.0395	0.0410	0.0425	0.0440	0.0455	0.0470	42	2 3 5 6 8
43	0.0485	0.0500	0.0515	0.0530	0.0545	0.0560	0.0575	0.0590	0.0605	0.0620	0.0635	41	2 3 5 6 8
44	0.0650	0.0665	0.0680	0.0695	0.0710	0.0725	0.0740	0.0755	0.0770	0.0785	0.0800	40	2 3 5 6 8
45	0.0815	0.0830	0.0845	0.0860	0.0875	0.0890	0.0905	0.0920	0.0935	0.0950	0.0965	39	2 3 5 6 8
46	0.0980	0.0995	0.1010	0.1025	0.1040	0.1055	0.1070	0.1085	0.1100	0.1115	0.1130	38	2 3 5 6 8
47	0.1145	0.1160	0.1175	0.1190	0.1205	0.1220	0.1235	0.1250	0.1265	0.1280	0.1295	37	2 3 5 6 8
48	0.1310	0.1325	0.1340	0.1355	0.1370	0.1385	0.1400	0.1415	0.1430	0.1445	0.1460	36	2 3 5 6 8
49	0.1475	0.1490	0.1505	0.1520	0.1535	0.1550	0.1565	0.1580	0.1595	0.1610	0.1625	35	2 3 5 6 8
50	0.1640	0.1655	0.1670	0.1685	0.1700	0.1715	0.1730	0.1745	0.1760	0.1775	0.1790	34	2 3 5 6 8
51	0.1805	0.1820	0.1835	0.1850	0.1865	0.1880	0.1895	0.1910	0.1925	0.1940	0.1955	33	2 3 5 7 8
52	0.1970	0.1985	0.2000	0.2015	0.2030	0.2045	0.2060	0.2075	0.2090	0.2105	0.2120	32	2 3 5 7 8
53	0.2135	0.2150	0.2165	0.2180	0.2195	0.2210	0.2225	0.2240	0.2255	0.2270	0.2285	31	2 3 5 7 9
54	0.2300	0.2315	0.2330	0.2345	0.2360	0.2375	0.2390	0.2405	0.2420	0.2435	0.2450	30	2 3 5 7 9
55	0.2465	0.2480	0.2495	0.2510	0.2525	0.2540	0.2555	0.2570	0.2585	0.2600	0.2615	29	2 4 5 7 8
56	0.2630	0.2645	0.2660	0.2675	0.2690	0.2705	0.2720	0.2735	0.2750	0.2765	0.2780	28	2 4 5 7 8
57	0.2795	0.2810	0.2825	0.2840	0.2855	0.2870	0.2885	0.2900	0.2915	0.2930	0.2945	27	2 4 6 7 8
58	0.2960	0.2975	0.2990	0.3005	0.3020	0.3035	0.3050	0.3065	0.3080	0.3095	0.3110	26	2 4 6 8 9
59	0.3125	0.3140	0.3155	0.3170	0.3185	0.3200	0.3215	0.3230	0.3245	0.3260	0.3275	25	2 4 6 8 10
60	0.3290	0.3305	0.3320	0.3335	0.3350	0.3365	0.3380	0.3395	0.3410	0.3425	0.3440	24	2 4 6 8 10
61	0.3455	0.3470	0.3485	0.3500	0.3515	0.3530	0.3545	0.3560	0.3575	0.3590	0.3605	23	2 4 6 8 10
62	0.3620	0.3635	0.3650	0.3665	0.3680	0.3695	0.3710	0.3725	0.3740	0.3755	0.3770	22	2 4 6 8 10
63	0.3785	0.3800	0.3815	0.3830	0.3845	0.3860	0.3875	0.3890	0.3905	0.3920	0.3935	21	2 4 7 8 10
64	0.3950	0.3965	0.3980	0.3995	0.4010	0.4025	0.4040	0.4055	0.4070	0.4085	0.4100	20	2 5 7 10 11
65	0.4115	0.4130	0.4145	0.4160	0.4175	0.4190	0.4205	0.4220	0.4235	0.4250	0.4265	19	2 5 7 10 11
66	0.4280	0.4295	0.4310	0.4325	0.4340	0.4355	0.4370	0.4385	0.4400	0.4415	0.4430	18	2 5 7 10 11
67	0.4445	0.4460	0.4475	0.4490	0.4505	0.4520	0.4535	0.4550	0.4565	0.4580	0.4595	17	2 5 7 10 11
68	0.4610	0.4625	0.4640	0.4655	0.4670	0.4685	0.4700	0.4715	0.4730	0.4745	0.4760	16	2 5 7 10 11
69	0.4775	0.4790	0.4805	0.4820	0.4835	0.4850	0.4865	0.4880	0.4895	0.4910	0.4925	15	2 5 7 10 11
70	0.4940	0.4955	0.4970	0.4985	0.5000	0.5015	0.5030	0.5045	0.5060	0.5075	0.5090	14	2 5 7 10 11
71	0.5105	0.5120	0.5135	0.5150	0.5165	0.5180	0.5195	0.5210	0.5225	0.5240	0.5255	13	2 5 7 10 11
72	0.5270	0.5285	0.5300	0.5315	0.5330	0.5345	0.5360	0.5375	0.5390	0.5405	0.5420	12	2 5 7 10 11
73	0.5435	0.5450	0.5465	0.5480	0.5495	0.5510	0.5525	0.5540	0.5555	0.5570	0.5585	11	2 5 7 10 11
74	0.5600	0.5615	0.5630	0.5645	0.5660	0.5675	0.5690	0.5705	0.5720	0.5735	0.5750	10	2 5 7 10 11
75	0.5765	0.5780	0.5795	0.5810	0.5825	0.5840	0.5855	0.5870	0.5885	0.5900	0.5915	9	2 5 7 10 11
76	0.5930	0.5945	0.5960	0.5975	0.5990	0.6005	0.6020	0.6035	0.6050	0.6065	0.6080	8	2 5 7 10 11
77	0.6095	0.6110	0.6125	0.6140	0.6155	0.6170	0.6185	0.6200	0.6215	0.6230	0.6245	7	2 5 7 10 11
78	0.6260	0.6275	0.6290	0.6305	0.6320	0.6335	0.6350	0.6365	0.6380	0.6395	0.6410	6	2 5 7 10 11
79	0.6425	0.6440	0.6455	0.6470	0.6485	0.6500	0.6515	0.6530	0.6545	0.6560	0.6575	5	2 5 7 10 11
80	0.6590	0.6605	0.6620	0.6635	0.6650	0.6665	0.6680	0.6695	0.6710	0.6725	0.6740	4	2 5 7 10 11
81	0.6755	0.6770	0.6785	0.6800	0.6815	0.6830	0.6845	0.6860	0.6875	0.6890	0.6905	3	2 5 7 10 11
82	0.6920	0.6935	0.6950	0.6965	0.6980	0.6995	0.7010	0.7025	0.7040	0.7055	0.7070	2	2 5 7 10 11
83	0.7085	0.7100	0.7115	0.7130	0.7145	0.7160	0.7175	0.7190	0.7205	0.7220	0.7235	1	2 5 7 10 11
84	0.7250	0.7265	0.7280	0.7295	0.7310	0.7325	0.7340	0.7355	0.7370	0.7385	0.7400	0	2 5 7 10 11

凡在表尾差一表

正餘切對數表

Log Tan Log Cotan

°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
07.0	0.1557	0.1561	0.1565	0.1569	0.1573	0.1577	0.1581	0.1585	0.1589	0.1593	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
08.0	0.1607	0.1611	0.1615	0.1619	0.1623	0.1627	0.1631	0.1635	0.1639	0.1643	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
09.0	0.1663	0.1667	0.1671	0.1675	0.1679	0.1683	0.1687	0.1691	0.1695	0.1699	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10.0	0.1715	0.1719	0.1723	0.1727	0.1731	0.1735	0.1739	0.1743	0.1747	0.1751	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11.0	0.1771	0.1775	0.1779	0.1783	0.1787	0.1791	0.1795	0.1799	0.1803	0.1807	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
12.0	0.1827	0.1831	0.1835	0.1839	0.1843	0.1847	0.1851	0.1855	0.1859	0.1863	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
13.0	0.1883	0.1887	0.1891	0.1895	0.1899	0.1903	0.1907	0.1911	0.1915	0.1919	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
14.0	0.1939	0.1943	0.1947	0.1951	0.1955	0.1959	0.1963	0.1967	0.1971	0.1975	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15.0	0.1995	0.1999	0.2003	0.2007	0.2011	0.2015	0.2019	0.2023	0.2027	0.2031	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16.0	0.2051	0.2055	0.2059	0.2063	0.2067	0.2071	0.2075	0.2079	0.2083	0.2087	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17.0	0.2107	0.2111	0.2115	0.2119	0.2123	0.2127	0.2131	0.2135	0.2139	0.2143	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
18.0	0.2163	0.2167	0.2171	0.2175	0.2179	0.2183	0.2187	0.2191	0.2195	0.2199	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19.0	0.2219	0.2223	0.2227	0.2231	0.2235	0.2239	0.2243	0.2247	0.2251	0.2255	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20.0	0.2275	0.2279	0.2283	0.2287	0.2291	0.2295	0.2299	0.2303	0.2307	0.2311	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
21.0	0.2327	0.2331	0.2335	0.2339	0.2343	0.2347	0.2351	0.2355	0.2359	0.2363	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22.0	0.2379	0.2383	0.2387	0.2391	0.2395	0.2399	0.2403	0.2407	0.2411	0.2415	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
23.0	0.2431	0.2435	0.2439	0.2443	0.2447	0.2451	0.2455	0.2459	0.2463	0.2467	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
24.0	0.2483	0.2487	0.2491	0.2495	0.2499	0.2503	0.2507	0.2511	0.2515	0.2519	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
25.0	0.2539	0.2543	0.2547	0.2551	0.2555	0.2559	0.2563	0.2567	0.2571	0.2575	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
26.0	0.2595	0.2599	0.2603	0.2607	0.2611	0.2615	0.2619	0.2623	0.2627	0.2631	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
27.0	0.2651	0.2655	0.2659	0.2663	0.2667	0.2671	0.2675	0.2679	0.2683	0.2687	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
28.0	0.2707	0.2711	0.2715	0.2719	0.2723	0.2727	0.2731	0.2735	0.2739	0.2743	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
29.0	0.2763	0.2767	0.2771	0.2775	0.2779	0.2783	0.2787	0.2791	0.2795	0.2799	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30.0	0.2819	0.2823	0.2827	0.2831	0.2835	0.2839	0.2843	0.2847	0.2851	0.2855	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
31.0	0.2875	0.2879	0.2883	0.2887	0.2891	0.2895	0.2899	0.2903	0.2907	0.2911	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
32.0	0.2927	0.2931	0.2935	0.2939	0.2943	0.2947	0.2951	0.2955	0.2959	0.2963	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
33.0	0.2979	0.2983	0.2987	0.2991	0.2995	0.2999	0.3003	0.3007	0.3011	0.3015	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
34.0	0.3031	0.3035	0.3039	0.3043	0.3047	0.3051	0.3055	0.3059	0.3063	0.3067	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
35.0	0.3083	0.3087	0.3091	0.3095	0.3099	0.3103	0.3107	0.3111	0.3115	0.3119	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
36.0	0.3135	0.3139	0.3143	0.3147	0.3151	0.3155	0.3159	0.3163	0.3167	0.3171	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
37.0	0.3187	0.3191	0.3195	0.3199	0.3203	0.3207	0.3211	0.3215	0.3219	0.3223	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
38.0	0.3235	0.3239	0.3243	0.3247	0.3251	0.3255	0.3259	0.3263	0.3267	0.3271	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
39.0	0.3283	0.3287	0.3291	0.3295	0.3299	0.3303	0.3307	0.3311	0.3315	0.3319	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40.0	0.3331	0.3335	0.3339	0.3343	0.3347	0.3351	0.3355	0.3359	0.3363	0.3367	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
41.0	0.3379	0.3383	0.3387	0.3391	0.3395	0.3399	0.3403	0.3407	0.3411	0.3415	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42.0	0.3427	0.3431	0.3435	0.3439	0.3443	0.3447	0.3451	0.3455	0.3459	0.3463	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43.0	0.3475	0.3479	0.3483	0.3487	0.3491	0.3495	0.3499	0.3503	0.3507	0.3511	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44.0	0.3523	0.3527	0.3531	0.3535	0.3539	0.3543	0.3547	0.3551	0.3555	0.3559	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45.0	0.3567	0.3571	0.3575	0.3579	0.3583	0.3587	0.3591	0.3595	0.3599	0.3603	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46.0	0.3615	0.3619	0.3623	0.3627	0.3631	0.3635	0.3639	0.3643	0.3647	0.3651	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
47.0	0.3659	0.3663	0.3667	0.3671	0.3675	0.3679	0.3683	0.3687	0.3691	0.3695	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
48.0	0.3703	0.3707	0.3711	0.3715	0.3719	0.3723	0.3727	0.3731	0.3735	0.3739	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
49.0	0.3743	0.3747	0.3751	0.3755	0.3759	0.3763	0.3767	0.3771	0.3775	0.3779	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50.0	0.3783	0.3787	0.3791	0.3795	0.3799	0.3803	0.3807	0.3811	0.3815	0.3819	0.0	0.1	1	2	3	4	5	6	7	8	9

中華民國政府教育審定
 於二十四年七月
 領到教字第六十七號執照

中華民國二十二年七月初版
 中華民國三十五年十月第二版

(57811)

初級中學用

復興教科書 三冊 角一冊

每冊原定價國幣差角陸分

外加運費滙費

版權所有
 翻印必究

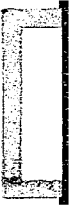
編者 周元谷
 主編者 周雲五

發行人 朱經農
 上海河南路

印刷所 商務印書館

發行所 商務印書館
 各地

(本書校對者林懷民)



總	教	字	6	號
重	編	類		號