道光丁未鐫

圜容較義

海山仙館叢書

圜容較義

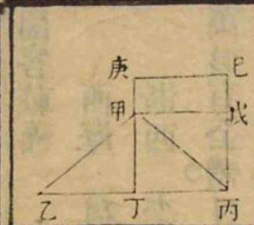
西海　利瑪竇　授

浙西　李之藻　演

萬形有全體。目視惟一面。卽面可以推全體也。面從界顯。界從線結。總曰邊線。邊線之最少者爲三邊形。多者四邊五邊乃至千萬億邊。不可數盡也。三邊形等度者。其容積固大於三邊形不等度者。四邊以上亦然。而四邊形容積恒大於三邊形。多邊形容積恒大於少邊形。但以周線相等者驗之。邊之多者莫如渾圜之體。渾圜

者多邊等邊。試以周天度剖之。則三百六十邊等也。又剖度爲分。則二千一百六十邊等也。乃至秒忽毫釐不可勝算。凡形愈多邊則愈大。故造物者天也。造天者圜也。圜故無不容。無不容所以爲天。試論其概。

凡兩形外周等。則多邊形容積恒大於少邊形容積。

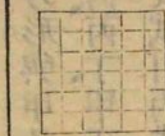


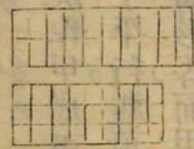
假如有甲乙丙三角形。其邊最少。就底線乙丙兩平分於丁。作甲丁線。其甲乙、甲丙兩腰等。丁乙、丁丙又等。甲丁丙角、甲丁乙角皆等。則甲丁線爲乙丙之垂線。幾何原本一卷八

次作甲戊丙丁直角形。而甲戊與丁丙平行。戊丙與甲丁平行。視前形增一角者。一卷四、三十六又既甲丁丙、甲丁乙、兩形等。而甲丙戊與甲丁乙、亦等。一卷三十四則甲丁丙戊方形與甲乙丙三角形自相等矣。以周論之。其甲戊、戊丙、丙丁、甲丁、四邊皆與乙丁相等。甲丙邊爲弦。其線稍長。試引丙戊至巳。引丁甲至庚。皆與甲丙、甲丁、線等。而作庚丁巳丙形。與甲乙丙三角形同周。則贏一甲庚巳戊形。故知四邊形與三邊形等周者。四邊形容積必大

于三邊形。

凡同周四直角形其等邊者所容大於不等邊者。



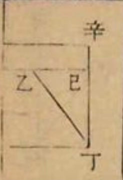


假有直角形等邊者。每邊六。共二十四。其中積三十六。另有直角形不等邊者。兩邊數十。兩邊數二。其周亦二十四。與前形等周。而其邊不等。故中積只二十。又設直角形。其兩邊各九。其兩邊各三。亦與前形同周。而中積二十七。又設一形。兩邊各八。兩邊各四。亦與前同周。而中積三十二。或設以兩邊爲七。以兩邊爲五。亦與前同周。而中積三十五。

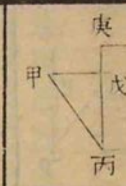
是知邊度漸相等。則容積因漸多也。

試作直角長方形。令中積三十六。同前形之積。然周得三十。與前周二十四者迥異。今以此周作四邊等形。則中積必大於前形。

凡同周四角形。其等邊等角者。所容大於不等邊等角者。



設甲乙丙丁不等角形。從丙丁各作垂線。又設引甲乙至巳。作戊丙巳丁四角相等



形。一卷三十五與不等角形同底原相等。一卷十九又三十四甲乙亦同戊巳而乙丁及甲丙線。則贏於巳丁、戊丙、線。是甲乙丙丁之周大於戊丙巳丁之周。試引丁巳至辛、與乙丁等。引丙戊至庚、與甲丙等而作庚丙辛丁形。則多一庚戊辛巳形因顯四等角形大於不等角形。

以上四則見方形大於長形。而多邊形更大於少邊形。則圜形更大於多邊形。此其大畧若詳論之則另立五界說及諸形十八論於左。

第一界等周形。 謂兩形之周大小等。

第二界有法形。 謂不拘三邊四邊及多邊但邊邊相等角角相等卽爲有法其欹邪不就規矩者爲無法形

第三界求各形心。 但從心作圜或形內切圜或形外切圜皆相等者卽係圜與形同心。

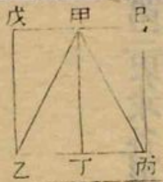
第四界求形面。 謂周線內所容人目所見乃形之一面。

第五界求形體。 如立方立圜三乘四乘諸形乃形之

全體。

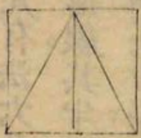
第一題

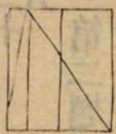
凡諸三角形。從底線中分作垂線。與頂齊高。以中分線及高線、作矩內直角方形。必與三角形所容等。

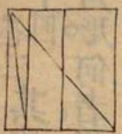


解曰。有甲乙丙三角形。平分乙丙于丁。于庚。作垂線至甲、至辛。作甲丁巳丙、及辛庚巳丙直角。題言直角與三角形等。

先論曰。甲乙丙三角形。平分乙丙于丁。作甲丁線。次從甲作戊巳線。與乙丙平行。又作巳丙、戊乙、二線。成直角形。此直角倍大于甲丁丙巳形。亦倍大于甲乙丙角形。卷一四十一故甲乙丙三角形與甲丁丙巳形等。卷三十六







次論曰。作甲丁垂線。而第二圖丁非甲乙之平分。第三圖甲在方形之外。皆從甲作戊巳線引長之。與乙丙平行。成戊巳丙乙方形。及甲巳丙丁方形。而各以丙乙平分于庚。作庚辛垂線。視甲丁爲平行。亦相等。

卷一三十四其戊巳丙乙倍大于辛庚丙巳。亦即倍大于三角形。何者。以辛庚丙巳長方形分三角形底線半故。卷一三十六

第二題

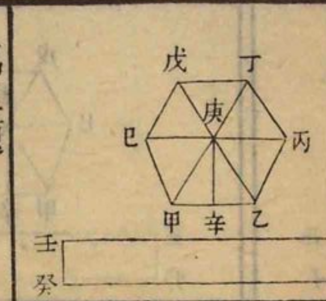
凡有法六角等形。自中心到其一邊之半徑線作直角形線。其半徑線及以形之半周線、舒作直線為矩內直角長方形。亦與有法形所容等。

解曰。有甲乙丙丁戊巳法形。其心庚。自庚至甲乙作直角線為庚辛云云

線為庚辛。另作壬癸線與庚辛等。作癸子與甲乙丙丁線等。即半周線也。題言壬癸子丑直角形與甲乙丙丁戊巳形之所容等。

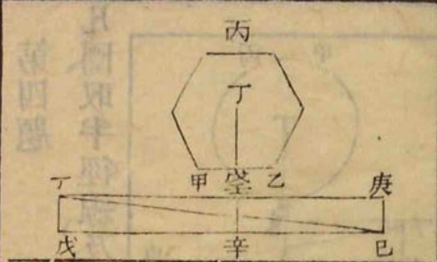
論曰。自庚到各角皆作直線。皆分作三角形。皆相等。卷一八其甲乙庚三角形與甲辛、辛庚二線所作矩內直角形等。以甲辛分甲乙之半故。本篇一題若以甲乙丙丁半形之周線為癸子

線。以與壬癸線共作矩內直角形。即與有法全形等。蓋此半邊三箇三角形。照甲乙庚形作分中垂線。其矩線內直角形俱倍本三角形故。



第三題

凡有法直線形。與直角三邊形。並設直角形傍二線。一長一短。其短線與有法形半徑線等。其長線與有法形周線等。則有法形與三邊形正等



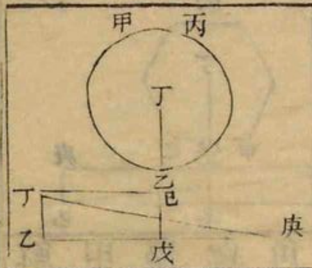
解曰。甲乙丙有法形。其心丁。從丁望甲乙作垂線。又有丁戊巳直角形。其邊丁戊與法形丁戊等。其戊巳線。又與甲乙丙之周線等。題言丁戊巳三角之體。與甲乙丙全形等

論曰。試作丁戊巳庚直角形。兩平分于壬辛。作直線與丁戊平行。則丁戊辛壬直角形。與甲乙丙形相等。本篇二題何者。戊辛線得甲乙丙之半周。而又在丁戊矩內。即與有法形全體等故也。

其丁戊巳三角形。與丁戊壬辛直角形等。則丁戊巳三角形。與甲乙丙全形亦等。

第四題

凡圜、取半徑線、及半周線、作矩內直角形。其體等。



解曰。有甲乙丙圜。其半徑為丁乙。又有丁乙戊巳直角形。兩丁乙等。半圜線與戊乙等。題言甲乙丙所容。與丁乙戊巳直角形所容等。

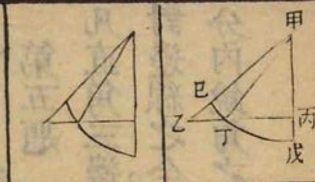
論曰。試以乙戊引長到庚。令庚戊與乙戊等。則乙庚與圜周全等。次從丁竪庚作直線。既丁乙庚三角形之地與全圜地相等。（在圜書一題）而丁乙戊巳、又與丁乙庚三角形等。（本篇四、又一卷四十註）則丁乙戊巳、自與全圜體等。

第五題

凡直角三邊形。任將一銳角于對邊作一直線分之。其對邊線之全。與近直角之分之比例。大于全銳角與所分內銳角之比例。

解曰、有甲乙丙直角三邊形。丙為直角。從

甲銳角望所對丙乙邊任作甲丁線。題言丙乙線與丙丁線之比例大于乙甲丙角與丁甲丙角之比例。

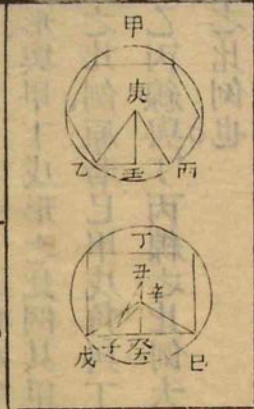


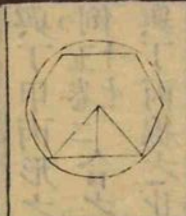
論曰、甲丁線大于甲丙而小于甲乙。一卷十九若以甲為心、以丁為界作半規、必分甲巳線于乙之內、而透甲戊線于丙之外。其甲乙丁三角形、與甲巳丁三角形之比例、大于甲丁丙三角形與甲丁戊之比例。何者。一為甲乙丁大形與甲巳丁小形比。一為甲丁丙小形與甲丁戊大形比也。則更之、乙甲丁形與丁甲丙形之比例、大于巳甲丁形與丁甲戊形之比例。五卷二十七合之、則乙甲丙形與丁甲丙形、即是乙丁線與丁丙線之比例。形之比例與底線之比例相等、在六卷一固大于甲巳戊形與甲丁戊形之比例。其甲巳戊圜分、與甲丁戊圜分之比例。原若巳甲戊角與丁甲戊角之比例。六卷三十三系則乙丙線與丁丙線之比例、大于乙甲丙角與丁甲丙角之比例也。

第六題

凡直線有法形數端、但周相等者、多邊形必大于少邊形。

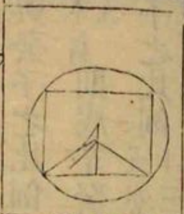
解曰設直線有法形二爲甲乙丙爲丁戊巳其外周等而甲乙丙形之邊多于丁戊巳不拘四邊六邊雖十邊與十一二邊皆同



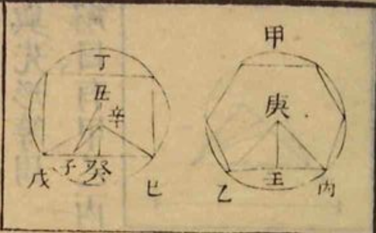


論此題言甲乙丙之體大于丁戊巳之體

論曰試于兩形外各作一圜而從心望一邊作庚壬作辛癸兩垂線平分乙丙于壬分戊巳于癸三卷三其甲乙丙形多邊者與丁戊巳形少邊者外周既等而以乙丙求周六而偏以戊巳求周四而偏則乙丙邊固小于戊巳邊而乙壬半邊亦小于戊癸半邊矣茲截癸子與壬乙等而作辛子線又作辛戊、辛巳及庚丙、庚乙諸線次第論之其巳丁戊圜內各切線等即匀分各邊俱等而全形邊所倍于戊巳一邊數與全圜切分所倍于戊巳切分地亦等則甲乙丙內形全邊所倍于乙丙一邊與其全圜切分所倍于乙丙切分不俱等乎其戊巳圜切分與戊丁巳全圜之切分若戊辛巳角之與全形四直角六卷三十三題之系



則以平理推之。移戊巳邊于甲乙丙全邊。亦若戊辛巳角之於四直角也。而甲乙丙內形周與乙丙一邊。猶甲乙丙諸切圜與乙丙界之一切圜。亦猶四直角之與乙庚丙角也。六卷三十三之二系則又以平理推戊巳與乙丙。即戊癸與乙壬。而乙壬即是癸子。又以平理推。而戊辛巳角與乙庚丙角。亦若戊辛癸之與乙庚壬也。五卷十五夫戊癸與癸子之比例。原大于戊辛癸角與子辛癸角之比例。本篇五則戊辛癸與乙庚壬之比例。大于癸辛戊與癸辛子之比例。五卷十三而癸辛子角大于壬庚乙角。五卷十其辛

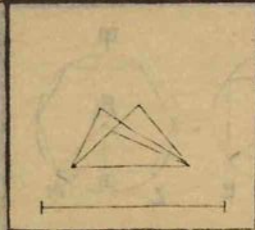


癸子與庚壬乙皆係直角。而辛子癸角明小于庚乙壬角。一卷三十二令移壬乙庚角于癸子上。而作癸子丑角。則其線必透癸辛到丑。其庚壬乙三角形之壬與乙兩角。等于丑癸子三角形之癸子兩角。而乙壬邊亦等于子癸邊。則丑癸線亦等于庚壬線。而庚壬實羸于辛癸。一卷二十六令取庚壬線及甲乙丙半周線。作矩內直角形。必大于辛癸線及丁戊巳半周線所作矩內直角形也。本篇二然則多邊直

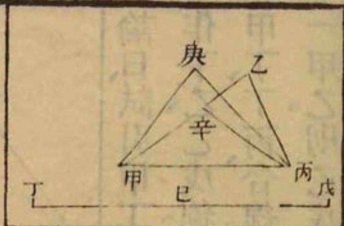
線形之所容。豈不大于等周少邊直線形之所容乎。

第七題

有三角形。其邊不等。于一邊之上另作兩邊等三角形。與先形等周



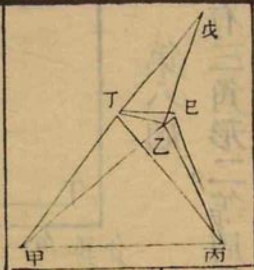
解曰、有甲乙丙三角形。其甲乙大于丙乙。兩邊不等。欲于甲丙上另作三角形。與甲乙丙周等。兩邊又等。其法作丁戊線。與甲乙、乙丙、合線等。兩平分于巳。甲乙、乙丙、兩邊併。既大于甲丙邊。十一卷則丁巳、巳戊、兩邊併。亦大于甲丙。而丁巳、巳戊、甲丙。可作三角形矣。一卷三十二以作甲庚丙得所求盇庚甲、庚丙、自相等。而甲丙同邊。則二形之周等。而甲庚丙與甲乙丙為兩邊等之三角形。此庚點必在甲乙線外、若在甲乙邊上遇辛、則辛丙線小于辛乙、乙丙合線、即不得同周、



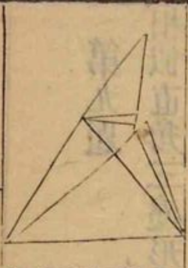
第八題

有三角形二。等周等底。其一兩邊等。其一兩邊不等。其等邊所容。必多于不等邊所容。

解曰、有甲乙丙形、其甲乙邊大于乙丙、今于甲丙上更作甲丁丙三角形。與甲乙丙等周、本篇七 而丁甲丁丙兩腰等。亦與甲乙丙合線等。題言甲丁丙角形大于甲乙丙

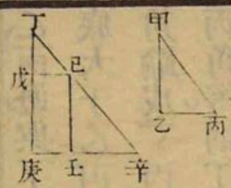


論曰、試引甲丁至戊、令丁戊與丁丙等、又作丁乙、乙戊線、夫甲乙、乙戊合線、既大于甲丁、丁丙合線、亦大于甲乙、乙丙合線。此兩率者、令減一甲乙則乙戊大于乙丙而丁戊乙三角形之丁戊、丁乙、兩邊與丁丙乙三角形之丁丙、丁乙、兩邊等。其乙戊底大于乙丙底。則戊丁乙角大于丙丁乙角。而戊丁乙角踰戊丁丙角之半。一卷三十二 令別作戊丁巳角與丁甲丙角等。則丁巳線在丁乙之上。而與甲丙平行。一卷廿八 又令引長丁巳與甲乙相遇而作巳丙線聯之。其甲丁丙、甲巳丙既在兩平行之內、又同底。是三角形相等也。六卷 一因顯甲巳丙大于甲乙丙。而甲丁丙兩邊等三角形必大於等周之甲乙丙矣。問戊丁乙角、何以踰戊丁丙角之半、曰、丁甲丙與丁丙甲



第九題

相似直角三邊形、併對直角之兩弦線爲一直線。以作直角方形。又以兩相當之直線四、併二直線、各作直角方形。其容等。

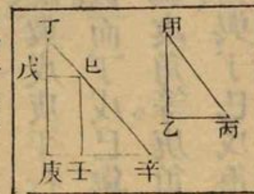


解曰、有甲乙丙及丁戊巳三角形二、相似。其乙戊兩角爲直角。而甲與丁、丙與巳角、各相等。甲丙與丁巳相當。甲乙與丁戊相當。題言併甲丙、丁巳、爲一直線。于上作直角方形。與併甲乙、丁戊、作直線、及併乙丙、戊巳、作直線、各于其上作直角方形、兩併等。

兩角等而戊丁丙爲其外角、凡外角必兼兩內角故也、

論曰、引長丁戊至庚。令戊庚與甲乙同度。次從庚作線、與戊巳平行。又引丁巳長之。令相遇于辛。從巳作巳壬線、與戊庚平行。一卷二十九 則巳壬辛之角形與丁戊巳相似。而丁戊巳與甲乙丙相似矣。一卷三十二 何者、巳壬辛角與庚角等。庚角與丁戊巳角等。戊角又與乙角等。而辛角與丁巳戊角、及丙角、俱等。壬巳辛角與甲角亦等。卷一三十四 又巳壬邊與戊庚相等。則亦與甲乙相等。而壬辛

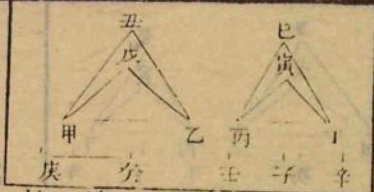
與乙丙、巳辛與甲丙、俱相等。一卷二十六故丁辛線兼丁巳、甲丙、之度。丁庚線兼丁戊、甲乙、之度。而庚辛亦兼戊巳、乙丙、之度。庚壬卽戊巳也。一卷三十四然則丁辛上直角方形與丁庚及庚辛上兩直角方形。併自相等矣。



第十題。

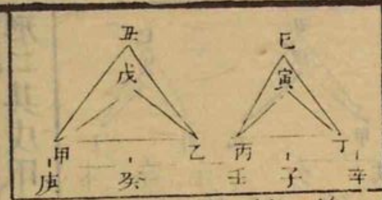
有三角形二。其底不等而腰等。求于兩底上另作相似三角形二。而等周。其兩腰各自相等。

解曰。甲乙、丙丁、不等兩底上。有甲戊乙及丙巳丁三角形二。其戊甲、戊乙、腰與巳丙、巳丁、腰俱相等。若甲乙大於丙丁者。則戊角大於巳角。一卷二十五而兩三角形不相似。求於兩底上各作三角形相似。而兩腰各相等。其周亦等。



法曰。作庚辛線。與甲戊、戊乙、丙巳、巳丁、四線等。而分之于壬。令庚壬與壬辛之比例。若甲乙與丙丁。六卷十甲乙既大于丙丁。則庚壬亦大于壬辛。而平分庚壬於癸。平分壬辛於子。庚壬與壬辛。既若甲乙與丙丁。則合之而庚辛之視壬辛。

若甲乙丙丁併之視丙丁矣。五卷十八夫庚辛併既大于甲乙丙丁併。兩邊必大於一邊、在一卷二十、則壬辛大于丙丁。而庚壬大於甲乙也。五卷十四甲乙、庚癸、癸壬、三線每二線必大于一線。而丙丁、壬子、子辛、亦然。令於甲乙上用庚癸、癸壬線作甲丑乙三角形爲兩腰等。而其周在甲戌乙形之外。以戌甲戌乙得庚辛之半、而庚壬之度過之故、於丙丁上用壬子、子辛、線作丙寅丁三角形亦兩腰等而其周在丙巳丁之內。巳丙巳丁亦得庚辛之半、而壬辛之度不及故、俱一卷二十二



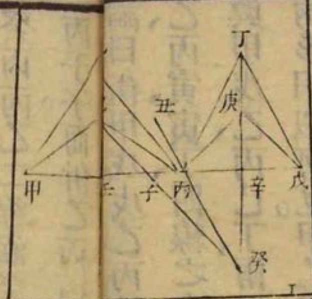
論曰、併甲戌、戌乙、丙巳、巳丁、四線之度既與併甲丑、丑乙、丙寅、寅丁、四線之度相等則甲丑乙、丙寅丁、兩形自與甲戌乙、丙巳丁、兩形同周。而其兩腰亦自相同至于兩形相似何也。甲乙與丙丁若庚壬與壬辛而減半之庚癸與壬子。五卷十五又若丑甲與寅丙。丑乙與寅丁也。則更之、而甲乙與甲丑。若丙丁與丙寅。而甲丑與丑乙。若丙寅與寅丁。是兩形爲同邊之比例、自相似。六卷五

第十一題

有大小兩底。令作相似平腰三角形相併。其所容必大

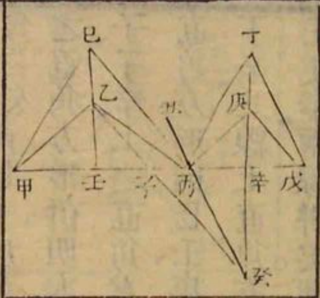
於不相似之兩三角形相併。其底同。其周同。又四腰俱同。而不相似形併。必小於相似形併。

解曰。甲丙、丙戊兩底上。設有甲乙丙及丙丁戊兩三角形。而甲乙、乙丙、丙丁、丁戊四線俱等。令於兩底上。依前題別作甲巳丙及丙庚戊兩形相似。而與前兩三角形相併者等周。題言甲巳丙、丙庚戊、併。大于甲乙丙、丙丁戊併。



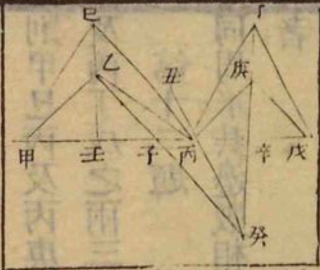
論曰。將甲丙、丙戊作一直線。而甲丙底大于丙戊底。乃從巳過乙作巳壬線。兩分甲丙於壬。又從丁過庚作丁辛線。兩分丙戊于辛。其甲巳乙三角形之甲巳、巳乙兩邊。與乙巳丙三角形之巳丙、巳乙兩邊等。而甲乙、乙丙兩底又等。則甲巳乙角。與丙巳乙角亦等。一卷八 又甲巳壬三角形之甲巳、巳壬兩邊。與丙巳壬三角形之丙巳、巳壬兩邊等。則甲巳壬角與丙巳壬角等。而甲壬、壬丙之兩底亦等。一卷四 壬之左右皆直角。因顯丙辛、辛戊亦等。而辛之左右角亦直角矣。次引丁辛至癸。令辛癸與丁辛同度。而從癸過丙作

癸丑直線。則丁丙辛三角形之丁辛、辛丙、兩邊。與辛癸丙三角形之辛癸、辛丙、兩邊等。而辛之上下角亦等。爲直角。丁丙、丙癸、兩底等。而丁丙辛角與癸丙辛角俱等。一卷四 丁丙辛角既大于庚丙辛角。而庚丙辛角與巳丙壬角相似。即相等。一卷五 而丁丙辛即癸丙辛。總大于巳丙壬。其癸丙辛角等於對角之丑丙壬。一卷十五 是丑丙壬亦大於巳丙壬。而引癸丑線。當在於丙巳之外也。若夫癸丙、丙乙二線。涵癸丙乙角。向壬。試作癸乙線。以分壬丙于子。而併乙丙、丙癸、二線。必大于癸乙線。一卷二十 則巳



丙、丙庚、併。亦大于乙癸線。何也。此四形者。兩兩相併爲等周。則甲乙、乙丙、丙丁、丁戊、四線。併與甲巳、巳丙、丙庚、庚戊、四線併原相等。而減半之乙丙、丙丁。即乙丙、丙癸。與巳丙、丙庚。亦相等。故也。併巳丙、丙庚、二線。爲一直線。就其上作直角方形。必大于乙癸線上之直角方形。夫巳丙、丙庚、併之直角方形。與巳壬、庚辛、併之直角方形。及壬丙、丙辛上之直角方形。併相等。九題

而癸乙上之直角方形。與乙壬幷辛丁（卽辛癸）上直角方形。及壬子、子辛、上直角方形幷。又自相等。（凡題、從子上分兩對角。其角等、而壬與辛、俱爲直角相似之形。令移置辛癸於乙壬之下、移置壬辛爲癸垂線、則乙壬辛癸爲股、壬辛爲句、乙癸爲弦矣。）此巳壬、庚辛、線幷之直角方形及壬丙、丙辛、上之直角方形幷。明大于乙壬、丁辛、幷之直角方形及壬子、子辛、上之直角方形幷也。此兩率者每減一壬辛上直角方形。則巳壬、庚辛、共線上之直角方形大于乙壬、丁辛、共線上直角方形矣。而巳壬、庚辛、兩線幷大于乙壬、丁辛、兩線幷矣。此兩率者。令同減乙壬。同減庚辛。則巳乙豈不大於丁庚乎。壬丙原大於丙辛。（以甲丙原大于丙戊故、）



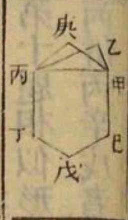
則巳乙與壬丙矩內直角形。大于丁庚與辛丙矩內直角形。而乙巳丙三角形。爲巳乙、壬丙矩內直角形之半。何者。令從壬丙作垂線。與乙巳平行。而以乙巳爲底。就作直角形。此謂巳乙、壬丙、矩內直角形。其中積倍于巳乙丙三角形。反之。則巳乙丙角形。爲巳乙、壬丙、矩形之半。其丁庚丙三角形亦然。乃丁庚及辛丙矩內直角形之半也。則巳乙丙

三角形大于丁庚丙三角形。而甲巳丙乙形、爲丙乙巳三角之倍者。亦大于丙庚戊丁形、爲丁庚丙三角之倍者矣。此兩率者。又每加甲乙丙與丙庚戊之三角形。則甲巳丙及丙庚戊之兩三角形併。豈不大于甲乙丙及丙丁戊之兩三角形併哉。

第十二題

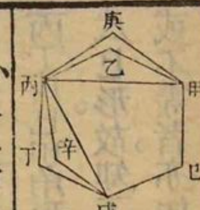
同周形。其邊數相等。而等角等邊者。大于不等角等邊者。

先解曰。有甲乙丙丁戊巳多邊形。與他形同周同角者。較必邊邊相等。乃爲最大之形。



論曰。若謂不然。先設甲乙、乙丙、不等邊。如第一圖。又作甲丙線。于上作等邊三角爲甲庚丙形。與甲乙丙等周。七本篇則甲庚丙丁戊巳形。亦與甲乙丙丁戊巳形等周。而甲庚丙三角形。必大于甲乙丙三角形。八本篇令每加丙丁戊巳甲角形。則甲庚丙丁戊巳形。亦大于甲乙丙丁戊巳形。故知不等邊者。不爲最大。其他如丙丁邊之類或不等者。亦如此推。

次解曰。又設甲乙丙丁戊巳等邊形、與他形同周同邊者較。必角角相等。乃為最大之形。

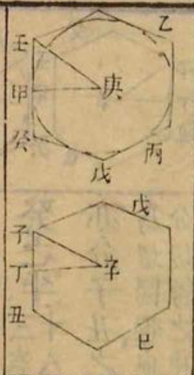


論曰、依上論各邊俱等。則甲乙丙、丙丁戊、為等邊三角形。邊角俱等 而甲乙、乙丙、與丙丁、丁戊、相等。若謂不然。而乙角可大于丁角。則甲丙線必大于丙戊線。十四一卷二 試于甲丙、丙戊、兩底上。別作三角形。為甲庚丙、為丙辛戊。如第十題相似形。令與甲乙丙、丙丁戊、併者等周。則甲庚丙併丙辛戊者。大于甲乙丙併丙丁戊。十一本篇 而每加丙戊巳甲角形。則甲庚丙辛戊巳。必大于甲乙丙丁戊巳也。

何得以等周等邊而不等角者為最大乎。

第十三題

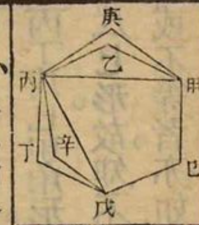
凡同周形、惟圜形者、大於衆直線形有法者。



解曰、有甲乙丙圜形。又有丁戊巳多邊有法形。其周等。題言甲乙丙大于丁戊巳。

論曰、庚為甲乙丙之心。辛為丁戊巳之心。甲乙丙外。另作壬乙丙癸多邊形。與丁戊

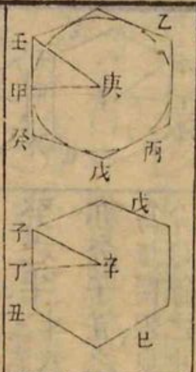
次解曰。又設甲乙丙丁戊巳等邊形、與他形同周同邊者較、必角角相等。乃爲最大之形。



論曰、依上論各邊俱等、則甲乙丙、丙丁戊、爲等邊三角形。邊角俱等而甲乙、乙丙、與丙丁、丁戊、相等。若謂不然、而乙角可大于丁角。則甲丙線必大于丙戊線。一卷二十四試于甲丙、丙戊、兩底上。別作三角形。爲甲庚丙、爲丙辛戊。加第十題相似形。令與甲乙丙、丙丁戊、併者等周。則甲庚丙併丙辛戊者、大于甲乙丙併丙丁戊。本篇十一而每加丙戊巳甲角形。則甲庚丙辛戊巳。必大于甲乙丙丁戊巳也。何得以等周等邊而不等角者爲最大乎。

第十三題

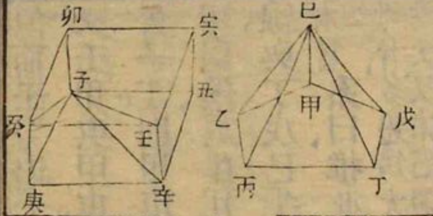
凡同周形、惟圜形者、大於衆直線形有法者。



解曰、有甲乙丙圜形。又有丁戊巳多邊有法形、其周等。題言甲乙丙大于丁戊巳。

論曰、庚爲甲乙丙之心。辛爲丁戊巳之心。甲乙丙外。另作壬乙丙癸多邊形、與丁戊

銳觚全形所容。與銳頂至邊垂線、及三分底之一、矩內直角立形等。



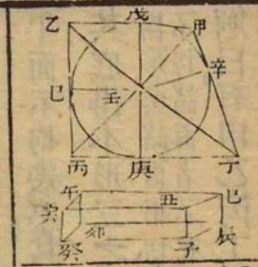
解曰、有觚形不拘幾面。如甲乙丙丁戊底。其頂巳。又有寅庚直角立方形者。其底庚辛壬癸。得甲乙丙丁戊底三之一。其高庚子。與觚等高。題言此寅庚形與觚形所容等。

論曰、從立形底諸角。與相對一角、如子角者。皆作線、以成庚辛壬癸子觚形。此形與寅庚形同底同高。又同巳甲銳觚之高。既巳甲形兼庚辛壬癸子觚之三。十二卷六註。註言兩觚形同高者。其所容之比例如其底。底等亦等、底倍亦倍、寅庚全形。亦兼庚辛壬癸子觚之三。以同底同高。故在十二卷七系則寅庚全方與巳甲觚等。

第十五題

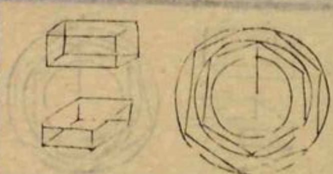
平面不拘幾邊。其全體可容渾圓切形者。設直角立形。其底得本形三之一。其高得圓半徑。即相等。可容渾圓切形者。必圓形與諸面相切、若長廣不切諸面者。不在此論。

解曰、有甲乙丙丁形。內含戊巳庚辛圓。其心壬而外線



甲乙切圜於戊。（十一卷三題）試從戊壬割圜之半。作戊巳庚辛圜。（圜形書一卷一題）從壬心壁各切圜之點。作壬戊爲甲乙垂線。（三卷十八）壬巳爲乙丙垂線。壬庚爲丙丁垂線。壬辛爲甲丁垂線。別一直角立方形午子。其底子丑寅癸。得甲乙丙丁體三之一。而其高辰子。與圜半徑等。題言此直角立方形、與甲乙丙丁全體等。

論曰。從壬心與甲乙丙丁各角作直線。即分其體爲數觚形。其面即爲觚底。而皆以壬心爲觚銳頂。此各觚皆以其三分底之一、及至銳高之數、爲直角立方形。皆與觚所容等。（本篇十四）又併爲一形。即與甲乙丙丁體等。亦與午子等。以午子底正得甲乙全形三之一。而其高合圜半徑也。

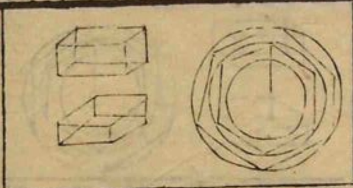


第十六題

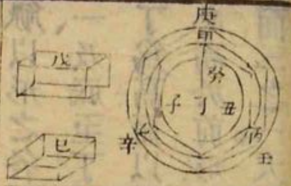
圜半徑。及圜面三之一作直角立方形。以較圜之所容等。

解曰。有甲乙丙渾圜。其心爲丁。又有直角立形之戊

在甲丁徑及甲乙丁渾圜三之一矩內。題言戊形所容與甲乙丙渾圜等。論曰。若言不等。謂戊大于渾圜形。其較有巳者。今以丁為心。外作庚辛壬渾圜大于甲乙



丙。而勿令大于戊。第令或等或小。以驗之。而于庚辛壬內。試作有法形。勿切甲乙丙圜。十二卷十七自丁心至形邊。各作垂線。則垂線必長於甲丁。又自丁心至形各角作直線。以分此形為幾觚。其庚辛壬法形諸直線為觚底。而垂線至丁心為觚銳頂。



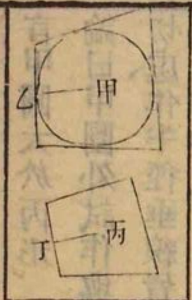
試取各觚底三之一。及丁垂線之高。以作直角立形。與觚等。本篇十四則併為大直角立形。亦與庚辛壬內之法形等。本篇十五如云以甲丁為高。而以各觚底三之一。為直角立形。併為大形。則必小於前形。因顯庚辛壬三之一大於甲乙丙三之一。而戊形在甲丁徑及甲乙丙圜三之一矩內。小於庚辛壬體。而謂庚辛壬不大於戊形。則向庚辛壬之內形。尚大於戊形也。

又論曰。戊形小於甲乙丙渾圜體者。其較為巳。試從丁

心再作癸子丑圜小於甲乙丙。而勿令小於戊或大或等者以驗之。於甲乙丙圜內作有法形。不令切癸子丑。十二卷十七而從丁至甲乙丙各面為垂線。此垂線大於丁癸之半徑。又從丁向法形諸角作直線。以分此形為數觚。以形之各面為觚底。丁心為觚銳頂。而取觚底三之一、及底至丁之垂線、以作直角立形與觚等。若使以甲丁為高。而以各觚三之一為底。以作直角立形。則其形必高於前形。既甲乙丙圜之面大於其內形之面。則圜面三之一。大於內形面三之一。而直角立方形在甲丁高及甲乙丁面三之一。固即戊體矣。愈大於甲乙丁之內形矣。而云癸子丑圜或等或大於戊。豈癸子丑圜大於甲乙丙圜而分大於全歟。則戊體不小於甲乙丙矣。從後論不可為小。從前論不可為大。故曰等也。

第十七題

圜形與平面他形之容圜者。其周同。其容積。圜為大。



解曰。有甲圜。其心甲。其半徑甲乙。又丙形與甲等周。其周內可作諸切邊圜形。而從心至邊為丙丁。題

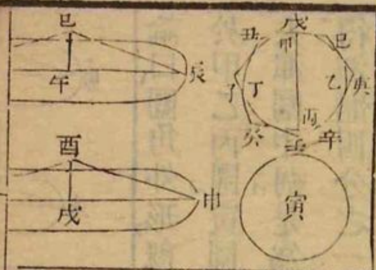
言甲圜大於丙形。

論曰、甲圜外試作與丙相似形。卷十二而從甲心至各邊切處、作半徑垂線皆等。本篇十五有解其一爲甲乙甲圜外形。大於甲圜其周面亦大於丙面而甲乙垂線亦大於丁丙垂線。以甲半徑爲高。乃以三分圜體之一作直角立方形。卽與甲圜形等。本篇十六以丙丁線爲高。而以三分丙形之一作直角立方形。亦與丙形等。而甲之立方因大於丙之立方。本篇十五則甲圜與丙形雖同周。而甲圜所容爲大矣。

第十八題

凡渾圜形與圜外圜角形等周者。渾圜形必大於圜角形。

解曰、有甲乙丙丁圜外作戊巳庚辛等法形。率以四

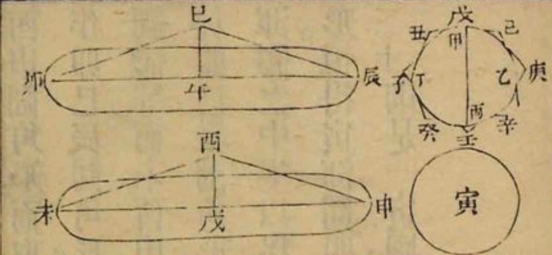


數相偶若八面十二面十六面二十面及二十四二十八之類、等邊等角、近於圜形者。又作戊壬過心線爲樞。以轉甲乙丙圜及戊巳庚辛法形、使平面旋爲立圜之體。則其形爲圜外圜角之形。而角與邊周遭皆等。圜書一卷

廿二 廿七 又有渾圜形寅。與圜角形等周。

題言寅圜大於圜角形。

論曰、圜角外形。既大於內之甲乙丙圜形。則寅圜亦大於甲乙丙圜。寅圜之半徑。亦大於甲乙丙圜之半徑也。夫渾圜中剖。是爲過心最大之圜。此過心大圜之面。恒得渾體四分之一。（圜書一卷三十一題）令倍寅徑以作卯辰徑。其圜面四倍大於寅之圜面。（此專以圜面相較也、卯辰徑既倍寅徑則卯辰圜固四倍）於寅圜、（以圜與圜爲徑與徑再加之比例故也、在六卷附一增題）則卯辰圜與寅渾圜等。（此卯辰圜爲欲見角、故畫作扁圜實正圜也、）次作未申圜與卯辰等作未酉申圜角形。而取寅半徑爲酉戌之高。又於卯辰上亦作卯巳辰圜角形。而取甲乙丙圜半徑爲巳午之高。兩圜體等。而未酉申圜角形。高於卯巳辰圜角形。則亦大於卯巳辰圜角形。（圜角形同底之比例、若其高之比例、在十二卷十四題、）夫割寅渾圜之中半以爲底。（即過心大圜也）而以其半徑之高爲圜角形。恒得寅渾圜四分之一。（此旋轉所成尖頂半圜形、非只論其一面也在圜書一卷三十二）則是一寅圜。恒兼四圜角之形。而未申圜原四倍大於寅圜。則未酉申圜角形。同與寅之渾圜形等矣。（圜角形同高之比例、若其底之比例故也、）



在十二卷十一題、其卯巳辰圜角形底。原等戊巳庚形之面。戊巳庚之面、與寅圜之面等。故而巳午之高、亦等於甲圜半徑。即戊巳庚辛角形。自與卯巳辰圜角形等。圜書一卷二十九題論、凡圜外有圜角形、如甲乙丙外、有戊巳庚形者、以圜體過心大圜爲底、而以圜半徑爲高、旋作圜角形、即與圜外諸圜角等。卯巳辰圜角形。既小於未酉申圜角形。而戊巳庚辛壬癸子丑形。寧大於同周之寅乎。

圜容較義終

測量法義

海山仙館藂書