十一

對數簡法續

對數簡法

對數簡法總目

對數簡法

小萬卷樓叢書

錢唐 戴煦 譔

對數以加減代乘除用之甚便而求之甚難舊法求諸對數皆先求自一至九遞至單一下九空位零一至九之九十九數而求之之法大略有三先定十百千萬之對數而其間之零數則用中比例累求而得以首率末率兩眞數相乘開方得中率之眞數以首率末率兩假數相加折半得中率之假數漸求漸近以至適合如舊法求九之假數用中比例求至二十六次而得八位之對數此一法

也凡假數之首位因眞數之位數而遞加以眞數遞次自乘至多位而其位數卽假數首位以前之數然後以自乘弟幾率除之卽得眞數弟一率之假數如舊法求二之對數自乘至一千三百餘億率除自乘之位數四百十餘億位而得十二位之假數又一法也既定十之對數爲一乃以眞數十開方五十四次三十三位以假數折半五十四次爲逐次假數列爲開方表乃以弟五十四次眞假兩數比例得單一下十五空位零一之假數爲率于是以應求對數之眞數開方四五十次求得十

五空位與爲比例然後以開方弟幾次之率數乘之而得二十二位之假數或眞數開方二十餘次求得九空位與表內九空位開方數爲比例亦以率數乘之而得十三四位之假數如舊法求二與六之對數又一法也顧此數法布算極繁甚至經旬累月而不能竟求一數故言算者鮮不望之而生畏夫立法太繁則較算不易深慮寖久而失其眞也因復詳加探索始悟求十一二位之對數開方表秖須二十一次一十四位已屬敷用而既有開方表則求諸對數可不必更開方較之舊法省

算數倍且不特此也凡諸對數皆定于十之對數而實生于單一下五六空位零一之對數今欲以十之對數求單一下五六空位零一之對數勢不得不屢次開方若借一算爲單一下五六空位零一之對數轉求十之借數卽可得其比例之率知累除之法可代開方而用二十一次之開方表猶屬舍易求難然是術也立法殊簡用意非深西士若往訥白爾之徒旣能刱立對數慮無有不知此者意者彼時歐邏巴人故匿其易而衒其難以誇中土歟茲爲揭出俾求對數者有取焉乙巳秋日鄂士識

開方第一術

開平方向用商除商除者以意商度商度一次僅得一位故初商次商三商以次遞求位數多者頗覺繁重其所以繁重之故緣乘除皆係有法有實而開方但有實而無法必以意商度始得其數茲別立一法不用商除但用乘除而得數仍合可免以意商度之難爲較便也

術曰自一至九爲初商根各自乘以次列之爲初商實以所設方積較初商實取其稍大于方積者以其

方根爲弟一數　次以初商實内減方積爲減餘數以弟一數除之二除之爲弟二數　又以減餘數除初商實所得爲每數除法乃以除法除弟二數一乘之四除之爲弟三數　以除法除弟三數三乘之六除之爲弟四數　以除法除弟四數五乘之八除之爲弟五數　以除法除弟五數七乘之十除之爲弟六數　每數以一三五七九諸奇數爲乘法以二四六八十諸偶數爲除法依次遞求至應求位數下弟一數恆爲正弟二數以下均爲負并諸負數以減弟一正數得所求方根

假如有平方積一一〇欲求方根五位

法檢初商實得一$\boxed{六}$爲較大于設數即以其方根$\boxed{四}$〇〇〇〇〇凡求方根須增求位數則尾位方準故加六空位求至七位又凡單位加口別之爲弟一數　次以初商實内減平方積得減餘數$\boxed{六}$〇〇〇〇〇〇以弟一數除之二除之得七五〇〇〇〇〇爲弟二數　又以減餘數除初商實得$\boxed{二}$六六六六六六七爲每數除法乃以除法除弟二數一乘之四除之得七〇三一二爲弟三數　以除法除弟三數三乘之六除之得一三一八四爲弟四數　如是遞求得弟五數三〇九〇弟六數八一一弟七

數二三八弟八數六七弟九數二〇弟十數六弟十一數二于是并弟二數以下得八三七七二〇以減弟一數得[三]一六二二八〇截用五位尾位以下滿五進一算得三一六二三即方根也

弟一數	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	并得數	減得數	
[四]											〇	[三]	[四]
〇	七										八	一	〇
〇	五	七	一								三	六	〇
〇	〇	〇	三	三							七	二	〇
〇	〇	三	一	〇	八	二					七	二	〇
〇	〇	一	八	九	一	三	六	二			二	八	〇
〇	〇	二	四	〇	一	八	七	〇	六	二	〇	[〇]	〇

開方弟二術

前術求五位之方根已求至十一數若求多位必至數十百數雖免商除之難而立術仍屬繁重所以然者以逐數降位之難也或一數而降一位或兩數而始降一位夫至兩數而始降一位則求兩數方可代商除一次矣而降位之難實由于逐數除法之小除法之小又由于減餘數之大玆復立截位開方之法則減餘數小而一數可降數位視前術爲較便也

術曰依前術先求數位方根然後以此數位之方根

虛加一算如先求之方根尾位以下未滿五棄之者應虛加一算如滿五進一算者不必加再爲弟一數　次以弟一數自乘內減方積爲減餘數以弟一數除之二除之爲弟二數　又以弟一數自乘以減餘數除之爲逐數除法以下仍如前術入之

假如有平方積一〇欲求十六位方根

法依前術先求五位方根得[三]一六二三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇卽以爲弟一數以前求方根尾位滿五進一算故不復虛加一算　次以弟一數自乘得一[〇]〇〇〇一四一二九〇〇〇〇〇〇〇〇〇內減方積得減餘數一四一二九〇〇〇〇〇〇〇〇〇以弟一數除之二除之得二二三三九七五二七一一六三爲弟二數　又以減餘數除弟一數自乘冪得七〇七七七四[二]七爲除法弟三數止七位故除法止用八位又單位以下之數以除一數則除後必大于原實減餘數首位在單位下四位故能除自乘冪首位十成七百萬以除弟二數止須截用九位一乘之四除之得七九〇八四八爲弟三數　以除法除弟三數弟四數止二位除法止須截三位其弟三數亦止須截用四位爲實三乘之六除之得五六爲弟四數　于是并弟二數以下諸負數得二二三三九八三一六二〇六七以減弟一正數得三一六二二七七六六〇一六

八三七九三三截去尾位下三三卽十六位方根也

第一數	四一六二三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	二二三三九七五二七一一六三
三	七八九〇八四八
四	五六
并得數	〇〇〇〇〇二二三三九八三一六二〇六七
	四一六二二七七六六〇一六八三七九四四
	四一六二三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

開方弟三術

前術較之弟一術誠便矣然前五位方根仍須求至十一數且若位數再多則弟二數卽當求至多位故又有屢次截位開方法不復用弟三數而惟求弟三數之首位以驗弟二數之相合者幾位下卽變求而所得之方根屢次自倍覩前術爲較便也

術曰以方積較初商實取稍大者以其根爲弟一數依前求弟二數再求弟三數之首位并入弟二數以減弟一數所得取前二位尾位下不論滿五未滿咸

進一算再為弟一數自乘內減方積得減餘數依前求弟二數再求弟三數之首位并入弟二數以減弟一數取前四位尾位下進一算再為弟一數如是遞求至應求位數止得所求方根

假如有平方積一〇欲求三十二位方根

法以方積較商實得一$\boxed{六}$為較大即以其商根$\boxed{四}$〇〇為弟一數又以方積減商實得減餘數$\boxed{六}$〇〇二除之又弟一數除之得七五為弟二數又以減餘數除商實得除法$\boxed{二}$六七以四除弟二數除法除之得弟三數首位七并入弟二數得八二以減弟一數得$\boxed{三}$二八去尾位進一算得$\boxed{三}$二為弟一次求得數

又以$\boxed{三}$二〇〇〇為弟一數自乘得一$\boxed{〇}$二四〇〇〇內減方積得減餘數二四〇〇〇二除之又弟一數除之得三七五為弟二數又以減餘數除弟一數自乘并得除法四$\boxed{二}$七以四除弟二數除法除之得弟三數首位二并入弟二數得三七七以減弟一數得$\boxed{三}$一六二二三去尾位進一算得$\boxed{三}$一六三為弟二次求得數

又以$\boxed{三}$一六三〇〇〇〇為弟一數自乘得一$\boxed{〇}$〇〇四五六九〇〇內減方積得減餘數四五六九

○○二除之又弟一數除之得七二二三六爲弟二
數又以減餘數除弟一數自乘羿得除法二一九◎
以四除弟二數除法除之得弟三數首位八并入弟
二數得七二二三四以減弟一數得三一六二二七
七六六去尾位進一算得三一六二二七七七爲弟
三次求得數
又以三一六二二七七七○○○○○○○○○爲
弟一數自乘得一◎○○○○○○二五一九一七
二九○○內減方積得減餘數二五一九一七二九
○○二除之又以弟一數除之得三九八三一六二

○四爲弟二數又以減餘數除弟一數自乘羿得除
法三九七○○○◎以四除弟二數除法除之得
弟三數首位二并入弟二數得三九八三一六二○
六以減弟一數得三一六二二七七六六○一六八
三七九四去尾位進一算得三一六二二七七六六
○一六八三八○爲弟四次求得數
又以三一六二二七七六六○一六八三八○○○
○○○○○○○○○○○○○○○爲弟一數自
乘得一◎○○○○○○○○○○○○○○四二
二四八○九九五一八二四四○○○○內減方積

得減餘數四二二四八〇九九五一八二二四四〇〇
〇〇二除之又弟一數除之得六六六八〇〇一一〇
六四五五五五三三九〇爲弟二數又以減餘數除弟
一數自乘舁得除法二三三六〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇以四除弟二數除法除之得七并入弟二
數得六六八〇〇一一〇六四五五五五三九七以
減弟一數得三一六二二七七六六〇一六八三七
九三三一九九八八九三五四四四四六〇三截去
尾位三卽三十二位方根也

第一次

第一數 四〇〇
二 七五
三 七
并得數 〇八二
減得數 三一四
四〇〇

第二次

第一數 三三〇〇〇
二 三七五
三 二
并得數 〇〇三七七
減得數 三一六二三
三二〇〇〇

第三次

第一數 三二六三〇〇〇〇〇
二 七二二三六
三 八
并得數 〇〇〇七二二三四
減得數 三一六二二七七六六
三一六三〇〇〇〇〇

弟四次

第一數　三一六二二七七七○○○○○○○○○
二　三九八三一六二○四
三　二
并得數　○○○○○○○○三九八三一六二○六
減得數　三一六二二七七六六○一六八三七九四
三一六二二七七七○○○○○○○○○

弟五次

第一數　三一六二二七七六六○一六八三八○○○○○○○○○○○○○○○○○
二　六六八○○一一○六四五五五三九○
三　七
并得數　○○○○○○○○○○○○○○○○六六八○○一一○六四五五五三九七
減得數　三一六二二七七六六○一六八三七九三三一九九八八九三五四四四六○四
三一六二二七七六六○一六八三八○○○○○○○○○○○○○○○○○

右術求至弟五次卽得三十二位方根誠甚便矣所難者弟四五次多位乘除耳但除法用珠算口訣既定商數以下逐次遞減若至尾位下則除法位數亦可逐漸省算若乘法則起尾位故以珠算而論則定位難若用筆算則乘後并數難兹變通籌算立對表乘法又參用平方廉隅立截位乘法二術庶可化難爲易不嫌繁重爲較便也

表乘術曰以乘法挨次遞加列爲九行如原實內九數不全者不必全列九行視原實首位何數卽以弟幾行爲弟一數再視次位更以弟幾行降一位爲弟二數每至三四數則相并一次如是遞求至原實末位乃併諸并數卽乘得數

表

弟四次三一六二二七七七自乘算式

弟一行	三一六二二七七七
二行	六三二四五五五四
三行	九四八六八三三一
六行	一八九七三六六六二
七行	二二一三五九四三九

併諸并數	一〇〇〇〇〇〇〇二五一九一七二九卽乘得數
弟二并數	〇〇〇〇八七八一六四五一七二九
八	二二一三五九四三九
七	二二一三五九四三九
六	二二一三五九四三九
五	六三二四五五五四
弟一并數	九九九九一二二〇八七四〇〇〇
四	六三二四五五五四
三	一八九七三六六六二
二	三一六二二七七七
弟一數	九四八六八三三一
原實	三一六二二七七七

截乘術曰法實各截分爲二以法上截乘實上截爲弟一乘得數法下截乘實上截爲弟二乘得數法上截乘實下截爲弟三乘得數法下截乘實下截爲弟四乘得數相并得總乘得數若自乘則上截自乘爲弟一乘得數上下截互乘倍之爲弟二乘得數下截自乘爲弟三乘得數相并得總乘得數

第五次三一六二二七七六六〇一六八三八

○自乘算式

上截表

第一行 三一六二二七七六
二行 六三二四五五五二
三行 九四八六八三二八
六行 一八九七三六六五六
七行 二二一三五九四三二
八行 二五二九八二二〇八

下截表

第一行 六〇一六八三八〇
三行 一八〇五〇五一四〇
六行 三六一〇一〇二八〇
八行 四八一三四七〇四〇

原實上 三一六二二七七六
第一數 九四八六八三二八
二 三一六二二七七六
三 一八九七三六六五六
四 六三二四五五五二
并數一 九九九九一二一七七一二〇〇〇〇
五 六三二四五五五二
六 二二一三五九四三二
七 二二一三五九四三二
八 一八九七三六六五六
并數二 〇〇〇〇八七七八四八二六一七六
總併 九九九九九九九六一九四六一七六
左右三數相併 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四二二四八〇九九五一八二四四〇〇 即乘得數

原實中 六〇一六八三八〇
第一數 一八九七三六六五六
二 〇三一六二二七七
三 一八九七三六六五六
并數一 一九〇二四二六二〇四一六〇〇〇〇
四 二五二九八二二〇八
五 九四八六八三二八
六 二五二九八二二〇八
并數二 〇〇〇〇二六四九九八八六二八八〇
總併 一九〇二六九一二〇三〇二二八八〇
倍之 三八〇五三八二四〇六〇四五七六〇

原實下 六〇一六八三八〇
第一數 三六一〇一〇二八〇
二 〇六〇一六八三八〇
三 三六一〇一〇二八〇
并數一 三六一九七二九七四〇八〇
四 四八一三四七〇四〇
五 一八〇五〇五一四〇
六 四八一三四七〇四〇
并數二 〇〇〇〇五〇四二一一〇二四四〇〇
總併 三六二〇二三三九五一八二四四〇〇

開方弟四術

凡方積首位單一者若用前術則必以二二為弟一數而減餘數甚大故遇平方積首位係單一而弟一數即可用兩位不必更用初商根亦較便也

術曰以方積弟二位折半加一併入首位單一為弟一數餘依前術入之

假如有方積一七七八二七九四一〇〇三八九求十四位方根

法以方積弟二位七折半加一得四再加首位之單一得一四〇〇〇〇為弟一數自乘得一九六〇〇〇以

方積截用五位減之得一八一八為減餘數二除之又以弟一數除之得六四九九為弟二數又以減餘數除弟一數自乘畀得除法一〇七八以四除弟二數除法除之得弟三數首二位一五并入弟二數得六六四以減弟一數得曰三三三六去尾位六進一算為弟一次求得數

又以曰三三四〇〇〇〇為弟一數自乘得曰七七九五五六〇以方積截用八位減之得一二七六六為減餘數二除之又以弟一數除之得四七八四為弟二數又以減餘數除弟一數得除法一〇四一四除弟

二數除法除之得弟三數首位一并入弟二數得四七八五以減弟一數得曰三三三五二一五去尾位五進一算為弟二次求得數

又以曰三三三五二二〇〇〇〇〇〇〇〇為弟一數自乘得曰七七八二八〇九二四四八四〇〇以方積減之得減餘數一五一四四四五一〇以二除之又弟一數除之得五六七八三三六五五六為弟二數又以減餘數除弟一數得除法一一三以四除弟二數除法除之得弟三數首二位一二并入弟二數得五六七八三三六六八以減弟一數得一三三三三五二

一四三二一六三三三二一去尾位二得十四位方根

第一次

第一數　三二　曰四〇〇〇
六四九
一五

并得數　六六四
一

減得數　曰三三三因
一四〇〇〇

第二次

第一數　三二　曰三三四〇〇〇〇
四七八四
一

并得數　〇〇〇〇四七八五

減得數　曰三三三五二一国

一三三四〇〇〇〇

第三次

第一數　三二　曰三三三五二二〇〇〇〇〇〇〇
五六七八三六五六
一二

并得數　〇〇〇〇〇〇五六七八三六六八

減得數　曰三三三五二一四三三一六三三三二

開方弟五術

凡方積首位單一下有一零位者則以零位下一位之數折半加一而弟一數可得三位矣然單一下有一零位則零位下一位自乘之隅尚在弟三位故弟一數可得四位不必更用前法也

術曰以零位下二位折半加一并入首二位爲弟一數餘依前術入之

假如有方積一〇七四六〇七八二八三三二一三欲求十四位方根

法以方積弟三四位七四折半加一得三七加首二

位得曰○三七○○○○為弟一數自乘得曰○七
五三六九○以方積截用八位減之得減餘數七六二二
以二除之又弟一數除之得三六七○為弟二數弟
三數在八位下不須求卽以弟二數減弟一數得一
○三六六三三○去尾位○不減弟三數已屬有盈無絀而尾位又係零位
故不復進一算為弟一次求得數
又以一○三六六三三○○○○○○○○為弟
一數自乘得一○七四六○七九七六六八九○○
以方積減之得減餘數一四八三六七七以二除之
又弟一數除之得七一五六二三○為弟二數弟三

數在十五位下不須求卽以弟二數減弟一數得一
○三六六三三二九二八四三七七○去尾位○卽得
十四位方根

第一次

第一數 曰○三八○○○○
二 三 一三六六一 九
減得數 曰○三六六三三○

第二次

第一數 一○三六六三三○○○○○○○
二 七一五六二三○
減得數 一○三六六三二九二八四三七七○

開方弟六術

凡方積首位單一下有二零位或數零位依前術求之弟一數已可得多位若再參用求較數法則弟一數之位數更多較易于前法

術曰以方積自乘以其單一下之零數折半內減方積零數爲弟一較四歸之以減方積零數折半之數如方積零位二則截用其四位加一再加首三位爲弟一數如方積零位三則截用其六位加一再加首四位爲弟一數餘依前術入之

假如有方積$\boxed{一}$〇〇四五〇七三六四二五四

五其自乘數爲$\boxed{三}$〇〇九〇三五〇四四八四

一四欲求十四位方根

法以自乘零數折半得四五一七五二二四二一〇七
內減方積零數得〇〇一〇一五八一六六二二爲弟
一較以方積零數折半得二三二五五三六八二二一七
二以弟一較前二位〇〇一〇用四歸之得〇〇〇
二五以減方積折半之零數截用四位進一算得二
二五二加首三位得$\boxed{三}$〇〇二二五二〇〇〇〇〇
〇〇〇爲弟一數自乘得$\boxed{三}$〇〇四五〇九〇七一
五〇四〇〇內減方積得減餘數一七〇七二四九

五〇以二除之又弟一數除之得八五一七〇六七
〇爲弟二數又以減餘數除弟一數得五八八以四
除弟二數除法除之得弟三數首二位三六弁入弟
二數得八五一七〇七〇六以減弟一數得$\boxed{三}$〇〇
二二五二一四八二九二九四去尾位四得十四位
方根

第一較	四五一七五二二四二〇七
	四五〇七三六四二五四五
	〇〇一〇一五八一六六二
	二二五三六八二一一七二
	〇〇〇二五
	二二五一一
第一數	四〇〇二二五二〇〇〇〇〇〇〇〇
二	八五一七〇六七〇
三	三六
并得數	〇〇〇〇〇〇〇八五一七〇七〇六
減得數	一〇〇二二五一一四八二九二九四
	一〇〇二二五二〇〇〇〇〇〇〇〇

開方弟七術

凡方積有零位已開方數次而逐次求其較數如開方數之弟若干較與前一次之弟若干較幾歸之相同則以下開方數只須加減而得不必更開方此舊法也

術曰以方積零數折半內減弟一次開方零數爲弟一次之弟一較　以弟一次開方零數折半內減弟二次開方零數爲弟二次之弟一較以弟一次之弟一較四歸之內減弟二次之弟一較爲弟二次之弟二較　以弟二次開方零數折半內減弟三次開方

零數爲弟三次之弟一較以弟二次之弟一較四歸之內減弟三次之弟一較爲弟三次之弟二較以弟二次之弟二較八歸之內減弟三次之弟二較爲弟三次之弟三較　以弟三次開方零數折半內減弟四次開方零數爲弟四次之弟一較以弟三次之弟一較四歸之內減弟四次之弟一較爲弟四次之弟二較以弟三次之弟二較八歸之內減弟四次之弟二較爲弟四次之弟三較以弟三次之弟三較十六歸之內減弟四次之弟三較爲弟四次之弟四較

如是遞求諸較至無較而止設弟三次之弟三較十六歸之與弟四次之弟三較相減却盡是弟四次無弟四較以下不必開方即可得其開方數矣　法以弟四次之弟三較十六歸之爲弟五次之弟三較以弟四次之弟二較八歸之內減弟五次之弟三較爲弟五次之弟二較以弟四次之弟一較四歸之內減弟五次之弟二較爲弟五次之弟一較以弟四次開方零數折半內減弟五次之弟一較爲弟五次開方零數加零位及首位之單一即得弟五次開方數

假如有方積一〇一八一五一七二一七一八二弟一次開方得一〇〇九〇三五〇四四八

四一四弟二次得一〇〇四五〇七三六四二
五四五弟三次得一〇〇二三五一一四八二
九二九弟四次得一〇〇一一二四九四一三
九九九欲求弟五次開方數

法以方積零數折半得九〇七五八六〇八五九一內減弟一次開方零數得弟一次之弟一較四〇八一六〇一七七

又以弟一次開方零數折半得四五一七五二三四二〇七內減弟二次開方零數得弟二次之弟一較一〇一五八一六六二以弟一次之弟一較四歸之得一〇二〇四〇〇四四內減弟二次之弟一較得弟二次之弟二較四五八三八二

又以弟二次開方零數折半得二二五三六八二二二七二內減弟三次開方零數得弟三次之弟一較二五三三八三四三以弟二次之弟一較四歸之得二五三九五四一五內減弟三次之弟一較得弟三次之弟二較五七〇七二以弟二次之弟二較八歸之得五七二九七內減弟三次之弟二較得弟三次之弟三較二二五

又以弟三次開方零數折半得一一二五五七四二

四六四內減弟四次開方零數得弟四次之弟一較六三二七四六五以弟三次之弟一較四歸之得六三三四五八五內減弟四次之弟一較得弟四次之弟二較七一二〇以弟三次之弟二較八歸之得七一三四內減弟四次之弟二較得弟四次之弟三較一四以弟三次之弟三較十六歸之仍得一四知弟四次開方數無弟四較

于是以弟四次之弟三較十六歸之實不滿法而滿五進一算得一爲弟五次之弟三較以弟四次之弟二較八歸之得八九〇內減弟三較得弟五次之弟二較八八九以弟四次之弟一較四歸之得一五八一八六六內減弟二較得弟五次之弟一較一五八〇九七七以弟四次開方零數折半得五六二四七〇六九九九內減弟一較得弟五次開方零數五六二三一二六〇二三二加三零位及首位之單一得一〇〇〇五六二三一二六〇二二卽弟五次開方數也

第一次

第一較		
九〇七五八六〇八五九一	九〇三五〇四四八四一四	四〇八一六〇一七七

第二次

第一較		第二較		
四五一七五二二四二〇七	四五〇七三六四二五四五	一〇一五八一六六二	一〇二〇四〇〇四四	四五八三八二

第三次

第一較

第二較

第三較

二三五三六八二一二七二
二三五一一四八二九二九
二五三三八三四三
二五三九五四一五
五七○七二
五七二九七
二二五

第四次

第一較

第二較

第三較

第四較

一一二五五七四二四六四
一一二四九四一三九九九
六三二七四六五
六三三四五八五
七一二○
七一三四
一四
一四
○○

第五次

第三較

第二較

第一較

一
八九○
八八九
一五八一八六六
一五八○九七七
五六二四七○六九九九
一○○○五六三三一二六○二二

求開方表

舊法開方表求至三十三位五十四次其實求十一二位之對數開方表祇須用十四位可省十九位其次數亦祇須二十一次可省開三十三次

假如方積一○求十四位二十一次之開方表法以開方第三術開二次以第四術開三次以第五術開三次以第六術開三次以第七術開十次依次列之又以第二十一次為一率二十次為二率十九次為四率遞次加倍至第一次為一百零四萬八千五百七十六率其方積為二百零九萬七千一百五

十二率亦依次列之

	方積	一〇
二〇九七一五二率	一次	三一六二二七七六六〇一六八四
一〇四八五七六率	二次	一七七八二七九四一〇〇三八九
五二四二八八率	三次	一三三三五二一四三二一六三三
二六二一四四率	四次	一一五四七八一九八四六八九五
一三一〇七二率	五次	一〇七四六〇七八二八三二一三
六五五三六率	六次	一〇三六六三二九二八四三七七
三二七六八率	七次	一〇一八一五一七二一七一八二
一六三八四率	八次	一〇〇九〇三五〇四四八四一四
八一九二率	九次	一〇〇四五〇七三六四二五四五
四〇九六率	一〇次	一〇〇二二五一一四八二九二九
二〇四八率	一一次	一〇〇一一二四九四一三九九九
一〇二四率	一二次	一〇〇〇五六二三一二六〇二二
五一二率	一三次	一〇〇〇二八一一一六七八七八
二五六率	一四次	一〇〇〇一四〇五四八五一六九
一二八率	一五次	一〇〇〇〇七〇二七一七八九四
六四率	一六次	一〇〇〇〇三五一三五二七七五
三二率	一七次	一〇〇〇〇一七五六七四八四四
一六率	一八次	一〇〇〇〇〇八七八三七〇三六
八率	一九次	一〇〇〇〇〇四三九一八四二二
四率	二〇次	一〇〇〇〇〇二一九五九一八七
二率	二一次	一〇〇〇〇〇一〇九七九五八七
一率		

有開方表徑求諸對數

舊法既有開方表而求諸數根之對數仍須開方多則四十餘次少亦二十餘次茲別立一法以表內各開方數爲除法逐次除之卽可得各對數較之數十次開方爲甚便也

假如有開方表求二之對數

法檢開方表視弟二次首二位一七與二相近而較小乃以弟二次率數五二四二八八〇〇〇〇〇〇〇爲首數　次以二爲實以弟二次一七七八二七九四一〇〇三八九除之得一一二四六八二二六五

○三八○七爲二次實檢表與第五次相近乃以第
五次率數六五五三六○○○○○○爲第二數
置二次實以第五次一○七四六○七八二八三
二一三除之得一○四六五九八二二九三六三○
爲三次實檢表與第六次相近乃以第六次之率數
三二七六七○○○○○○爲第三數　置三次
實以第六次一○三六六三二九二八四三七七除
之得一○○九六一三一四三三三三五爲四次實
檢表與第八次相近乃以第八次率數八一九二○
○○○○○爲第四數　置四次實以第八次一

○○九○三五○四四八四一四除之得一○○○
五七二九二三一一四三爲五次實檢表與第十二
次相近乃以十二次率數五一二○○○○○○
爲第五數　置五次實以第十二次一○○○五六
二三一二六○二二除之得一○○○一○六○
三五四九六爲六次實檢表與第十八次相近乃以
十八次率數八○○○○○○爲第六數　置六
次實以第十八次一○○○○○八七八三七○三
六除之得一○○○○一八一九八三○○爲七
次實檢表與第二十一次相近乃以二十一次率數

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲弟七數　置七次實以弟二十一次一〇〇〇〇〇〇一〇九七九五八七除之得一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五乃以其零數七二一八七〇五爲實以二十一次開方零數一〇九七九五八七除之得六五七四六六〇爲末數　于是併諸數得六三一三〇五六五七四六六〇爲實以加倍二十二次率數二〇九七一五二除之得〇三〇一〇二九九九五六六三有餘卽二之對數

首數	五二四二八八〇〇〇〇〇〇〇
二	六五五三六〇〇〇〇〇〇〇
三	三二七六八〇〇〇〇〇〇〇
四	八一九二〇〇〇〇〇〇〇
五	五一二〇〇〇〇〇〇〇
六	八〇〇〇〇〇〇〇
七	一〇〇〇〇〇〇〇
末數	六五七四六六〇
并得數	六三一三〇五六五七四六六〇
除得數	〇三〇一〇二九九九五六六三

按凡眞數爲兩眞數相乘而得者其對數亦爲兩對數相加而得眞數爲數眞數累乘而得者其對數亦爲數對數累加而得又凡單一下有五六零位之眞數其對數可以弟二十一次之開方數比例而得今所設眞數二以弟二十次弟五次弟六次

弟八次弟十二次弟十八次弟二十一次各開方數除之而得一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五以還原而言是眞數二係以一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五與弟二弟五弟六弟八弟十二弟十八弟二十一各次開方數累乘而得也其對數應以弟二弟五等次之對數與一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五之對數累加而得而一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五之對數以開方表弟二十一次之零數除其零數又以二十二次率數除之而得其對數其逐次開方數之對數則置各次

率數亦以二十二次率數除之而得其對數故以弟二弟五等次率數加弟二十一次開方零數除累除所得零數之數以二十二次率數除之而得二之對數也凡諸數根皆依此術求之如首位非單位者命爲單位求得數後再加十或百或千萬之對數

不用開方表求諸對數

前術以開方表徑求諸對數法已簡矣但除法畸零易致譌舛故必先求七十二數之對數七十二數者自一至九自一一至一九自一〇一至一〇九自一〇〇一至一〇〇九自一〇〇〇一至一〇〇〇九自一〇〇〇〇一至一〇〇〇〇九自一〇〇〇〇〇一至一〇〇〇〇〇九自一〇〇〇〇〇〇一至一〇〇〇〇〇〇九之七十二數也有七十二對數則諸對數皆從此而生然求七十二數之法若用前術以開方數遞除法猶藉二

十一次之開方表以資其用若假設一數爲一○○○○○一之對數挨次遞求卽可得諸數之假設對數因而轉求十之假設對數以與十之定準對數爲比例之率亦可得七十二數之定準對數既得七十二對數則諸對數皆在是矣如此則不但無須逐數用屢次開方法卽開方表亦可省求此誠求對數至簡之法也

假如定十之對數爲一○○○○○○○○○○○求七十二對數

法假設單一爲一○○○○○○一之對數下加七零位得一○○○○○○○爲一○○○○○○○一之假設對數　次求一○○○○○二之假設對數法以一○○○○○○一之假設對數一○○○○○○○爲首數置一○○○○○○二以一○○○○○一除之得一○○○○○○○九九九九九九九以其七零位後零數九九九九九九九爲末數并首末二數得一九九九九九九爲一○○○○○二之假設對數　次求一○○○○○○三之假設對數法以一○○○○○二之假設對數一九九九九九九爲首數置一○○○○○○三

以一〇〇〇〇〇〇二除之除得七零位後之零數九九九九九九八爲末數并二數得二九九九九九九七爲一〇〇〇〇〇〇三之假設對數　如是遞求至一〇〇〇〇〇〇九以及一〇〇〇〇〇一並同此法

其自一〇〇〇〇〇二以下則用二次除法如求一〇〇〇〇〇二之假設對數法以一〇〇〇〇〇一之假設對數九九九九九九五五爲首數置一〇〇〇〇〇二以一〇〇〇〇〇一除之得一〇〇〇〇〇〇九九九九九九〇〇視前八位係六零位零九即以一〇〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九九六四爲弟二數置除得數以一〇〇〇〇〇九除之除得七零位後零數九九九九八九一爲末數并三數得一九九九九八一〇爲一〇〇〇〇〇二之假設對數　如是遞求至一〇〇〇〇〇九以及一〇〇〇〇一並同此法

其自一〇〇〇〇二以下則用三次除法如求一〇〇〇二之假設對數法以一〇〇〇〇一之假設對數九九九九九五〇五〇爲首數置一〇〇〇〇〇〇二以一〇〇〇〇一除之得一〇〇〇〇〇九九九

九九〇〇〇〇〇爲弟一除得數視前七位係五零零九卽以一〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九五九九五爲弟二數置弟一除得數以一〇〇〇〇〇九除之得一〇〇〇〇〇九九八九一〇〇爲弟二除得數視前八位係六零位零九卽以一〇〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九九六四爲弟三數置弟二除得數以一〇〇〇〇〇〇九除之除得七零位後零數九九八九〇九一爲末數并四數得一九九九八〇一〇〇爲一〇〇〇〇二之假設對數　如是遞求至一〇〇〇〇九以及一〇〇〇一並同此法

其自一〇〇〇二以下則用四次除法如求一〇〇〇二之假設對數法以一〇〇〇一之假設對數九九九九五〇〇五三三爲首數置一〇〇〇二以一〇〇〇一除之得一〇〇〇〇九九九九〇〇〇一〇〇爲弟一除得數視前六位係四零位零九卽以一〇〇〇〇九之假設對數八九九九五九五四七四爲弟二數置弟一除得數以一〇〇〇〇九除之得一〇〇〇〇九九八九一〇一九八爲弟二除得數視前七位係五零位零九卽以一〇〇〇〇〇

九之假設對數八九九九九五九九九五爲弟三數置
弟二除得數以一〇〇〇〇〇九除之得一〇〇〇
〇〇〇九八九〇九三〇八爲弟三除得數視前八
位係六零位零九卽以一〇〇〇〇〇〇九之假設
對數八九九九九六四爲弟四數置弟三除得數
以一〇〇〇〇〇〇九除之除得七零位後零數八
九〇九三〇〇爲末數并五數得一九九九八〇〇
一二六六爲一〇〇〇二之假設對數　如是遞求
至一〇〇〇九以及一〇〇一並同此法
其自一〇〇二以下則用五次除法如求一〇〇二

之假設對數法以一〇〇一之假設對數九九九五
〇〇三八三〇二爲首數置一〇〇二以一〇〇一
除之得一〇〇〇九九九〇〇九九九〇〇爲弟
一除得數視前五位係三零位零九卽以一〇〇〇
九之假設對數八九九九五九五二八七七八爲弟二
數置弟一除得數以一〇〇〇〇九除之得一〇〇〇
〇九八九一一九七八二二爲弟二除得數視前六
位係四零位零九卽以一〇〇〇〇九之假設對數
八九九九五九九五四七四四爲弟三數置弟二除得數
以一〇〇〇〇〇九除之得一〇〇〇〇〇八九一一

一七六二一爲弟三除得數視前七位係五零位零八卽以一○○○○○八之假設對數七九九九九六八四○爲弟四數置弟三除得數以一○○○○○八除之得一○○○○○九二一一六八九三爲弟四除得數視前八位係六零位零九卽以一○○○○○○○九之假設對數八九九九九六四位弟五數置弟四除得數以一○○○○○○○九除之除得七零位後零數一一一六八九二爲末數并六數得一九九八○○二七六二五○爲一○○○二之假設對數　如是遞求至一○○九以及一○一並

同此法

其自一○二至一○九以及一一之假設對數則用六次除法其自一二至一九以及二之假設對數則用七次除法均依前術求之既得二以上諸假設對數乃以二之假設對數六九三一四七二一五一七九六八倍之得一三八六二九四四三○三五九三六爲四之假設對數加一八之假設對數五八七七八六六九四二五九九八得一九七四○八一一二四六一九三四爲七二之假設對數再加一四之假設對數三三六四七二二五三三四二二七三六得二三

一○五五三三七八○四六七○爲十○○八之假設對數內減一○○八之假設對數七九六八一七○○四七二七得二三○二五八五二○七九九九四三爲十之假設對數也

按以二之假設對數四因之得十六之假設對數內減一六之假設對數亦得十之假設對數又或以二之假設對數三因之得八之假設對數加一三之假設對數得十○四之假設對數內減一○四之假設對數亦得十之假設對數此二假設對數前十二位與前所得相同而尾位較小以爲除法見後則得數太贏故置不用

假設對數表

眞數	假設對數
一〇〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇一〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇一九九九九九九九
一〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇二九九九九九九七
一〇〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇〇三九九九九九九四
一〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇四九九九九九九〇
一〇〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇〇五九九九九九八五
一〇〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇〇六九九九九九七九
一〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇七九九九九九七二
一〇〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇〇八九九九九九六四
一〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇九九九九九九五五
一〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇一九九九九九八一〇
一〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇二九九九九九五六五
一〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇三九九九九九二二〇
一〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇四九九九九八七七五
一〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇五九九九九八二三〇
一〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇六九九九九七五八五
一〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇七九九九九六八四〇
一〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇八九九九九五九九五

假設對數表

眞數	假設對數
〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇九九九九九五〇五〇
一〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇一九九九九八〇一〇〇
一〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇二九九九九五五一五一
一〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇三九九九九二〇二〇二
一〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇四九九九八七五二五四
一〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇五九九九八二〇三〇七
一〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇六九九九七五五三六一
一〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇七九九九六八〇四一七
一〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇八九九九五九五四七四
一〇〇〇一	〇〇〇〇〇九九九九五〇〇五三三
一〇〇〇二	〇〇〇〇一九九九八〇〇一二六六
一〇〇〇三	〇〇〇〇二九九九五五〇二三九九
一〇〇〇四	〇〇〇〇三九九九二〇〇四一三一
一〇〇〇五	〇〇〇〇四九九八七五〇六六六三
一〇〇〇六	〇〇〇〇五九九八二〇一〇一九四
一〇〇〇七	〇〇〇〇六九九七五五一四九二四
一〇〇〇八	〇〇〇〇七九九六八〇二一〇五二
一〇〇〇九	〇〇〇〇八九九五九五二八七七八

假設對數表

眞數一○○一	假設對數○○○○九九九五○○三三八三三○二
一○○二	○○○一九九八○○二七六二五○
一○○三	○○○二九九五五○九一二九四六
一○○四	○○○三九九二○二一四六八九八
一○○五	○○○四九八七五四一七六○二二
一○○六	○○○五九八二○七一九七六四一
一○○七	○○○六九七五六一四○八四九三
一○○八	○○○七九六八一七○○四七二七
一○○九	○○○八九五九七四一八一九一○
一○一	○○○九九五○三三一三五○二九
一○二	○○一九八○二六二八二八五五三
一○三	○○二九五五八八○三七一八三二
一○四	○○三九二二○七一五一一二七七
一○五	○○四八七九○一六六○六○一
一○六	○○五八二六八九一一○三四○九
一○七	○○六七六五八六五一八五三○四
一○八	○○七六九六一○四四九八○一一
一○九	○○八六一七七○○五四五五○

假設對數表

眞數一一	假設對數○○九五三一○一八四五六四九九
一二	○一八二三二一五六五九○○七二
一三	○二六二三六四二七七五七二二○
一四	○三三六四七二二五三四二七三六
一五	○四○五四六五一二八三六○二○
一六	○四七○○○三六五二七二一一二
一七	○五三○六二八二七七五六五三七
一八	○五八七七八六六九四二五九九八
一九	○六四一八五三九一八二三○四八
二	○六九三一四七二一五一七九六八
四	一三八六二九四四三○三五九三六
七二	一九七四○八一一二四六一九三四
一○○八	二三一○五五三三七八○四六七○
一○	二三○二五八五二○七九九九四二

既得十之假設對數以爲除法用除逐數之假設對數即得逐數之定準對數也如以二三〇二五八五二〇七九九九四三爲除法除四之假設對數一三八六二九四四三〇三五九三六得〇六〇二〇五九九九一三三八爲四之定準對數以除法除二之假設對數〇六九三一四七二一五一七九六八得〇三〇一〇二九九九五六六四爲二之定準對數以除法除一九之假設對數〇六四一八五三九一八二三〇四八得〇二七八七五三六〇〇九五三爲一九之定準對數如是遞除至一〇〇〇〇〇〇

一之假設對數可盡得二以上六十四定準對數并四之定準對數爲定準對數六十有五其七十二對數內除一之對數恆爲〇不須求外秖須補求三五六七八九共六數之定準對數耳于是以一二之定準對數首位加一得一〇七九一八一二四六〇四八爲十二之定準對數內減四之定準對數得〇四七七一二一二五四七二〇爲三之定準對數以三之定準對數內加二之定準對數得〇七七八一五一二五〇三八四爲六之定準對數以十之定準對數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇內減二之定準

對數得〇六九八九七〇〇〇四三三六為五之定準對數以一四之定準對數首位加一得一一四六一二八〇三五六七九為十四之定準對數內減二之定準對數得〇八四五〇九八〇四〇〇一五為七之定準對數以二之定準對數與四之定準對數相加得〇九〇三〇八九九八六九九二為八之定準對數以一八之定準對數首位加一得一二五五二七二五〇五一〇三為十八之定準對數內減二之定準對數得〇九五四二四二五〇九四三九為九之定準對數而七十二數之對數全矣

七十二數定準對數表

真數	對數
一〇〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇〇四三四二九
一〇〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇〇八六八五九
一〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇一三〇二八八
一〇〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇〇一七三七一八
一〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇二一七一四七
一〇〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇〇二六〇五七七
一〇〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇六
一〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇三四七四三五強
一〇〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇〇三九〇八六五弱
一〇〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇〇四三四二九二
一〇〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇〇八六八五八八
一〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇一三〇二八八一
一〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇一七三七一七四
一〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇二一七一四六七
一〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇二六〇五七五九
一〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五一
一〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇三四七四三四二
一〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇三九〇八六三三

七十二數定準對數表

眞數	對數
一〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇四三四二九二三
一〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇八六八五八〇三
一〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇一三〇二八六三九
一〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇一七三七一四三二
一〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇二一七二四一八一
一〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇二六〇五六八八七
一〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇三〇三九九五五〇
一〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇三四七四二一六九
一〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇三九〇八四七四五弱
一〇〇〇一	〇〇〇〇〇四三四二七三七七
一〇〇〇二	〇〇〇〇〇八六八五〇二一三
一〇〇〇三	〇〇〇〇一三〇二六八八〇五强
一〇〇〇四	〇〇〇〇一七三六八三〇五八
一〇〇〇五	〇〇〇〇二一七〇九二九七二
一〇〇〇六	〇〇〇〇二六〇四九八五四七
一〇〇〇七	〇〇〇〇三〇三八九九七八五弱
一〇〇〇八	〇〇〇〇三四七二九六六八五强
一〇〇〇九	〇〇〇〇三九〇六八九二五〇

七十二數定準對數表

眞數	對數
一〇〇一	〇〇〇〇四三四〇七七四七九
一〇〇二	〇〇〇〇八六七七二一五三一
一〇〇三	〇〇〇一三〇〇九三三〇二〇
一〇〇四	〇〇〇一七三三七一二八〇九
一〇〇五	〇〇〇二一六六〇六一七五七
一〇〇六	〇〇〇二五九七九八〇七二〇
一〇〇七	〇〇〇三〇二九四七〇五五四
一〇〇八	〇〇〇三四六〇五三二一〇九
一〇〇九	〇〇〇三八九一一六六二三七
一〇一	〇〇〇四三一一三七三七八三
一〇二	〇〇〇八六〇〇一七一七六二
一〇三	〇〇一二八三七二二四七〇五强
一〇四	〇〇一七〇三三三三九二九九
一〇五	〇〇二一一八九二九九〇七〇
一〇六	〇〇二五三〇五八六五二六五弱
一〇七	〇〇二九三八三七七七六八五强
一〇八	〇〇三三四二三七五五四八七
一〇九	〇〇三七四二六四九七九四一

七十二數定準對數表

眞數	對數
一一	〇〇四一三九二六八五一五九
一二	〇〇七九一八一二四六〇四八
一三	〇一一三九四三三五二三〇七
一四	〇一四六一二八〇三五六七九
一五	〇一七六〇九一二五九〇五六
一六	〇二〇四一一九九八二六五六
一七	〇二三〇四四八九二一三七八
一八	〇二五五二七二五〇五一〇三
一九	〇二七八七五三六〇〇九五三
一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	〇三〇一〇二九九九五六六四
三	〇四七七一二一二五四七二〇
四	〇六〇二〇五九九九一三二八
五	〇六九八九七〇〇〇四三三六
六	〇七七八一五一二五〇三八四
七	〇八四五〇九八〇四〇〇一五弱
八	〇九〇三〇八九九八六九九二
九	〇九五四二四二五〇九四三九

按凡求對數者惟一之對數爲〇不可動其餘對數皆定于十之對數如今定十之對數爲一故一百之對數爲二一千之對數爲三而二之對數爲〇三〇一〇二九九九五六六四三之對數爲〇四七七一二一二五四七二〇若定十之對數爲二則一百之對數爲四而一千之對數必爲六其二之對數必爲〇六〇二〇五九九九一三二八三之對數必爲〇九五四二四二五〇九四三九用以加減代乘除亦無不可通而其諸對數與今用對數之比例恆若一與二若以二逐數除之即

得今用對數又若定十之對數爲三則一百之對數必爲六一千之對數必爲九而一二之對數必爲○九○三○八九九八六九九二三之對數必爲一四三一三六三七六四一六○其諸對數與今用對數之比例恆若一與三若以三逐數除之亦得今用對數今不知一○○○○○○一之對數而假設爲單一未知其大于定準若干倍也及以次遞求至十之假設對數爲二三○二五八五二○七○九九九四三而十之對數曾定準爲一而可知則知十之假設對數大于十之定準對數二千三百○二萬五千八百五十二倍有餘卽可知諸假設對數皆大于諸定準對數二千三百○二萬五千八百五十二倍有餘故以二三○二五八五二九九四三小餘○七九逐數除之而得逐數今用之定準對數也

又按尾位遇五五分强弱者以備截位之用五强則進一算五弱則棄之又如欲增求位數則借一算爲單一下七零位零一或八零位九零位以及多零位零一之假設對數依前挨次求之則所得之位數愈加而愈密矣

有七十二對數求諸對數

舊法求諸對數用九十九對數七十三對數外尙有單一下七八九零位零一至九諸數之對數顧求十一二位之對數除得六七零位卽可一次乘除而得故七十二數已敷用不必九十九數也

假如有七十二對數求二十三之對數

法視二十三之首位係十卽以十之對數爲弟一數　次置二十三降一位得二三視前一位係二卽以二之對數爲弟二數　次置二三以二除之得一一五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲弟一除得數視前

二位係一一即以一一之對數爲弟三數　次置弟一除得數以一一除之得一○四五四五四五四五四五四五爲弟二除得數視前三位係一○四即以一○四之對數爲弟四數　次置弟二除得數以一○四除之得一○○五二四四七五五二四四八爲弟三除得數視前四位係一○○五即以一○○五之對數爲弟五數　次置弟三除得數以一○○五除之得一○○○二四三五三七五五七○爲弟四除得數視前五位係一○○○二即以一○○○二之對數爲弟六數　次置弟四除得數以一○○○二除之得一○○○○四三五二一八八五一二爲弟五除得數視前六位係一○○○○四即以一○○○○四之對數爲弟七數　次置弟五除得數以一○○○○四除之得一○○○○○三五二八七一○一爲弟六除得數視前七位係一○○○○○三即以一○○○○○三之對數爲弟八數　次置弟六除得數以一○○○○○三除之得一○○○○○○五二八七○八五爲弟七除得數視前八位係一○○○○○○五即以一○○○○○○五之對數爲弟九數　次置弟七除得數以一○○○○○

〇五除之除得七零位後零數二八七〇八五以十之假設對數除之截用八位得一二四六八爲第十數并十數得一三六一七二七八三六〇一九爲二十

二三之對數

第一數	二	三	四	五	六	七	八	九	十
十〇	二	一一	一〇四	一〇〇五	一〇〇〇二	一〇〇〇〇四	一〇〇〇〇〇三	一〇〇〇〇〇〇五	

對數	又	又	又	又	又	又	又	又	
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇三〇一〇二九九九五六六四	〇〇四一三九二六八五一五九	〇〇一七〇三三三三九二九九	〇〇〇二一六六〇六一七五七	〇〇〇〇〇八六八五〇二一二	〇〇〇〇〇一七三七一四三一	〇〇〇〇〇〇一三〇二八八一	〇〇〇〇〇〇〇二一七一四七	一二四六八

一三六一七二七八三六〇一九

按今所求尾位三六〇一九截用十一位當得三六〇與表合舊法所求尾位三六〇六截用一一位尾位滿五進一算當得三六一尚稍羸也

假如有七十二對數求五千六百八十九之對數

法視五千六百八十九之首位係千即以十之對數三因之得千之對數爲第一數次置五千六百八十九降三位得五六八九以首位之五除之得一一三七八〇〇〇〇〇〇〇〇又以前二位之一一除之得一〇三四三六三六三六三六又以前三位之一〇三除之得一〇〇四二三六五四〇一五八九又以前四位之一〇〇四除之得一〇〇〇二

三五五九七七六七八又以前五位之一〇〇二除之得一〇〇〇三五五九〇六四九七又以前六位之一〇〇〇〇三除之得一〇〇〇〇〇五五九〇四八二〇又以前七位之一〇〇〇〇〇五除之得一〇〇〇〇〇五九〇四七九〇又以前八位之一〇〇〇〇〇〇五除之除得七零位後零數九〇四七九〇于是以五與一一與一〇三與一〇〇四與一〇〇〇二與一〇〇〇〇三與一〇〇〇〇〇五與一〇〇〇〇〇〇五之各對數爲第二三四五六七八九等數又以十之假設對數除七零位

後零數得三九二一九四爲第十數幷十數得三七五五〇三五九三三七六八爲五千六百八十九之對數

	數	對數
第一	千〇〇〇	三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	五	又 〇六九八九七〇〇〇四三三六
三	一一	又 〇〇四一三九二六八五一五九
四	一〇三	又 〇〇一二八三七二二四七〇五
五	一〇〇四	又 〇〇〇一七三三七一二八〇九
六	一〇〇〇二	又 〇〇〇〇〇八六八五〇二一二
七	一〇〇〇〇三	又 〇〇〇〇〇一三〇二八六三九
八	一〇〇〇〇〇五	又 〇〇〇〇〇〇二一七一四六七
九	一〇〇〇〇〇〇五	又 〇〇〇〇〇〇〇二一七一三七
十		九四
		三七五五〇三五九三三七六八

接今所求得尾數三三七六八截用十一位尾位進一得三三八與表合舊法所求三三七一較弱

又法

前術求諸對數必須求至十數尚覺煩重夫十萬對數挨次遞求必先得前一數之對數若以前一數之對數爲第一數則眞數二位者可省二數三位可省三數四位五位可省四數及五數位數愈多求法愈省今檢對數闡微凡非兩數相乘而得之數根共九千五百九十三除單位之二三五七已在七十二數內不計外二位者止有二十一數三位者止有一百四十三數四位者亦止一千○六十一數其五位者乃有八千三百六十四數內尚

有由七十二數加減而得者未除去故以此法較前法爲甚易也

假如有三十六之對數一五五六三〇二五〇〇七六八求三十七之對數

法以三十六之對數爲第一數置三十七以三十六除之得一〇二七七七七七七七七又以前三位一〇二除之得一〇〇七六二五二七二三三二二又以前四位一〇〇七除之得一〇〇〇六二〇九二五八五〇二又以前五位一〇〇〇六除之得一〇〇〇〇二〇九一三三〇二三又以前六位一〇〇〇〇二除之得一〇〇〇〇〇〇九一三二八四〇又以前八位一〇〇〇〇〇〇九除之除得七零位後零數一三三八三九于是以一〇二與一〇〇七與一〇〇〇六與一〇〇〇〇二與一〇〇〇〇〇〇九之各對數爲第二三四五六等數又以十之假設對數除七零位後零數得五七六九爲第七數并七數得一五五六八二一〇一七二四〇六八爲三十七之對數也

第一數	三六	對數	一五五六三〇二五〇〇七六八
二	一〇二	又	〇〇〇八六〇〇一七一七六二
三	一〇〇七	又	〇〇〇三〇二九四七〇五五四
四	一〇〇〇六	又	〇〇〇〇二六〇四九八五四七
五	一〇〇〇〇二	又	〇〇〇〇〇〇八六八五八〇三
六	一〇〇〇〇〇〇九	又	〇〇〇〇〇〇〇三九〇八六五
七			五七六九
			一五六八二〇一七二四〇六八

按眞數二位應用八數此因第五次除法得兩零
位故省一數

假如有一百三十之對數二一一三九四三三
五二三〇七求一百三十一之對數
法以一百三十之對數爲弟一數置一百三十一以
一百三十除之得一〇〇七六九二三〇七六九二
三又以前四位一〇〇七除之得一〇〇〇六八七
四九五二二五七又以前五位一〇〇〇六除之得
一〇〇〇八七四四二七六〇一又以前六位一
〇〇〇〇八除之得一〇〇〇〇七四四二一六
四七又以前七位一〇〇〇〇〇七除之得一〇〇
〇〇〇〇四四二一六一六又以前八位一〇〇〇

〇〇〇四除之除得七零位後零數四二一六一六于是以一〇〇七與一〇〇〇六與一〇〇〇〇八與一〇〇〇〇〇七與一〇〇〇〇〇〇四之各對數爲弟二三四五六等數又以十之假設對數除七零位後零數得一八三一一爲弟七數并七數得二一一七二七一二九五六五七爲一百三十一之對數也

第一數	一三〇	對數 二一一三九四三三五二三〇七
二	一〇〇七	又 〇〇〇三〇二九四七〇五五四
三	一〇〇〇六	又 〇〇〇〇二六〇四九八五四七
四	一〇〇〇〇八	又 〇〇〇〇〇三四七四二一六九
五	一〇〇〇〇〇七	又 〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五一
六	一〇〇〇〇〇〇四	又 〇〇〇〇〇〇〇一七三七一八
七		一八三一一
		二一一七二七一二九五六五七

假如有一千〇四十八之對數三〇二〇三六一二八二六四九求一千〇四十九之對數

法以一千〇四十八之對數爲弟一數置一千〇四十九以一千〇四十八除之得一〇〇〇九五四一九八四七三三又以前五位一〇〇〇九除之得一〇〇〇〇五四一四九七三八五又以前六位一〇〇〇〇五除之得一〇〇〇〇四一四九五三一〇又以前七位一〇〇〇〇〇四除之得一〇〇〇〇〇〇一四九五三〇四又以前八位一〇〇〇〇〇一除之除得七零位後零數四九五三〇四于

是以一〇〇〇九與一〇〇〇〇五與一〇〇〇〇〇〇四與一〇〇〇〇〇〇一之各對數爲第二三四五等數又以十之假設對數除七零位後零數得二一五一一爲第六數并六數得三〇二〇七七五四八八一九四爲一千〇四十九之對數也

第一數	一〇四八	對數	三〇二〇三六一二八二六四九
二	一〇〇〇九	又	〇〇〇〇三九〇六八九四五〇
三	一〇〇〇〇五	又	〇〇〇〇〇二一七一四一八一
四	一〇〇〇〇〇四	又	〇〇〇〇〇〇一七三七一七四
五	一〇〇〇〇〇〇一	又	〇〇〇〇〇〇〇〇四三四二九
六			一一五一一
			三〇二〇七七五四八八一九四

假如有五萬六千八百九十之對數四七五五〇三五九三三七二五求五萬六千八百九十一之對數

法以五萬六千八百求十之對數爲第一數置五萬六千八百九十一以五萬六千八百九十除之得一〇〇〇一七五七七七八一七又以前六位一〇〇〇〇一除之得一〇〇〇〇〇七五七七七〇五九又以前七位一〇〇〇〇〇七除之得一〇〇〇〇〇〇五七七七〇一九又以前八位一〇〇〇〇〇〇五除之除得七零位後零數七七七〇一八于

是以一〇〇〇〇一與一〇〇〇〇〇七與一〇〇〇〇〇〇五之各對數爲弟二三四等數又以十之假設對數除七零位後零數得三三七四五爲弟五數并五數得四七五五〇四三五六七五九一爲五萬六千八百九十一之對數也

第一數	五六八九〇	對數	四七五五〇三五九三三七二五
二	一〇〇〇一	又	〇〇〇〇〇〇四三四二九二三
三	一〇〇〇〇七	又	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五一
四	一〇〇〇〇〇五	又	〇〇〇〇〇〇〇二一七一四七
五			三三七四五
			四七五五〇四三五六七五九一

按此法求得對數後尾位畸零累積恐有不合仍須用前法以定尾位方無進退一算之差

求對數舊法言之綦詳而數重緒多初學恆未易了鄂士先生揭其精要而變通之著爲對數簡法首論開方自淺入深而約以七術繼復立累除法省數十次開方用表已備極能事尤妙捨開方而求假設數夫對數折半眞數開方開至單一下空多位之零數於是眞數對數遂得其會通此開方所由重也顧必累開不已始得會通何如逕就會通處假一數以通之迨展轉相通而七十二對數之等差已備具於假設諸數中一比例而定準之數出矣以是知數之爲用帶零求整難設整御零

易憑所知課所求順推而入難借所求通所知逆轉而出易苟悟此可以得用數之方豈惟是對數一門有裨後學耶道光乙巳孟冬梅侶項名達跋於印蓮小室