

Clarissimo Viro, D. Guilielmo Pontio, Angliæ
Bridgeman, Johannes Wallis. S.

Oxoniæ, Sept. 2. 1692.

Accepi, Vir Clarissime, nudius tertius (noctu decubitus) Literas tuas pridie datas Londini (Augusti 30. sera nocte;) quibus heri non vacabat, alias occupato, respondere: Eisque inclusam Chartulam, typis impressam, cui ascriptus est dies 4 April. 1692. Quam aus Florentia te accepisse mihi mittendam. Cui responsum meum expetis, quod Florentiam te remissurum polliceris.

Continet ea Chartula Ænigma Geometricum, quod (verborum involucris exemptum) hoc innuere judico Problema; Ab Hemisphærii curva superficie, Segmenta quatuor inter se æqualia sic amputare, ut reliquum sit Tetragonismi capax.

Simulque videtur innuere, In veteris Græciæ monumentis etiamnum extare quidpiam quo illud fiat.

Hoc esse existimo Hippocratis Chii Quadraturam Lunulæ.

Quippe cum Archimedes demonstravit, Curvam Hemisphærii superficiem æqualem duobus Circulis ejusdem Spæræ maximis, (id est quatuor Semicirculis;) Docuitque Hippocrates Chius Lunulam quadrare quandam: Si singulis Hemisphærici hujusce Fornicis quadrantibus, tantundem eximatur, quanto deficit à Semicirculo ea Lunula; Reliquum æquabitur Quadrato, quod Circulo Sphæræ maximo (cui hic insistit Fornix Hemisphæricus) inscribatur.

Sic habes, Vir Clarissime, tum Ænigmatis Enodationem, tum Solutionem Problematis.

B

Si

*Si tamen, præter Ænigmaticam Problematis involu-
tionem, subsit aliquid (de Templo) Historicum: putave-
rim ego, S. Sophiæ (quod est Constantinopoli) Templum
hic insinuatum.*

SCOLIUM.

Fig. 1. Per Hippocrates Chii Quadraturam Lunulæ (1^o Physi-
corum Aristotelis, & Simplicii in eum locum Commen-
tariis, indicatam,) Si semicirculo ABD, in duos qua-
drantes ACD BCD deviso, aptetur AD subtenſa qua-
drantalıs arcus, radio CE bifeĉta in H: & centro H
ſcribatur ſemicirculus ADF: Erit (propter quadratum
reĉtæ AD ſubduplum quadrati reĉtæ AB) ſemicirculus
ADF ſubduplus ſemicirculi ABD; adeoque quadranti
ACD æqualis. Et (dempto utrinque communi ſeg-
mento ADE) reſidua Lunula AEDF reſiduo Triangu-
lo ADC æqualis. Taleſque quatuor Lunulæ, talibus
quatuor Triangulis; hoc eſt, Quadrato toti circulo in-
ſcripto ADBG.

Porro; per Archimedis demonſtrata; Æquatur Sphæ-
ræ ſuperficies, quatuor Circulis in ea Sphæra Maximis.
Adeoque Hemisphærii ſuperficies curva, talibus quatuor
Semicirculis: talisque ſuperficieı Hemisphæricæ Qua-
drans, uni ſemicirculo.

Fig. 2. Circulus ADBG eſto jam Baſis Hemisphæricæ ſuper-
ficieı curvæ: cujus polus P, axis CP, plano baſis per-
pendicularis, ejuſque quadrans unus DPA; qui plano
EPC per axem tranſeunte biſeĉetur.

Ponantur item (ob commodiorem calculum) Circuli
radius R , diameter $D=2R$, peripheria P , expoſitus ar-
cus a .

Positoque quadrantali arcu $DEA = a = \frac{1}{2}P$; est semicirculus $ABD = a R = \frac{1}{2}RP$: triangulum $ADC = \frac{1}{2}R^2 = \frac{1}{2}RD$; reliquumque semicirculi (dempto hoc triangulo) $\frac{1}{2}RP - \frac{1}{2}RD$; cui æquale auferendum est ex DPA (quadrante superficiæ hemisphæricæ curvæ, æquali semicirculo ABD) quo residuum æquetur exposito triangulo ADC .

Quod quum variis modis fieri possit; per ea quæ nos dudum docuimus Anno 1659. (ad calcem Tractatus de *Cycloide*, tum Editi, pag. 122. inferenda ad § 68.) iterumque Anno 1670 (in Tractatus de *Motu* capite V, prop. 24.) de *Figura Plana, æquali cuiusvis in superficie Sphærica figuræ, circulis quibusvis (sive maximis, sive minoribus) terminatæ*. Sic fiat simplicissime;

Cum superficiæ Sphæricæ segmenta, parallelis planis abscissa, sint Axis segmentis proportionalia (quod de exposita quadrantalis Cunei superficiæ DPA pariter valet:) Si sumatur, in axe CP , ut semicirculus $\frac{1}{2}RP$, ad semicirculum dempto triangulo $\frac{1}{2}RP - \frac{1}{2}RD$; hoc est, ut P ad $P - D$; sic CP ad CY : (sive, quod tantundem est, ut P ad D , sic CP ad PY ;) planum per YZ basi pallelum, abscindet hujus superficiæ curvæ portionem polo adjacentem, æqualem triangulo ADC . Quod cum, in reliquis superficiæ curvæ quadrantibus, pariter fiat: æquabitur totum Abscissum (Polo adjacens) toti quadrato basi inscripto: Et sic tensum ut oportuit. Quod erat faciendum.

Vel sic brevius. Est Hemisphærii superficiæ curva (utpote duobus circulis maximis æqualis) $= RP$. Quadratum circulo maximo inscriptum, $= 2RR = RD$. Illudque ad hoc, ut P ad D . Adeoque (propter segmenta superficiæ parallelis planis abscissa, segmentis axis proportionalia) sumptis CP ad PY ut P ad D , erit tum tota superficies $= RP$, tum portio ad Polum, plano ZY

abscissa, = RD quadrato basi inscripto. Quod erat faciendum.

Si dicatur ; Processum hic esse ex præsumpti Circuli Quadratura, aut ratione quam habet circuli Perimeter ad Diametrum : Id omnino verum est. Sed non est objiciendum. Quia non postulat *Ænigma* propositum, ut Hemisphæricæ superficiæ portiones *Abscissæ*, (quas *Fenestras* vocat) sed ut portio *Superstes*, sit Tetragonismi capax. Et quidem si utrumque postularet, postularet Circuli quadraturam absolute Geometricam : quod haberi non posse satis constat.

Opificium quod spectat ; super basem planam, extra basem Hemisphærii positam, sed ipsi contiguam ; cuius duo latera in angulum coeant ad A , intra protractas DA GA rectas, (quo *Fenestrarum* quas vocat utrinque adjacentium liber prospectus pateat, non impeditus,) extruatur. Moles satis firma ; ita quidam ut, assurgente structura, promineat ejus Acies, angulo suffulta, circuli arcum efficiens qualis est DZ , ad altitudinem Y assurgens. Et similiter ad reliquos angulos DBG . Atque his demum structuris (quasi totidem Columnis) ad eam altitudinem proVectis, imponatur Testudo, sic intus excavata ut possit Hemisphærica superficies. Adeoque totum opus imperatum absolvitur.

Fig. 2.

ALITER.

Idem fiet si, pro Quadrato basi inscripto, exponatur Quadratum quodvis QQ , (quod minus sit quam Hemisphærica superficies curva.) Quippe si sumatur, ut RP (hemisphærica superficies curva) ad QQ (expositum Quadratum,) sic CP (axis hemisphærii) ad PT (axis portionem polo adjacentem ;) planum ZT (basi parallelum) abscindet portionem superficiæ sphæricæ Tetragonismi capacem : Ut pote æqualem exposito quadrato QQ .

ALITER

A L I T E R.

Idem sic aliter absolvi potest ; sed majore sollicitudine.

Cum sit (ut jam ostensum est) Hemisphæricæ superficiei curvæ Quadrans DPA, æqualis Semicirculo ABD ; ejusque segmenta planis basi parallelis abscissa, segmentis Axis proportionalia : Sumatur in DP quadrantali arcu, arcus PQ graduum 60 ; (quod mihi *Caswellus* suggerit.) Fig. 2. Polo P descriptus Circulus QTS bifecabit Axem (propter sinum versum grad. 60. = $\frac{1}{2}R$:) adeoque quadrantem hemisphæricæ superficiei curvæ DPA dirimet in duo segmenta inter se æqualia. Quorum alterum, DQTSA quadrilinium, æquat quadrantem circulare BCD ; reliquumque Trilineum PQTS æquat quadrantem ACD. Unde si porro auferatur QRST bilineum, æquale segmento circuli ADE : reliquum trilineum PQRS, æquabat ADC triangulum. Taliaque quatuor, in quatuor Quadrantibus Hemisphærii, æquabunt Quadratum basi inscriptum. Habebitur autem illud Bilineum per ea quæ nos dudum docuimus locis modo citatis.

Idem universalius sic fiet.

Sumpto Q ubivis in arcu DZ (ne major sit DQ quam DZ ;) Et, Quanto deficit quadrilinium DQTSA à toto auferendo, tantumdem suppleat Bilineum QRST : Reliquum æquabit ADC triangulum.

Et quidem, si sumatur Q in D (quo evanescat Quadrilinium) sumendum erit Bilineum æquale toti auferendo. Sin sumatur Q in Z (ut Bilineo non sit opus) æquabitur Quadrilinium toti auferendo.

Eademque omnia (de Quadrilинеo & Bilineo quæ simul compleant totum auferendum) pariter accommodanda erunt (mutatis mutandis) si, pro Quadrato basi inscripto,

inſcripto, ſubſtituatur $Q Q$ quadratum quodvis ; quod tota ſuperficie curva hemiſphærica non ſit majus.

Sed quum proceſſus hic (de bilineo ſumendo) ſit paulo operoſior ; ſufficit ſimpliciorẽ praxin adhibuiſſe.

MONITUM.

Postquam hæc ſcripta fuerant, erantque ſub prelo, reſcivi tandem huic idem Problemati reſponſum dediſſe Cl. Virum D. *Leibnitz*, illudq; in *Actis Lipſicis* comparere pro Menſe *Junio* 1692. Quod fecit ut prelum ſufflaminandum curaverim per aliquot ſeptimanas donec illud conſpicerem ; quod ægre tandem obtinui (nam apud Bibliopolas noſtros liber non eſtabat) exeunte *Decembri* noſtro. Videoque Cl. Virum juxta mecum ſentire, non eſſe *Problema Determinatum*, ſed mille modis (nedum infinitis) ſolubile. Methodum ejus non repeto. Quam ibi quærat Lector, ut utramque ſi libet conferat. Citat ille ſuam *Geometriam Incomparabilium, & Analyſin Infinitorum*, in *Actis Eruditorum* exſtantes ; ſed quas ego nondum vidi (nam eorum libri ſero ad nos perveniunt) nec tamen inde minus æſtimo ; ſed tanto Viro dignas præſumo. Et quidem, ſi tempori vidiſſem, potuiſſem cum *Newtoni & Gregorii* methodis (his forte non abſimiles) noſtris inferuiſſe. Sed, cum alibi exſtent, id minus erit opus. Eſt ejus Solutio Problematis (ſatis ingenioſa) ex comparatis ſuperficiebus Sphærica & Cylindrica, atque Ungularum Doctrina (quas & nos alibi tractavimus) petita ; & ſecundum *Indiviſibilium* methodum demonſtrata ; (aliis interim adhibitis lineis quam Circularibus ;) eodem die præſtita (ut in re non admodum difficili) quo acceperit Problema. Nec in Problemate requiri exiſtimat (uti nec ego) ut partes *Abſciſſæ* ſed ſaltem ut pars *Reſidua* ſit Quadrabilis.

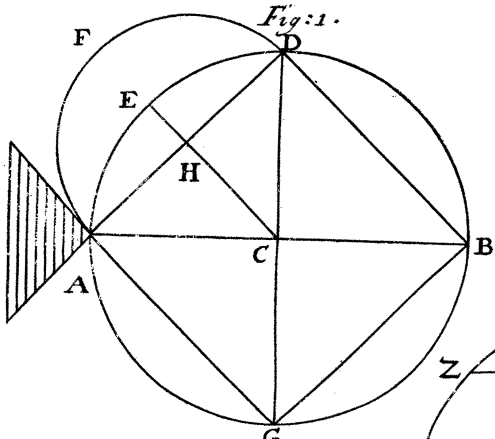


Fig:1.

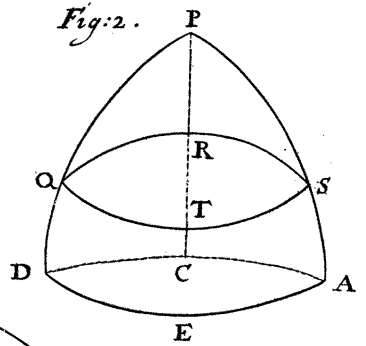


Fig:2.

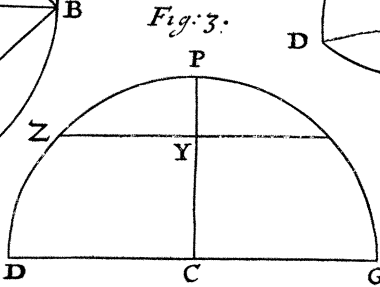


Fig:3.

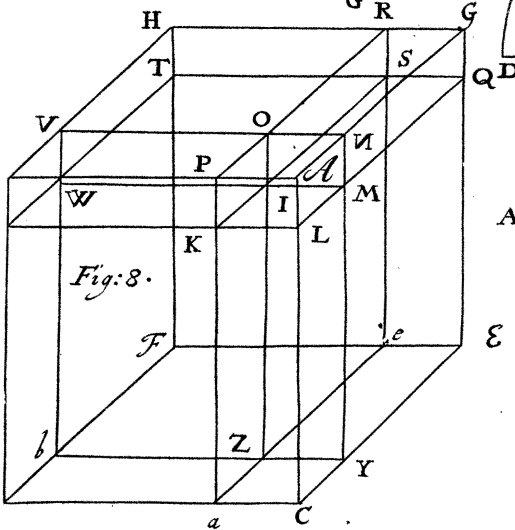


Fig:8.

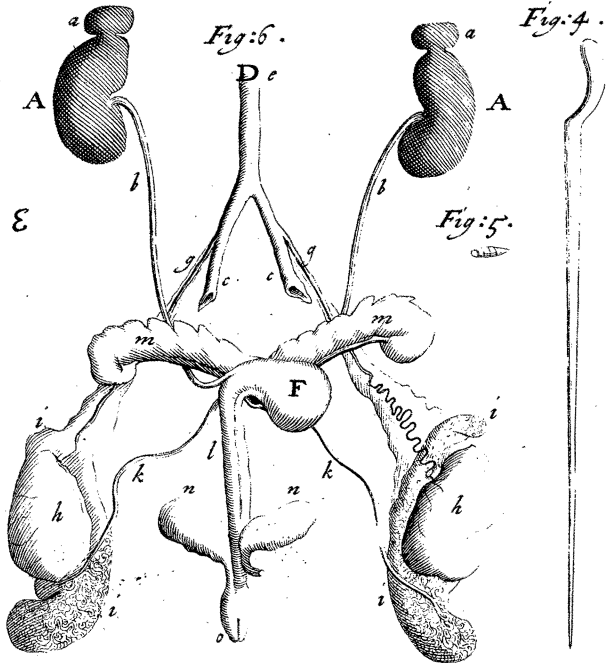


Fig:6.

Fig:4.

Fig:5.

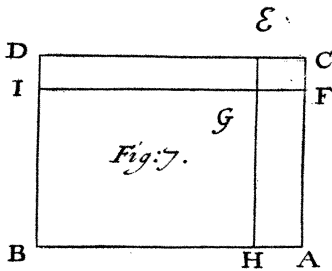


Fig:7.