始

理学博士
水野敏之丞著

理論電氣學

第四巻

TREATISE ON ELECTRICITY

Vol. IV

BY

Toshinojo Mizuno

1928

東京
丸善株式會社

欠

欠

第六章

電波ノ傳播

追加及訂正

追加

第270頁第5行目ニ下記ノ文句ヲ追加ス

但此式ニ於テ,磁力ハNノ代リニ,γデ表ハシテアル.

訂正

頁	行	原字	訂正字
253	5	(5)	(6)
270	6	$\frac{\partial N}{\partial z}$	$\frac{\partial \gamma}{\partial z}$
270	7	$\frac{\partial N}{\partial t}$	$+\frac{\partial \gamma}{\partial t}$
271	12	N	γ

第251頁第15行目ノ(6)式ノ右邊ニアル平方根ヲ表ハス記號ニ於ケル横線ヲ右方ニ延長ス。

理論電氣學

第一章

靜電單位及電磁單位

1. 靜電單位.

靜電氣學[1]上ニ於テハ,電荷ヲ基本トシ,之カラ出發シテ,先ヅ其單位ヲ選定スレバ,他ノ電氣的量ノ單位ハ,皆直ニ之ヨリ釋出スルコトガ出來ル. 卽電荷ノ單位サヘ決定スレバ,他ノ電氣的量ノ單位ハ,一々之ヲ說明スルマデモナク,一考スレバ直ニ判明スルノデアル. 電氣的量ニ關シテハ,以下述ブル通リ,皆一々其**量元**[2]ヲ考フルコトガ,必要デアル.

(I). 電荷.

二個ノ同性電荷,例ヘバ陽電荷Q_1トQ_1'ガ,對列シテヲリ,其距離ヲrトスレバ,其間ニ作用スル相互反撥力ハ,次式デ與ヘラル.

$$F=\frac{Q_1Q_1'}{Kr^2}\qquad\qquad(1).$$

但此式ニ於テ,Kハ二電荷ガ存在スル媒體ノ**ヂエレキ常數**[3]ヲ,表ハスノデアル.

サテ考フル所ノ媒體ハ,眞空デアルトシヤウ,ソウスルト$K=1$デアル. 媒體ハ此ノ如ク,必ズシモ眞空デナクテモ差支ガナイ,否ナ空氣デアツテモヨイ. 何トナレバ空氣ノ場合ニ於テモ,

1. Electrostatics. 2. Dimensions. 3. Dielectric constant.

$K=1$ デアルト考ヘテ,殆ド差支ガ無イカラデアル. 次ニ考フル所ノ二電荷ハ,其量ガ相等イトシヤウ,卽

$$Q_s = Q_s'$$

デアルトシ,ソウシテ其相互距離 r ガ,單位ノ距離,卽1センチメートルデアルトシヤウ. 此場合ニ於テ,二電荷ノ反撥力 F ガ,單位ノ力,卽1ダイン[1]デアルトスレバ,此ノ如キ電荷ハ,各々單位的ノモノデアルトスル. 換言スレバ,同量ノ電荷ガ,1センチメートルノ距離ニ位シ,ソウシテ其間ノ反撥力ガ,單位ノ力,卽1ダインデアル場合ニハ,此ノ各電荷ヲ稱シテ,**單位電荷**[2]ト謂フノデアル. 再言スレバ,此ノ如キ特別ナル電荷ガ,靜電氣學上ニ於ケル,電荷ノ單位デアル. (1)式ニ於ケル量ハ,皆 C.G.S. 系ニ屬スルモノデアルカラ,上記ノ單位電荷ハ,之ヲ精稱スレバ,單位電荷,**靜電單位 C.G.S.**[3]ト謂ハネバナラヌ. (1)式ニ於テ,Q ト Q' ニ文字 s ヲ附記スルノハ,此電荷ハ靜電單位デ表ハシテアルト云フコトヲ,示スノデアル.

終リニ考フ可キ大切ナコトハ,電荷ノ量元デアル. (1)式ヲ見レバ,明カナル通リ,力ノ量元ハ

$$[F] = [MLT^{-2}]$$

デアルカラ,電荷ノ量元ハ

$$\begin{aligned} Q_s &= [MLT^{-2}]^{\frac{1}{2}}[K]^{\frac{1}{2}}[L^2]^{\frac{1}{2}} \\ &= [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} K^{\frac{1}{2}}] \ldots\ldots\ldots\ldots (2). \end{aligned}$$

デアル. 此式ニ於テ,ヂエレキ常數 K ハ,或ル量元ヲ有スルモノ

1. Dyne.　2. Unit electric quantity.

3. Electrostatic units C.G.S.

ト考ヘテアル. 然ラバ此量元ハ三基礎單位ニ對シテ,果シテ如何ナル關係ヲ有スルモノデアル乎ト云フト,コレハ全ク不明デアル. 故ニ此所ニ,單ニ之ヲ $[K]$ デ表ハシテアル.

(II). 電力.

電場任意ノ點ニ於ケル**電力**[1],卽此點ニ於ケル單位電荷ニ作用スル電力ハ,次式デ與ヘラル.

$$E = \frac{Q_s}{K r^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

故ニ電力 E ノ量元ハ

$$\begin{aligned} [E] &= \frac{[Q_s]}{[K][L^2]} \\ &= \frac{[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} K^{\frac{1}{2}}]}{[K][L^2]} \\ &= [L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} K^{-\frac{1}{2}}] \ldots\ldots\ldots\ldots (4). \end{aligned}$$

デアル. 此式ヲ一見スレバ,直ニ分カル通リ,電力ノ量元ハ,力ニ相當スルモノデハナイ. 電力ト言ヘバ,聊カ語弊ガアルガ,通常簡單ニ此術語ヲ使用スル. 精確ニ言ヘバ,電力ト云文字ノ代リニ,**電場強度**[2]ト云フ文字ヲ,使用スルノガ至當デアル.

(III). 電氣變位.

電氣變位ハ,次式デ與ヘラル.

$$D = \frac{K}{4\pi} E \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

故ニ電氣變位ノ量元ハ

$$\begin{aligned} [D] &= [K][E] \\ &= [K][L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} K^{-\frac{1}{2}}] \end{aligned}$$

1. Electric force.　2. Electric field intensity.

$$[L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}K^{\frac{1}{2}}] \cdots\cdots\cdots\cdots (6).$$

デアル.

(IV). 電位.

電場任意ノ點ニ於ケル電位ハ,單位電荷ヲ,電位ガ零デアル場所カラ,考フル所ノ點マデ,移動スルニ要スル仕事ノ量デ,表ハサルルノデアル. 此仕事ノ量ヲ,W デ表ハセバ,電位 V_s ハ次式デ與ヘラル.

$$V_s = \frac{W}{Q_s} \cdots\cdots\cdots\cdots (7).$$

仕事ノ量元ハ

$$[W] = [MLT^{-2}][L]$$
$$= [ML^2T^{-2}]$$

デアルカラ,電位 V_s ノ量元ハ

$$[V_s] = \frac{[W]}{[Q_s]}$$
$$= \frac{[ML^2T^{-2}]}{[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}K^{\frac{1}{2}}]}$$
$$= [L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}K^{-\frac{1}{2}}] \cdots\cdots\cdots\cdots (8).$$

デアル.

(V). 電氣容量.

導電體ノ電氣容量ハ,次式デ表ハサル.

$$C_s = \frac{Q_s}{V_s} \cdots\cdots\cdots\cdots (9).$$

故ニ電氣容量 C_s ノ量元ハ

$$[C_s] = \frac{[Q_s]}{[V_s]}$$

$$= \frac{[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}K^{\frac{1}{2}}]}{[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}K^{-\frac{1}{2}}]}$$
$$= [LK] \cdots\cdots\cdots\cdots (10).$$

デアル.

(VI). 電流.

導電體內ヲ流ルル電流ハ,單位時間,卽一秒間每ニ,之ヲ通過スル電氣ノ量ヲ以テ表ハサル. 故ニ t 時間,此導電體內ヲ通過スル,電氣量ヲ Q_s トスレバ,電流ハ次式デ與ヘラル.

$$i_s = \frac{Q_s}{t} \cdots\cdots\cdots\cdots (11).$$

故ニ電流ノ量元ハ

$$[i_s] = \frac{[Q_s]}{[T]}$$
$$= \frac{[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}K^{\frac{1}{2}}]}{[T]}$$
$$= [L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}K^{\frac{1}{2}}] \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

デアル.

(VII). 電氣抵抗.

導電體ノ電氣抵抗ハ,電位差卽電壓ト,此作用下ニ流ルル電流トノ比デ表ハサル. 此電位差ヲ $V_s - V_s'$ トスレバ,電氣抵抗ハ,次式デ與ヘラル.

$$R_s = \frac{V_s - V_s'}{i_s} \cdots\cdots\cdots\cdots (13).$$

然ルニ電位差卽電壓ノ量元ハ,電位ノ量元ト同一ノモノデアルカラ,電氣抵抗 R_s ノ量元ハ

$$[\mathrm{R}_s] = \frac{[\mathrm{V}_s]}{[i_s]}$$

$$= \frac{[\mathrm{L}^{\frac{1}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mathrm{T}^{-1}\mathrm{K}^{-\frac{1}{2}}]}{[\mathrm{L}^{\frac{3}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mathrm{T}^{-2}\mathrm{K}^{\frac{1}{2}}]}$$

$$= [\mathrm{L}^{-1}\mathrm{T}\,\mathrm{K}^{-1}] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14).$$

デアル.

2. 電磁單位.

電磁的現象隨テ電磁的量ヲ處理スルニハ,磁極ヲ基本トシ,之カラ出發シテ,先ヅ其單位ヲ選定スレバヨイ. ソウスルト,他ノ電磁的量ノ單位ハ,皆直ニ之ヨリ繹出スルコトガ出來ル. 靜電氣學上ニ於ケル如ク,電磁的量ニ關シテハ,其量元ヲ考ヘルコトガ必要デアル.

(I). 磁極.

二個ノ同性磁極 m ト m' ガ,相對列シテヲリ,ソウシテ其距離ヲ r トスレバ,此二磁極間ニ作用スル反撥力ハ,次式デ與ヘラル.

$$\mathrm{F} = \frac{mm'}{\mu r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

但此式ニ於テ,μ ハ二磁極ガ存在スル媒體ノ**透磁率**[1]ヲ表ハス.

サテ考ヘル所ノ媒體ハ,眞空デアルトシヤウ,ソウスルト $\mu=1$ デアル. 媒體ガ空氣デアル場合ニ於テモ,亦 $\mu=1$ トシテ差支ガ無イ. 次ニ考ヘル所ノ二磁極ハ,相等イトシヤウ,卽

$$m = m'$$

トシヤウ,ソウシテ其相互距離 r ガ,單位距離卽 1 センチメートルデアルトシヤウ. 此場合ニ於テ,二磁極間ノ反撥力 F ガ,單位ノ力,卽 1 ダインデアルトスレバ,此ノ如キ磁極ハ,各々單位的ノモノデアルトスル. 此**單位磁極**[1]ハ,無論 C.G.S. 系デ表ハシタモノデアル,卽**電磁單位** C.G.S.[2] ニ據ルモノデアル.

1. Magnetic permeability.

終リニ考フ可キ大切ナコトハ,磁極ノ量元デアル. (1)式ヲ見レバ,明カナル通リ磁極ノ量元ハ

$$[m] = [\mathrm{F}]^{\frac{1}{2}}[\mathrm{L}^2]^{\frac{1}{2}}[\mu]^{\frac{1}{2}}$$

$$= [\mathrm{MLT}^{-2}]^{\frac{1}{2}}[\mathrm{L}][\mu^{\frac{1}{2}}]$$

$$= [\mathrm{L}^{\frac{3}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mathrm{T}^{-1}\mu^{\frac{1}{2}}] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

デアル. 此式ニ於テ,透磁率 μ ハ,或ル量元ヲ有スルモノトスル. 然ラバ此量元ハ,果シテ如何ナルモノデアル乎. コレハヂエレキ常數 K ノ場合ニ於ケル如ク,全ク不明デアル. 此所ニハ,單ニ之ヲ $[\mu]$ デ表ハシテアル.

(II). 磁力.

磁場任意ノ點ニ於ケル**磁力**[3],卽此點ニ於ケル單位磁極ニ作用スル磁力ハ,次式デ與ヘラル.

$$\mathrm{H} = \frac{m}{\mu r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

故ニ磁力 H ノ量元ハ

$$[\mathrm{H}] = \frac{[m]}{[\mu][\mathrm{L}^2]}$$

$$= \frac{[\mathrm{L}^{\frac{3}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mathrm{T}^{-1}\mu^{\frac{1}{2}}]}{[\mu][\mathrm{L}^2]}$$

$$= [\mathrm{L}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mathrm{T}^{-1}\mu^{-\frac{1}{2}}] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

1. Unit magnetic pole. 2. Electromagnetic units. C.G.S. 3. Magnetic force.

デアル. 此式ヲ一見スレバ,直ニ分カル通リ,磁力ノ量元ハ,力ニ相當スルモノデハナイ. 磁力トイフ術語ハ,便宜上之ヲ使用スルノデアル. 精確ニ言ヘバ,磁場強度[1]ト云フ文字ヲ,使用スルノガ至當デアル.

(III). 磁氣感應.

磁氣感應ハ,次式デ與ヘラル.

$$\mathrm{B} = \mu \mathrm{H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

故ニ磁氣感應ノ量元ハ

$$\begin{aligned} [\mathrm{B}] &= [\mu][\mathrm{H}] \\ &= [\mu][\mathrm{L}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mathrm{T}^{-1}\mu^{-\frac{1}{2}}] \\ &= [\mathrm{L}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mathrm{T}^{-1}\mu^{\frac{1}{2}}] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6) \end{aligned}$$

デアル.

(IV). 電流.

電流ハ靜電單位C.G.S.ノ代リニ,電磁單位C.G.S.デ,之ヲ表ハスコトガ出來ル. 卽電流ノ電磁的作用ニ由テ,新ニ其單位ヲ選定スルコトガ出來ルノデアル. 此所ニ半徑 r ヲ有スル,一ノ圓狀導線ヲ流ルル,電流 i_m ガアルトシヤウ. i ニ m ト云フ文字ヲ附記スルノハ,此電流ハ電磁單位デ,表ハシテアルト云フコトヲ,示スノデアル. 一ノ磁極 m ガ,此圓狀導線ノ中心ニ位シテヲルトスレバ,其圓周上,長サ l ニ相當スル電流 i_m ガ,此磁極ニ及ボス力ハ,次式デ與ヘラル(第二卷第三章第2節參照).

$$\mathrm{F} = \frac{m i_m l}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7).$$

1. Magnetic field intensity.

故ニ今考ヘル所ノ磁極ガ,單位的ノモノデアリ,ソウシテ l モ r モ亦共ニ單位的ノモノ,卽其長サガ,1センチメートルデアルトシ,ソウシテ又此場合ニ於テ,力 F ガ又單位的ノモノ,卽1ダインデアルトスレバ,考ヘル所ノ電流 i_m ハ,單位的ノモノデアル. 然リ此ノ如ク,電流ノ電磁單位ヲ選定スルノデアル.

電流ノ量元ハ,(7)式ニヨリ

$$\begin{aligned} [i_m] &= \frac{[\mathrm{F}][\mathrm{L}^2]}{[m][\mathrm{L}]} \\ &= \frac{[\mathrm{MLT}^{-2}][\mathrm{L}]}{[\mathrm{L}^{\frac{3}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mathrm{T}^{-1}\mu^{\frac{1}{2}}]} \\ &= [\mathrm{L}^{\frac{1}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mathrm{T}^{-1}\mu^{-\frac{1}{2}}] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8) \end{aligned}$$

デアル.

(V). 電荷.

電荷ハ靜電單C.G.S.デ,表ハス代リニ,又之ヲ電磁單位C.G.S.デ,表ハスコトガ出來ル. 電流 i_m ガ流レテヲルトキ,t 時間ニ相當スル,其電荷ノ量ハ

$$\mathrm{Q}_m = i_m t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

デアル. Q ニ m ト云フ字ヲ附記スルノハ,電荷ハ電磁單位デ,表ハシテアルト云フコトヲ示スノデアル. 上式ニヨリ, Q_m ノ量元ハ

$$\begin{aligned} [\mathrm{Q}_m] &= [i_m][t] \\ &= [\mathrm{L}^{\frac{1}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mathrm{T}^{-1}\mu^{-\frac{1}{2}}][\mathrm{T}] \\ &= [\mathrm{L}^{\frac{1}{2}}\mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\mu^{-\frac{1}{2}}] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10) \end{aligned}$$

デアル.

(VI). 電位.

電磁單位デ表ハシタ電位ヲ, V_m トシヤウ. 今電流 i_m ガ流レテヲル,一ノ電路ニ於ケル二點ノ電位ヲ,各々 V_m, V'_m トシヤウ, 隨テ其電位差ヲ, $V_m - V'_m$ トシヤウ. ソウスルト,此場合ニ於ケル電氣的パヮー[1]ヲ, P デ表ハセバ

$$P = (V_m - V'_m) i_m \quad \ldots\ldots (11)$$

デアル. 故ニ電位 V_m ノ量元ハ

$$[V_m] = \frac{[P]}{[i_m]}$$

$$= \frac{[L^2MT^{-2}][T^{-1}]}{[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu^{-\frac{1}{2}}]}$$

$$= [L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}\mu^{\frac{1}{2}}] \quad \ldots\ldots (12)$$

デアル.

(VII). 電氣容量.

電氣容量ハ,次式デ與ヘラル.

$$C_m = \frac{Q_m}{V_m} \quad \ldots\ldots (13)$$

故ニ電氣容量ノ量元ハ

$$[C_m] = \frac{[Q_m]}{[V_m]}$$

$$= \frac{[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}\mu^{-\frac{1}{2}}]}{[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}\mu^{\frac{1}{2}}]}$$

$$= [L^{-1}T^2\mu^{-1}] \quad \ldots\ldots (14)$$

デアル.

(VIII). 電氣抵抗.

1. Power.

電氣抵抗ハ,明ニ次式デ與ヘラル.

$$R_m = \frac{V_m - V'_m}{i_m} \quad \ldots\ldots (15).$$

故ニ電氣抵抗ノ量元ハ

$$[R_m] = \frac{[V_m]}{[i_m]}$$

$$= \frac{[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}\mu^{\frac{1}{2}}]}{[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu^{-\frac{1}{2}}]}$$

$$= [LT^{-1}\mu] \quad \ldots\ldots (16)$$

デアル.

(IX). 自己感應.

自己感應ハ,次式ニヨツテ與ヘラル.

$$L\frac{di_m}{dt} = V_m - V'_m \quad \ldots\ldots (17).$$

故ニ自己感應ノ量元ハ

$$[L] = \frac{[V_m][T]}{[i_m]}$$

$$= \frac{[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}\mu^{\frac{1}{2}}][T]}{[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu^{-\frac{1}{2}}]}$$

$$= [L\mu] \quad \ldots\ldots (18)$$

デアル.

附記.

ヂエレキ常數Kヲ,電磁單位デ,表ハセバ如何. 又透磁率 μ ヲ, 靜電單位デ,表ハセバ如何. 之ヲ考フルコトハ,必要デアル. 第1節ニ述ベタ,靜電單位ニ關スル式(1),卽

$$F = \frac{QQ'}{Kr^2}$$

ニ於テ,電荷トヂエレキ常數ヲ,電磁單位デ表ハセバ,次ノ通リデアル.

$$F = \frac{Q_m Q'_m}{K_m r^2}.$$

故ニ電磁單位デ表ハシタKノ量元ハ

$$[K_m] = \frac{[Q_m]^2}{[F][L^2]}$$

$$= \frac{[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} \mu^{-\frac{1}{2}}]^2}{[MLT^{-2}][L^2]}$$

$$= [L^{-2}T^2\mu^{-1}] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

デアル.

次ニ本節ノ(1)式卽

$$F = \frac{mm'}{\mu r^2}$$

ニ於テ,磁極ヲ靜電單位デ表ハセバ,之カラ此單位デ表ハシタ,透磁率 μ ノ量元ガ決定スルノデアル. (7)式卽

$$F = \frac{m i_m l}{r^2}$$

ヲ,靜電單位デ表ハセバ

$$F = \frac{m_s i_s l}{r^2}$$

トナル,隨テ m_s ノ量元ハ

$$[m_s] = \frac{[F][L^2]}{[i_s][L]}$$

$$= \frac{[MLT^{-2}][L]}{[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} K^{\frac{1}{2}}]}$$

$$= [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} K^{-\frac{1}{2}}] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (20)$$

デアル. 故ニ(1)式ニヨリ,靜電單位デ表ハシタ,透磁率 μ ノ量元

ハ

$$[\mu_s] = \frac{[m_s]^2}{[F][L^2]}$$

$$= \frac{[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} K^{-\frac{1}{2}}]^2}{[MLT^{-2}][L^2]}$$

$$= \frac{[LMK^{-1}]}{[L^3MT^{-2}]}$$

$$= [L^{-2}T^2K^{-1}] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 21)$$

デアル.

3. 靜電單位系ト電磁單位系ニ於ケル量元.

第1節ト第2節ニ於テ述ベタ,電氣的及磁氣的量ノ量元中,此所ニ其主要ナルモノヲ一括シテ,之ヲ對照比較スルコトハ,甚ダ緊要デアル. 次ニ掲グル表ハ,ヂエレキ常數K,透磁率 μ,電荷Q,磁極 m,電位V,電流 i,電氣抵抗Rト電氣容量Cノ量元ヲ列擧スルモノデアル.

	I	II	III
	靜電單位系 E.S.	電磁單位系 E.M.	E.S. : E.M.
K	$[K]$	$[L^{-2}T^2\mu^{-1}]$	$[K\mu]:[L^{-2}T^2]$
μ	$[L^{-2}T^2K^{-1}]$	$[\mu]$	$[K^{-1}\mu^{-1}]:[L^2T^{-2}]$
Q	$[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}K^{\frac{1}{2}}]$	$[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}\mu^{-\frac{1}{2}}]$	$[K^{\frac{1}{2}}\mu^{\frac{1}{2}}]:[L^{-1}T]$
m	$[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}K^{-\frac{1}{2}}]$	$[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu^{\frac{1}{2}}]$	$[K^{-\frac{1}{2}}\mu^{-\frac{1}{2}}]:[LT^{-1}]$
V	$[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}K^{-\frac{1}{2}}]$	$[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu^{\frac{1}{2}}]$	$[K^{-\frac{1}{2}}\mu^{-\frac{1}{2}}]:[LT^{-1}]$
i	$[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}K^{\frac{1}{2}}]$	$[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu^{-\frac{1}{2}}]$	$[K^{\frac{1}{2}}\mu^{\frac{1}{2}}]:[L^{-1}T]$
R	$[L^{-1}TK^{-1}]$	$[LT^{-1}\mu]$	$[K^{-1}\mu^{-1}]:[L^2T^{-2}]$
C	$[LK]$	$[L^{-1}T^2\mu^{-1}]$	$[K\mu]:[L^{-2}T^2]$

上表ニ於テ,第一欄 I ハ,**靜電單位系**[1]ニ於ケル量元ヲ表ハシ,第二欄 II ハ,**電磁單位系**[2]ニ於ケル量元ヲ表ハスノデアル. 此等ノ二系ヲ,便宜上簡單ニ各々略字 E.S., E.M. デ示ソウ. 第三欄 III ハ, E.S. ト E.M. ニ相當スル量元ノ比ヲ,表ハスノデアル. 上表ノ第一欄 I ニ於テ, K ノ量元ヲ除去スレバ,卽チエレキ常數ハ,量元ヲ有セザルモノト考フレバ,所謂**通常靜電單位系**[3]ナルモノヲ得ル. 又第二欄 II ニ於テ, μ ノ量元ヲ除去スレバ,卽透磁率ハ,量元ヲ有ゼザルモノト考フレバ,所謂**通常電磁單位系**[4]ナルモノヲ得ルノデアル. 再言スレバ,通常靜電單位系ニ於テハ, K ノ量元ハ無キモノデアルト考フ,卽 $[K]=1$ トスル,ソウシテ通常電磁單位系ニ於テハ, μ ノ量元ハ無キモノデアルト考フ,卽 $[\mu]=1$ デアルトスル.

此所ニ一言ス可キコトガアル. 上記ノ表ヲ一覽スルト,同一量ヲ,靜電單位系ト,電磁單位系トデ表ハスニ從ヒ,其量元ハ異ナツタモノニナル,然リ第 III 欄ハ,其比ヲ示シテヲル. 然レドモ,此ノ如ク同一量ガ,異ナツタ量元ヲ有スルト云フコトハ,是レ唯ダ一見的ノモノデアル. 上記ノ表ニ於テハ,靜電單位系ト,電磁單位系ニ於ケル量元ヲ,單ニ其ノママ記載列擧シタノデアル.

4. 靜電單位ト電磁單位トノ關係.

第 3 節ニ述ベタ電氣的量,例ヘバ電荷 Q ノ量元ヲ考フルニ,コレハ各々下記ノ通リデアル.

---

1. Electrostatic system of units. 2. Electromagnetic system of units.
3. Ordinary electrostatic system of units. 4. Ordinary electromagnetic system of units.

$$Q \cdots\cdots \begin{cases} [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} K^{\frac{1}{2}}] \cdots\cdots\cdots \text{靜電單位系,} \\ [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} \mu^{-\frac{1}{2}}] \cdots\cdots\cdots\cdots \text{電磁單位系.} \end{cases}$$

此所ニ先ヅ,通常靜電單位系ニ於ケル如ク,假ニヂエレキ常數 K ノ量元ヲ無視シ,又通常電磁單位系ニ於ケル如ク,假ニ透磁率 μ ノ量元ヲ無視スレバ, Q ノ量元ハ各々下記ノ通リニナル.

$$Q \cdots\cdots \begin{cases} [L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}] \cdots\cdots \text{通常靜電單位系,} \\ [L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}] \cdots\cdots\cdots \text{通常電磁單位系.} \end{cases}$$

此量元ヲ一見スレバ,直ニ明カナル通リ,長サノ基礎單位ヲ標榜スル L ノ羃ガ, $^3/_2$ ト $^1/_2$ デアツテ,コレハ皆分數デアル. 又質量ノ基礎單位ヲ標榜スル M ノ羃ガ, $^1/_2$ デアツテ,矢張分數デアル, 分數的羃ヲ有スル,此ノ如キ量元ハ,果シテ如何ナル意味ヲ有スルカト云フト,コレハ之ヲ解スルコト困難デアル. 次ニ一考スレバ,直ニ分カル通リ,電荷トイフ同一ノ量ガ,上記ノ如ク,異ナツタ量元ヲ有スルト云フコトハ,不可能ノコトデアル. 量元ハ物理學的量ノ性質ヲ,標榜スルモノデアルカラ,コレハ無論一定シタモノデ,アラネバナラヌ. 然ルニ通常靜電單位系ト,通常電磁系ニ於ケル,電荷ノ量元ハ,相違シテヲル,然リ其比ヲトレバ

$$[L^{-1}T]$$

トナル. コレハ何ヲ表ハスカト云フト,速度ノ逆數ノ量元ヲ表ハスノデアル.

此ノ如ク述ベ來レバ,明カナル如ク,精確ニ言ヘバ,無論第 3 節ニ述ベタ通リ,電荷 Q ノ量元ヲ,靜電單位系ト,電磁單位系トデ,書キ表ハスニハ, K ヲ或ル量元ヲ有スルモノトシ, μ モ亦或ル量元ヲ有スルモノト,考ヘネバナラヌ. 同一量 Q ノ量元ハ,一定シタ

モノデアルカラ,次記ノ關係ガ成立セネバナラヌ.

$$[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}K^{\frac{1}{2}}]=[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}\mu^{-\frac{1}{2}}],$$

隨テ

$$[LT^{-1}K^{\frac{1}{2}}]=[\mu^{-\frac{1}{2}}],$$

隨テ

$$\left[\frac{1}{\sqrt{K\mu}}\right]=[LT^{-1}]\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

デアル. 故ニ此量元的關係ガ成立スレバ,靜電單位系ト,電磁單位系トニ於テ表ハシタ,同一量Qノ量元ガ,所要ノ通リ,全ク同一トナルノデアル. 然ラバKトμノ量元ハ,各々果シテ如何ナルモノデアル乎ト云フト,ソレハ全ク不明デアル. 換言スレバ,三基礎單位ニ關スル量元ヲ以テ,別々ニKトμノ量元ヲ,判然表ハスコトハ出來ナイ. 此ノ如ク,Kトμノ各自ノ量元ハ,假令ヒ全ク不明デアツテモ,其積卽$K\mu$ニ關スル量元ガ,上式(1)ニ適合スルモノデアリ,隨テ$1/\sqrt{K\mu}$ガ速度ノ量元ヲ有スルモノデアルト,スレバヨイ. 然リ第二章第4節末尾ニ至リテ,述ブル如ク,全ク電磁單位ニ據ルトキハ

$$\frac{1}{\sqrt{K\mu}}$$

ハ,ヂエレキ常數Kト,透磁率μヲ有スル媒體ニ於ケル,電磁波ノ速度ヲ表ハスモノデアル. 今此速度ヲ一般ニvデ表ハソウ,ソウスルト

$$\frac{1}{\sqrt{K\mu}}=v\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

デアル. 考フル所ノ媒體ガ,眞空デアル場合,隨テ又空氣デアル場合ニハ,此速度ハ光ノ速度cニ等イノデアル.

此所ニ注意ス可キ大切ナコトガアル. 靜電單位C.G.S.ニ於テハ,空氣ノヂエレキ常數Kノ値ハ,1デアルカラ,全ク此單位系ニ據ルトキハ,空氣ノ透磁率ノ値ハ

$$\mu_s=\frac{1}{c^2}$$

ト,セネバナラヌ. 又電磁單位C.G.S.ニ於テハ,空氣ノ透磁率μノ値ハ,1デアルカラ,全ク此單位系ニ據ルトキハ,空氣ノヂエレキ常數ノ値ハ

$$K_m=\frac{1}{c^2}$$

デアルト,セネバナラヌ. 此ノ如クスレバ,全ク靜電單位C.G.S.ニ據ルモ,又全ク電磁單位C.G.S.ニ據ルモ,眞空隨テ空氣中ニ於ケル,電磁波ノ速度ハ,所要ノ通リ,cトナルノデアル.

サテ靜電單位ニ據レバ,二個ノ電荷Q_sトQ'_sトガ對列シ,其相互距離ヲrトスレバ,其間ニ作用スル反撥力ハ

$$\frac{Q_sQ'_s}{K_sr^2}$$

デアル. 但此式ニ於テ,K_sハ媒體ノヂエレキ常數デアツテ,靜電單位デ表ハシテアル.

次ニ電磁單位ニ據レバ,此反撥力ハ,明ニ次式卽

$$\frac{Q_mQ'_m}{K_mr^2}$$

デ表ハサル. 但此式ニ於テ,K_mハ上記媒體ノヂエレキ常數デアツテ,電磁單位デ表ハシテアル.

上記ノ反撥力ハ,同一ノモノデアルカラ

$$\frac{Q_sQ'_s}{K_sr^2}=\frac{Q_mQ'_m}{K_mr^2},$$

隨テ

$$\frac{Q_s Q'_s}{K_s} = \frac{Q_m Q'_m}{K_m}$$

デアル. 然ルニ上ニ述ベタ通リ靜電單位 C.G.S. ニ於テハ,考フル所ノ媒體ガ,空氣デアル場合ニハ,其ヂエレキ常數ハ

$$K_s = 1$$

デアルカラ,上式ハ

$$\frac{1}{K_m} = \frac{Q_s Q'_s}{Q_m Q'_m}$$

$$= c^2$$

トナル,隨テ明ニ

$$\frac{Q_s}{Q_m} = c \quad \dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

デアル. 此式ハ何ヲ表ハスカト云フト,靜電單位 C.G.S. デ表ハシタ,電荷ノ量 Q_s ハ,電磁單位 C.G.S デ表ハシタ,電荷ノ量 Q_m ノ c 倍ニ相當スルト云フコトヲ,表ハスノデアル.

更ニ翻テ考フルニ,靜電單位デ表ハシタ,或ル一定ノ電荷,電流,電位差,電氣抵抗,及電氣容量ヲ,各々 Q_s, i_s, V_s, R_s, C_s デ表ハソウ. 又電磁單位デ表ハシタ,此等ノ同一量ヲ,各々 Q_m, i_m, V_m, R_m, C_m デ表ハソウ. ソウスルト,此等ノ量ノ間ニハ,次記ノ關係ガアル.

$$\left.\begin{aligned} i_s^2 R_s t &= i_m^2 R_m t, \\ V_s i_s t &= V_m i_m t, \\ V_s Q_s &= V_m Q_m, \\ V_s^2 C_s &= V_m^2 C_m \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (4).$$

何故デアルカト云フト,此等ノ式ハ皆各々同一量ノエネルギーヲ,表ハスカラデアル. 此四式カラ,直ニ各々次記ノ關係ヲ得ル.

$$\left.\begin{aligned} \frac{i_s}{i_m} &= \sqrt{\frac{R_m}{R_s}} = a, \\ \frac{i_s}{i_m} &= \frac{V_m}{V_s} = a, \\ \frac{V_m}{V_s} &= \frac{Q_s}{Q_m} = a, \\ \frac{V_m}{V_s} &= \sqrt{\frac{C_s}{C_m}} = a \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots\dots (5),$$

但此式ニ於テ,a ハ或ル常數デアル.

此常數 a ハ,重要ナルモノデアル,卽靜電單位ト,電磁單位トデ表ハシタ,電荷,電流等ノ値ノ比ヲ表ハスモノデアル. 此重要ナル常數 a ハ,實驗的ニ之ヲ測定スルコトガ出來ル,卽例ヘバ,同一電氣容量,同一電荷ノ靜電的測定ト,電磁的測定トニ由テ,之ヲ決定スルコトガ出來ル. 此等實驗的測定ノ結果ニ據レバ,常數 a ノ値ハ,光ノ速度 c ニ等イ,卽 $a=c$ デアル. (3)式ガ示ス通リ,Q_s ト Q_m ノ比ハ c デアル. 然リ實驗的測定ノ結果ハ,之ト其歸著ヲ同フスルノデアル.

同一電氣的量ト同一磁氣的量ヲ,各々靜電單位ト,電磁單位トデ表ハセバ,其値ノ間ニハ,如何ナル關係ガ有ルカ,之ヲ一目達觀スルコトハ,甚ダ緊要ナルコトデアル. 故ニ以下主要ナル電氣的量ト,磁氣的量トニ就キ,一括シテ此關係ヲ表記シヤウ.

$$\left\{\begin{array}{lll} \dfrac{K_s}{K_m} = c^2, & \dfrac{\mu_s}{\mu_m} = \dfrac{1}{c^2}, & \dfrac{E_s}{E_m} = \dfrac{1}{c}, \\ \dfrac{Q_s}{Q_m} = c, & \dfrac{m_s}{m_m} = \dfrac{1}{c}, & \dfrac{V_s}{V_m} = \dfrac{1}{c}, \\ \dfrac{i_s}{i_m} = c, & \dfrac{R_s}{R_m} = \dfrac{1}{c^2}, & \dfrac{C_s}{C_m} = c^2. \end{array}\right.$$

靜電單位ト,電磁單位トノ相互關係ハ,上記ノ通リ,甚ダ複雜シテヲルカラ,電磁波論等ニ於テ,方程式ヲ立ツル際ニハ,此關係ニ對シ,大ニ留意セネバナラヌ.

終リニ一言ス可キコトガアル. 上記ノ表ハ,靜電單位ト,電磁單位ニ於ケル,量ノ值ノ比ヲ示スモノデアル. 然ラバ此二單位ノ大サハ,如何ナルモノデアルカト云フト,コレハ無論上表ニ於ケル,比ノ逆數ニ等イノデアル.

5. 實用電磁單位系.

電磁單位 C.G.S. デ表ハシタ,電流,電荷,電壓等ノ值ハ,其ノママデ,之ヲ使用スルニハ,不便ガアル. 換言スレバ,或ルモノハ過小デアリ,又或ルモノハ過大デアル. 故ニ下記ノ通リ,實用電磁單位系[1]ト稱スルモノヲ,實際採用スルノデアル.

1.	電流	Ampere	10^{-1}	電磁單位	C.G.S.
2.	電荷	Coulomb	10^{-1}	,,	,,
3.	電壓	Volt	10^{8}	,,	,,
4.	電氣抵抗	Ohm	10^{9}	,,	,,
5.	電氣容量	Farad	10^{-9}	,,	,,
		Microfarad	10^{-15}	,,	,,
6.	自己感應	Henry	10^{9}	,,	,,
	相互感應	Millihenry	10^{6}	,,	,,

上記實用電磁單位系ハ,下記ノ如キモノデアルト考ヘテヨイ.

1. Practical system of electromagnetic units.

卽長サノ單位ガ,1センチメートルデアル代リニ,地球象限[1],卽地球圓周ノ四分一,卽10^9センチメートルヲ,長サノ單位トスルモノデアル. 又質量ノ單位ガ,1グラムデアル代リニ,ミリグラムノ10^{-8}, 卽1グラムノ10^{-11}ヲ,質量ノ單位トスルモノデアル. 然ルニ時ノ單位ハ, C.G.S. 系ニ於ケル如ク, 1秒トスルノデアル. 此ノ如キ新シキ長サト,質量トノ單位ヲ使用シテ,表ハシタモノガ,實用電磁單位系ナルモノデアルト,考ヘテヨイ. 此所ニ注意ス可キコトガアル. 此實用電磁單位系デハ,通常電磁單位系ニ於ケル如ク,透磁率 μ ノ量元ヲ無視スル. 此ノ如ク, μ ノ量元ヲ無視スレバ,電流,電荷等ノ量元ハ,第3節ヲ一見スレバ,明カナル如ク,各々次記ノ通リデアル.

1. 電流 …… $[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$,
2. 電荷 …… $[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}]$,
3. 電壓 …… $[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}]$,
4. 電氣抵抗 …… $[LT^{-1}]$
5. 電氣容量 …… $[L^{-1}T^{2}]$
6. 自己感應・相互感應 …… $[L]$

サテ量元ハ單位ヲ標榜スルモノト,考ヘテヨイカラ,元單位ヲ[U]デ表ハシ,之ニ相當スル新單位ヲ, [U′]デ表ハソウ. ソウスルト,先ヅ第一ニ,電流ニ就テ考フルニ

$$[U] = [L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$$

デアルカラ

$$[U'] = (10^{\frac{9}{2}} \times 10^{-\frac{11}{2}})[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$$
$$= 10^{-1}[U]$$

デアル. 次ニ電荷ニ就テ考フルニ

$$[U] = [L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}]$$

1. Earth-quadrant.

デアルカラ

$$[U'] = (10^{\frac{9}{2}} \times 10^{-\frac{11}{2}})[L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}]$$
$$= 10^{-1}[U]$$

デアル. 又次ニ電壓ニ就テ考フルニ

$$[U] = [L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}]$$

デアルカラ

$$[U'] = (10^{\frac{27}{2}} \times 10^{-\frac{11}{2}})[L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}]$$
$$= 10^{8}[U]$$

デアル. 同樣ニ電氣抵抗,電氣容量,自己感應及相互感應ニ就テモ,直ニ元單位ト新單位トノ大サノ比ヲ,算出スルコトガ出來ル. 卽一括シテ言ヘバ,電流ノ單位1アムペアト,電荷ノ單位クーロムハ,上記ノ表ニ揭グル通リ,各々其電磁單位 C.G.S. ノ 10^{-1} デアル. 又電壓ノ單位ボルトハ,其電磁單位 C.G.S. ノ 10^{8} 倍デアル,ソウシテ其他皆上表ノ通リデアル.

終リニ上記電流,電氣抵抗,自己感應及相互感應ノ單位ニ關シテ,更ニ一言セネバナラヌ.

(i). アムペア (Ampere).

硝酸銀溶液ノ電氣分解ニ於テ,一秒ニ付, 0.001118 グラムノ銀ヲ發生スル電流ガ,一アムペアニ相當スルノデアル.

(ii). オーム (Ohm).

截斷面積ガ,一平方ミリメートルデ,長サガ106,3センチメートルノ水銀柱ガアルトシヤウ. ソウスルト,攝氏零度ニ於ケル,此水銀柱ノ電氣抵抗ガ,一オームニ相當スルノデアル.

(iii). ヘンリー (Henry).

地球象限,卽 10^{9} センチメートルガ,一ヘンリーニ相當スルノデアル.

第 二 章

電 磁 波

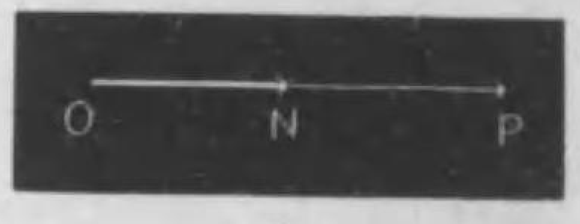
1. ベクトル解析.

ベクトル解析[1]ハ,有力ナル一ノ數學的武器デアツテ,物理學上ニ利用サルルコト,尠カラヌノデアル. 以下此解析ニ關スル要領ヲ,一括說述シヤウ.

(I). ベクトル.

ベクトルトハ,如何ナルモノデアルカト云フト,コレハ大サト方向ヲ兼有スル,一ノ量デアル. 然レドモ,量ハ必ズシモ此ノ如ク,大サト方向ヲ兼有スルト,限ツテイナイ,否ナ量ノ中ニハ,單ニ大サノミヲ有シテ,方向ヲ有セザルモノモアル. 此ノ如キ量ハ,之ヲ稱シテスカラー[2]ト謂フ.

ベクトルハ,一ノ直線ヲ以テ,表ハスコトガ出來ル. 第1圖ニ示ス直線 OP ハ,一ノベクトルヲ表ハスモノデアル. 此直線ハ,或ル一定ノ方向ヲ有シ,又一定ノ大サ,即長サ OP ヲ有スルノデアル.



1

一般ニ量ヲ表ハスニハ,單位ヲ選定スルコトガ必要デアル,隨テベクトルノ場合ニモ,或ル單位ベクトル[3]ヲ選定シヤウ.

第1圖ニ示スベクトル OP ト,同一方向ヲ有スル,一ノベクトル ON ヲ,單位ベクトルトシヤウ. ソウスルト,ベクトル OP ハ,此

1. Vector analysis. 2. Scalar. 3. Unit vector.

單位ベクトル ON ノ或ル倍數デ,表ハサルルノデアル.

スカラート區別スル爲メ,ベクトルヲ文字デ表ハスニハ,總テ太字ヲ使用シヤウ. 今ベクトル OP ヲ, $\mathbf{A}$ デ表ハシ,單位ベクトル ON ヲ, $\mathbf{A}_1$ デ表ハセバ

$$\mathbf{A} = A\mathbf{A}_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

デアル. 但此式ニ於テ,A ハスカラーデアル,即ベクトルノ大サヲ表ハシテヲル.

ベクトルヲ表ハスニハ,屢々直角坐標軸ヲ使用スル,コレハ甚ダ便利デアル. 第2圖ニ示ス如ク, x, y, z 軸上ニ,各々單位ベクトル $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ ヲ選定シヤウ. ソウスルト,一ノベクトル OP 即 $\mathbf{A}$ ハ,之ヲ x, y, z 軸上ニ分解スルコトガ出來ル. 此ノ如ク分解シタベクトルヲ,各々 $\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y, \mathbf{A}_z$ デ表ハセバ

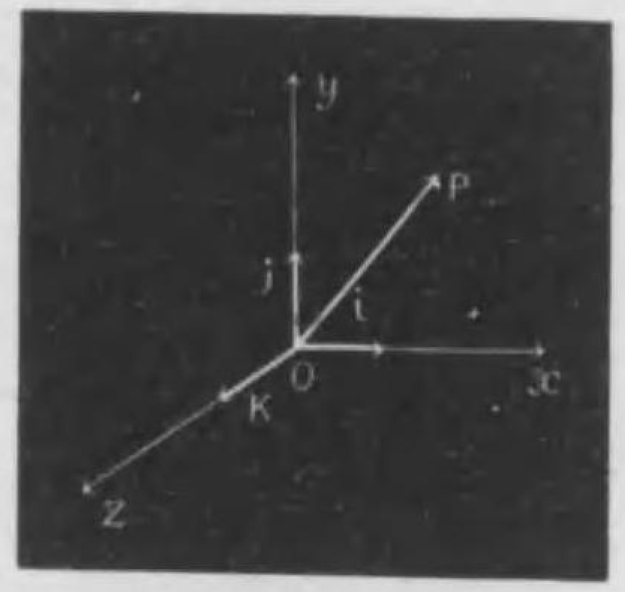
$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z \quad \ldots\ldots (2)$$

デアル. 然ルニ明ニ

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{A}_x &= x\mathbf{i}, \\ \mathbf{A}_y &= y\mathbf{j}, \\ \mathbf{A}_z &= z\mathbf{k} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (3)$$

デアルカラ

$$\mathbf{A} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad \ldots\ldots (4)$$



2

デアル. 但此式ニ於テ, x, y, z ハ P ノ坐標デアル.

(II) 二ベクトルノスカラー積

第3圖ニ示ス如ク,二ベクトル $\mathbf{A}$ ト $\mathbf{B}$ ガアツテ,其大サヲ各々 A, B トシ,ソウシテ其間ノ角ヲ θ トシヤウ. ソウスルト,此二ベ

クトルノスカラー積[1]ト云フモノハ,次記ノ式デ決定スル.

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = AB\cos\theta \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

然リ此ノ如ク,二ベクトルノスカラー積ニ,定義ヲ下スノデアル.

3

スカラー積ヲ表ハス記號ハ,外ニモアルガ,此所ニハ,上記ノ通リ,二ベクトルノ中間ニ,點ヲ附シテ,之ヲ表ハソウ.

特別ナル場合トシテ,考フル所ノベクトル **A** ト **B** ガ,垂直デアレバ, $\cos\theta=0$ デアルカラ

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

デアル. 又 **A** ト **B** ガ平行シテヲレバ, $\cos\theta=1$ デアルカラ

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = AB \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

デアル. 又此場合ニ於テ

$$A = B$$

デアレバ

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{A} = \mathbf{A}^2$$

$$= A^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

トナル.

上記二ベクトルノスカラー積ヲ一考スレバ,直ニ單位ベクトル **i**, **j**, **k** ニ關スル,次記ノ結果ヲ得ル.

$$\begin{cases} \mathbf{i}\cdot\mathbf{i} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{k} = \mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = 1 & \ldots\ldots\ldots\ldots (9), \\ \mathbf{i}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{i} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{k} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{i} = \mathbf{i}\cdot\mathbf{k} = 0 & \ldots\ldots\ldots\ldots (10) \end{cases}$$

此重要ナル式ハ,單位ベクトル **i**, **j**, **k** ノスカラー積ニ關スル

1. Scalar product.

モノデアル,コレハ大ニ留意ス可キコトデアル.

次ニ一言ス可キコトガアル. ベクトル **A** ト **B** ヲ, x, y, z 軸上ニ分解スレバ

$$\begin{cases} \mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}, \\ \mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k} \end{cases}$$

デアルカラ,其スカラー積ハ

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = (A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k})(B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k})$$

$$= A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

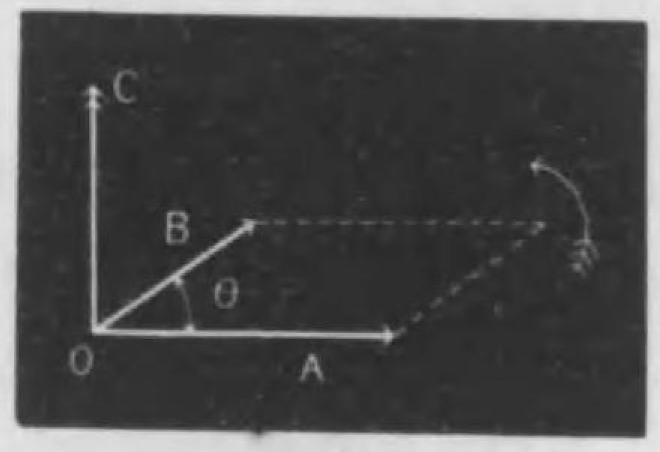
デアル.

(III). 二ベクトルノベクトル積

二ベクトル **A** ト **B** ガアツテ,其大サヲ各々A, Bトシ,ソウシテ其間ノ角ヲ, θ デ表ハソウ. ベクトル積[1]ヲ表ハス記號ハ,外ニモアルガ,此所ニハ二ベクトルノ中間ニ,クロス[2]卽×ヲ附シテ,之ヲ表ハソウ. 卽二ベクトル **A** ト **B** ノベクトル積ハ,之ヲ

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

デ表ハソウ. 然ラバ此積ハ,何ヲ表ハスカト云フト,コレハ一ノベクトルデアル,ソウシテ此ベクトルハ,双方ノベクトルニ垂直デアル,卽 **A** ニモ垂直デアリ,又 **B** ニモ垂直デアル. 第4圖ノ **C** ハ,此ベクトルヲ表ハスモノデアル,ソウシテ其方向ハ右手系螺旋[3]關係ニヨツテ決定スル. 圖ニ矢デ示ス如ク, **A**, **B**, **C** ト云フ順序關



4

1. Vector product. 2. Cross. 3. Right-handed screw.

係デ, **C** ノ方向ガ決定スル. 若シベクトル積ガ

$$\mathbf{B}\times\mathbf{A}$$

デ表ハサルル場合ニハ, **C** ノ方向ハ無論反對デアル,隨テ

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=-\mathbf{B}\times\mathbf{A} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

デアル

ベクトル積ヲ表ハス,ベクトル **C** ノ方向ハ,此ノ如クシテ決定スル. 然ラバ其スカラー,卽其大サハ,如何ナルモノデアルカト云フト,コレハ **A** ト **B** ヲ二邊トスル,平行四邊形ノ面積

$$AB\sin\theta$$

デ表ハサルルノデアル. 故ニ **C** ヲ表ハス單位ベクトルヲ, $\mathbf{C}_1$ トスレバ,考フル所ノベクトル積ハ,次式ニヨツテ與ヘラル.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}\times\mathbf{B}&=\mathbf{C}\\&=\mathbf{C}_1 AB\sin\theta \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (13).\end{aligned}$$

然リ此ノ如ク,二ベクトルノベクトル積ニ,定義ヲ下スノデアル.

特別ナル場合トシテ,二ベクトルガ,平行デアレバ, $\sin\theta=0$ デアルカラ

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=0 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

デアル,隨テ又其特別ナル場合トシテ,明ニ次ノ關係ガアル.

$$\mathbf{A}\times\mathbf{A}=0 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (15).$$

二ベクトルノベクトル積ヲ一考スレバ,直ニ單位ベクトル **i**, **j**, **k** ニ關スル,次記ノ結果ヲ得ル.

$$\begin{cases}\mathbf{i}\times\mathbf{i}=\mathbf{j}\times\mathbf{j}=\mathbf{k}\times\mathbf{k}=0 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (16),\\ \left.\begin{aligned}\mathbf{j}\times\mathbf{k}&=\mathbf{i}=-\mathbf{k}\times\mathbf{j},\\ \mathbf{k}\times\mathbf{i}&=\mathbf{j}=-\mathbf{i}\times\mathbf{k},\\ \mathbf{i}\times\mathbf{j}&=\mathbf{k}=-\mathbf{j}\times\mathbf{i}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots (17).\end{cases}$$

此重要ナル式ハ,單位ベクトル **i**, **j**, **k** ノベクトル積ニ關スルモノデアル,コレハ大ニ留意ス可キコトデアル. 決シテ之ヲ **i**, **j**, **k** ノスカラー積ニ關スル式,(9)及(10)ト混同シテハナラヌ.

次ニ一言ス可キコトガアル. ベクトル **A** ト **B** ヲ, x, y, z 軸上ニ分解スレバ

$$\begin{cases}\mathbf{A}=A_x\mathbf{i}+A_y\mathbf{j}+A_z\mathbf{k},\\ \mathbf{B}=B_x\mathbf{i}+B_y\mathbf{j}+B_z\mathbf{k}\end{cases}$$

デアルカラ

$$\begin{aligned}\mathbf{A}\times\mathbf{B}&=(A_x\mathbf{i}+A_y\mathbf{j}+A_z\mathbf{k})\times(B_x\mathbf{i}+B_y\mathbf{j}+B_z\mathbf{k})\\&=(A_yB_z-A_zB_y)\mathbf{i}+(A_zB_x-A_xB_z)\mathbf{j}+(A_xB_y-A_yB_x)\mathbf{k} \quad\ldots (18)\end{aligned}$$

デアル. 又之ヲ**行列式**[1]デ表ハセバ

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=\begin{vmatrix}\mathbf{i}&\mathbf{j}&\mathbf{k}\\A_x&A_y&A_z\\B_x&B_y&B_z\end{vmatrix} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

デアル.

(IV). スカラー積トベクトル積.

ベクトルニ關スル觀念ヲ,明確ニスル爲メ,更ニ上記ノスカラー積ト,ベクトル積ニ就テ考ヤウ. 單位ベクトル **i**, **j**, **k** ニ關スル, (9) 及 (10) 式ト, (16) 及 (17) 式ヲ,根據トスレバ,二ベクトルノスカラー積ヲ表ハス (5) 式ト,其ベクトル積ヲ表ハス (13) 式ハ,下記ノ通リ,逆ニ之ヲ算出スルコトガ出來ル.

今二ベクトル **A** ト **B** トヲ表ハス式ヲ,唯ダ單ニ乘ジテミレバ

$$\mathbf{AB}=(A_x\mathbf{i}+A_y\mathbf{j}+A_z\mathbf{k})(B_x\mathbf{i}+B_y\mathbf{j}+B_z\mathbf{k})$$

---

1. Determinant.

$$= A_xB_x\mathbf{i}^2 + A_yB_y\mathbf{j}^2 + A_zB_z\mathbf{k}^2$$
$$+ A_yB_z\mathbf{jk} + A_zB_y\mathbf{kj}$$
$$+ A_zB_x\mathbf{ki} + A_xB_z\mathbf{ik}$$
$$+ A_xB_y\mathbf{ij} + A_yB_x\mathbf{ji} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

トナル.

此ノ一般式ニ於テ,(9)及(10)式ノ關係ガ,成立スルトスレバ,直ニ $\mathbf{A}$ ト $\mathbf{B}$ トノスカラー積,卽

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

ヲ得ル. 然ルニ明ニ

$$A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}\cdot\sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$$
$$\times\left\{\frac{A_x}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}\cdot\frac{B_x}{\sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}} + \ldots\ldots\right\}$$

デアルカラ,ベクトル $\mathbf{A}$ ト x, y, z 軸トノ間ノ角ノ餘弦ヲ,各々 $\cos(\mathbf{A}, x)$, $\cos(\mathbf{A}, y)$, $\cos(\mathbf{A}, z)$ トシ,ソウシテベクトル $\mathbf{B}$ ト x, y, z 軸トノ間ノ角ノ餘弦ヲ,各々 $\cos(\mathbf{B}, x)$, $\cos(\mathbf{B}, y)$, $\cos(\mathbf{B}, z)$ トスレバ,上式ハ

$$A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z = AB\{\cos(\mathbf{A}, x)\cos(\mathbf{B}, x) + \cos(\mathbf{A}, y)\cos(\mathbf{B}, y)$$
$$+ \cos(\mathbf{A}, z)\cos(\mathbf{B}, z)\}$$
$$= AB\cos(\mathbf{A}, \mathbf{B})$$
$$= AB\cos\theta$$

トナル. コレハ卽(5)デアル.

次ニ(20)式ニ於テ,(16)及(17)式ノ關係ガ成立スルトスレバ,直ニ $\mathbf{A}$ ト $\mathbf{B}$ トノベクトル積ヲ表ハス式(18)ヲ,得ルノデアル. ベクトル $\mathbf{A}$ ト $\mathbf{B}$ ノ方向餘弦ヲ,各々 l, m, n 及 $l', m'; n'$ トスレバ,(18)式ニヨリ

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B} = (AmBn' - AnBm')\mathbf{i} + (AnBl' - AlBn')\mathbf{j} + (AlBm' - AmBl')\mathbf{k}$$
$$= AB\{(mn' - nm')\mathbf{i} + (nl' - ln')\mathbf{j} + (lm' - ml')\mathbf{k}\}.$$

デアル,隨テ此ベクトルノ大サ,卽其絕對値ノ二乘ヲ,$(\mathbf{A}\times\mathbf{B})^2$ デ表ハセバ

$$(\mathbf{A}\times\mathbf{B})^2 = A^2B^2\{(mn' - nm')^2 + (nl' - ln')^2 + (lm' - ml')^2\}$$
$$= A^2B^2\{(m^2 + n^2)l'^2 + (n^2 + l^2)m'^2 + (l^2 + m^2)n'^2$$
$$- 2(mm'nn' + ll'nn' + mm'll')\}$$

デアル. 然ルニ

$$\begin{cases} l^2 + m^2 + n^2 = 1, \\ l'^2 + m'^2 + n'^2 = 1 \end{cases}$$

デアルカラ

$$(\mathbf{A}\times\mathbf{B})^2 = A^2B^2\{1 - (ll' + mm' + nn')^2\}$$
$$= A^2B^2\{1 - \cos^2(\mathbf{A}, \mathbf{B})\}$$

デアル,隨テ二ベクトル $\mathbf{A}$ ト $\mathbf{B}$ ノベクトル積ノスカラー値ハ

$$(A\times B) = AB\sin\theta$$

デアル. コレハ(13)式ガ示ス通リノモノデアル.

(V). ハミルトン ベクトル∇.

ハミルトン ベクトル[1]∇ハ,次記ノ如キ定義ヲ有スルモノデアル.

$$\nabla = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

此式ガ示ス通リ,∇ハ純ベクトルデハナイ,卽單ニ一ノベクトル的徵分作用ヲ,表ハスモノデアル. 然レドモ,∇ハ矢張一種ノベクトルデアル如ク,吾人ハ考フルノデアル. 此∇ハナブラ[2],又

1. Hamilton vector. 2. Nabla.

ハデル[1]ト云フ名稱ノ下ニ知ラレテヲル. 然ラバ∇ハ,如何ニ微分作用ヲ爲スカト云フト,一ノスカラ I 點的函數[2]ニ,作用スル場合ト,又一ノベクトル點的函數[3]ニ,作用スル場合トヲ,區別シテ考ヘネバナラヌ.

(i). ∇トスカラ I 點的函數.

V ヲ一ノ點的函數,卽坐標 x, y, z ノ連續的,且單値的函數デアルトシヤウ. 式ヲ以テ之ヲ表ハセバ

$$V=f(x, y, z) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

デアル.

電場,磁場等ノ如キ場合ニ於テハ,其任意ノ點ニ作用スル電力,磁力ハ,上記ノ如キ,一ノ點的函數ヲ,坐標 x, y, z ニ對シテ,微分シタモノデ,決定サルルコトガアル. 此ノ如キ場合ニ於テハ,此點的函數ヲ,考フル所ノ力ニ相當スル,ポテンシヤル[4]ト稱スルノデアル.

サテ微分記號[5]∇ガ, V ニ作用スレバ

$$\nabla V=\mathbf{i}\frac{\partial V}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial V}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial V}{\partial z} \quad \ldots\ldots\ldots (23)$$

トナル,ソウシテ之ヲ名ヅケテ, V ノグレヂエント[6],又ハスロ I プ[7]ト謂ヒ,記號 *grad* ヲ以テ,表ハスノデアル,卽

$$\mathit{grad}\, V=\mathbf{i}\frac{\partial V}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial V}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial V}{\partial z} \quad \ldots\ldots\ldots (24)$$

デアル.

コレハ無論一ノベクトルデアツテ,其方向ハ, V ノ變化スル度

1. Del. 2. Scalar point-function. 3. Vector point-function. 4. Potential.
5. Differential operator. 6. Gradient. 7. Slope.

ガ,最モ大ナル方向デアル. (22)式ニ於テ

$$f(x, y, z)=C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

トシヤウ,但 C ハ一ノ常數デアル. ソウスルト,此式ハ所謂等ポテンシヤル面[1]ヲ,表ハスノデアル. 上記 V ノ變化スル度ガ,最モ大ナル方向ハ,卽此等ポテンシヤル面ニ引イタ,方線ノ方向デアル.

電場,磁場等ノ如キ場合ニ於テ,任意ノ點ニ於テ作用スル力,卽一ノベクトルハ,此點ヲ通過スル,等ポテンシヤル面ニ引イタ,方線ノ方向ニ作用スル. 然リ此方線ノ方向ガ,ポテンシヤル V ノ變化ガ,最モ速カナル所ヲ示スノデアル. 然ラバ作用スル力ノ大サハ,如何ナルモノデアル乎. 上述ノ通リ,考フル所ノ力ガ,坐標 x, y, z ニ對スル, V ノ微分係數デ,與ヘラルル場合ニハ,此力ノ x, y, z 分値, X, Y, Z ハ

$$\left.\begin{aligned} X&=-\frac{\partial V}{\partial x}, \\ Y&=-\frac{\partial V}{\partial y}, \\ Z&=-\frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

デ與ヘラル,隨テ綜合的力ヲ **F** トスレバ

$$\mathbf{F}=\mathbf{i}X+\mathbf{j}Y+\mathbf{k}Z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (27)$$

デアル,卽

$$\begin{aligned} \mathbf{F}&=-\left(\mathbf{i}\frac{\partial V}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial V}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right) \\ &=-\nabla V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (28) \end{aligned}$$

1. Equipotential surface.

デアル,随テ考フル所ノ力ハ,點的函數Vノグレヂエントニ由テ,決定スルノデアル.

(ii). ∇トベクトルノスカラー積,及∇トベクトルノベクトル積.

∇ガ一ノベクトル點的函數ニ,作用スルトキニハ,次記ノ通リ,二種ノ場合ヲ區別シテ,考ヘネバナラヌ.

(1). ∇トベクトルノスカラー積.

考フル所ノベクトル點的函數ヲ,**F**デ表ハシ,ソウシテ其x, y, z,スカラー分値ヲ,各々F_x, F_y, F_zトスレバ

$$\mathbf{F} = \mathbf{i}F_x + \mathbf{j}F_y + \mathbf{k}F_z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

デアル. ∇ト此ベクトルノスカラー積ハ

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot (\mathbf{i}F_x + \mathbf{j}F_y + \mathbf{k}F_z)$$

デアル. 然ルニ(9)及(10)式ニ據リ,此スカラー積ハ,明ニ

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \quad \ldots\ldots\ldots (30)$$

デアル. コレハ單ニ一ノスカラーデアリ,之ヲ稱シテ,ベクトル**F**ノダイバルヂエンス[1]ト謂フ,ソウシテ記號*div*ヲ以テ示ス,卽

$$\nabla \cdot \mathbf{F} \equiv div\,\mathbf{F} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (31)$$

デアル.

(2). ∇トベクトルノベクトル積.

∇トベクトル**F**ノベクトル積ハ

$$\nabla \times \mathbf{F} = \left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \times (\mathbf{i}F_x + \mathbf{j}F_y + \mathbf{k}F_z)$$

デアル. 然ルニ(16)及(17)式ニ據リ,此ベクトル積ハ,明ニ

1. Divergence.

$$\nabla \times \mathbf{F} = \mathbf{i}\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right) + \mathbf{j}\left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right) + \mathbf{k}\left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right) \quad \ldots (32)$$

デアル. 行列式ヲ以テ,之ヲ表ハセバ

$$\nabla \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (33)$$

デアル. 此重要ナルベクトル積,随テベクトルヲ,**F**ノカールト名ヅケ,文字*curl*ヲ以テ,之ヲ表ハス. 又カールノ代リニ,ローテーション[2]ト云フ名稱ヲ使用シ,記號*rot*ヲ以テ,之ヲ表ハシテモヨイ. 卽

$$\nabla \times \mathbf{F} \equiv curl\,\mathbf{F} \equiv rot\,\mathbf{F} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (34)$$

デアル. 上記(32)式ヲ一見スレバ,直ニ分カル通リ,此カールノx, y, zスカラー分値ヲ,各々$curl_x\mathbf{F}$, $curl_y\mathbf{F}$, $curl_z\mathbf{F}$デ表ハセバ

$$\left.\begin{aligned} curl_x\mathbf{F} &= \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}, \\ curl_y\mathbf{F} &= \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}, \\ curl_z\mathbf{F} &= \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (35)$$

デアル,随テ

$$curl\,\mathbf{F} = \mathbf{i}\,curl_x\mathbf{F} + \mathbf{j}\,curl_y\mathbf{F} + \mathbf{k}\,curl_z\mathbf{F} \quad \ldots\ldots (36)$$

ト書イテヨイノデアル.

(VI). ∇×∇V.

∇×∇Vハ,∇ト∇Vノベクトル積デアルカラ,(16)及(17)式ニ據リ,明ニ

1. Curl. 2. Rotation.

$$\nabla\times\nabla V=\left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\times\left(\mathbf{i}\frac{\partial V}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial V}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

$$=0 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (37)$$

デアル. ∇V ハ *grad* V デアルカラ,此式ハ下記ノ通リ書イテヨイ.

$$curl\ grad\ V=0 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (38)$$

(VII). $\nabla\cdot\nabla\times\mathbf{F}$.

$\nabla\cdot\nabla\times\mathbf{F}$ ハ, ∇ ト $\nabla\times\mathbf{F}$ ノスカラー積デアリ,ソウシテ $\nabla\times\mathbf{F}$ ハ, *curl* $\mathbf{F}$ デアルカラ,(30)式ト(35)式ニ據リ

$$\nabla\cdot\nabla\times\mathbf{F}=\frac{\partial}{\partial x}(curl_x\,\mathbf{F})+\frac{\partial}{\partial y}(curl_y\,\mathbf{F})+\frac{\partial}{\partial z}(curl_z\,\mathbf{F})$$

$$=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F_z}{\partial y}-\frac{\partial F_y}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F_x}{\partial z}-\frac{\partial F_z}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F_y}{\partial x}-\frac{\partial F_x}{\partial y}\right)$$

$$=0 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (39)$$

デアル. (31)式ニ從ヒ此式ハ下記ノ通リニ書イテヨイ.

$$div\ curl\ \mathbf{F}=0 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (40)$$

(VIII). ∇^2 及 $\nabla\cdot\nabla V$; 卽 $\nabla^2 V$.

∇^2 ハ $\nabla\cdot\nabla$ デアル,卽スカラー的ノモノデアル,隨テ

$$\nabla^2=\left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)^2$$

$$=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\quad\ldots\ldots\ldots (41)$$

デアル. 此スカラー的一種ノ微分記號ハ,所謂ラプラースオペレートル[1]ト稱スルモノデアル. 此微分記號ガ,一ノスカラーニ作用スレバ,其結果ハ明ニ,スカラーデアル. 又此記號ガ,一ノベクトルニ作用スレバ,其結果ハ無論ベクトルデアル.

1. Laplace operator.

サテ V ノ *grad* ハ

$$\nabla V=\mathbf{i}\frac{\partial V}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial V}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial V}{\partial z}$$

デアルカラ,∇ ト此ベクトルノスカラー積ハ,(9)及10)式ニ據リ

$$\nabla\cdot\nabla V=\nabla^2 V$$

$$=\left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\cdot\left(\mathbf{i}\frac{\partial V}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial V}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

$$=\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots (42)$$

デアル,コレハ一ノスカラーデアル. 此式ハ下記ノ通リニ,書イテヨイ,

$$div\ grad\ V=\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\quad\ldots\ldots\ldots (43)$$

次ニ ∇^2 ガ,一ノベクトルニ,作用スル場合ヲ考ヤウ. 考フル所ノベクトルヲ,$\mathbf{F}$ デ表ハシ,ソウシテ其 x,y,z スカラー分値ヲ,各々 F_x, F_y, F_z トスレバ

$$\nabla^2\mathbf{F}=\nabla^2(\mathbf{i}F_x+\mathbf{j}F_y+\mathbf{k}F_z)$$

$$=\mathbf{i}\nabla^2F_x+\mathbf{j}\nabla^2F_y+\mathbf{k}\nabla^2F_z\quad\ldots\ldots (44)$$

デアル.

(IX). *curl curl* 卽 *curl*^{2}.

ベクトル $\mathbf{F}$ ノカールノカール,卽 *curl curl* $\mathbf{F}$ ヲ考ヤウ. (35)式ニ據リ,*curl* $\mathbf{F}$ ノカールノスカラー x 分値ハ

$$curl_x(curl\,\mathbf{F})=\frac{\partial}{\partial y}(curl_z\,\mathbf{F})-\frac{\partial}{\partial z}(curl_y\,\mathbf{F})$$

$$=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F_y}{\partial x}-\frac{\partial F_x}{\partial y}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F_x}{\partial z}-\frac{\partial F_z}{\partial x}\right)$$

$\nabla\times[\nabla\times F] = \nabla(\nabla\cdot F) - F(\nabla\cdot\nabla) = -\nabla^2 F + grad(div\, F)$

スカラー　　スカラー

$$= -\frac{\partial^2 F_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 F_x}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}\right)$$

デアル．此式ノ右邊ニ

$$\frac{\partial^2 F_x}{\partial x^2}$$

ヲ加ヘ，ソウシテ又之ヲ減ズレバ，次式ヲ得ル．

$$curl_x\,(curl\,\mathbf{F}) = -\nabla^2 F_x + \frac{\partial}{\partial x}(div\,\mathbf{F}).$$

同様ニ

$$\begin{cases} curl_y\,(curl\,\mathbf{F}) = -\nabla^2 F_y + \frac{\partial}{\partial y}(div\,\mathbf{F}), \\ curl_z\,(curl\,\mathbf{F}) = -\nabla^2 F_z + \frac{\partial}{\partial z}(div\,\mathbf{F}) \end{cases}$$

デアル．故ニ此三式ニ，各々 i, j, k ヲ乘ジ，ソウシテ之ヲ加フレバ

$$\begin{aligned} &\mathbf{i}\,curl_x\,(curl\,\mathbf{F}) + \mathbf{j}\,curl_y\,(curl\,\mathbf{F}) + \mathbf{k}\,curl_z\,(curl\,\mathbf{F}) \\ &= -(\mathbf{i}\nabla^2 F_x + \mathbf{j}\nabla^2 F_y + \mathbf{k}\nabla^2 F_z) \\ &\quad + \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x}(div\,\mathbf{F}) + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y}(div\,\mathbf{F}) + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}(div\,\mathbf{F}) \end{aligned}$$

トナル．然ルニ(44)式ニヨリ

$$-(\mathbf{i}\nabla^2 F_x + \mathbf{j}\nabla^2 F_y + \mathbf{k}\nabla^2 F_z) = -\nabla^2 \mathbf{F}$$

デアリ，ソウシテ(24)式ニヨリ

$$\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x}(div\,\mathbf{F}) + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y}(div\,\mathbf{F}) + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}(div\,\mathbf{F}) = grad\,div\,\mathbf{F}$$

デアルカラ，次記ノ重要ナル式ヲ得ルノデアル．

$$\begin{aligned} curl\,curl\,\mathbf{F} &\equiv curl^2\,\mathbf{F} \\ &= -\nabla^2\mathbf{F} + grad\,div\,\mathbf{F} \quad \ldots\ldots\ldots (45). \end{aligned}$$

記號 *rot* ヲ使用スレバ，此式ハ

$$\begin{aligned} rot\,rot\,\mathbf{F} &\equiv rot^2\,\mathbf{F} \\ &= -\nabla^2\mathbf{F} + grad\,div\,\mathbf{F} \end{aligned}$$

トナル．

觀念ヲ明確ニスル爲メ少シ方法ヲ變ヘテ，更ニ此式ヲ算出シヤウ．$curl^2\,\mathbf{F}$ ハ ∇ ト $\nabla\times\mathbf{F}$ ノベクトル積デアルカラ

$$\begin{aligned} curl^2\,\mathbf{F} &= \nabla\times(\nabla\times\mathbf{F}) \\ &= \left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\times\left\{\mathbf{i}\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\right. \\ &\qquad \left. + \mathbf{j}\left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right) + \mathbf{k}\left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\right\} \end{aligned}$$

デアル，随テ(16)及(17)式ニ據リ

$$\begin{aligned} curl^2\,\mathbf{F} = \mathbf{i}&\left\{\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right)\right\} \\ + \mathbf{j}&\left\{\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\right\} \\ + \mathbf{k}&\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\right\} \end{aligned}$$

デアル．然ルニ i ノ因數ハ

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}\right) \\ &\quad -\left(\frac{\partial^2 F_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_x}{\partial z^2}\right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x}\,div\,\mathbf{F} - \nabla^2 F_x \end{aligned}$$

デアリ，ソウシテ同様ノ關係ガ，上式ニ於ケル j 及 k ノ因數ニモ，成立スルカラ，直ニ次記ノ式ヲ得ルノデアル．

$$
\begin{aligned}
curl^2\mathbf{F} &= \mathbf{i}\left(\frac{\partial}{\partial x}div\,\mathbf{F}-\nabla^2\mathrm{F}_x\right)+\mathbf{j}\left(\frac{\partial}{\partial y}div\,\mathbf{F}-\nabla^2\mathrm{F}_y\right)\\
&\quad+\mathbf{k}\left(\frac{\partial}{\partial z}div\,\mathbf{F}-\nabla^2\mathrm{F}_z\right)\\
&=\left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)div\,\mathbf{F}\\
&\qquad-(\mathbf{i}\nabla^2\mathrm{F}_x+\mathbf{j}\nabla^2\mathrm{F}_y+\mathbf{k}\nabla^2\mathrm{F}_z)\\
&=\nabla\,div\,\mathbf{F}-\nabla^2\mathbf{F}\\
&=-\nabla^2\mathbf{F}+grad\,div\,\mathbf{F}.
\end{aligned}
$$

2. 基礎的電磁方程式.

第二卷第三章第 3 節ニ述ベタ,第一基礎的電磁方程式ハ

$$
\left.\begin{aligned}
4\pi u &= \frac{\partial \mathrm{N}}{\partial y}-\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial z},\\
4\pi v &= \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial z}-\frac{\partial \mathrm{N}}{\partial x},\\
4\pi w &= \frac{\partial \mathrm{M}}{\partial x}-\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial y}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)
$$

デアル. 但此式ニ於テ,電流密度ノ x, y, z 分値 u, v, w ハ,無論電磁單位 C.G.S. デ表ハシテアル.

然ルニ電流ハ,必ズシモ單ニ**導電的電流**[1]ノミニ,限ツテイナイ,否ナ第二卷第三章第 5 節ニ述ベタ通リ,所謂變位電流ト稱スルモノモアル. 此場合ニ於テハ,變位電流ノ x, y, z 分値ハ,各々次式デ與ヘラルルノデアル.

1. Conduction current.

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{\mathrm{K}}{4\pi}\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial t},\\
\frac{\partial g}{\partial t} &= \frac{\mathrm{K}}{4\pi}\frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial t},\\
\frac{\partial h}{\partial t} &= \frac{\mathrm{K}}{4\pi}\frac{\partial \mathrm{Z}}{\partial t}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(2).
$$

此等ノ變位電流ハ,靜電單位 C.G.S. デ表ハシテアルカラ,之ヲ電磁單位 C.G.S. デ表ハスニハ,第一章第 4 節ニ述ベタ關係ニ從ヒ,各々之ヲ c デ除セネバナラヌ,隨テ上式(2)ハ,下記ノ通リニナル.

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{1}{c}\frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{1}{c}\frac{\mathrm{K}}{4\pi}\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial t},\\
\frac{1}{c}\frac{\partial g}{\partial t} &= \frac{1}{c}\frac{\mathrm{K}}{4\pi}\frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial t},\\
\frac{1}{c}\frac{\partial h}{\partial t} &= \frac{1}{c}\frac{\mathrm{K}}{4\pi}\frac{\partial \mathrm{Z}}{\partial t}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(3).
$$

然ルニ變位電流ハ,通常ノ電流ノ如ク,矢張磁的作用ヲ呈スルモノデアルカラ,明ニ(1)式ノ如キ關係ガ成立スル,卽

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{\mathrm{K}}{c}\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathrm{N}}{\partial y}-\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial z},\\
\frac{\mathrm{K}}{c}\frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial z}-\frac{\partial \mathrm{N}}{\partial x},\\
\frac{\mathrm{K}}{c}\frac{\partial \mathrm{Z}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathrm{M}}{\partial x}-\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial y}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)
$$

デアル.

一般ナル場合,卽考フル所ノ電流ガ,導電的電流ト,變位電流トデ,形成スル場合ニ於テハ,所謂第一基礎的電磁方程式ハ,下記ノ通リニナル.

$$\left.\begin{aligned}4\pi u+\frac{K}{c}\frac{\partial X}{\partial t}&=\frac{\partial N}{\partial y}-\frac{\partial M}{\partial z},\\4\pi v+\frac{K}{c}\frac{\partial Y}{\partial t}&=\frac{\partial L}{\partial z}-\frac{\partial N}{\partial x},\\4\pi w+\frac{K}{c}\frac{\partial Z}{\partial t}&=\frac{\partial M}{\partial x}-\frac{\partial L}{\partial y}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(5).$$

但此式ニ於テ, X, Y, Z 及 K ハ,皆靜電單位 C.G.S. デ表ハシテアル.

電流分密度 u, v, w ヲ,電磁單位 C.G.S. デ表ハス代リニ,之ヲ靜電單位 C.G.S. デ表ハストスレバ如何. 考フル所ノ媒體ノ導電率ヲ, k トスレバ,靜電單位 C.G.S. デ表ハシタ,電流分密度ハ各々

$$kX,\ kY,\ kZ$$

デアルカラ,上式(5)ハ

$$\left.\begin{aligned}\frac{4\pi kX}{c}+\frac{K}{c}\frac{\partial X}{\partial t}&=\frac{\partial N}{\partial y}-\frac{\partial M}{\partial z},\\\frac{4\pi kY}{c}+\frac{K}{c}\frac{\partial Y}{\partial t}&=\frac{\partial L}{\partial z}-\frac{\partial N}{\partial x},\\\frac{4\pi kZ}{c}+\frac{K}{c}\frac{\partial Z}{\partial t}&=\frac{\partial M}{\partial x}-\frac{\partial L}{\partial y}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(6)$$

トナル. 但此式ニ於テ, X, Y, Z 及 k, K ハ,皆靜電單位 C.G.S. デ表ハシテアル.

次ニ第二卷第四章第 2 節ニ述ベタ,第二基礎的電磁方程式ハ

$$\left.\begin{aligned}-\frac{\partial a}{\partial t}&=\frac{\partial Z}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial z},\\-\frac{\partial b}{\partial t}&=\frac{\partial X}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial x},\\-\frac{\partial c}{\partial t}&=\frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(7)$$

デアル. 但此式ニ於テ

$$a=\mu L,\ b=\mu M,\ c=\mu N$$

デアル. 考フル所ノ媒體ノ透磁率 μ ノ値ガ, 1 デアル場合ニ於テハ,上式ハ

$$\left.\begin{aligned}-\frac{\partial L}{\partial t}&=\frac{\partial Z}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial z},\\-\frac{\partial M}{\partial t}&=\frac{\partial X}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial x},\\-\frac{\partial N}{\partial t}&=\frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(8)$$

トナル.

上記ノ二式(7)及(8)ニ於テ,電力 X, Y, Z ハ,無論電磁單位 C.G.S. デ表ハシテアル. 然ルニ此電力 X, Y, Z, ヲ,靜電單位 C.G.S. デ表ハスナラ,第一章第 4 節ニ述ベタ關係ニ從ヒ,之ニ各々 c ヲ乘ゼネバナラヌ,隨テ(7)及(8)式ハ

$$\left.\begin{aligned}-\frac{\mu}{c}\frac{\partial L}{\partial t}&=\frac{\partial Z}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial z},\\-\frac{\mu}{c}\frac{\partial M}{\partial t}&=\frac{\partial X}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial x},\\-\frac{\mu}{c}\frac{\partial N}{\partial t}&=\frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(9),$$

$$\left.\begin{aligned}-\frac{1}{c}\frac{\partial L}{\partial t}&=\frac{\partial Z}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial z},\\-\frac{1}{c}\frac{\partial M}{\partial t}&=\frac{\partial X}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial x},\\-\frac{1}{c}\frac{\partial N}{\partial t}&=\frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(10).$$

サテ電磁方程式ニ於テ,吾人ガ處理スル所ノ量ニハ,二種類ガアル,卽一ハ電氣ニ關スル量ト,一ハ磁氣ニ關スル量デアル. 故

ニ複雜ニ陷ラヌ爲メ,否ナ力メテ簡明ニスル爲メ,總テ電氣ニ關スル量ハ,之ヲ靜電單位 C.G.S. デ表ハシ,之ニ反シ,總テ磁氣ニ關スル量ハ,之ヲ電磁單位 C.G.S. デ表ハスコトガ,得策デアリ,有利デアル. 此ノ如キ,特別ナル單位系ヲ名ヅケテ,ガウス系[1]ト謂フノデアル.

第(1)式及第(5)式ニ於ケル,電氣的量,卽電流 u, v, w ハ,電磁單位 C.G.S. デ表ハシテアル. 又第(7)式及第(8)式ニ於ケル,電氣的量,卽電力 X, Y, Z ハ,矢張電磁單位 C.G.S. デ表ハシテアル. 故ニ此等ノ諸式ハ,ガウス系ニ據ラヌモノデアル. 然ルニ之ニ反シ,第(4)式ト,第(5)式ニ於ケル,電氣的量,卽變位電流ハ,靜電單位 C.G.S. デ表ハシテアリ,又第(6)式ニ於ケル,電氣的量,卽導電的電流ト,變位電流ハ,靜電單位 C.G.S. デ表ハシテアリ,ソウシテ又第(9)式ト第(10)式ニ於ケル,電氣的量,卽電力 X, Y, Z ハ,靜電單位 C.G.S. デ表ハシテアル. 故ニ第(4),第(6),第(9)及第(10)式ハ,全クガウス系ニ據ルモノデアル. ガウス系ニ準據スルトキハ,因數 c ヲ適當ニ,使用スレバヨイ. 實ニ電氣的量ト,磁氣的量ニ關スル單位ハ,第一章第4節ニ述ベタ通リ,決シテ簡單ナルモノデナイカラ,此等ノ量ヲ處理スル際ニハ,靜電單位ト,電磁單位ノ相互關係ニ就キ,充分留意セネバナラヌノデアル.

終リニ言フ可キ大切ナコトガアル. ソレハベクトル解析ヲ利用シテ,電磁方程式ヲ,書キ表ハスコトデアル. 上記ノ諸式ニ於ケル,電力ト磁力ハ,各々一ノ値ト,一ノ方向ヲ有スルモノデ,無論ベクトル量デアル. 此ベクトル的電力ヲ, **E** デ表ハセバ

1. Gaussian system.

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}X + \mathbf{j}Y + \mathbf{k}Z \quad \ldots\ldots (11)$$

デアル. 又ベクトル的磁力ヲ, **H** デ表ハセバ

$$\mathbf{H} = \mathbf{i}L + \mathbf{j}M + \mathbf{k}N \quad \ldots\ldots (12)$$

デアル. 然ルニ一般ナル場合トシテ,考フル所ノ媒體ノ透磁率ノ値ガ,1デナイ場合ニ於テハ,磁力 **H** ノ代リニ,所謂磁氣感應ト稱スルベクトル量ヲ,考ヘネバナラヌ. 此量ヲ **B** デ表ハセバ

$$\mathbf{B} = \mathbf{i}a + \mathbf{j}b + \mathbf{k}c \quad \ldots\ldots (13)$$

$$= \mathbf{i}\mu L + \mathbf{j}\mu M + \mathbf{k}\mu N \quad \ldots\ldots (14)$$

デアル. 次ニ導電的電流モ亦,無論ベクトル量デアッテ,之ヲ q デ表ハセバ

$$q = \mathbf{i}u + \mathbf{j}v + \mathbf{k}w \quad \ldots\ldots (15)$$

デアル.

故ニ(1), (4), (5), (6), (7), (8), (9)及(10)式ハ,各々下記ノ通リニ,書キ表ハシテヨイノデアル.

$$4\pi\mathbf{q} = curl\,\mathbf{H} \quad \ldots\ldots (16),$$

$$\frac{K}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = curl\,\mathbf{H} \quad \ldots\ldots (17),$$

$$4\pi\mathbf{q} + \frac{K}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = curl\,\mathbf{H} \quad \ldots\ldots (18),$$

$$\frac{4\pi k}{c}\mathbf{E} + \frac{K}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = curl\,\mathbf{H} \quad \ldots\ldots (19),$$

$$-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = curl\,\mathbf{E} \quad \ldots\ldots (20),$$

$$-\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = curl\,\mathbf{E} \quad \ldots\ldots (21),$$

$$-\frac{\mu}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = curl\,\mathbf{E} \quad \ldots\ldots (22),$$

$$-\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = curl\,\mathbf{E} \ldots\ldots\ldots\ldots (23).$$

次ニ電力ト磁力ニ關シテ,考フ可キ大切ナ條件ガアル. 第二卷第一章第4節ヲ參照スレバ,直ニ分カル通リ,電荷ノ存在セザル場所ニ於テハ,次ノ方程式ガ成立スル.

$$\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}=0 \ldots\ldots\ldots (24).$$

又第二卷第二章第6節ヲ參照スレバ,直ニ分カル通リ,磁氣ノ存在セザル場所ニ於テハ,次ノ方程式ガ成立スル.

$$\frac{\partial L}{\partial x}+\frac{\partial M}{\partial y}+\frac{\partial N}{\partial z}=0 \ldots\ldots\ldots (25).$$

故ニ此重要ナル二式(24)ト(25)ヲ,ベクトル式デ表ハセバ,各々明ニ

$$\begin{cases} div\,\mathbf{E}=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (26), \\ div\,\mathbf{H}=0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (27) \end{cases}$$

デアル.

3. 波動微分方程式.

次ノ微分方程式ヲ考ヤウ.

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

此重要ナル式ハ,何ヲ表ハスカト云フト,コレハ波動ヲ表ハスノデアル. χ ハ時 t ト,坐標 x ノ函數デアルカラ,上式ノ解ハ,$(x-vt)$ ノ任意函數[1],即

1. Arbitrary function.

$$\chi = f(x-vt) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

デアルトシヤウ. 此任意函數 f ガ,果シテ(1)式ノ解デアルト云フコトハ,之ヲ此式ニ置換シテミレバ,直ニ分カルノデアル.

(2)式ヲ t ニ對シテ微分スレバ

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{df(x-vt)}{d(x-vt)}\,\frac{\partial(x-vt)}{\partial t}$$

$$= -vf'$$

トナル. 但此式ニ於テ

$$f' = \frac{df(x-vt)}{d(x-vt)}$$

デアル.

更ニ上式ヲ,t ニ對シテ微分スレバ,明ニ

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = v^2 f'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

デアル. 次ニ(2)式ヲ,x ニ對シテ二回微分スレバ

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} = f'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

デアル. 此等ノ微分係數(3)ト(4)ヲ,(1)式ニ置換スレバ,明ニ滿足スル,隨テ(2)式ハ(1)式ノ一ノ解デアル.

上記任意函數 $f(x-vt)$ ノ外ニ,又他ノ任意函數 $f(x+vt)$ モ,矢張明ニ(1)式ヲ滿足スル. 故ニ(1)式ノ一般ナル解ハ,次式デ表ハスコトガ,出來ルノデアル.

$$\chi = f_1(x-vt)+f_2(x+vt) \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

然ラバ此任意函數 f_1 ト f_2 ハ,果シテ何ヲ表ハスノデアル乎. 其物理的意味ヲ,明カニスルコトガ,無論必要デアル. ソコデ先ヅ第一ニ,函數 f_1 ヲ考ヤウ. 此函數ニ相當スル,χ ノ値ヲ χ_1 デ表

ハソウ,卽

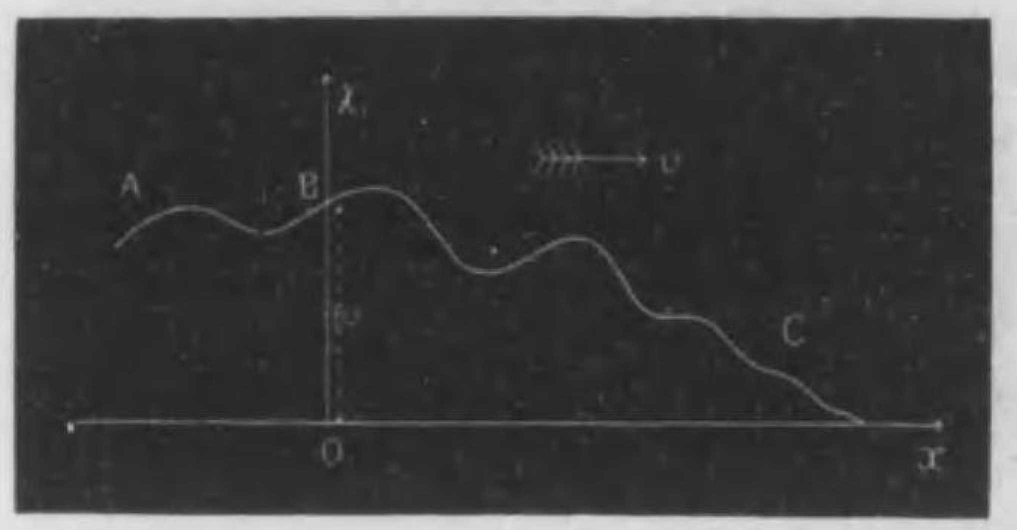
$$\chi_1 = f_1(x-vt) \quad \ldots\ldots (6)$$

トシヤウ. 簡單ナル爲メ,假ニ時刻零,卽 $t=0$ ノトキヲ考ヤウ. 此場合ニ於テハ,上式ハ

$$\chi_1 = f_1(x) \quad \ldots\ldots (7)$$

トナル,卽 χ_1 ハ x ノ任意函數デアル.

第5圖ニ示ス,曲線 ABC ハ,時刻 $t=0$ ニ於ケル,函數 f_1 ヲ坐標 x ノ函數トシテ表ハシテヲル.



5

然ラバ他ノ時刻 t ニ於テ,此函數ハ如何ナル形ヲトルノデアル乎. 此問ニ對スル答ハ,甚ダ簡單デアル. 今假ニ坐標ノ原點O, 卽 $x=0$ ナル所ヲ考フルニ, $t=0$ ナルトキニハ,函數 f_1 ハ次記ノ値ヲトル.

$$f_1(o).$$

然ルニ次記ノ條件

$$x-vt = 0 \quad \ldots\ldots (8),$$

卽

$$x = vt \quad \ldots\ldots (9)$$

デアルトキハ,函數 f_1 ハ同一ノ値,卽 $f_1(o)$ ヲトルノデアル. 由是觀之バ,

$$t = \frac{x}{v}$$

ト云フ時刻ニ, x ト云フ場所ニ於ケル,函數 f_1 ノ値ハ,矢張 $f_1(o)$ デ

アル. 換言スレバ, $f_1(o)$ ハ速度 v ヲ以テ,圖ニ矢デ示ス如ク, x 軸ノ正方向ニ進行スルノデアル. 再言スレバ,圖ニ示ス如キ,任意形狀ヲ有スル,一種ノ波動ガ,此形狀ヲ保留シ,其ノママ x 軸ノ方向ニ傳播スルノデアル. ソコデ,此ノ如キ波動

$$f_1(x-vt)$$

ヲ,前進波[1]ト名ヅケヤウ. 此ノコトハ,議論ヲ簡單ニスル爲メ,坐標ノ原點Oニ就テ考ヘタノデアルガ,無論他ノ任意點ニ就テ考ヘテモ,同樣ノ結果ニ歸着スルノデアル.

次ニ任意函數

$$f_2(x+vt)$$

ハ,如何ナルモノデアルカト云フト,上記ノ議論カラ一考スレバ,直ニ分カル通リ,コレハ x 軸ノ負方向ニ,却進スル一ノ波動ヲ表ハシテヲル. 此ノ如キ波動ヲ,却進波[2]ト名ヅケヤウ.

上述ノ函數 f_1 ト f_2 ハ,任意ノ形狀ヲ有スルモノデ,何等之ニ制限ヲ附シテナイ. 然ルニ實際吾人ガ處理スル波動ハ,餘弦波[3]又ハ正弦波[4]ノ場合ガ多イ,隨テ此場合ニ於テハ, f_1 ハ

$$\cos(x-vt)$$

又ハ

$$\sin(x-vt)$$

トナル.

一例トシテ,以下餘弦波ヲ考ヤウ. 餘弦波ハ

$$\cos(x-vt)$$

デ表ハス代リニ,一般ニ之ヲ

1. Advancing wave. 2. Retrograding wave. 3. Cosine wave. 4. Sine wave.

$$\chi = \mathrm{A}\cos a\,(x-vt). \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

デ表ハソウ．χ ハ坐標 x ニ對シテモ,又時 t ニ對シテモ,週期的ノモノデアルガ,今先ヅ x ヲ不變トシ,t ヲ或ル時間 T ダケ增シ,ソウシテ次記ノ關係ガ,成立スルトシヤウ．

$$\cos a\,(x-vt) = \cos a\left\{x-v(t+\mathrm{T})\right\}.$$

此關係ガ成立スルニハ

$$a\,v\,\mathrm{T} = 2\pi$$

デアラネバナラヌ,隨テ

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi}{av} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

デアラネバナラヌ．此 T ハ波動ニ於ケル,所謂週期[1]ト稱スルモノデアル．

次ニ t ヲ不變トシ,x ヲ或ル長サ λ ダケ增シ,ソウシテ次記ノ關係ガ成立スルトシヤウ．

$$\cos a\,(x-vt) = \cos a\left\{(x+\lambda)-vt\right\}.$$

此關係ガ成立スルニハ

$$a\lambda = 2\pi,$$

隨テ

$$\lambda = \frac{2\pi}{a}$$

デアラネバナラヌ．此 λ ハ波動ニ於ケル,所謂波長[2]ト稱スルモノデアル．又此式ト,(11)式トニヨリ

$$v = \frac{\lambda}{\mathrm{T}} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

デアツテ,コレハ波動ノ速度デアル．

1. Period. 2. Wave length.

上式(10)ニ,a ノ値ヲ置換スレバ,

$$\chi = \mathrm{A}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)$$

トナル,隨テ之ニ v ノ値ヲ置換スレバ

$$\chi = \mathrm{A}\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{\mathrm{T}}\right)$$

$$= \mathrm{A}\cos 2\pi\left(\frac{t}{\mathrm{T}}-\frac{x}{\lambda}\right) \quad\ldots\ldots\ldots (13)$$

トナルノデアル．

上ニ述ベ來リタル議論ニ於テハ,χ ハ微分方程式(1),卽

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}$$

デ決定サレ,坐標ノ函數トシテハ,單ニ x ノミニ關係スルノデアル．ソコデ,今一步ヲ進メ,χ ガ此ノ如ク,單一坐標 x ノミノ代リニ,三坐標 x, y, z ノ函數デアル場合ヲ考ヤウ．此一般ナル場合ニ於テハ,χ ハ次記ノ微分方程式デ,決定スルノデアル．

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} = v^2\nabla^2\chi$$

$$= v^2\left(\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\chi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\chi}{\partial z^2}\right) \quad\ldots\ldots (14).$$

此ノ式ノ解ハ,何デアルカト云フト,次式ハ其一解デアル．

$$\chi = \mathrm{A}\cos 2\pi\left(\frac{t}{\mathrm{T}}-\frac{r}{\lambda}\right) \quad\ldots\ldots\ldots (15).$$

但此式ニ於テ,r ハ坐標ノ原點ト,考フル所ノ任意點トノ距離デアル,卽第 6 圖ニ示ス通リ,r ハ OP ヲ表ハシテヲル．P ノ坐標ヲ x, y, z トシ, OP ノ方向餘弦ヲ, l, m, n トスレバ,

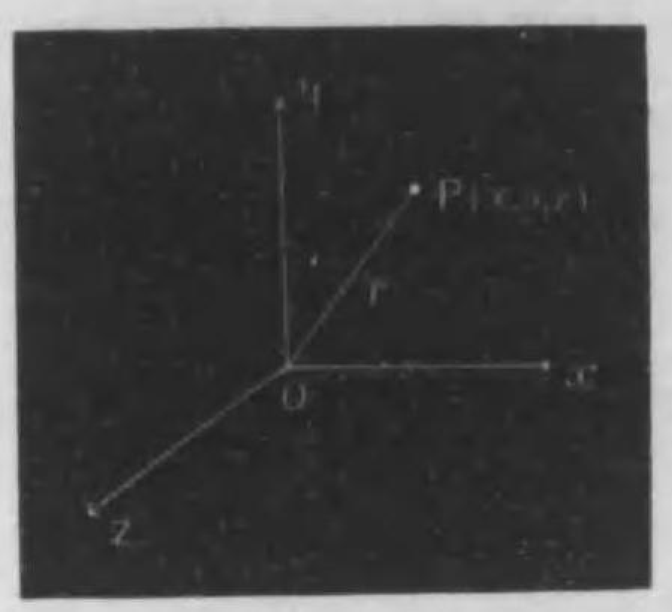
$$r = lx+my+nz \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

デアル.

上式(15)ヲ, t, x, y, z ニ對シテ,各々二回微分シ,ソウシテ

$$\begin{cases} l^2+m^2+n^2=1, \\ \dfrac{\lambda}{T}=v \end{cases}$$

ト云フ關係ヲ考フレバ, (15)式ガ(14)式ノ解デアルト云フコトハ,直ニ分カルノデアル. 上式(15)ハ,一ノ平面波[1]ヲ表ハスノデアル,ソウシテ其進行ノ方向ハ,矢デ示ス如ク, OP ノ方向デアル.



6

此所ニ一言ス可キコトガアル. (2)式卽任意函數

$$f(x-vt)$$

ハ,上ニ述ベタ通リ,(1)式ノ解デアル,ソウスレバ任意函數

$$f\left(t-\frac{x}{v}\right)$$

モ亦,(1)式ノ解デアル. 然リ(10)式ハ,前型ニ屬ス,然ルニ(15)式ハ,後型ニ屬スルノデアル.

上ニ述ベタル(15)式ハ,一般波動微分方程式(14)ノ特解,卽一ノ平面波ニ關スルモノデアル. ソコデ終リニ,以下球面波[2]ニ關スル解ヲ,說述シヤウ.

此場合ニ於テハ, χ ハ r ト t ノ函數デアル. 今此所ニ一ノ新ナル函數 φ, 卽

$$\varphi=\chi r \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

ヲ使用シヤウ. ソウスルト

1. Plane wave. 2. Spherical wave.

$$r^2=x^2+y^2+z^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

デアルカラ

$$\frac{\partial\chi}{\partial x}=\frac{\partial\chi}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\varphi}{r}\right)\cdot\frac{x}{r}$$

$$=\left(-\frac{\varphi}{r^3}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)x$$

デアル,隨テ更ニ x ニ對シテ,之ヲ微分スレバ

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}=\left(-\frac{\varphi}{r^3}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)+x\frac{\partial}{\partial r}\left(-\frac{\varphi}{r^3}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)\frac{\partial r}{\partial x}$$

$$=-\frac{\varphi}{r^3}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{x^2}{r}\left(\frac{3\varphi}{r^4}-\frac{3}{r^3}\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}\right)$$

デアル. 又同樣ニ

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2\chi}{\partial y^2}=-\dfrac{\varphi}{r^3}+\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial\varphi}{\partial r}+\dfrac{y^2}{r}\left(\dfrac{3\varphi}{r^4}-\dfrac{3}{r^3}\dfrac{\partial\varphi}{\partial r}+\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}\right), \\ \dfrac{\partial^2\chi}{\partial z^2}=-\dfrac{\varphi}{r^3}+\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial\varphi}{\partial r}+\dfrac{z^2}{r}\left(\dfrac{3\varphi}{r^4}-\dfrac{3}{r^3}\dfrac{\partial\varphi}{\partial r}+\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}\right) \end{cases}$$

デアル. 故ニ明ニ

$$\nabla^2\chi=\frac{1}{r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

デアル,隨テ(14)式ハ

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}=\frac{v^2}{r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (20)$$

トナル. 然ルニ(17)式ニヨリ

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}=\frac{1}{r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}$$

デアルカラ

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=v^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

デアル,随テ本節ノ始ニ述ベタ様ニ,此式ノ解ハ

$$\varphi = f_1(r-vt)+f_2(r+vt)\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(22)$$

デアル. 但此式ニ於テ, f_1 ト f_2 ハ各々 $(r-vt)$ ト $(r+vt)$ ノ任意函數デアル.

故ニ球面波ハ,次式ニヨツテ表ハサル.

$$\chi = \frac{1}{r}\left\{f_1(r-vt)+f_2(r+vt)\right\}\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(23).$$

此式ノ第一項ハ,前ニ述ベタ様ニ,前進球面波ヲ表ハシ,ソウシテ,第二項ハ,却進球面波ヲ表ハスノデアル.

此所ニ附記ス可キコトガアル. 上記ノ式(20)ハ,又明ニ下記ノ通リニ,書キ表ハシテヨイ.

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} = \frac{v^2}{r}\frac{\partial^2(\chi r)}{\partial r^2}\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(24),$$

$$= \frac{v^2}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\chi}{\partial r}\right)\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(25).$$

4. 電磁波.

第2節ニ述ベタ通リ,考フル所ノ媒體ガ,導電性ヲ有セザル場合ニ於テハ,基礎的電磁方程式ハ

$$\left.\begin{aligned}\frac{K}{c}\frac{\partial X}{\partial t} &= \frac{\partial N}{\partial y}-\frac{\partial M}{\partial z},\\ \frac{K}{c}\frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{\partial L}{\partial z}-\frac{\partial N}{\partial x},\\ \frac{K}{c}\frac{\partial Z}{\partial t} &= \frac{\partial M}{\partial x}-\frac{\partial L}{\partial y}\end{aligned}\right\}\,.\,.\,.\,(1),\qquad \left.\begin{aligned}-\frac{\mu}{c}\frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial z},\\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial x},\\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y}\end{aligned}\right\}\,.\,.\,(2)$$

デアル.

上記(1)ノ第一式ニ, μ/c ヲ乗ジテ,之ヲ t ニ對シテ微分スレバ

$$\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2X}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu}{c}\frac{\partial N}{\partial t}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu}{c}\frac{\partial M}{\partial t}\right)$$

トナルカラ,上記(2)ノ第二式ト,第三式トニ據リ

$$\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2X}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial X}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial x}\right)$$

$$= \frac{\partial^2X}{\partial x^2}+\frac{\partial^2X}{\partial y^2}+\frac{\partial^2X}{\partial z^2}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}\right)$$

デアル. 然ルニ第2節ニ述ベタ通リ

$$\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z} = 0\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(3)$$

デアル,随テ上式ハ下記ノ通リニナル.

$$\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2X}{\partial t^2} = \frac{\partial^2X}{\partial x^2}+\frac{\partial^2X}{\partial y^2}+\frac{\partial^2X}{\partial z^2}$$

$$= \nabla^2X\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(4).$$

同様ノ算法ニ由リ,又直ニ次記ノ微分方程式ヲ得ルノデアル.

$$\left\{\begin{aligned}\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2Y}{\partial t^2} &= \nabla^2Y\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(5),\\ \frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2Z}{\partial t^2} &= \nabla^2Z\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(6).\end{aligned}\right.$$

次ニ上記(2)ノ第一式ニ, K/c ヲ乗ジテ,之ヲ t ニ對シテ微分スレバ

$$-\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2L}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{K}{c}\frac{\partial Z}{\partial t}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{K}{c}\frac{\partial Y}{\partial t}\right)$$

トナルカラ,上記(1)ノ第二式ト,第三式トニ據リ

$$\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2L}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial M}{\partial x}-\frac{\partial L}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial L}{\partial z}-\frac{\partial N}{\partial x}\right)$$

$$= \frac{\partial^2L}{\partial x^2}+\frac{\partial^2L}{\partial y^2}+\frac{\partial^2L}{\partial z^2}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial L}{\partial x}+\frac{\partial M}{\partial y}+\frac{\partial N}{\partial z}\right)$$

デアル. 然ルニ第2節ニ述ベタ通リ

$$\frac{\partial L}{\partial x}+\frac{\partial M}{\partial y}+\frac{\partial N}{\partial z}=0 \quad \dots\dots\dots\dots (7)$$

デアル,隨テ上式ハ下記ノ通リニナル.

$$\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 L}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 L}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 L}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 L}{\partial z^2}$$

$$=\nabla^2 L \quad \dots\dots\dots\dots (8)$$

同樣ノ算法ニ由リ,又直ニ次記ノ微分方程式ヲ得ルノデアル.

$$\begin{cases} \dfrac{K\mu}{c^2}\dfrac{\partial^2 M}{\partial t^2}=\nabla^2 M \quad \dots\dots\dots\dots (9), \\ \dfrac{K\mu}{c^2}\dfrac{\partial^2 N}{\partial t^2}=\nabla^2 N \quad \dots\dots\dots\dots (10). \end{cases}$$

上記電力ノ x, y, z 分力,卽 X, Y, Z ニ關スル微分方程式,(4),(5),(6)式ト,磁力ノ x, y, z 分力,卽 L, M, N ニ關スル微分方程式,(8),(9),(10)ハ,皆全ク同型ノモノデアル. 此等ノ諸式ハ,第3節ノ(14)式ト比較スレバ,直ニ分カル通リ,皆波動ヲ表ハシテヲル,ソウシテ其速度ハ明ニ

$$v=\frac{c}{\sqrt{K\mu}} \quad \dots\dots\dots\dots (11)$$

デアル.

綜合電力ヲEトシ,ソウシテ綜合磁力ヲトHスレバ,三式(4),(5),(6)及三式(8),(9),(10)ハ,各々之ヲ一括シ,明ニ下記ノベクトル式デ表ハシヨイ.

$$\begin{cases} \dfrac{K\mu}{c^2}\dfrac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}=\nabla^2 \mathbf{E} \quad \dots\dots\dots\dots (12), \\ \dfrac{K\mu}{c^2}\dfrac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}=\nabla^2 \mathbf{H} \quad \dots\dots\dots\dots (13). \end{cases}$$

此重要ナル前式(12)ハ,所謂**電波**[1]ト稱スルモノヲ表ハシ,ソウシテ後式(13)ハ,所謂**磁波**[2]ト稱スルモノヲ表ハスノデアル. 此電磁波說ハ,1864年ニ,英國否ナ世界物理學界ノ一大偉人マクスウエル[3]ガ,創考論出シタモノデアル. 此說ニ從ヘバ,光波ト云フモノハ,一種ノ**電磁波**[4]デアル. 是レ卽マクスウエルノ所謂**電磁光說**[5]ト稱スルモノデアル. 然リ光ハ實ニ一ノ電波デアルト,吾人ハ考定スルノデアル.

上述ノ議論ハ,一般的ナルモノデアルガ,此所ニ特別ナル場合,シカモ甚ダ重要ナル場合ヲ考ヤウ. 此所ニ一ノ平面的電波及磁波ガアツテ,其進行ノ方向ヲ,x 軸ノ方向トシヤウ. 此場合ニ於テハ,電力及磁力ハ,yz 平面上ニ於テハ,到ル所一定ノ値ヲ有ス,隨テ坐標 y 及 z ニ對スル,其微分係數ハ零デアルカラ,(1)及(2)式ハ,各々下記ノ通リニナル.

$$\left.\begin{aligned} \frac{K}{c}\frac{\partial X}{\partial t}&=0, \\ \frac{K}{c}\frac{\partial Y}{\partial t}&=-\frac{\partial N}{\partial x}, \\ \frac{K}{c}\frac{\partial Z}{\partial t}&=\frac{\partial M}{\partial x} \end{aligned}\right\}\dots (14), \qquad \left.\begin{aligned} \frac{\mu}{c}\frac{\partial L}{\partial t}&=0, \\ \frac{\mu}{c}\frac{\partial M}{\partial t}&=\frac{\partial Z}{\partial x}, \\ \frac{\mu}{c}\frac{\partial N}{\partial t}&=-\frac{\partial Y}{\partial x} \end{aligned}\right\}\dots (15).$$

次ニ考フル所ノ場合ニ於テハ,(3)式ト,(7)式ニ於ケル,第二項ト第三項ハ,各々零デアルカラ明ニ

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial x}&=0, \\ \frac{\partial L}{\partial x}&=0 \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots\dots (16)$$

1. Electric wave.　2. Magnetic wave.　3. Maxwell.
4. Electromagnetic wave.　5. Electromagnetic theory of light.

デアル,隨テ (4),(5),(6) 式ト,(8),(9),(10)式ハ,各々下記ノ形ヲトル.

$$\left.\begin{aligned}\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 X}{\partial t^2}&=0,\\ \frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}&=\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2},\\ \frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}&=\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}\end{aligned}\right\}\ldots(17),\qquad \left.\begin{aligned}\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 L}{\partial t^2}&=0,\\ \frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 M}{\partial t^2}&=\frac{\partial^2 M}{\partial x^2},\\ \frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 N}{\partial t^2}&=\frac{\partial^2 N}{\partial x^2}\end{aligned}\right\}\ldots(18).$$

(14)及(15)ノ第一式ヲ見レバ,明カナル通リ,電力ノx分力Xト磁力ノx分力Lハ,共ニ時tニ無關係デアル. 又(16)式ヲ見レバ,明カナル通リ,此等ノ分力ハ,坐標xニ無關係デアル. 然ルニ考フル所ノ問題ハ,波動ニ關スルモノ,隨テ**週期的現象**[1]ニ關スルモノデアルカラ,電力ノx分力ハ零デアリ,又磁力ノx分力モ零デアル,卽

$$\left.\begin{aligned}X&=0,\\ L&=0\end{aligned}\right\}$$

デアルト斷定シテヨイ,換言スレバ,電波モ磁波モ,無論各々全ク**横波**[2]デアツテ,固ヨリ少モ**縱的分値**[3]ヲ有セザルモノデアル.

翻テ之ヲ考フルニ,上記ノ(12)及(13)式,(14)及(15),(17)及(18)式等ハ,ベクトル解析ヲ使用シ,下記ノ通リ,之ヲ算出スルコトガ出來ル. 第2節ニ述ベタ通リ,(1),(2),(3)及(7)式ハ,各々次記ノベクトル式デ,之ヲ表ハシテヨイ.

$$\left\{\begin{aligned}\frac{K}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}&=curl\,\mathbf{H}\ldots\ldots\ldots\ldots(19),\\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}&=curl\,\mathbf{E}\ldots\ldots\ldots\ldots(20),\\ div\,\mathbf{E}&=0\ \ldots\ldots\ldots\ldots(21),\\ div\,\mathbf{H}&=0\ \ldots\ldots\ldots\ldots(22).\end{aligned}\right.$$

1. Periodic phenomenon. 2. Transverse wave. 3. Longitudinal Component.

(19)式ニ *curl* 作用ヲ施ストキハ

$$\frac{K}{c}\frac{\partial}{\partial t}curl\,\mathbf{E}=curl^2\,\mathbf{H}$$

トナル. 然ルニ(20)式ヲ,tニ對シテ微分シ,其兩邊ニK/cヲ乘ズレバ

$$-\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}=\frac{K}{c}\frac{\partial}{\partial t}curl\,\mathbf{E}$$

トナル. 故ニ此二式ヲ加フレバ

$$-\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}=curl^2\,\mathbf{H}$$

ヲ得ル. トコロガ,第1節ノ第(45)式ニ據リ

$$curl^2\,\mathbf{H}=-\nabla^2\mathbf{H}+grad\,div\,\mathbf{H}$$

デアル,隨テ本論ノ場合ニハ,(22)式ガ示ス關係ガ成立スルカラ,直ニ次ノベクトル式ヲ得ル.

$$\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}=\nabla^2\mathbf{H}\ \ldots\ldots\ldots\ldots(23).$$

同樣ノ運算ニ由リ,又直ニ次ノベクトル式ヲ得ルノデアル.

$$\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}=\nabla^2\mathbf{E}\ldots\ldots\ldots\ldots(24).$$

次ニ

$$\left\{\begin{aligned}\mathbf{E}&=\mathbf{i}X+\mathbf{j}Y+\mathbf{k}Z,\\ curl\,\mathbf{H}&=\mathbf{i}\left(\frac{\partial N}{\partial y}-\frac{\partial M}{\partial z}\right)+\mathbf{j}\left(\frac{\partial L}{\partial z}-\frac{\partial N}{\partial x}\right)+\mathbf{k}\left(\frac{\partial M}{\partial x}-\frac{\partial L}{\partial y}\right)\end{aligned}\right.$$

デアルカラ,前記平面的電波ト磁波ノ場合ニ於テハ,(19)式ニ**i**,**j**,**k**ヲ順次ニ乘ジテ,各々其スカラー積ヲ求ムレバ

$$\begin{cases} \mathbf{i}\cdot\left(\frac{K}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)=0, \\ \mathbf{j}\cdot\left(\frac{K}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)=-\frac{\partial N}{\partial x}, \\ \mathbf{k}\cdot\left(\frac{K}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)=\frac{\partial M}{\partial x}, \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} \frac{K}{c}\frac{\partial X}{\partial t}=0, \\ \frac{K}{c}\frac{\partial Y}{\partial t}=-\frac{\partial N}{\partial x}, \\ \frac{K}{c}\frac{\partial Z}{\partial t}=\frac{\partial M}{\partial x} \end{cases}$$

デアル. 同様ニ(20)式カラシテ,直ニ次式ヲ得ル.

$$\begin{cases} \frac{\mu}{c}\frac{\partial L}{\partial t}=0, \\ \frac{\mu}{c}\frac{\partial M}{\partial t}=\frac{\partial Z}{\partial x}, \\ \frac{\mu}{c}\frac{\partial N}{\partial t}=-\frac{\partial Y}{\partial x}. \end{cases}$$

上記括弧ヲ附スル式ハ,何デアルカト云フト,コレハ即各々前ニ述ベタ,(14)式ト(15)式デアル.

7

サテ問題ヲ簡單ニスル爲メ,平面的電波及磁波ニ於テ,電力ハリ分力Yノミ,磁力ハミ分力Nノミデアルトシヤウ. 第7圖ハ,此ノ如キ電磁波ガ,x軸ノ方向ニ進ム場合ヲ示ス. 此ノ場合ニ於テハ,(14)及(15)式ハ,各々

$$\begin{cases} \frac{K}{c}\frac{\partial Y}{\partial t}=-\frac{\partial N}{\partial x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (25), \\ \frac{\mu}{c}\frac{\partial N}{\partial t}=-\frac{\partial Y}{\partial x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (26) \end{cases}$$

トナル. 隨テ又(17)及(18)式ハ,各々下記單獨ノ式トナル.

$$\begin{cases} \frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (27), \\ \frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 N}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (28). \end{cases}$$

上記(27)式ノ解ハ,何デアルカト云フト,第3節ニ述ベタ通リ,一般ニ言ヘバ

$$Y=f_1(x-vt)+f_2(x+vt) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

デアル. 但此式ニ於テ

$$v=\frac{c}{\sqrt{K\mu}}$$

デアル. 此所ニ一言ス可キコトガアル. 考フル所ノ媒體ガ,空氣デアル場合ニハ, K=1, μ=1 デアルカラ,速度vハ光波ノ速度,即cニ等イノデアル.

次ニ磁力ハ,下式デ與ヘラル.

$$N=\sqrt{\frac{K}{\mu}}\left\{f_1(x-vt)-f_2(x+vt)\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (30).$$

此電力Yト磁力Nノ値ハ,(25)及(26)式ヲ滿足スル. コレハYトNヲ,此二式ニ置換スレバ,直ニ分カルノデアル. 電力Yノ値ガ,(29)式デ示サルルコトガ分カツテヲレバ,磁力Nノ値ハ,無論(26)式ヲ使用シテ,直ニ算出スルコトガ出來ル. 即(29)式ヲxニ對シテ微分シ,其値ヲ(26)式ニ置換シ,ソウシテ之ヲtニ對シ積分スレバ,磁力Nノ値ガ決定スル,即(30)式ヲ得ルノデアル. 光學的ニ

言ヘバ,上記(29)ト(30)式ニヨツテ,與ヘラルル電波ト磁波ハ,共ニ**平面的偏向波**[1]デアル. 卽電波ニ於テハ,其電力振動ノ方向ハ,y 軸ノ方向ニ極限セラレ,又磁波ニ於テハ,其ノ磁力振動ノ方向ハ,z 軸ノ方向ニ極限セラルルノデアル. (29)及(30)式ハ,一般解デアルガ,電磁波論ニ於テハ,其特別ナル場合ガ重要デアル. 第3節ニ述ベタ通リ,前進波ノミヲ考フレバ,電波及磁波ハ,各々次式デ表ハシテヨイ.

$$\begin{cases} \mathrm{Y} = \mathrm{A}\cos 2\pi\left(\dfrac{t}{\mathrm{T}}-\dfrac{x}{\lambda}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (31), \\ \mathrm{N} = \sqrt{\dfrac{\mathrm{K}}{\mu}}\,\mathrm{A}\cos 2\pi\left(\dfrac{t}{\mathrm{T}}-\dfrac{x}{\lambda}\right) \quad \ldots\ldots (32). \end{cases}$$

但此式ニ於テ,T ハ振動週期ヲ表ハシ,ソウシテ λ ハ,波長ヲ表ハシテヲル.

電波及磁波ハ,無論時ニ對シテモ,又坐標ニ對シテモ,週期的ノモノデアルカラ,之ヲ處理スル手段トシテ,複素數函數ヲ使用スルコトガ,場合ニヨツテハ,甚ダ有利デアル. 然リ後節ヲ見レバ,分カル通リ,電磁波ニ關スル議論ニ於テハ,此ノ如キ便宜法ガ,屢々利用サルルノデアル. ヨク知レテヲル通リ,e ヲ自然對數ノ底數トシ,ソウシテ $i=\sqrt{-1}$ トシ, $p=2\pi/\mathrm{T}$ トスレバ

$$\begin{cases} e^{ipt} = \cos pt + i\sin pt, \\ e^{ip(t-qx)} = \cos p(t-qx) + i\sin p(t-qx) \end{cases}$$

デアルカラ,運算ノ際,上式ノ左邊ニ於ケル複素數函數ヲ,使用スルコトガ,明ニ便利デアリ,簡單デアル.

サテ前ニ述ベタ場合,卽平面的電磁波ガ, x 軸ノ方向ニ進行ス

1. Plane-polarized wave.

ル場合ニ於テハ,電力及磁力ハ,明ニ次型ノ式デ,表ハスコトガ出來ル.

$$\chi = \mathrm{B}\,e^{ip(t-qx)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (33).$$

此場合ニ於テハ明ニ

$$\frac{\partial}{\partial y} = 0,\ \frac{\partial}{\partial z} = 0$$

デアルカラ,(1)及(2)式ハ,直ニ各々(14)及(15)式トナル. 次ニ

$$\frac{\partial}{\partial t} = ip,\ \frac{\partial}{\partial x} = -ipq$$

デアルカラ,(14)及(15)式ハ,各々次記ノ通リニナル.

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathrm{K}}{c}\mathrm{Y} &= q\mathrm{N}, \\ \frac{\mathrm{K}}{c}\mathrm{Z} &= -q\mathrm{M} \end{aligned}\right\} \ldots (34), \qquad \left.\begin{aligned} \frac{\mu}{c}\mathrm{M} &= -q\mathrm{Z}, \\ \frac{\mu}{c}\mathrm{N} &= q\mathrm{Y} \end{aligned}\right\} \ldots (35).$$

此二式ヲ一見スレバ,直ニ分カル通リ

$$\mathrm{MY}+\mathrm{NZ} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (36)$$

デアル. 然ラバ此式ハ,何ヲ語ルカト云フト,ソレハ考フル所ノ平面的電磁破ニ於テ,綜電力 E ト,綜磁力 H ハ,互ニ垂直デアルト,云フコトデアル. 何故デアルカト云フト,綜電力ト綜磁力ハ各々

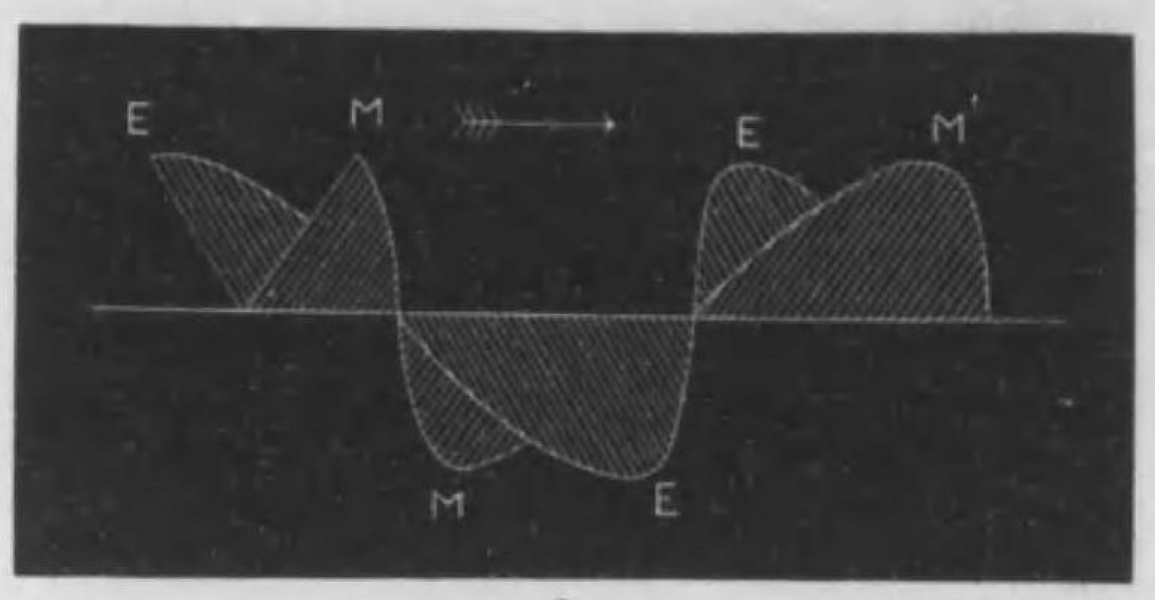
$$\begin{cases} \mathrm{E} = \sqrt{\mathrm{Y}^2+\mathrm{Z}^2}, \\ \mathrm{H} = \sqrt{\mathrm{M}^2+\mathrm{N}^2} \end{cases}$$

デアルカラ,上式(36)ハ,下記ノ通リニ書イテヨイ.

$$\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{H}}\frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{E}}+\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{H}}\frac{\mathrm{Z}}{\mathrm{E}} = 0.$$

然ルニ M/H, N/H ハ,綜磁力 H ノ方向餘弦ヲ表ハシ,ソウシテ

Y/E, Z/E ハ,綜電力 E ノ方向餘弦ヲ表ハシテヲルカラ,此磁力 H ト,電力 E ハ,明ニ互ニ垂直デアル. 第 8 圖ノ E ト M ハ,此ノ如ク互ニ垂直ナル,電波ト磁波ヲ示スモノデアル.



8

此所ニ特書ス可キコトガアル. 一ノ光波ガ,空中カラ,或ル一ノ媒體內ニ進入スルトキニハ,屈折ノ現象ガ起ル. 空氣中ニ於ケル,光波ノ速度ト,媒體中ニ於ケル,其速度ノ比ガ,ヨク知レテヲル通リ,後者ノ屈折率ト稱スルモノデアル. 精確ニ言ヘバ,空氣中ト言フ代リニ,眞空中ト言フノガ至當デアル. 然ルニ眞空中ニ於ケル,光波ノ速度ト,空氣中ニ於ケル其速度ハ,實際之ヲ殆ド同一視シテモ,差支ガナイ. 故ニ考フル所ノ媒體ノ屈折率ヲ,νデ表ハセバ,電磁光說ノ結果トシテ,明ニ下記ノ關係ガ,成立セネバナラヌ.

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{c}{v} \\ &= \frac{c}{c/\sqrt{K\mu}} \\ &= \sqrt{K\mu} \quad \dots\dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

通常ノ媒體ニ於テハ, $\mu=1$ デアルカラ,上式ハ

$$\nu^2 = K \quad \dots\dots\dots\dots (38)$$

トナル. 無論除外例ハ,尠カラヌノデアルガ,氣體ノ如キ媒體,例

ヘバ水素ノ如キ場合ニ於テハ,其屈折率ト,其ヂエレキ常數トノ間ニ,上記ノ關係ガ,成立スルノデアル.

次ニ又一言ス可キコトガアル,ソレハ電磁波ノエネルギーニ關スルコトデアル. 前進波ノミヲ考フレバ,電波ト磁波ハ,各々 (29) 式ト (30) 式ガ示ス通リ

$$\begin{cases} Y = f_1(x-vt), \quad \dots\dots\dots\dots (39), \\ N = \sqrt{\dfrac{K}{\mu}}\, f_1(x-vt) \quad \dots\dots\dots\dots (40) \end{cases}$$

デアル. 然ルニ第二卷第一章第 15 節ニ,述ベタ通リ,媒體ノ單位容積內ニ存在スル,電氣エネルギーハ

$$\frac{K}{8\pi}E^2$$

デアリ,ソウシテ又第二卷第二章第 8 節ニ述ベタ通リ,媒體ノ單位容積內ニ存在スル磁氣エネルギーハ

$$\frac{\mu}{8\pi}H^2$$

デアル. 故ニ本論ノ場合ニ於テハ,媒體ノ單位容積內ニ存在スル,電波ノエネルギート,磁波ノエネルギーハ,各々

$$\begin{cases} \dfrac{K}{8\pi}Y^2 = \dfrac{K}{8\pi}\Big\{f_1(x-vt)\Big\}^2, \quad \dots\dots\dots\dots (41), \\ \dfrac{\mu}{8\pi}N^2 = \dfrac{\mu}{8\pi}\;\dfrac{K}{\mu}\Big\{f_1(x-vt)\Big\}^2 \\ \qquad\qquad = \dfrac{K}{8\pi}\Big\{f_1(x-vt)\Big\}^2 \quad \dots\dots\dots\dots (42) \end{cases}$$

デアル,隨テ二エネルギーハ,其量ニ於テ同一デアル. 換言スレバ,電磁波ノエネルギーハ,半分ハ電氣的ノモノデアリ,ソウシテ半分ハ磁氣的ノモノデアル.

終リニ一言ス可キコトガアル. 本節ノ冒頭ニ列記シタ,基礎電磁方程式ニ於テ,電力 X, Y, Z 及 K ハ,靜電單位 C.G.S. デ表ハシテアル,隨テ換算因數 c ガ,式中ニ存在スル. 然ルニ若シ此等ノ量ヲ,始カラ電磁單位 C.G.S. デ表ハスナラ,此ノ如キ換算因數 c ハ不用デアル,隨テ電磁波ヲ標榜スル微分方程式,例ヘバ(4)式及(8)式ハ各々

$$\left\{\begin{aligned} K\mu\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} &= \nabla^2 X \;\ldots\ldots\ldots\ldots (43), \\ K\mu\frac{\partial^2 L}{\partial t^2} &= \nabla^2 L \;\ldots\ldots\ldots\ldots (44) \end{aligned}\right.$$

トナル. 故ニ電磁波ノ速度ハ,(11)式ノ代リニ,次式デ與ヘラルルノデアル.

$$v = \frac{1}{\sqrt{K\mu}} \;\ldots\ldots\ldots\ldots (45).$$

5. ポインチングノ定理.

第一及第二基礎電磁方程式,卽

$$\left.\begin{aligned} \frac{K}{c}\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{4\pi k X}{c} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}, \\ \frac{K}{c}\frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{4\pi k Y}{c} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}, \\ \frac{K}{c}\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{4\pi k Z}{c} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (1),$$

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\mu}{c}\frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}, \\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}, \\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (2)$$

ニ,各々 $c/4\pi$ ヲ乘ジ,又此等ノ式ニ,順次ニ X, Y, Z, L, M, N ヲ乘ジ,ソウシテ總テ之ヲ加フレバ,直ニ次式ヲ得ルノデアル.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{K}{8\pi}(X^2+Y^2+Z^2) + \frac{\mu}{8\pi}(L^2+M^2+N^2)\right\} \\ &\quad + k(X^2+Y^2+Z^2) = \left\{X\frac{\partial N}{\partial y} + N\frac{\partial X}{\partial y} - X\frac{\partial M}{\partial z} - M\frac{\partial X}{\partial z}\right. \\ &\qquad\qquad + Y\frac{\partial L}{\partial z} + L\frac{\partial Y}{\partial z} - Y\frac{\partial N}{\partial x} - N\frac{\partial Y}{\partial x} \\ &\qquad\qquad \left. + Z\frac{\partial M}{\partial x} + M\frac{\partial Z}{\partial x} - Z\frac{\partial L}{\partial y} - L\frac{\partial Z}{\partial y}\right\}\frac{c}{4\pi} \\ &\quad = \left\{\frac{\partial}{\partial x}(ZM-YN) + \frac{\partial}{\partial y}(XN-ZL)\right. \\ &\qquad\qquad \left. + \frac{\partial}{\partial z}(YL-XM)\right\}\frac{c}{4\pi} \;\ldots\ldots\ldots (3). \end{aligned}$$

此式ノ兩邊ニ,微小容積 $d\tau$, 卽 $dx\,dy\,dz$ ヲ乘ジテ,或ル有限容積內ニ,之ヲ積分スレバ,次式ヲ得ル.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}\iiint\frac{K}{8\pi}(X^2+Y^2+Z^2)\,dx\,dy\,dz + \frac{\partial}{\partial t}\iiint\frac{\mu}{8\pi}(L^2+M^2+N^2)\,dx\,dy\,dz \\ &\quad + \iiint k(X^2+Y^2+Z^2)\,dx\,dy\,dz = \frac{c}{4\pi}\iiint\left\{\frac{\partial}{\partial x}(ZM-YN)\right. \\ &\qquad\qquad \left. + \frac{\partial}{\partial y}(XN-ZL) + \frac{\partial}{\partial z}(YL-XM)\right\}dx\,dy\,dz. \;.\;.\; (4). \end{aligned}$$

然ルニ綜合電力ヲ E トスレバ,第二卷第一章第15節ニ述ベタ通リ,電場ノ單位容積內ニ存在スル,電氣エネルギーハ

$$\frac{K}{8\pi}E^2$$

デアル. 又綜合磁力ヲ H トスレバ,第二卷第二章第 8 節ニ述ベタ通リ,磁場ノ單位容積內ニ存在スル,磁氣エネルギーハ

$$\frac{\mu}{8\pi}H^2$$

デアル. 故ニ上式(4)ノ左邊ニ於ケル,第一項ト第二項ハ,各々上述ノ有限容積內ニ於テ,電氣エネルギート,磁氣エネルギーガ,時ト共ニ變化スル割合ヲ,表ハスノデアル.

次ニ kX, kY, kZ ハ,各々 x, y, z 軸ノ方向ニ於ケル電流ヲ表ハシテヲル,隨テ綜合電流ヲ i トスレバ,上式(4)ノ左邊ニ於ケル第三項ハ

$$\iiint \frac{i^2}{k}\,dx\,dy\,dz$$

ト書イテヨイ. 此積分ハ何ヲ表ハスカト云フト,コレハ考フル所ノ容積內ニ於テ,ヂユール熱ニ變成スル,電氣エネルギーノ部分ヲ表ハスノデアル. 故ニ(4)式ノ左邊ハ,一ノ有限容積內ニ於テ,單位時間ニ發起スル,電磁エネルギー[1]ノ變化ヲ,標榜スルノデアル.

轉テ(4)式ノ右邊ニ於ケル,容積々分ヲ考フルニ,コレハ第一卷第一章第2節ニ述ベタ樣ニ,一ノ表面積分ニ轉換スルコトガ出來ル,卽

$$\frac{c}{4\pi}\iiint\left\{\frac{\partial}{\partial x}(ZM-YN)+\frac{\partial}{\partial y}(XN-ZL)+\frac{\partial}{\partial z}(YL-XM)\right\}dx\,dy\,dz$$

$$=\frac{c}{4\pi}\iint\Big\{(ZM-YN)\cos(n,x)+(XN-ZL)\cos(n,y)$$

$$+(YL-XM)\cos(n,z)\Big\}dS \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

デアル. 但此式ニ於テ,n ハ上記有限容積ヲ限界スル,表面ノ微

1. Electromagnetic energy.

小部 dS ニ,外方ニ向テ引イタ方線デアル,ソウシテ $\cos(n,x), \cos(n,y), \cos(n,z)$ ハ,各々此方線ガ,x, y, z 軸ト爲ス角ノ餘弦デアル.

サテ一ノベクトル **P** ヲ考ヤウ,ソウシテ其スカラー x, y, z 分値ヲ,各々

$$\left.\begin{aligned} P_x &= \frac{c}{4\pi}(YN-ZM), \\ P_y &= \frac{c}{4\pi}(ZL-XN), \\ P_z &= \frac{c}{4\pi}(XM-YL), \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

デアルトシヤウ. ソウスルト,上式(5)ノ右邊ハ

$$-\iint\Big\{P_x\cos(n,x)+P_y\cos(n,y)+P_z\cos(n,z)\Big\}dS$$

$$=-\iint P\cos(P,n)\,dS$$

トナル. 但此式ニ於テ,P ハベクトル **P** ノスカラー値デアル.

上式ニ於テハ,方線 n ハ,考フル所ノ容積ヲ限界スル表面ニ於テ,外方ニ向テ引イテアル. 然ルニ此方線ヲ,內方ニ向テ引クトスレバ,表面積分ノ前ニアル符號ハ,負號ノ代リニ,正號ノモノトナル. 故ニ此場合ニ於テハ,(4)式ハ下記ノ通リニナル.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\iiint\frac{K}{8\pi}E^2\,dx\,dy\,pz+\iiint\frac{\mu}{8\pi}H^2\,dx\,dy\,dz\right\}$$

$$+\iiint\frac{i^2}{k}\,dx\,dy\,dz=\iint P\cos(P,n)\,dS \quad \ldots\ldots (7).$$

此式ハ甚ダ重要ナルモノデアル. 前ニ述ベタ通リ,此式ノ左邊ハ,電磁エネルギーノ變化ヲ,表ハスモノデアル. 果シテ然ラバ,此エネルギーノ變化ニ相當スル,一ノ原因ガ存在セネバナラヌ. コレハエネルギー論上カラ,直ニ推斷シ得ベキコトデアル.

上式ノ右邊ハ,何ヲ表ハスカト云フト,或ル一定ノエネルギーガ,考フル所ノ表面ヲ通過スルト云フコトヲ,語ルノデアル,然リコレガ原因デアル. 換言スレバ,考フル所ノ容積内ノ電氣及磁氣エネルギーガ,時ト共ニ增加スルトキハ,之ニ相當スルエネルギーガ,表面內ニ流入スル. 然ルニ之ニ反シテ,容積內ノ電氣及磁氣エネルギーガ,時ト共ニ減少スルトキハ,之ニ相當スルエネルギーガ,表面外ニ流出スルノデアル. 此エネルギーノ流入ト流出ヲ,決定スルモノハ,實ニ上記ノベクトル**P**デアル. 此重要ナル,電磁學上ニ於ケル,エネルギー流[1]ニ關スル卓說ハ,ポインチング[2]ガ,始テ論出シタモノデアル. 以下ベクトル**P**ヲ,ポインチングベクトル[3]ト名ヅケヤウ.

上記ノ重要ナル式(7)ノ右邊ニ於ケル量

$$P\cos(P, n)$$

ハ,考フル所ノ表面ノ單位面積ヲ,單位時間ニ,通過スルエネルギーノ量ヲ,表ハスノデアル. ベクトル**P**ト方線nノ方向ガ,一致スル場合ニ於テハ,此エネルギーノ量ハPデアル.

(6)式ニ各々X, Y, Zヲ乘ジテ,之ヲ加フレバ

$$XP_x+YP_y+ZP_z=0 \quad \dots\dots\dots\dots (8)$$

トナル. 又(6)式ニ各々L, M, Nヲ乘ジテ,之ヲ加フレバ

$$LP_x+MP_y+NP_z=0 \quad \dots\dots\dots\dots (9)$$

トナル.

然ラバ此(8)式ハ,何ヲ示スカト云フト,明ニエネルギー流ノ方向ハ,電力ニ垂直デアルト云フコトヲ示ス. 何故デアルカト云

1. Energy flow. 2. Poynting. 3. Poynting vector.

フト, X, Y, Zハ電力Eノ方向餘弦ニ正比例スルカラデアル. 又(9)式ハ何ヲ示スカト云フト,同樣ニエネルギー流ノ方向ハ,磁力Hニ垂直デアルト云フコトヲ示ス. 故ニエネルギー流ハ,電力Eト磁力Hヲ含有スル平面ニ垂直デアル.

然ラバエネルギー流ノ值,卽ポインチングベクトル**P**ノスカラー值ハ,如何ナルモノデアルカ,之ヲ考ヘネバナラヌ. (6)式ニヨリ此值ハ

$$P=\frac{c}{4\pi}\sqrt{(YN-ZM)^2+(ZL-XN)^2+(XM-YL)^2} \quad \dots (10)$$

デアル.

平方根內ヲ展開スレバ

$$\begin{aligned} &Y^2N^2-2YZNM+Z^2M^2 \\ &+Z^2L^2-2ZXLN+X^2N^2 \\ &+X^2M^2-2XYML+Y^2L^2 \end{aligned}$$

トナル. 然ルニ

$$\begin{aligned} E^2H^2 &= (X^2+Y^2+Z^2)(L^2+M^2+N^2) \\ &= X^2L^2+X^2M^2+X^2N^2 \\ &\quad + Y^2L^2+Y^2M^2+Y^2N^2 \\ &\quad + Z^2L^2+Z^2M^2+Z^2N^2, \\ (XL+YM+ZN)^2 &= X^2L^2+Y^2M^2+Z^2N^2 \\ &\quad +2YZNM+2ZXLN+2XYML \end{aligned}$$

デアル. 故ニ上式(10)ハ

$$\begin{aligned} P &= \frac{c}{4\pi}\sqrt{E^2H^2-(XL+YM+ZN)^2} \\ &= \frac{c}{4\pi}EH\sqrt{1-\left(\frac{XL+YM+ZN}{EH}\right)^2} \end{aligned}$$

デアル.隨テ電力Eト磁力Hトノ間ノ角ヲθトスレバ

$$\frac{X}{E}\frac{L}{H}+\frac{Y}{E}\frac{M}{H}+\frac{Z}{E}\frac{N}{L}=\cos\theta$$

デアルカラ

$$P=\frac{c}{4\pi}EH\sqrt{1-\cos^2\theta}$$

$$=\frac{c}{4\pi}EH\sin\theta \quad \dots\dots\dots\dots\dots (11)$$

デアル.

電力ト磁力ガ,互ニ垂直デアル場合ニハ,此重要ナル式ハ

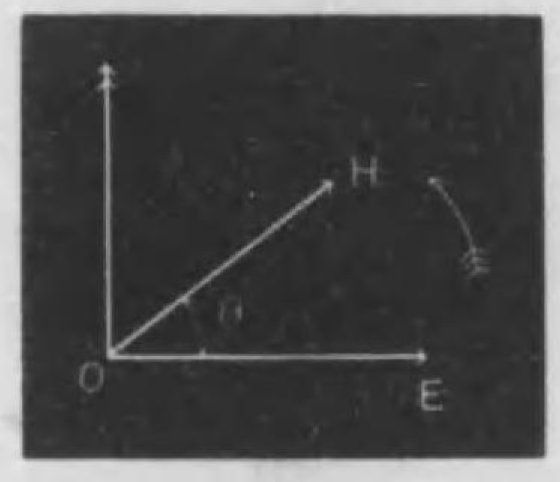
$$P=\frac{c}{4\pi}EH \dots\dots\dots\dots\dots (12)$$

トナル.

(11)式ニ於テ,因數$c/4\pi$ヲ除外スレバ,

$$EH\sin\theta$$

ハ,第1節ヲ參照スレバ,直ニ分カル通リ,ベクトル**E**トベクトル**H**ノベクトル積ニ於ケル,スカラー値ヲ表ハスモノデアル. 故ニポインチングベクトルノ方向ハ,第9圖ニ示ス通リ,右手螺旋系デ決定スルノデアル. 換言スレバ,エネルギー流ハ,電力Eト磁力Hトニ對シ,圖ニ示ス如ク,複矢ノ方向ニ起ル,ソウシテ此方向ハ,前ニ述ベタ通リ,EトHヲ含有スル平面ニ垂直デアル.



9

上述電磁エネルギー流ニ關スル,ポインチングノ卓説ハ,ポインチングノ**定理**[1]トシテ,知ラレテヲル.

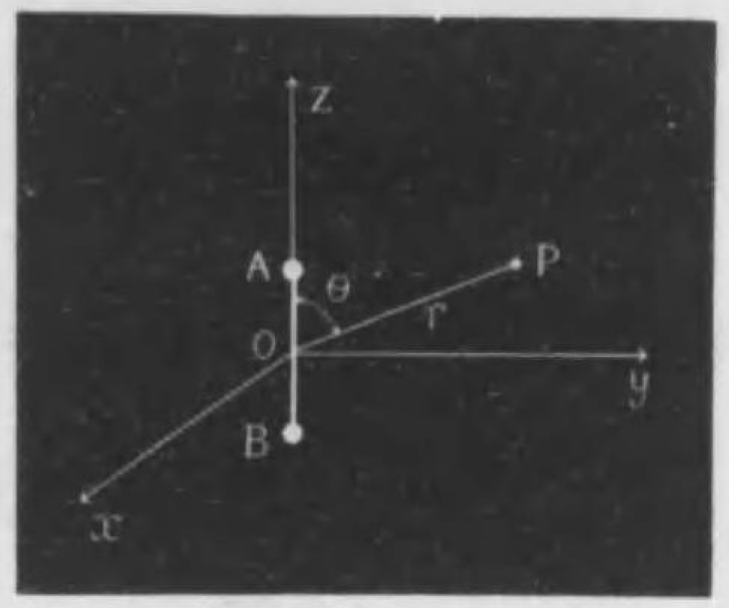
1. Poynting's theorem.

第三章

電氣振動器

1. ヘルツ振動器ニ基因スル電磁場.

ヘルツ[1]ガ始テ理論的ニ,研究シタ振動器ハ,第10圖ニ示ス如ク,亞鈴形ノ短小ナル導體デアル. 卽一ノ導線ノ兩端ニ,各々金屬球AトBヲ附着シタモノデアル. 任意時刻ニ於ケル,球Aノ電荷ヲ$+q$トシ,ソウシテ球Bノ電荷ヲ$-q$トシヤウ. ソウスルト,導線ノ長サヲlトスレバ,此亞鈴形振動器ノ**電氣能率**[2]ハ,qlデアル.



10

今此電氣能率隨テ電荷qノ値ガ,單一弦運動的變化ヲ爲ストスレバ如何. 此場合ニ於テハ,振動器カラ,周圍ノ空間ニ,或ル波長λヲ有スル,電磁波ガ發起スルノデアル. 此ノ如キ振動器ヲ稱シテ,**亞鈴形振動器**[3],又**對電振動器**[4]ト謂ハウ.

サテ空間隨テ又空氣中ニ於テハ,$K=1$, $\mu=1$デアルト,考ヘテヨイカラ,振動器ニヨツテ,發生スル電磁場ハ,次記ノ基礎電磁方程式ニ遵ハネバナラヌ.

1. Hertz. 2. Electric moment. 3. Dumb-bell oscillator.
4. Doublet oscillator.

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{c}\frac{\partial X}{\partial t}&=\frac{\partial N}{\partial y}-\frac{\partial M}{\partial z},\\ \frac{1}{c}\frac{\partial Y}{\partial t}&=\frac{\partial L}{\partial z}-\frac{\partial N}{\partial x},\\ \frac{1}{c}\frac{\partial Z}{\partial t}&=\frac{\partial M}{\partial x}-\frac{\partial L}{\partial y}\end{aligned}\right\}\ldots(1),\quad \left.\begin{aligned}\frac{1}{c}\frac{\partial L}{\partial t}&=\frac{\partial Y}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial y},\\ \frac{1}{c}\frac{\partial M}{\partial t}&=\frac{\partial Z}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial z},\\ \frac{1}{c}\frac{\partial N}{\partial t}&=\frac{\partial X}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial x}\end{aligned}\right\}\ldots(2),$$

$$\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}=0\ \ldots(3),\quad \frac{\partial L}{\partial x}+\frac{\partial M}{\partial y}+\frac{\partial N}{\partial z}=0\ \ldots\ldots(4).$$

對電振動器ノ中心 0 ヲ,直角坐標軸ノ原點トシ,ソウシテ,圖ニ示ス如ク,其軸ヲ z 軸トシヤウ. 便宜上 xy 軸ヲ含ム平面ヲ,**赤道面**[1]ト名ヅケ,ソウシテ,z 軸ヲ含ミ隨テ赤道面ニ垂直ナル平面ヲ,**子午面**[2]ト名ヅケヤウ.

電氣振動ハ,z 軸ノ方向ニ起ルカラ,之ニ由テ發生スル電力ト磁力ノ配布ハ,z 軸ニ對シテ,對稱的ノモノデアラネバナラヌ. 又電力線ハ,明ニ子午面ニ存在セネバナラヌ. 次ニ磁力線ハ,明ニ赤道面ニ平行ナル,平面ニ存在スルカラ,z 分力 N ハ存在セヌ,卽 N=0 デアルカラ,(4) 式ハ

$$\frac{\partial L}{\partial x}+\frac{\partial M}{\partial y}=0\ \ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

トナル.

此式ヲ一見スレバ,分カル通リ,磁力 L ト M ハ,各々或ル函數

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t}$$

ノ,坐標 y ト,坐標 x ニ對スル,微分係數デ與ヘラル,卽

1. Equatorial plane.　2. Meridian plane.

$$\left.\begin{aligned}L&=\frac{\partial^2\Pi}{\partial t\partial y},\\ M&=-\frac{\partial^2\Pi}{\partial t\partial x},\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$
$$N=0$$

デアル. 但此式ニ於テ,Π ハ x, y, z 及 t ノ或ル函數デアル.

此 L, M ノ値ヲ,(1)式ニ置換スレバ

$$\left\{\begin{aligned}\frac{1}{c}\frac{\partial X}{\partial t}&=\frac{\partial^3\Pi}{\partial t\partial x\partial z},\\ \frac{1}{c}\frac{\partial Y}{\partial t}&=\frac{\partial^3\Pi}{\partial t\partial y\partial z},\\ \frac{1}{c}\frac{\partial Z}{\partial t}&=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2\Pi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Pi}{\partial y^2}\right),\end{aligned}\right.$$

卽

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{X}{c}-\frac{\partial^2\Pi}{\partial x\partial z}\right)=0,\\ &\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{Y}{c}-\frac{\partial^2\Pi}{\partial y\partial z}\right)=0,\\ &\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{Z}{c}+\frac{\partial^2\Pi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Pi}{\partial y^2}\right)=0\end{aligned}\right.$$

トナル. 此式ハ何ヲ語ルカト云フト,括弧內ニ於ケル量ハ,皆時 t ニ無關係デアルト云フコトヲ,語ルノデアル. 然ルニ電力ト磁力ハ,振動的ノモノデアルカラ,上式ヲ t ニ對シテ積分スルトキ,別ニ積分常數ヲ,考フル必要ガナイ,隨テ直ニ次式ヲ得ル.

$$\left.\begin{aligned}\frac{X}{c}&=\frac{\partial^2\Pi}{\partial x\partial z},\\ \frac{Y}{c}&=\frac{\partial^2\Pi}{\partial y\partial z},\\ \frac{Z}{c}&=-\left(\frac{\partial^2\Pi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Pi}{\partial y^2}\right)\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(7).$$

(2)式ノ第一式ニ,(6)式ニ於ケルLト,(7)式ニ於ケルY,Zノ値ヲ置換スレバ

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^3\Pi}{\partial t^2\partial y}=\frac{\partial^3\Pi}{\partial y\partial z^2}\div\frac{\partial^3\Pi}{\partial y\partial x^2}+\frac{\partial^3\Pi}{\partial y^3}$$

$$=\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{\partial^2\Pi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Pi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Pi}{\partial z^2}\right\}$$

$$=\frac{\partial}{\partial y}(\nabla^2\Pi),$$

卽

$$\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Pi}{\partial t^2}-\nabla^2\Pi\right\}=0$$

トナル.

同樣ニ(2)式ノ第二式ニ,(6)式ニ於ケルMト,(7)式ニ於ケルX,Zノ値ヲ置換スレバ,又下式ヲ得ル.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Pi}{\partial t^2}-\nabla^2\Pi\right\}=0.$$

此二式ガ示ス通リ,括弧內ノ量ハ,坐標xトyトニ無關係デアル. 故ニ一般ニ言フト,此等ノ式ヲ積分スルトキニハ,積分常數トシテ,x及yヲ含マザル,或ル函數,卽tトzノミヲ含ム,或ル函數ヲ考ヘネバナラヌ. 然ルニ(7)式ガ示ス通リ,電力X,Y,Zヲ算出スルニハ,單ニxトyトニ對スル微分ヲ行ヘバヨイカラ,此函數ハ最後ノ結果ニ,何等ノ影響ヲ及ボサヌノデアル. 故ニ

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Pi}{\partial t^2}-\nabla^2\Pi=0$$

トシテヨイ,隨テ次ノ重要ナル式ヲ得ル.

$$\frac{\partial^2\Pi}{\partial t^2}=c^2\nabla^2\Pi\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8).$$

此式ノ解ハ何デアルカト云フト,ソレハ第二章第3節ニ述ベ

タ通リ,Πガrトtノ函數デアルトスレバ,一般ニ

$$\Pi=\frac{1}{r}\Big\{f_1(r-ct)+f_2(r+ct)\Big\}\ldots\ldots\ldots(9)$$

デアル. 但此式ニ於テ

$$r=(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

デアル.

函數f_1トf_2ハ,共ニr及tノ任意函數デアル. 函數f_1ハ,坐標ノ原點カラ,速度cヲ以テ,四方八方ニ傳播スル波,卽前進波ヲ表ハシ,ソウシテ函數f_2ハ,原點ニ向テ,速度cヲ以テ,收斂スル波,卽却進波ヲ表ハシテヲル. 本論ニ於テハ,原點カラ發進スル波ノミニ關シテ考フレバヨイカラ,函數f_2ハ考フル必要ガナイ.
故ニ函數f_1ノミヲトリ,之ニ下記ノ特別ナル形ヲ附與シヤウ.

$$\Pi=\frac{\varpi}{cr}\,sin\,(mr-pt)$$

$$=\frac{\varpi}{cr}\,sin\,m\left(r-\frac{p}{m}t\right)\ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

但此式ニ於テ,ϖハ振動器ノ最大電氣能率デアル,卽前ニ述ベタ二球AトBニ於ケル,電荷ノ絕對最大値ヲQトスレバ

$$\varpi=Ql\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

デアル. 次ニ

$$\left.\begin{aligned}m&=\frac{2\pi}{\lambda},\\ \frac{p}{m}&=c\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

デアル.

電磁場ハ,振動器ノ軸,隨テz軸ニ對シテ,線的對稱[1]デアル. ソ

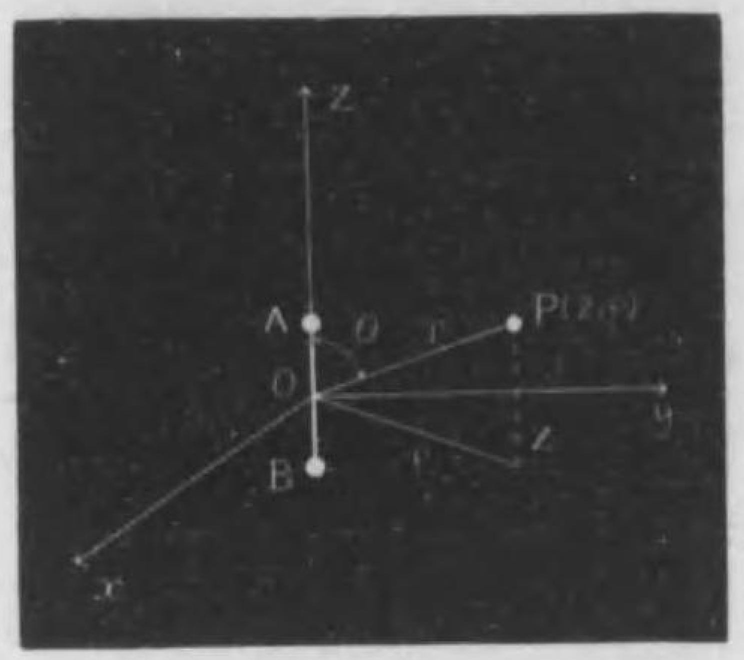
1. Line symmetry.

ウシテ,電力ハ全ク子午面ニ存在スルカラ,電磁場内ニ於ケル,電力ト磁力ヲ論ズルニハ,坐標 z ト,赤道面上ニ於ケル,坐標 ρ ヲ使用スレバヨイ. 第11圖ニ示ス通リ

$$\rho^2 = x^2+y^2 \quad \ldots\ldots (14)$$

デアルカラ

$$\frac{\partial\rho}{\partial x} = \frac{x}{\rho}, \quad \frac{\partial\rho}{\partial y} = \frac{y}{\rho}$$



11

テアル,隨テ

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\Pi}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}\right) \\ &= \frac{\partial}{\partial\rho}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)\frac{\partial\rho}{\partial x} \\ &= \frac{\partial^2\Pi}{\partial\rho^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)\frac{\partial\rho}{\partial x} \\ &= \frac{\partial^2\Pi}{\partial\rho^2}\frac{x^2}{\rho^2} + \frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\left(\frac{1}{\rho} - \frac{x^2}{\rho^3}\right)\end{aligned}$$

デアル. 同樣ニ

$$\frac{\partial^2\Pi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2\Pi}{\partial\rho^2}\frac{y^2}{\rho^2} + \frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\left(\frac{1}{\rho} - \frac{y^2}{\rho^3}\right)$$

デアル. 故ニ

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\Pi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Pi}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2\Pi}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\Pi}{\partial\rho} \\ &= \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\right) \quad \ldots\ldots (15)\end{aligned}$$

デアル.

此式ニヨリ,(7)式ノ第三式ハ,次ノ通リニ書イテヨイ.

$$\begin{aligned}\frac{Z}{c} &= -\left(\frac{\partial^2\Pi}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\right) \\ &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16)\end{aligned}$$

サテ任意ノ點 P ニ於ケル,磁力ト電力ヲ算出スルニハ,此點ヲ通過スル子午面ヲ, yz 面ト選定スルコトガ,簡單便利デアル. 此場合ニ於テハ, $y=\rho$ トシテヨイカラ,(6)式ト(7)式トニヨリ,直ニ次式ヲ得ル.

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{\partial^2\Pi}{\partial t\partial y}, \\ M &= 0, \\ N &= 0 \end{aligned}\right\} \ldots (17), \qquad \left.\begin{aligned} X &= 0, \\ \frac{Y}{c} &= \frac{\partial^2\Pi}{\partial y\partial z}, \\ \frac{Z}{c} &= -\frac{\partial^2\Pi}{\partial y^2} - \frac{1}{y}\frac{\partial\Pi}{\partial y} \end{aligned}\right\} \ldots (18).$$

然ルニ(11)式ニヨリ

$$\frac{\partial\Pi}{\partial t} = -\frac{p\varpi}{cr}\cos(mr-pt)$$

デアルカラ

$$\begin{aligned}L &= \frac{\partial^2\Pi}{\partial t\partial y} \\ &= \frac{p\varpi}{cr^2}\cos(mr-pt)\frac{\partial r}{\partial y} + \frac{mp\varpi}{cr}\sin(mr-pt)\frac{\partial r}{\partial y}\end{aligned}$$

デアル. トコロガ

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r} = \sin\theta$$

デアルカラ,上式ハ次ノ通リニナル.

$$L = \frac{p\varpi}{cr^2}\left\{mr\sin(mr-pt) + \cos(mr-pt)\right\}\sin\theta \quad \ldots\ldots\ldots (19).$$

但此式ニ於テ, θ ハ動徑 r ト, z 軸トノ間ノ角デアル.

次ニ(11)式ト(18)式トニヨリ

$$\frac{Y}{c} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y \partial z}$$

$$= \frac{\partial}{\partial z}\left\{-\frac{\varpi}{cr^2}\frac{y}{r}\sin(mr-pt) + \frac{m\varpi}{cr}\frac{y}{r}\cos(mr-pt)\right\}$$

$$= \left\{\frac{3\varpi y}{cr^4}\sin(mr-pt) - \frac{3m\varpi y}{cr^3}\cos(mr-pt)\right.$$

$$\left. - \frac{m^2\varpi y}{cr^2}\sin(mr-pt)\right\}\frac{z}{r},$$

$$\frac{Z}{c} = -\left(\frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2} + \frac{1}{y}\frac{\partial \Pi}{\partial y}\right)$$

$$= -\left(\frac{\partial}{\partial y} + \frac{1}{y}\right)\left\{-\frac{\varpi y}{cr^3}\sin(mr-pt) + \frac{m\varpi y}{cr^2}\cos(mr-pt)\right\}$$

$$= \left\{\frac{\varpi}{cr^3}\sin(mr-pt) - \frac{3\varpi y^2}{cr^5}\sin(mr-pt)\right.$$

$$+ \frac{3m\varpi y^2}{cr^4}\cos(mr-pt) - \frac{m\varpi}{cr^2}\cos(mr-pt)$$

$$\left. + \frac{m^2\varpi y^2}{cr^3}\sin(mr-pt)\right\}$$

$$+ \left\{\frac{\varpi}{cr^3}\sin(mr-pt) - \frac{m\varpi}{cr^2}\cos(mr-pt)\right\}$$

$$= \frac{2\varpi}{cr^3}\sin(mr-pt) - \frac{2\varpi m}{cr^2}\cos(mr-pt)$$

$$- \frac{3\varpi y^2}{cr^5}\sin(mr-pt) + \frac{3m\varpi y^2}{cr^4}\cos(mr-pt)$$

$$+ \frac{m^2\varpi y^2}{cr^5}\sin(mr-pt),$$

卽

$$Y = \frac{3\varpi}{r^3}\left\{\left(1-\frac{m^2r^2}{3}\right)\sin(mr-pt) - mr\cos(mr-pt)\right\}\sin\theta\cos\theta. \quad (20),$$

$$Z = \frac{\varpi}{r^3}\left[2\left\{\sin(mr-pt) - mr\cos(mr-pt)\right\}\right.$$

$$-\left\{3\sin(mr-pt) - 3\,mr\cos(mr-pt)\right.$$

$$\left.\left. - m^2r^2\sin(mr-pt)\right\}\sin^2\theta\right] \ldots\ldots\ldots\ldots (21).$$

上記ノ式(19)ト,(20)及(21)ハ,各々振動器ニヨツテ,發起スル電磁場ニ於ケル,磁力ト電力ヲ與フル一般式デアル. ソコデ以下,種々ナル場合ヲ區別シテ考ヤウ.

(I) 振動器ニ接近スル場所.

此場合ニ於テハ,原點カラノ距離 r ハ,波長 λ ニ比較シテ,甚ダ小デアルカラ, mr ヲ無視シテヨイ,隨テ(11)式ハ

$$\Pi = -\frac{\varpi}{cr}\sin pt \ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

トナル. 又

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\frac{1}{r} = -\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{1}{r}\right)$$

デアルカラ,(7)式ハ次記ノ形ヲトル.

$$\left.\begin{aligned} \frac{X}{c} &= \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Pi}{\partial z}\right), \\ \frac{Y}{c} &= \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Pi}{\partial z}\right), \\ \frac{Z}{c} &= \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \Pi}{\partial z}\right) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (23).$$

故ニ電力ハ,一ノポテンシヤル

$$\varphi = -\frac{\partial \Pi}{\partial z}$$

$$= \frac{\varpi}{c}\sin pt\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r}\right) \ldots\ldots\ldots (24)$$

カラ釋出スルコトガ出來ル. 此式ハ何ヲ示スカト云フト,ソレハz軸ノ方向ニ位スル,一ノ對電ノ電氣能率ガ,週期

$$T=\frac{2\pi}{p}$$

ヲ以テ, $+\varpi$ト$-\varpi$トノ間ニ,變化スル場合ニ於ケル,ポテンシヤルヲ標榜スルノデアル. 之ニ關シテハ,第二卷第二章第2節ヲ參照スレバヨイ.

次ニ磁力ハ,(19)式ニヨリ, mrヲ無視シテヨイカラ

$$L=\frac{p\varpi}{cr^2}\cos pt \sin\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

デアル. 然ルニ第二卷第三章第2節ニ述ベタ,ビオトサバルノ法則ニ從ヒ,iヲ導線ノ微小部dsヲ流ルル電流トスレバ,此dsニ對シテ,角位θト距離rニ位スル,點ニ於ケル磁力ハ,次式デ與ヘラル

$$\frac{i\,ds\sin\theta}{r^2}.$$

故ニ上記ノ對電振動器ニ基因スル磁力ハ

$$i\,ds=\frac{p\varpi}{c}\cos pt$$

ニ相當スル振動電流ガ,發起スル磁力ニ等シイノデアル.

(II). 振動器附近ノ場所.

此場合ニ於テハ, rノ値ガ小ナルカラ, (19), (20)及(21)式ノ諸項中ニ於テ,唯ダ分母ニrノ最高冪ヲ有スルモノノミヲ取レバヨイ隨テ次式ヲ得ル.

$$\left.\begin{aligned} L&=\frac{p\varpi}{cr^2}\cos(mr-pt)\sin\theta,\\ Y&=\frac{3\varpi}{r^3}\sin(mr-pt)\sin\theta\cos\theta,\\ Z&=\frac{\varpi}{r^3}\sin(mr-pt)(2-3\sin^2\theta)\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots (26)$$

(III). 振動器ノ軸上,卽ミ軸上.

此場合ニ於テハ, $\theta=0$デアルカラ, (19), (20)及(21)式ハ,各々下記ノ通リニナル.

$$\left.\begin{aligned} L&=0,\\ Y&=0,\\ Z&=\frac{2\varpi m}{r^2}\left\{\frac{\sin(mr-pt)}{mr}-\cos(mr-pt)\right\}\end{aligned}\right\}\ldots\ldots (27).$$

此式ヲ一見スレバ,明カナル通リ,電力ハ振動器ノ軸上ノミニ存在シ,其値ハ振動器近傍ニ於テハ,距離rノ三乘ニ逆比例シ,ソウシテ遠距離ニ於テハ,其二乘ニ逆比例スルノデアル.

(IV). 赤道面上.

此場合ニ於テハ, $z=0$, $\theta=\pi/2$デアル,隨テ(19), (20)及(21)式ハ,各々下記ノ通リニナル.

$$\left.\begin{aligned} L&=\frac{\varpi mp}{cr}\left\{\sin(mr-pt)+\frac{\cos(mr-pt)}{mr}\right\},\\ Y&=0,\\ Z&=\frac{\varpi m^2}{r}\left\{\sin(mr-pt)+\frac{\cos(mr-pt)}{mr}-\frac{\sin(mr-pt)}{m^2r^2}\right\}\end{aligned}\right\}\ldots (28).$$

(V). 振動器カラ遠ザカリタル場所.

此場合ニ於テハ, rノ値ガ大ナルカラ, (19), (20)及(21)式ノ諸項中ニ於テ,分母ニr^2トr^3ヲ有スルモノハ,無視シテヨイカラ,直ニ

次式ヲ得ル.

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{mp\varpi}{cr}\sin(mr-pt)\sin\theta, \\ Y &= -\frac{\varpi m^2}{r}\sin(mr-pt)\sin\theta\cos\theta, \\ Z &= \frac{\varpi m^2}{r}\sin(mr-pt)\sin^2\theta \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (29).$$

此式ヲ見レバ,明カナル通リ,電力モ磁力モ,共ニ同型ノ正弦函數デ與ヘラルルカラ,其位相ハ全ク同一デアル. 次ニ上式ノ第二式ニ $\sin\theta$ ヲ乘ジ,第三式ニ $\cos\theta$ ヲ乘ジテ,之ヲ加フレバ

$$Y\sin\theta + Z\cos\theta = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (30)$$

トナル,隨テ動徑 r ノ方向ニハ,電力ハ少モ存在セヌ. 然リ電氣振動ハ,全ク動徑ニ垂直ナル方向ノミニ起ル,換言スレバ,電波ハ横波デアル. 磁力ハ子午面ニ垂直デアルカラ,無論又電力及動徑ニ垂直デアル.

上記ノ式(29)ニ於テ, $\theta=\pi/2$ トスレバ,直ニ次式ヲ得ル.

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{\varpi mp}{r}\sin(mr-pt), \\ Y &= 0, \\ Z &= \frac{\varpi m^2}{r}\sin(mr-pt) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (31).$$

此式ハ何デアルカト云フト,コレハ振動器カラ遠ザカリタル, y 軸上隨テ赤道面上任意ノ點ニ於ケル,磁力ト電力トヲ與フル,重要ナル式デアル.

此所ニ附言ス可キコトガアル. ソレハ,第(11)式カラ第(31)式ニ至ル諸式中ニ於ケル, $\varpi=Ql$, 卽振動器ノ電氣能率ハ,無論靜

電單位 C.G.S. デ,表ハシテアルト云フコトデアル.

終リニ述ブ可キコトガアル. 上述ノ議論ニ於テハ,問題ヲ簡單ニスル爲メ,考フル所ノ點ヲ通過スル子午面ヲ, yz 面ト選定シタノデアル. 然レドモ此ノ如クスル代リニ,無論一般ニ(7)式ヲ使用シテ,電力ヲ算出スルコトガ出來ル. 卽(11)式ニ於ケル Π ノ値ヲ,(7)式ニ置換スレバ,直ニ次式ヲ得ル.

$$\left.\begin{aligned} X &= \varpi\frac{\partial^2}{\partial x\partial z}\left\{\frac{\sin(mr-pt)}{r}\right\}, \\ Y &= \varpi\frac{\partial^2}{\partial y\partial z}\left\{\frac{\sin(mr-pt)}{r}\right\}, \\ Z &= -\varpi\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left\{\frac{\sin(mr-pt)}{r}\right\} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (32).$$

所要ノ微分ヲ行ヘバ,電力 X, Y, Z ノ値ヲ,見出スコトガ出來ル. 此所ニ注目ス可キコトガアル. 若シ對電ノ電氣能率ガ,上記ノ如ク,時ト共ニ變化スル樣ノコトナク,一定不變ノモノデ,アルトスレバ如何. 此ノ如キ場合ニ於テハ,上式(32)ハ簡單ニ下記ノ通リニナル.

$$\left.\begin{aligned} X &= \varpi\frac{\partial^2}{\partial x\partial z}\left(\frac{1}{r}\right), \\ Y &= \varpi\frac{\partial^2}{\partial y\partial z}\left(\frac{1}{r}\right), \\ Z &= -\varpi\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left(\frac{1}{r}\right). \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (33).$$

然リ此式ハ,第二卷第二章第2節ニ述ベタ通リ,一定ノ電氣能率 ϖ ヲ有スル,對電ニ基因スル電力ヲ,表ハスモノデアル. 故ニ對電振動器ノ場合ニ於テハ,上式ニ於ケル

$$\frac{1}{r}$$

ノ代リニ

$$\frac{\sin(mr-pt)}{r}$$

ヲ使用スレバ,ヨイコトニナル. 次ニ對電振動器ニ基因スル磁力ハ,(6)式ヲ使用シテ,之ヲ算出スルノデアル.

此所ニ一言ス可キコトガアル. 電力及磁力ヲ算出スルニハ,上記ノ如ク最初カラ,正弦函數 $\sin(mr-pt)$ ヲ,使用スル代リニ, $(t-r/c)$ ノ複素數函數,即

$$e^{ip\left(t-\frac{r}{c}\right)}$$

ヲ使用スレバ,運算上比較的簡單デアル. 此場合ニ於テハ,運算後ニ於テ,無論實數部ノミヲ取レバヨイ.

2. ヘルツ振動器ニ基因スル電磁場ニ於ケル電力線.

第1節ニ述ベタ,(7)式ト(16)式トニヨリ,電磁場ノ任意ノ點ニ於ケル,電力ノ x, y, z 分力ハ,各々下式デ與ヘラル.

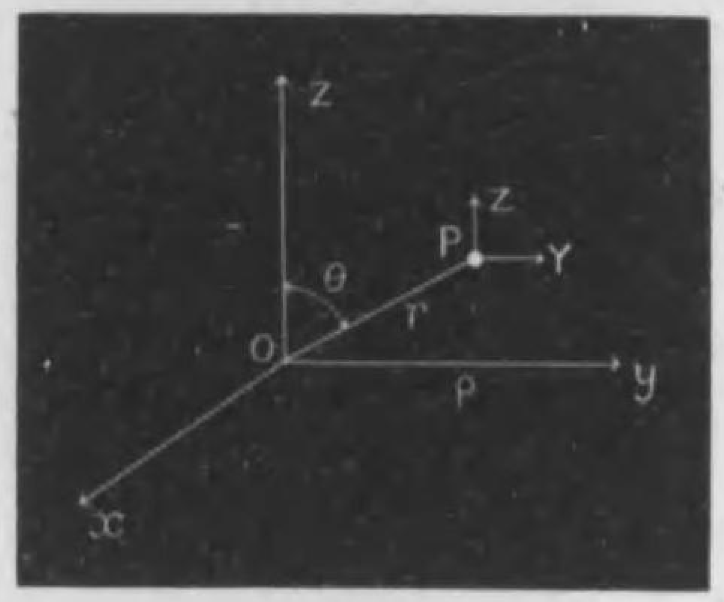
$$\left.\begin{aligned} X &= c\frac{\partial^2\Pi}{\partial x\partial z}, \\ Y &= c\frac{\partial^2\Pi}{\partial y\partial z}, \\ Z &= -\frac{c}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\right) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1).$$

但此式ニ於テ

$$\rho = \sqrt{x^2+y^2}$$

デアル.

今第12圖ニ示ス如ク,考フル所ノ點ヲ通過スル子午面ヲ, yz 面ト選定スレバ,電力ハ y 及 z 分力ノミデアル. ソウシテ,此場合ニ於テハ,坐標 y ノ代リニ,坐標 ρ ヲ使用シテヨイカラ,下記ノ式ヲ考フレバ充分デアル.



12

$$\left.\begin{aligned} Y &= c\frac{\partial^2\Pi}{\partial\rho\partial z}, \\ Z &= -\frac{c}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\right) \end{aligned}\right\} \cdot\cdot (2).$$

サテ電力線トハ,如何ナルモノデアルカト云フト,ソレハ既ニ第二卷及第三卷ニ於テ,說明シタ通リ,其線上ノ各點ニ於ケル切線ノ方向ガ,此點ニ於ケル電力ノ方向ヲ指示スルモノデアル. 故ニ本論ノ場合ニ於ケル,電力線ノ微分方程式ハ

$$\frac{dz}{Z} = \frac{d\rho}{Y} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

デアル.

上記(2)式ニ於ケル, Y ト Z ノ値ヲ,此式ニ置換スレバ

$$\frac{dz}{-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\right)} = \frac{d\rho}{\frac{\partial^2\Pi}{\partial\rho\partial z}}$$

デアル,隨テ

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho\frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\right)dz + \frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Pi}{\partial\rho}\right)d\rho = 0$$

デアル. 故ニ之ヲ積分スレバ,明ニ

$$\rho\frac{\partial\Pi}{\partial\rho} = C \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

トナル．但此式中，C ハ任意ノ積分常數デアル．

然ルニ第1節ニ述ベタ通リ

$$\Pi = \frac{\varpi}{cr}\sin(mr-pt)$$

デアルカラ

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\rho} = -\frac{\varpi}{cr^2}\Big\{\sin(mr-pt)-mr\cos(mr-pt)\Big\}\frac{\partial r}{\partial\rho}$$

$$= -\frac{\varpi}{cr^2}\Big\{\sin(mr-pt)-mr\cos(mr-pt)\Big\}\sin\theta$$

デアル，随テ

$$\rho\frac{\partial\Pi}{\partial\rho} = -\frac{\varpi}{cr}\Big\{\sin(mr-pt)-mr\cos(mr-pt)\Big\}\frac{\rho}{r}\sin\theta$$

$$= \frac{\varpi}{cr}\Big\{mr\cos(mr-pt)-\sin(mr-pt)\Big\}\sin^2\theta$$

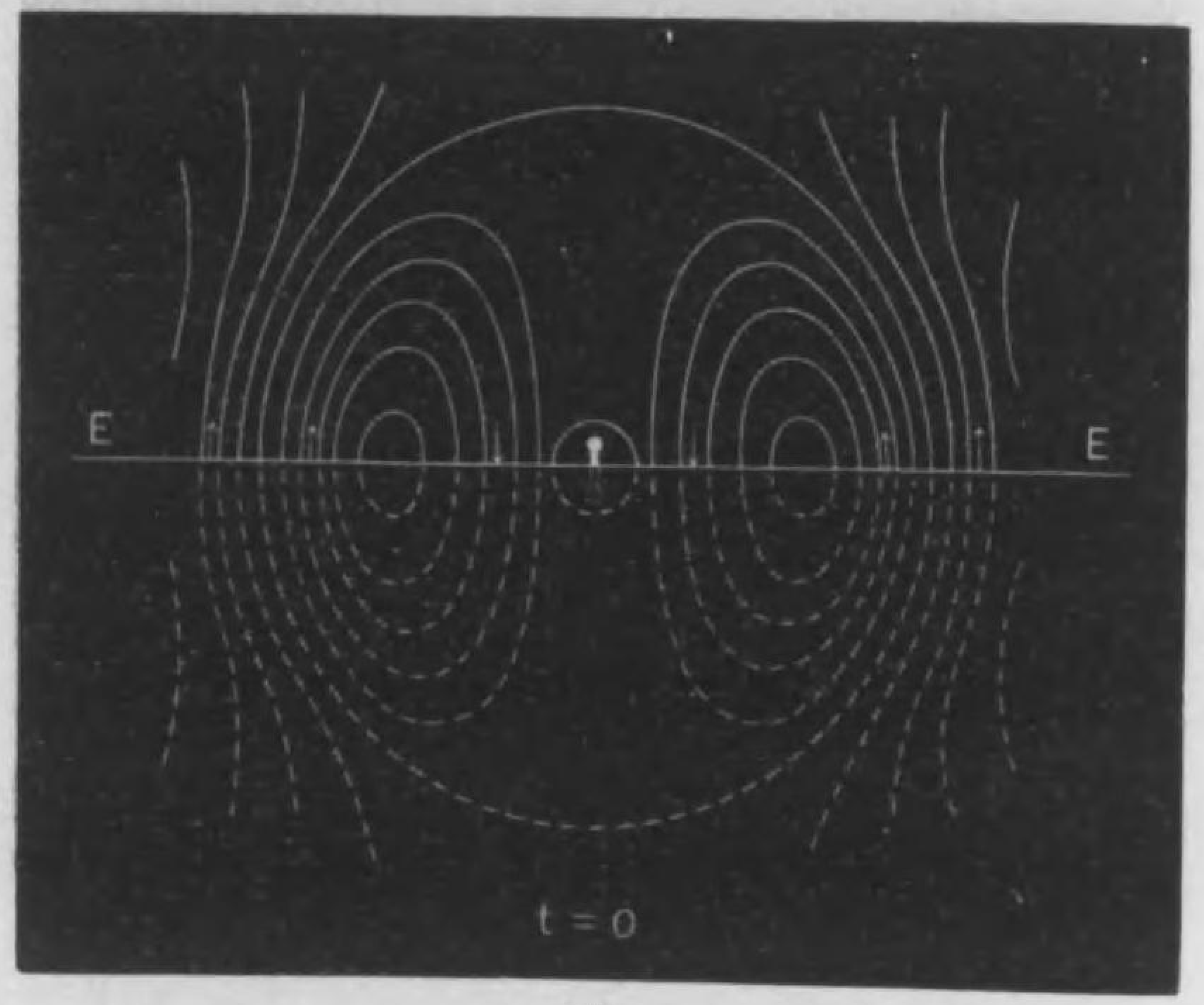
デアル．故ニ電力線ノ方程式ハ

$$\frac{1}{r}\Big\{mr\cos(mrp-t)-\sin(mr-pt)\Big\} = \mathrm{D}\ .\ .\ .\ .\ .\ (5)$$

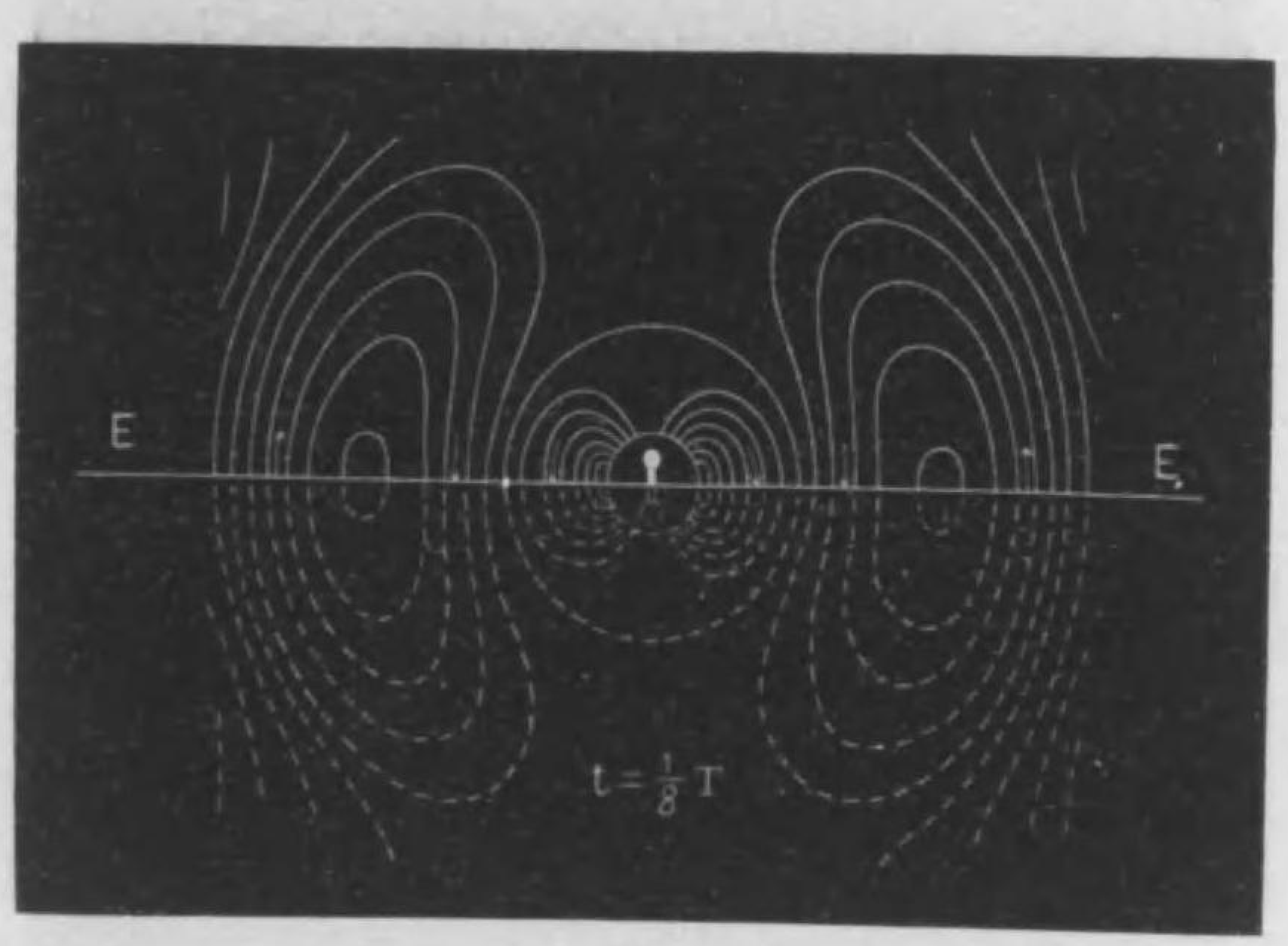
デアル．但此式ニ於テ，D ハ任意ノ常數デアル．

t ニ或ル一定ノ値ヲ與フルトスレバ，上式ハ極坐標[1]デ表ハシタ，一ノ曲線ノ方程式デアル．故ニ或ル一定ノ時刻 t ヲ選ビ，ソウシテDニ種々ノ値ヲ與ヘテ，(5)式ヲ圖示スレバ，此時刻ニ相當スル，電力線ヲ得ルノデアル．ヘルツハ，第13圖，第14圖，第15圖第16圖ニ示ス如ク，振動器附近ニ於ケル電力線ヲ，畫イタノデアル．

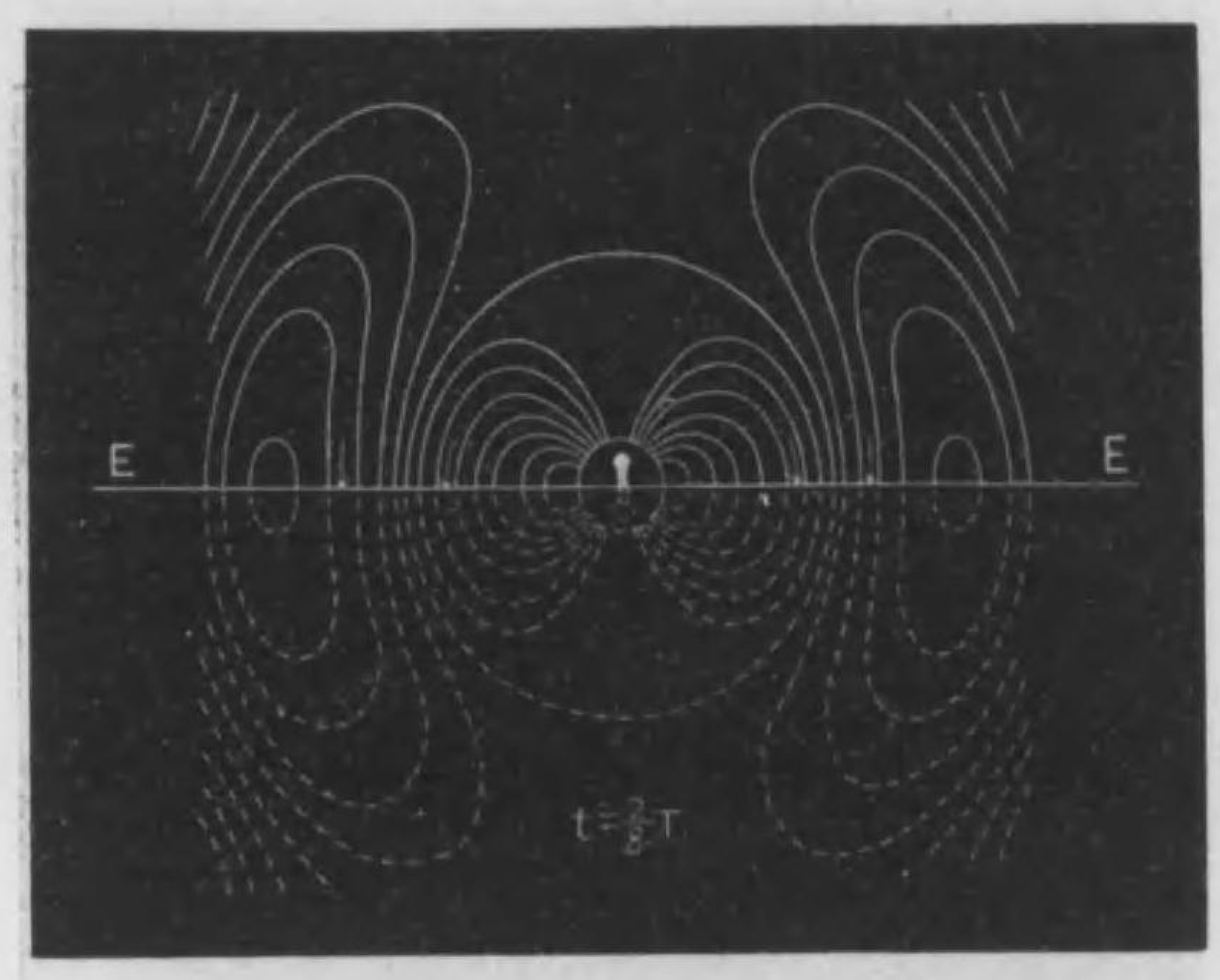
1. Polar coordinates.



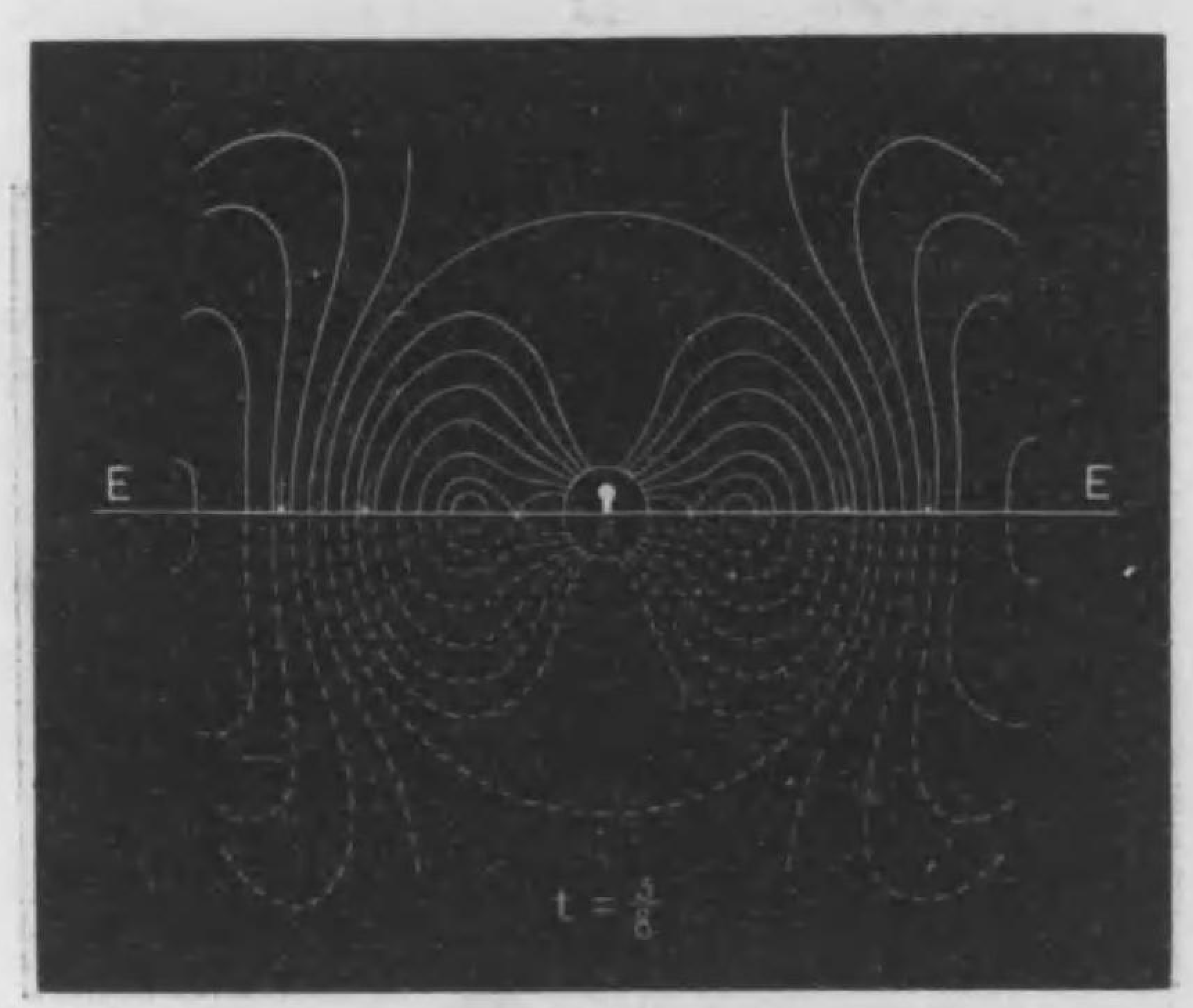
13



14



15



16

此所ニ注意ス可キコトガアル. 上ノ諸圖ニ於テハ,定常電氣振動ノ狀態ニアル,對電振動器ノ振動電流ガ,最大値ヲトル時刻ヲ,$t=0$,卽時原ト選定シテアル.

次ニ考フ可キコトハ,磁力線ノコトデアル. 磁力線ハ,明ニ振動器ノ軸上ニ,共同ノ中心ヲ有スル多數ノ同心圓デアル.

一旦振動器ニ,電氣振動ガ起レバ,其周圍ニハ電磁場ガ發現シ,ソウシテ其電力ノ狀態ガ,恰カモ圖ニ示ス如ク,時ノ變遷ト共ニ變遷シ,隨テ電磁波ガ四方ニ傳播スルノデアル. 電力線ト磁力線ハ,固ヨリ電磁場ニ現存スルモノデハナイ,然レドモ電磁場ニ於ケル,電力ト磁力ノ變遷ハ,此ノ如キモノデアルト,之ヲ心視セネバナラヌ.

終リニ附記ス可キコトガアル. 上ノ諸圖ニ於テ,其下半部ハ點線デ表ハシテアル,コレハ何ノ爲デアル乎. 上ニ述ベタ樣ニ,一ノ振動器ガ,空間ニ孤立シテヲルトスル代ハリニ,其半分ノミガ地上ニ直立スルトスレバ如何. 此ノ如キ場合ハ,電像論ニ據リ,結果ニ於テハ,孤立振動器ト同一デアル. 故ニ地絡シテヲル,半振動器ノ場合ニ於テハ,點線デ示ス電力線ハ,之ヲ考フル必要ガナイ. 但大地ハ完全導電體デアルト假定スルノデアル.

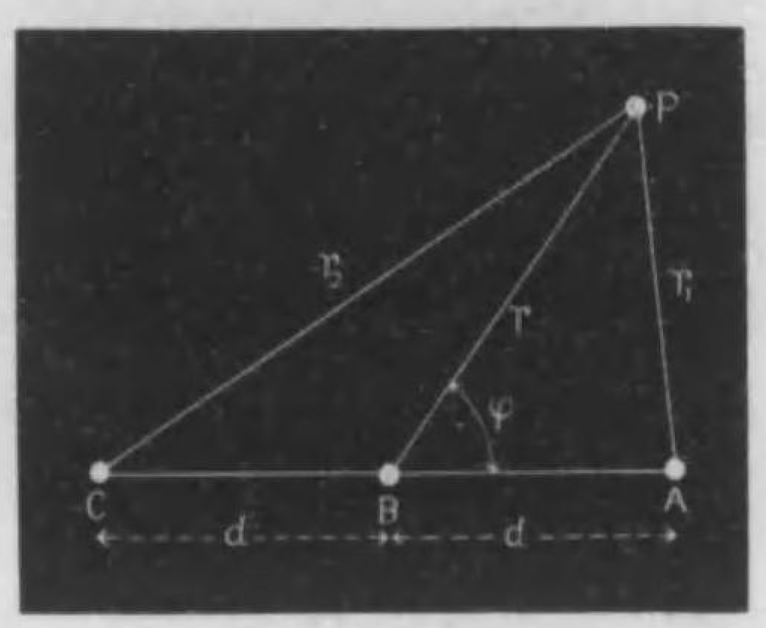
3. 多數ノヘルツ振動器ニ基因スル電場.

第1節ニ述ベタ通リ,ヘルツ振動器カラ遠ザカリタル,赤道面上ノ任意點ニ於テハ,電力ハ此面ニ垂直デアリ,ソウシテ其値ハ次式デ與ヘラル.

$$Z=\frac{\varpi m^2}{r}\sin(mr-pt)\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

但此式ニ於テ, $m=2\pi/\lambda$ デアル.

今第17圖ニ示ス如ク,三個ノ同一ナル,ヘルツ振動器A,B,Cガ,赤道面上卽 xy 面上ニ,直立地絡シテヲルトシヤウ. 但振動器Bハ,AトCノ中央ニ位シテヲルトスル,ソウシテ其相互距離ヲ d デ表ハソウ. 此圖ハ上方カラ,三振動器ヲ覽下シタモノデアル.



17

Pヲ赤道面上ニ於ケル一點トスレバ,振動器Bニ基因スル電力ハ

$$Z_B=\frac{\Phi}{r}\sin(mr-pt)\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

デアル. 但此式ニ於テ

$$\Phi=\varpi m^2$$

トオイテアル.

次ニ振動器AトBニ基因スル電力ハ,各々

$$\begin{cases} Z_A=\dfrac{\Phi}{r_1}\sin(mr_1-pt+\partial_1)\ldots\ldots\ldots\ldots(3), \\ Z_C=\dfrac{\Phi}{r_2}\sin(mr_2-pt+\partial_2)\ldots\ldots\ldots\ldots(4) \end{cases}$$

デアル. 但此式ニ於テ, ∂_1 ト ∂_2 ハ,各々振動器AトCニ於ケル,電氣振動ガ,Bニ於ケル電氣振動ニ對シテ,有スル位相差[1]ヲ表ハシ

1. Phase differance.

テヲル.

故ニ考フル所ノ點Pニ於ケル,綜合電力ハ,次式デ與ヘラル.

$$Z=Z_A+Z_B+Z_C$$

$$=\frac{\Phi}{r_1}\sin(mr_1-pt+\partial_1)+\frac{\Phi}{r}\sin(mr-pt)+\frac{\Phi}{r_2}\sin(mr_2-pt+\partial_2)\ldots(5).$$

但振動器A,B,C間ニハ,電氣的相互影響無キモノト考フ.

圖ヲ見レバ,直ニ分カル通リ

$$\begin{cases} r_1^2=r^2+d^2-2rd\cos\varphi, \\ r_2^2=r^2+d^2+2rd\cos\varphi \end{cases}$$

デアル隨テ

$$\begin{cases} r_1=r\left\{1+\left(\dfrac{d}{r}\right)^2-2\dfrac{d}{r}\cos\varphi\right\}^{\frac{1}{2}}, \\ r_2=r\left\{1+\left(\dfrac{d}{r}\right)^2+2\dfrac{d}{r}\cos\varphi\right\}^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

デアル. 此式ノ右邊ヲ展開シ,小量 $(d/r)^2$ ヲ無視スレバ

$$\begin{cases} r_1=r-d\cos\varphi, \\ r_2=r+d\cos\varphi \end{cases}$$

トナル隨テ(5)式ニ之ヲ置換スレバ

$$Z=\frac{\Phi}{r}\sin(mr-pt)+\frac{\Phi}{r-d\cos\varphi}\sin(mr-pt+\partial_1-md\cos\varphi)$$

$$+\frac{\Phi}{r+d\cos\varphi}\sin(mr-pt+\partial_2+md\cos\varphi)$$

トナル.

然ルニ此式ノ分母ニ於ケル $d\cos\varphi$ ヲ, r ニ對シテ無視シテ差支ガナイカラ,次式ヲ得ル.

$$Z=\frac{\Phi}{r}\left\{\sin\Omega+\sin(\Omega-md\cos\varphi+\partial_1)+\sin(\Omega+md\cos\varphi+\partial_2)\right\}\ldots(6).$$

但此式ニ於テ

$$\Omega = mr - pt$$

トオイテアル.

上記ノ議論ハ,一般的ノモノデアルガ,以下其特別ナル場合,卽位相差 δ_1 ト δ_2 ガ,各々零デアル場合ヲ考ヤウ. 此場合ニハ

$$d = k\lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

トオケバ,上式(6)ハ

$$Z = \frac{\Phi}{r}\left\{\sin\Omega + \sin(\Omega - 2\pi k\cos\varphi) + \sin(\Omega + 2\pi k\cos\varphi)\right\}$$

$$= \frac{\Phi}{r}\left\{\sin\Omega + 2\sin\Omega\cos(2\pi k\cos\varphi)\right\}$$

$$= \frac{\Phi}{r}\sin\Omega\left\{1 + 2\cos(2\pi k\cos\varphi)\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

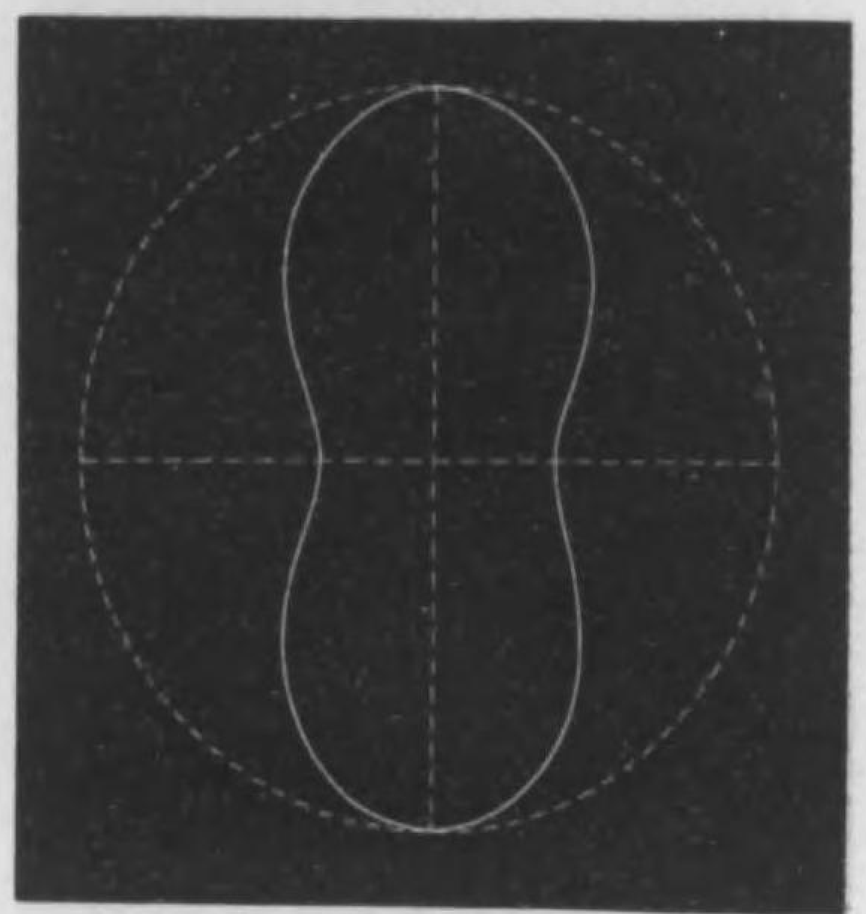
トナル,隨テ

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \frac{\Phi}{r}\sin\Omega, \\ \eta &= 1 + 2\cos(2\pi k\cos\varphi) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (9)$$

トオケバ,上式ハ次ノ通リニ書イテヨイ.

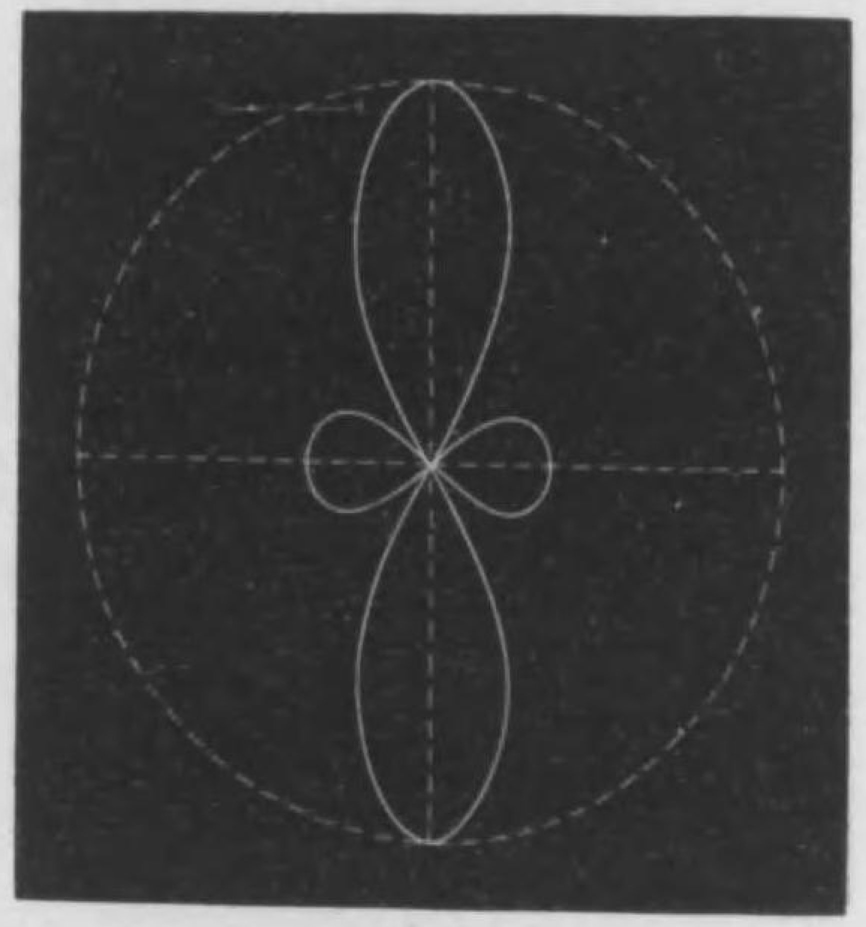
$$Z = \xi\eta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

一ノ圓周上ニ位スル諸點ニ於テハ,或ルーノ時刻 t ニ於ケル,ξ ノ値ハ同一デアル. 故ニ此圓周上ノ諸點ニ於ケル,電力ノ値ヲ比較スルニハ,η ノ値ヲ φ ノ函數トシテ,圖示スレバヨイ. 今常數 k ニ, 1/4, 2/4, 3/4, 4/4, 5/4 ナル値ヲ附シテ,此ノ如ク圖示スレバ,第18圖,第19圖,第20圖,第21圖,及第22圖ニ示ス曲線ヲ得ル.



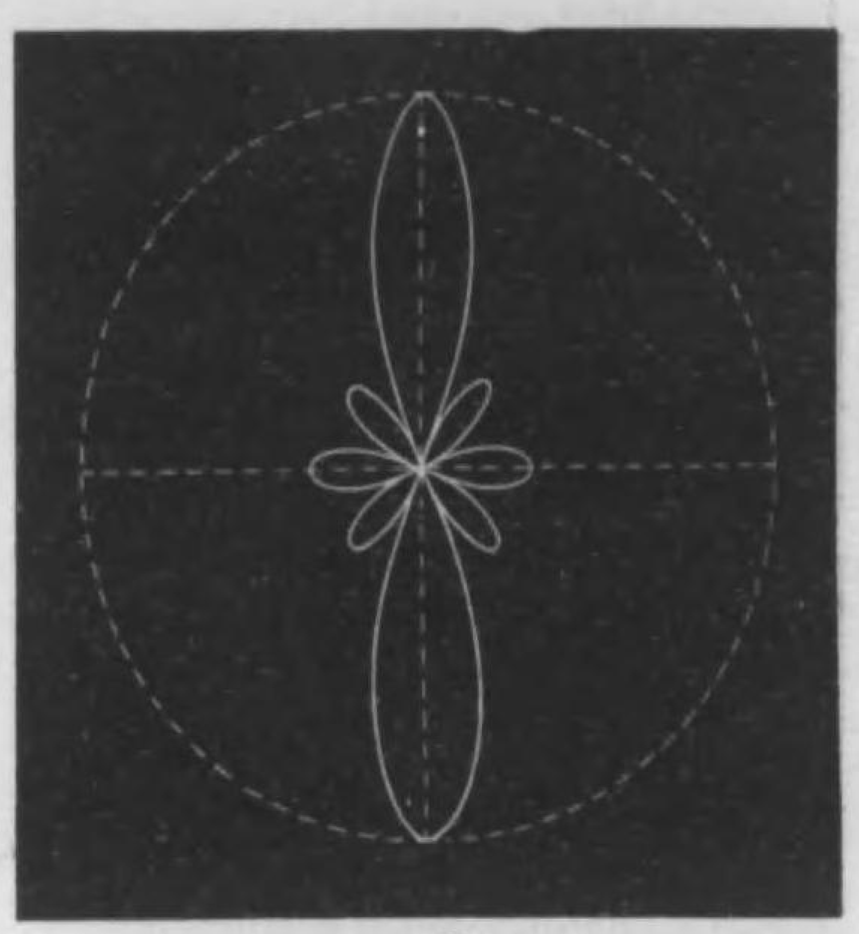
$d = \frac{1}{4}\lambda$

18



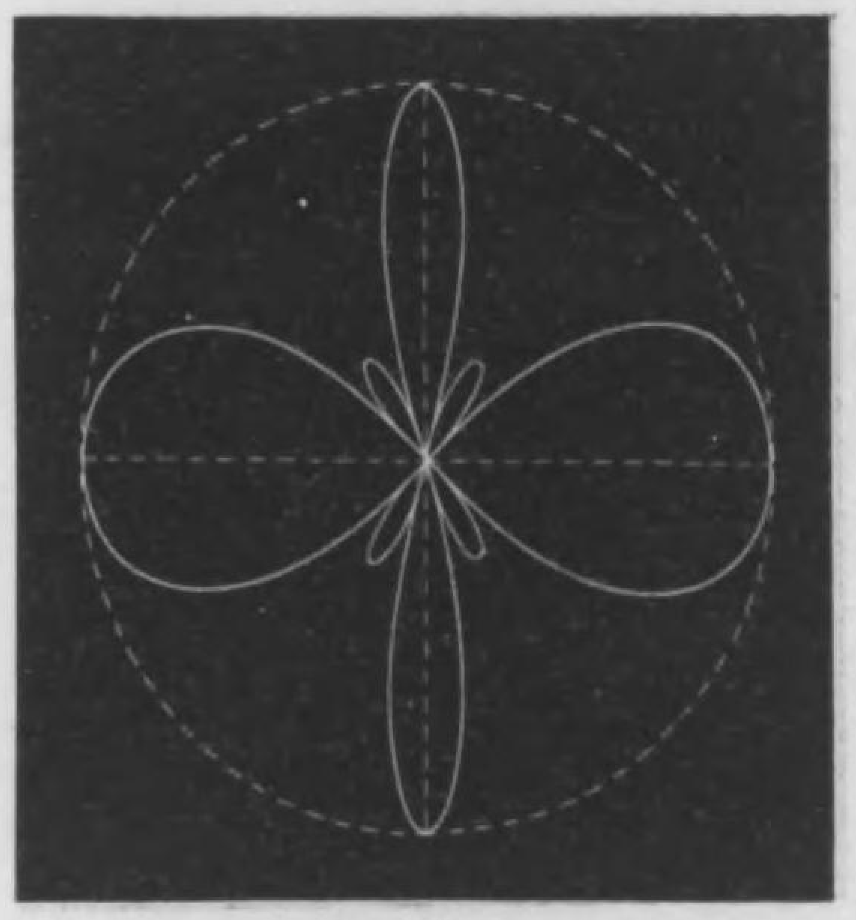
$d = \frac{2}{4}\lambda$

19



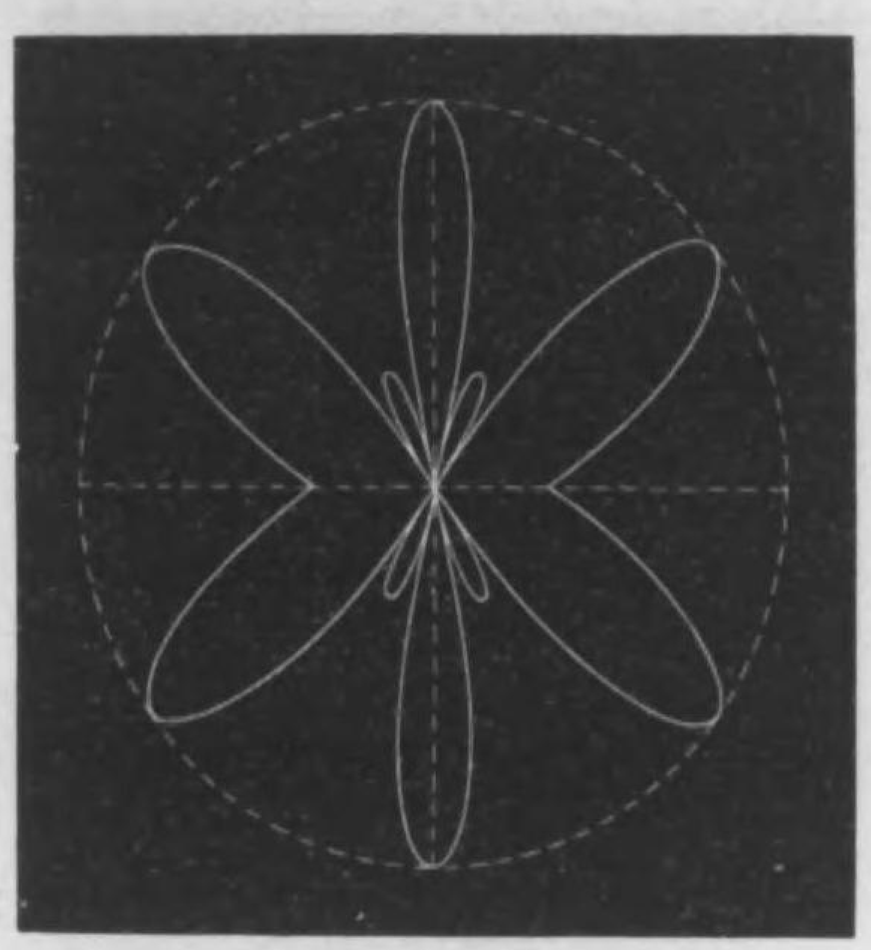
$d = \frac{3}{4}\lambda$

20



$d = \frac{4}{4}\lambda$

21



22

上圖ニ於ケル橫點線ハ,三振動器 A, B, C ノ中點ヲ聯結シタモノデ,其ノ縱點線トノ交叉點ハ,中央振動器 B ノ位置ヲ示ス. 此交叉點カラ圓周上ノ任意點ニ,任意ノ直線ヲ引ケバ,此直線ガ曲線ト交ハルマデノ長サガ,電力ノ强サニ正比例スルノデアル. 上圖ヲ一見スレバ,三振動器ニ基因スル,電力ノ狀態ハ,所謂一目瞭然デアル.

次ニ又特別ナル場合,卽位相差 δ_1 ト δ_2 ガ,各々下記ノ値ヲ有スル場合ヲ考ヤウ.

$$\begin{cases} \delta_1 = -\dfrac{\pi}{2}, \\ \delta_2 = +\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

此場合ニ於テハ,一般式(6)ハ

$$Z = \frac{\Phi}{r}\left\{\sin\Omega + \sin\left(\Omega - md\cos\varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\Omega + md\cos\varphi + \frac{\pi}{2}\right)\right\}$$

$$= \frac{\Phi}{r}\left\{\sin\Omega - \cos(\Omega - md\cos\varphi) + \cos(\Omega + md\cos\varphi)\right\}$$

トナル,隨テ前述ノ通リ

$$d = k\lambda$$

トオケバ

$$Z = \frac{\Phi}{r}\left\{\sin\Omega - \cos(\Omega - 2\pi k\cos\varphi) + \cos(\Omega + 2\pi k\cos\varphi)\right\}$$

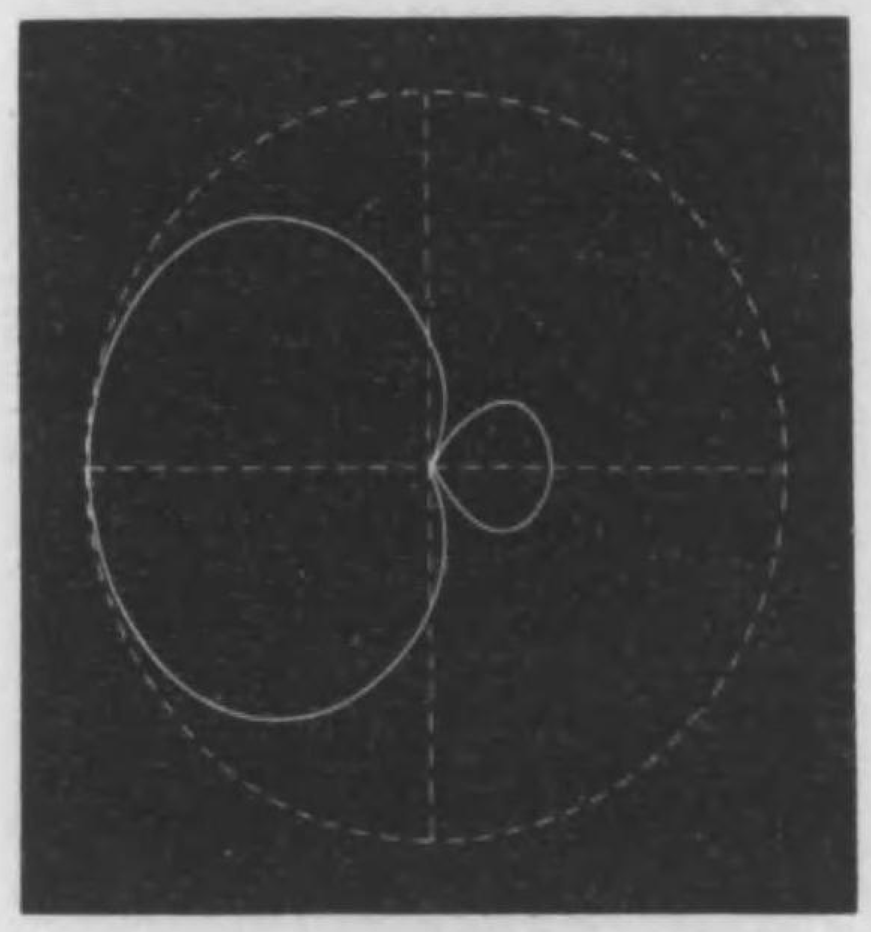
$$= \frac{\Phi}{r}\sin\Omega\left\{1 - 2\sin(2\pi k\cos\varphi)\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

デアル. 故ニ此場合ニ於テハ

$$\eta = 1 - 2\sin(2\pi k\cos\varphi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

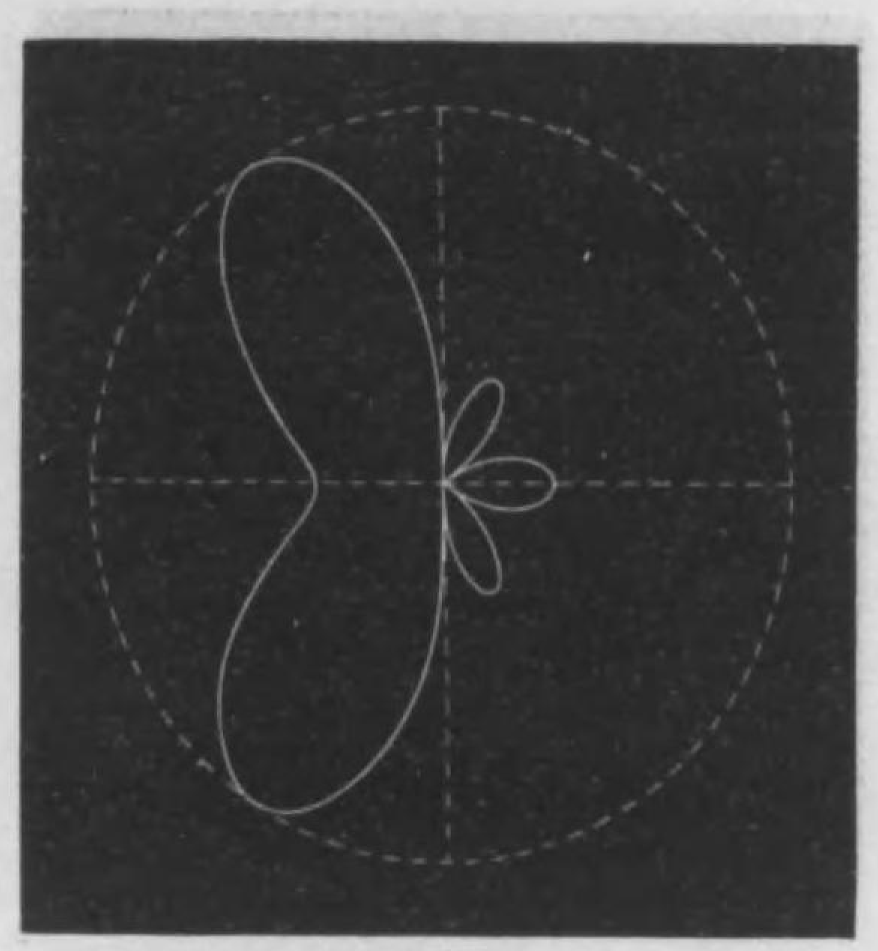
デアル.

第23圖,第24圖,第25圖及第26圖ハ, $k = 1/4,\ 2/4,\ 3/4,\ 4/4$ ナル値ヲ附シテ,η ノ絶對値ヲ圖示シタモノデアル.



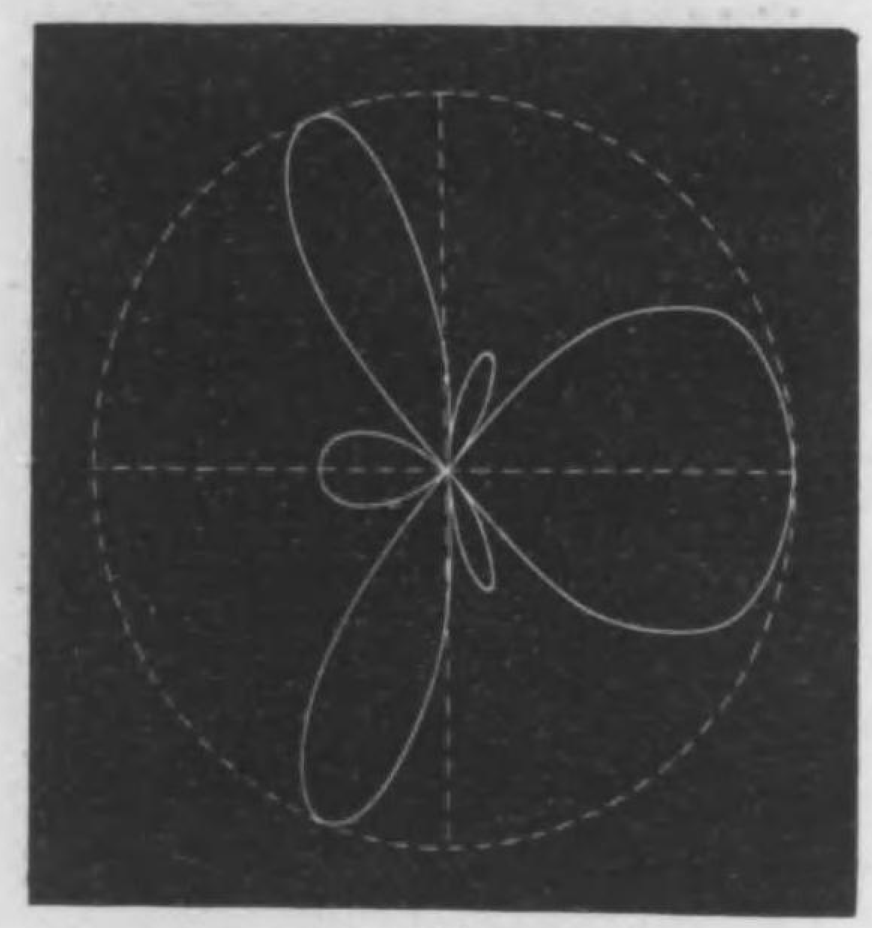
$d = \frac{1}{4}\lambda$

23



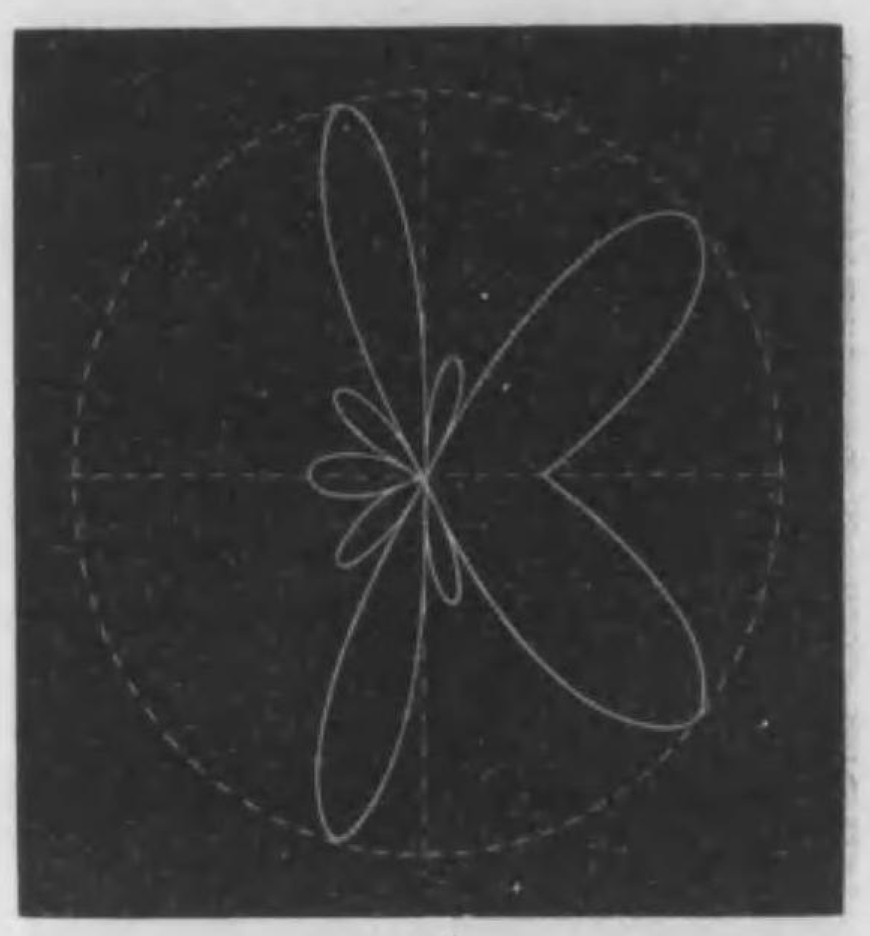
$d = \frac{2}{4}\lambda$

24



$d = \frac{3}{4}\lambda$

25



$d=\frac{4}{4}\lambda$

26

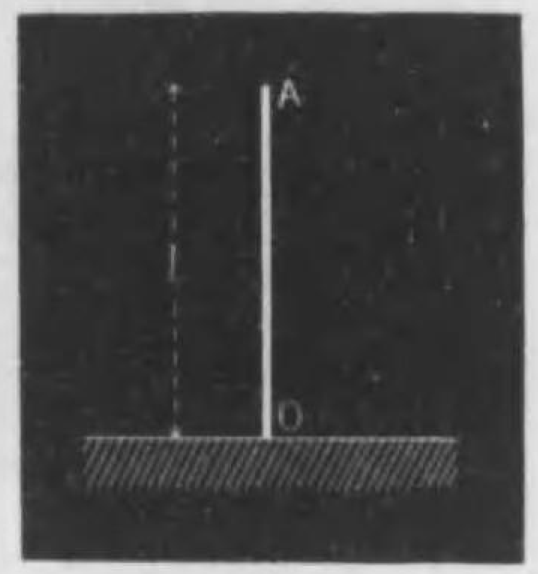
上ノ諸圖ヲ一覽スレバ,直ニ明カナル通リ,三ヘルツ振動器ニ基因スル電場ノ狀態ハ,到ル所均等デナイ,否ナ或ル方向ニハ,電力强ク,又或ル方向ニハ弱ク,又或ル方向ニハ零デアル. 換言スレバ,此等ノ振動器ハ,方向作用[1]ヲ呈スルノデアル. 上記ノ議論ハ,三ヘルツ振動器ニ關スルモノデアルガ,其特別ナル場合,卽二ヘルツ振動器ノ場合ハ,同樣ニ簡單ニ論述スルコトガ出來ル. 然リ此ノ如キ場合ハ,ベルニー[2]及トシ[3]ガ,始テ研究シタノデアル.

附言. ヘルツ振動器ノ代リニ,第4節ニ述ブル直線振動器ガ,併立地絡シテヲルトスレバ如何. 此場合ニ於ケル電場ノ狀態ハ,上記ノ方法ト同樣ナル方法ニヨリ,直ニ之ヲ決定スルコトガ出來ル. 本節ハ玉城理學博士ガ算出シタモノデアル.

1. Directive action.　2. Bellini.　3. Tosi.

4. 直線振動器ニ基因スル電磁場.

一ノ廣大ナル平面導電體ノ面上,例ヘバ海面上ニ,地絡直立スル,直線振動器ガアルトシヤウ. 第27圖ノOAハ,此ノ如ク地絡シテヲル,直線振動器ヲ示スモノデアル.



27

サテヘルツ振動器ノ場合ニ於テ,其電磁場ノ一點ニ於ケル,電力ト磁力トヲ論ズルニハ,既ニ前ニ述ベタ通リ,此點ヲ通過スル子午面ヲ,yz面ト選定スルコトガ便利デアル.

考フル所ノ點ガ,振動器カラ遠キ所ニアル場合ニハ,電力ハy, z分値,卽Y, Zデ決定サレ,ソウシテ磁力ハ其ヱ分値,卽Lノミデ決定サル. 第1節ヲ參照スレバ,直ニ分カル通リ,此場合ニ於テハ,綜合電力ト磁力ハ,各々次式デ與ヘラル.

$$\left\{\begin{array}{l} \mathrm{E} = \dfrac{\varpi m^2}{r} \sin(mr-pt)\sin\theta \ldots\ldots\ldots\ldots (1), \\ \mathrm{H} = \dfrac{\varpi mp}{cr} \sin(mr-pt)\sin\theta \ldots\ldots\ldots\ldots (2). \end{array}\right.$$

然ルニ此式ニ於テ,$p/m=c$デアルカラ,電力ト磁力ノ値ハ相等イ,卽

$$\mathrm{E}=\mathrm{H}=\frac{\varpi m^2}{r}\sin(mr-pt)\sin\theta$$

$$=-\frac{\varpi m^2}{r}\sin p\left(t-\frac{m}{p}r\right)\sin\theta$$

$$=-\frac{\varpi m^2}{r}\sin p\left(t-\frac{r}{c}\right)\sin\theta \ldots\ldots\ldots (3)$$

デアル.

ヘルツ振動器ノ長ヲサ,此所ニハdzデ表ハソウ,ソウシテ其電荷ノ最大値ヲQトシヤウ. ソウスルト

$$\varpi = Q\,dz$$

デアルカラ,上式(3)ハ

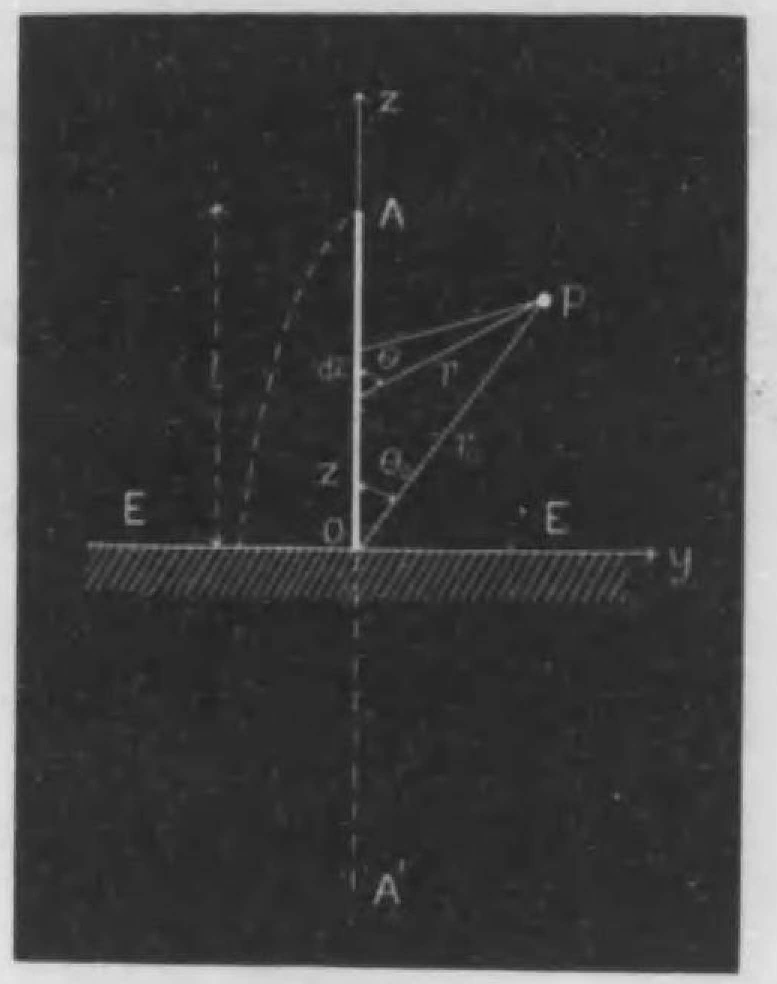
$$E=H=-\frac{Qm^2}{r}\sin p\left(t-\frac{r}{c}\right)\sin\theta\,dz\ \ldots\ldots\ (4)$$

トナル.

第28圖ニdzトシテアルハ,一ノヘルツ振動器ヲ示スノデアル. 今此振動器ニ於ケル振動電流ヲ

$$i = Q\frac{p}{c}\cos pt\ \ldots\ (5)$$

デ表ハソウ. ソウスルト,考フル所ノ點ヲPトシ,ソウシテ振動器dzト,此點ノ距離ヲrトスレバ,電力ト磁力ハ,次記ノ重要ナル式デ,與ヘラルルノデアル.



28

$$E=H=-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{i_{t-\frac{r}{c}}}{r}\right)\sin\theta\,dz\ \ldots\ldots\ (6).$$

何故デアルカト云フト,時刻$(t-r/c)$ニ於ケル振動器ノ振動電流ハ,(5)式ニヨリ

$$i_{t-\frac{r}{c}} = \frac{Qp}{c}\cos p\left(t-\frac{r}{c}\right)$$

デアル,隨テ

$$-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{i_{t-\frac{r}{c}}}{r}\right) = -Q\frac{p^2}{c^2}\frac{\sin p\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r} + \frac{Qp}{c}\frac{\cos p\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r^2}$$

デアル. 然ルニ考フル所ノ點Pハ,遠距離ノ所ニ位スルカラ,上式ノ第二項ハ,第一項ニ比較シ,之ヲ無視シテヨイ. 故ニ(3)式ト全ク同一ナル式,卽次式ヲ得ルノデアル.

$$E=H=-Q\frac{p^2}{c^2 r}\sin p\left(t-\frac{r}{c}\right)\sin\theta\,dz$$

$$=-\frac{\varpi m^2}{r}\sin p\left(t-\frac{r}{c}\right)\sin\theta$$

上記ノ議論ハ,單ニヘルツ振動器ニ關スルモノデアル. ソコデ之ヲ利用シ,以下本問題,卽地絡直立シテヲル,直線振動器ノ場合ヲ考ヤウ. 直線振動器OAハ,多數ノヘルツ振動器dzヲ,聯結シタモノト考ヘテヨイ. 此振動器ニ於ケル振動電流ハ,時tノ正弦函數デ表ハシ,ソウシテ其配布ハ,坐標zノ餘弦函數デ表ハソウ,卽

$$i = a\cos\left(\frac{\pi\kappa z}{2l}\right)\sin\left(\frac{\pi\kappa ct}{2l}\right)\ \ldots\ldots\ (7)$$

トシヤウ. 但lハ振動器OAノ長サデアル.

此式ニ於テ,aハ直線振動器ノ底部,卽地絡點Oニ於ケル振動電流ノ振幅デアリ,ソウシテκハ電氣振動ノ階位ヲ定ムル,任意ノ奇數,卽1, 3, 5等デアル. 上式ノ餘弦因數ヲ一見スレバ,明カナル通リ,$z=0$,卽地絡點Oニ於テ,振動電流ノ振幅ハ最大デアリ,ソウシテ$z=l$,卽項點Aニ於テハ,此振幅ハ零デアル. 圖ノ左方ニ點線ヲ以テ示ス,餘弦曲線ハ,振動電流ノ配布狀態ヲ示シテヲル.

(6)式及(7)式トニヨリ,考フル所ノ點Pニ於ケル,電力ト磁力ノ値ハ

$$E=H=-a\cos\left(\frac{\pi\kappa z}{2l}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left\{\frac{1}{r}\sin\frac{\pi\kappa c}{2l}\left(t-\frac{r}{c}\right)\right.\sin\theta\,dz$$

$$=a\cos\left(\frac{\pi\kappa z}{2l}\right)\left\{\frac{1}{r}\,\frac{\pi\kappa}{2l}\cos\frac{\pi\kappa c}{2l}\left(t-\frac{r}{c}\right)\right.$$

$$\left.+\frac{1}{r^2}\sin\frac{\pi\kappa c}{2l}\left(t-\frac{r}{c}\right)\right\}\sin\theta\,dz$$

デアル. 然ルニ r ノ値ガ大ナルカラ,上式ノ第二項ハ,之ヲ無視シテヨイカラ,次式ヲ得ル.

$$E=H=\frac{a}{r}\,\frac{\pi\kappa}{2l}\cos\left(\frac{\pi\kappa z}{2l}\right)\cos\frac{\pi\kappa c}{2l}\left(t-\frac{r}{c}\right)\sin\theta\,dz\;.\;.\;.\;.\;(8).$$

振動器ノ底部Oニ對スル,Pノ距離OPヲ r_0 トシ,ソウシテOPガ,z 軸卽OAト爲ス角ヲ,θ_0 トスレバ

$$r^2=z^2+r_0^2-2z\,r_0\cos\theta_0$$

デアル,隨テ

$$r=r_0\sqrt{1+\left(\frac{z}{r_0}\right)^2-2\frac{z}{r_0}\cos\theta_0}$$

デアル. 然ルニ z/r_0 ハ小量デアルカラ,其二乘ハ之ヲ無視シテヨイ,隨テ上式ノ右邊ヲ展開スレバ,明ニ

$$r=r_0\left(1-\frac{z}{r_0}\cos\theta_0\right)$$

$$=r_0-zu$$

トナル. 但此式ニ於テ

$$u=\cos\theta$$

トオイテアル.

次ニ三角形OPQニ於テ,明ニ次記ノ關係ガアル.

$$\frac{\sin\theta}{r_0}=\frac{\sin\theta_0}{r}$$

故ニ(8)式ハ

$$E=H=\frac{a\pi\kappa}{2l}\cos\left(\frac{\pi\kappa z}{2l}\right)\cos\frac{\pi\kappa}{2l}(ct-r_0+zu)\frac{r_0\sin\theta_0}{r^2}\,dz$$

$$=\frac{a\pi\kappa}{2l}\,\frac{\sin\theta_0}{r_0\left(1-\frac{zu}{r_0}\right)^2}\cos\left(\frac{\pi\kappa z}{2l}\right)\cos\frac{\pi\kappa}{2l}(ct-r_0+zu)\,dz$$

トナル. 然ルニ z/r_0 ハ,1ニ比較シテ小量デアルカラ,之ヲ無視シテヨイ,隨テ上式ハ

$$E=H=\frac{a\pi\kappa}{2l}\,\frac{\sin\theta_0}{r_0}\cos\left(\frac{\pi\kappa z}{2l}\right)\cos\frac{\pi\kappa}{2l}(ct-r_0+zu)\,dz\;.\;.\;.\;(9)$$

トナル.

此式ハ振動器ノ微小部 dz ニ基因スル,電力ト磁力ヲ表ハスモノデアル. 此所ニ注目ス可キ大切ナルコトガアル. 直線振動器OAガ,海面ノ如キ導電體面ニ直立スル場合ハ,電像論ニ據リ,此導電體ハ現存セズ,其代リニOAノ電像OA′ガ存在スル場合ト,結果ハ同一デアル. 故ニ全振動器OAニ基因スル,電力ト磁力ヲ算出スルニハ,OAト其電像OA′ニ就テ,上式ヲ積分セネバナラヌ. 求ムル所ノ電力ト磁力ヲ,各々 E_l, H_l デ表ハソウ. ソウスルト

$$E_l=H_l=\frac{a\pi\kappa}{2l}\,\frac{\sin\theta_0}{r_0}\int_{-l}^{+l}\cos\left(\frac{\pi\kappa z}{2l}\right)\cos\frac{\pi\kappa}{2l}(ct-r_0+zu)\,dz\;.\;(10)$$

デアル.

積分記號內ヲ展開分離スレバ

$$\cos\frac{\pi\varkappa}{2l}(ct-r_0)\cos\left(\frac{\pi\varkappa z}{2l}\right)\cos\left(\frac{\pi\varkappa uz}{2l}\right)$$

$$-\sin\frac{\pi\varkappa}{2l}(ct-r_0)\cos\left(\frac{\pi\varkappa z}{2l}\right)\sin\left(\frac{\pi\varkappa uz}{2l}\right)$$

トナル．然ルニ一般公式トシテ,ヨク知レテヲル通リ

$$\left\{\begin{aligned}&\int\cos mx\cos nmx\,dx=\frac{\sin mx\cos nmx}{m(1-n^2)}-\frac{n}{m(1-n^2)}\cos mx\sin nmx,\\&\int\cos mx\sin nmx\,dx=\frac{\sin mx\sin nmx}{m(1-n^2)}+\frac{n}{m(1-n^2)}\cos mx\cos nmx\end{aligned}\right.$$

デアル,隨テ之ヲ利用スレバ

$$\left\{\begin{aligned}&\int_{-l}^{+l}\cos\left(\frac{\pi\varkappa z}{2l}\right)\cos\left(\frac{\pi\varkappa uz}{2l}\right)dz=2\frac{2l}{\pi\varkappa}\frac{\sin\left(\frac{\pi\varkappa}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi\varkappa u}{2}\right)}{1-u^2},\\&\int_{-l}^{+l}\cos\left(\frac{\pi\varkappa z}{2l}\right)\sin\left(\frac{\pi\varkappa uz}{2l}\right)dz=0.\end{aligned}\right.$$

但此式ニ於テ,$\varkappa$ハ 1,3,5 等ノ奇數デアル．

故ニ(10)式ハ,附字 l ヲ除去シ下記ノ通リ書イテヨイ

$$\mathrm{E}=\mathrm{H}=\frac{a\pi\varkappa}{2l}\frac{\sin\theta_0}{r_0}\frac{4l}{\pi\varkappa}\frac{\sin\left(\frac{\pi\varkappa}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi\varkappa u}{2}\right)}{1-u^2}\cos\frac{\pi\varkappa}{2l}(ct-r_0)$$

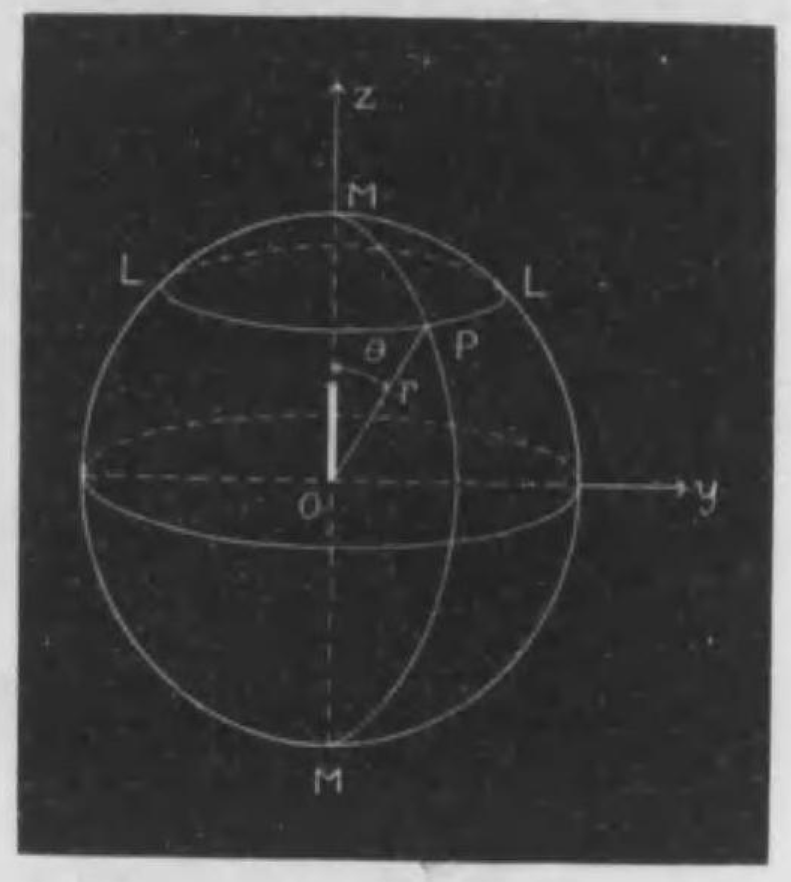
$$=2a(-1)^{\frac{\varkappa-1}{2}}\frac{\cos\left(\frac{\pi\varkappa}{2}\cos\theta_0\right)}{r_0\sin\theta_0}\cos\frac{\pi\varkappa}{2l}(ct-r_0)\;.\;.\;.\;.\;(11).$$

此式ハ重要ナルモノデ,直線振動器ニ基因スル電磁場ハ,之ニヨツテ決定スルノデアル．第29圖ニ示ス如ク,振動器 OA ノ地絡點 O ヲ中心トシ,大ナル半徑 r_0 ヲ有スル,一ノ球面ヲ書クトシヤウ．ソウスルト,此球面上,任意ノ點ニ於ケル電力ハ,子午面 MPM 上ニ存在シ,磁力ハ緯度圏 LPL 上ニ存在スル．ソウシテ,此電力ト磁力ハ,互ニ垂直デアリ,又各々動徑 r_0 ニ垂直デアル．

上記(11)式ヲ一見スレバ,直ニ分カル通リ,電力ト磁力ノ値ハ,共ニ

$$\frac{\cos\left(\frac{\pi\varkappa}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin\theta_0}\;.\;.\;.\;(12)$$

ニ正比例スルノデアル．コレハ θ_0 ノ函數デアルカラ,θ_0 ニ種々ノ値ヲ附シテ,之ヲ圖示スレバ,電磁場ニ於ケル,電力ト磁力ノ強弱配布狀態ガ分カル．



29

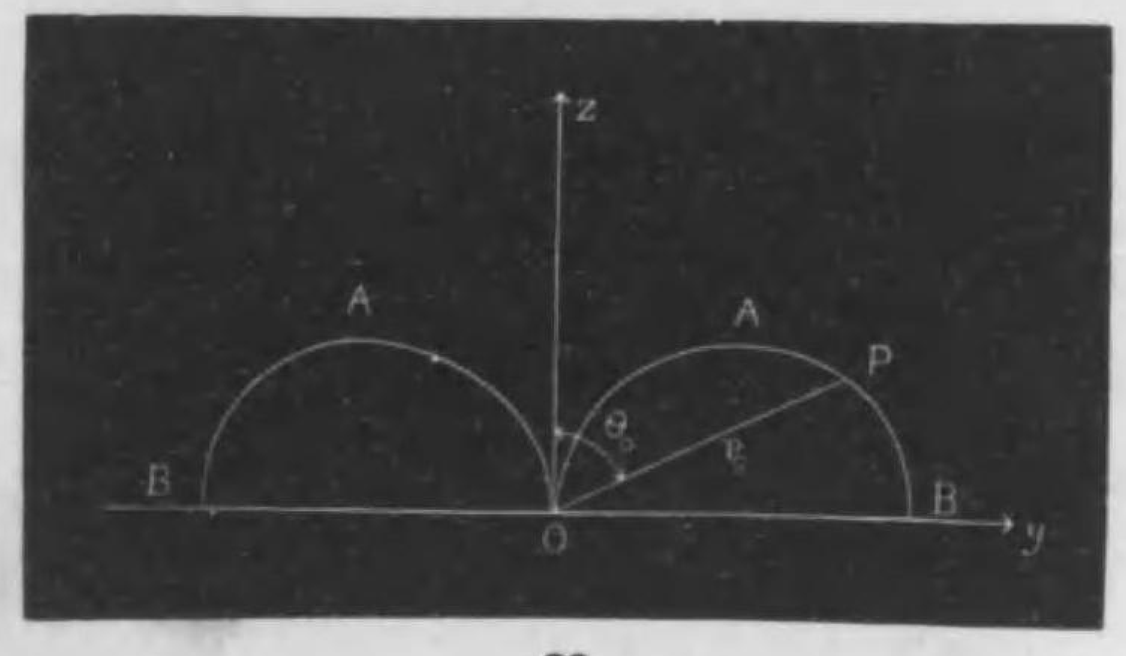
基礎振動,卽 $\varkappa=1$ デアル場合ニ於テハ,(11)式ハ

$$\mathrm{E}=\mathrm{H}=2a\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_0\right)}{r_0\sin\theta_0}\cos\frac{\pi}{2l}(ct-r_0)\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(13)$$

トナル．第30圖ノ曲線 OAB ハ,電磁場ニ於ケル,電力隨テ又磁力ノ配布狀態ヲ示スモノデアル,卽

$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin\theta_0}$$

ヲ,θ_0 ノ函數トシテ,圖示シタモノデアル．



30

振動器カラ發出スル,電磁波ノ波長ヲ λ トスレバ,基礎振動ノ

場合ニ於テハ, $l=\lambda/4$ デアルカラ,上式(13)ハ次ノ通リニ書イテヨイ.

$$E=H=2a\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_0\right)}{r_0\sin\theta_0}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(ct-r_0).$$

然ルニ $c=\lambda/T$ デアルカラ,此式ハ

$$E=H=2a\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_0\right)}{r_0\sin\theta_0}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda}\right)\ldots(14)$$

トナル. 又 $p=2\pi/T$ デアルカラ,此式ハ次ノ通リニ書イテヨイ.

$$E=H=2a\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_0\right)}{r_0\sin\theta_0}\cos p\left(t-\frac{r_0}{c}\right)\ldots\ldots(15).$$

特別ナル場合トシテ, $\theta_0=\pi/2$, 隨テ赤道面上ニ於テハ

$$E=H=\frac{2a}{r_0}\cos p\left(t-\frac{r_0}{c}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots(16)$$

デアル.

5. 偏向的電磁球面波.

第1節ニ於テ,ヘルツ振動器,卽對電振動器ニ因テ發起スル電磁波ヲ考ヘタノデアル. 觀念ヲ明カニスル爲メ,此所ニ少シ運算ヲ變エ論述シヤウ,卽偏向的電磁球面波[1]ニ就テ論述シヤウ.

或ル一ノ振動器ガ,直角坐標軸ノ原點ニ相當スル場所ニ位シテヲリ,ソウシテ之ニ基因スル磁力ノ z 分値ハ,零デアルトシヤウ.

一般的基礎電磁方程式ハ

1. Polarized electromagnetic pherical wave.

$$\left.\begin{aligned}\frac{K}{c}\frac{\partial X}{\partial t}&=\frac{\partial N}{\partial y}-\frac{\partial M}{\partial z},\\ \frac{K}{c}\frac{\partial Y}{\partial t}&=\frac{\partial L}{\partial z}-\frac{\partial N}{\partial x},\\ \frac{K}{c}\frac{\partial Z}{\partial t}&=\frac{\partial M}{\partial x}-\frac{\partial L}{\partial y}\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(1),$$

$$\left.\begin{aligned}-\frac{\mu}{c}\frac{\partial L}{\partial t}&=\frac{\partial Z}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial z},\\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial M}{\partial t}&=\frac{\partial X}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial x},\\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial N}{\partial t}&=\frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y}\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

デアルカラ,本論ノ場合ニ於テハ,(2)式ノ第三式ニ於テ

$$N=0$$

トスレバヨイ,隨テ直ニ次式ヲ得ル.

$$\frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y}=0\ \ldots\ldots\ldots\ldots(3).$$

此式ハ何ヲ語ルカト云フト,電力ノ x 分値 X ト y 分値 Y ハ,或ル一ノスカラー函數 V デ與ヘラルルト云フコトヲ語ルノデアル,卽

$$\left.\begin{aligned}X&=-\frac{\partial V}{\partial x},\\ Y&=-\frac{\partial V}{\partial y}\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

デアル.

振動器外ノ場所ニ於テハ

$$\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}=0\ \ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

デアルカラ,上式(4)ニヨリ此式ハ

$$\frac{\partial Z}{\partial z}=\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (6)$$

トナル,隨テ函數Vガ或ル函數Fノニ微分係數デアルナラバ,卽

$$V=-\frac{\partial F}{\partial z}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (7)$$

デアルナラバ,上式(6)ハ積分スルコトガ出來ルノデアル. 故ニ此場合ニ於テハ,(4)及(6)式ハ各々下記ノ形ヲトル.

$$\left.\begin{aligned} X&=\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial z},\\ Y&=\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial z},\\ Z&=-\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\right)\\ &=\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}-\nabla^2 F. \end{aligned}\right\}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (8).$$

第一基礎電磁方程式(1)ノ第一及第二式ニ於テ,N=0トオケバ

$$\left.\begin{aligned} \frac{K}{c}\frac{\partial X}{\partial t}&=-\frac{\partial M}{\partial z},\\ \frac{K}{c}\frac{\partial Y}{\partial t}&=\frac{\partial L}{\partial z} \end{aligned}\right\}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (9)$$

デアルカラ,之ニ上式(8)ニヨツテ與ヘラルルX,Yノ値ヲ置換スレバ

$$\left.\begin{aligned} \frac{K}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial z}\right)&=-\frac{\partial M}{\partial z},\\ \frac{K}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial x}\right)&=\frac{\partial L}{\partial z} \end{aligned}\right\}$$

トナル,隨テ

$$\left.\begin{aligned} L&=\frac{K}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right),\\ M&=-\frac{K}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right),\\ N&=0 \end{aligned}\right\}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (10)$$

デアル.

上式(8)ト(10)式ヲ一見スレバ,明カナル通リ,振動器ニ基因スル電磁場ニ於ケル電力ト磁力ハ,坐標 x,y,z ト時 t ノ或ルスカラー函數Fノ微分係數デ,決定スルノデアル.

然ルニ第二基礎電磁方程式(2)ノ第一式ト(8)式トニヨリ

$$-\frac{\mu}{c}\frac{\partial L}{\partial t}=-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)-\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)-\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)$$

$$=-\nabla^2\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)$$

デアルカラ,(10)式ノ第一式ニヨリ

$$\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)=\nabla^2\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)$$

デアル,隨テ y ニ對シテ之ヲ積分スレバ

$$\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}=\nabla^2 F\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (11)$$

トナル.

此式ハ何ヲ表ハスカト云フト,コレハ第二章第3節ニ述ベタ通リ,一ノ波動ヲ表ハスノデアル,ソウシテ此波動ノ速度ハ

$$v=\frac{c}{\sqrt{K\mu}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (12)$$

デアル.

上記ノ議論ニ於テハ,函數Fハ坐標 x,y,z ト時 t ノ任意函數デ

アルト考ヘテアルガ,以下之ニ一ノ制限ヲ附シヤウ,卽函數Fハ動徑rト時tトノ函數デアルトシヤウ,隨テ

$$F = F(t, r) \quad \dots\dots\dots\dots (13)$$

デアルトシヤウ. 但此式ニ於テ

$$r^2 = x^2+y^2+z^2 \quad \dots\dots\dots\dots (14)$$

デアル.

此場合ニ於テハ

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} &= \frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial r} = \frac{x}{r}\frac{\partial F}{\partial r}, \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} - \frac{x^2}{r^3}\frac{\partial F}{\partial r} + \frac{x^2}{r^2}\frac{\partial^2 F}{\partial r^2}, \\ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} &= \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} - \frac{y^2}{r^3}\frac{\partial F}{\partial r} + \frac{y^2}{r^2}\frac{\partial^2 F}{\partial r^2}, \\ \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} &= \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} - \frac{z^2}{r^3}\frac{\partial F}{\partial r} + \frac{z^2}{r^2}\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \end{aligned}\right.$$

デアルカラ

$$\begin{aligned} \nabla^2 F &= \frac{2}{r}\frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \\ &= \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rF) \quad \dots\dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

デアル,隨テ之ヲ(11)式ニ置換スレバ,直ニ次式ヲ得ル.

$$\frac{K\mu}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(rF) = \frac{\partial^2}{\partial r^2}(rF) \quad \dots\dots\dots\dots (16).$$

此式ハ第二章第3節ノ(24)式ト同型ノモノデアル,隨テ其解ハ

$$F = \frac{1}{r}f_1\left(t-\frac{r}{v}\right) + \frac{1}{r}f_2\left(t+\frac{r}{v}\right) \quad \dots\dots\dots (17)$$

デアル.

本論ニ於テハ,振動器カラ四方ニ發進スル電磁球面波ノミヲ考フレバヨイカラ,上式ノ第一項ノミヲ取レバヨイ,隨テ考フル所ノ函數ハ

$$F = \frac{1}{r}f\left(t-\frac{r}{v}\right) \quad \dots\dots\dots\dots (18)$$

デアル.

サテ式ヲ簡單ニスル爲メ

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}f\left(t-\frac{r}{v}\right) &\equiv \dot{f}, \\ \frac{\partial f\left(t-\frac{r}{v}\right)}{\partial\left(t-\frac{r}{v}\right)} &\equiv f' \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots\dots (19)$$

トオケバ

$$\begin{aligned} \dot{f} &= \frac{\partial f\left(t-\frac{r}{v}\right)}{\partial\left(t-\frac{r}{v}\right)}\frac{\partial}{\partial t}\left(t-\frac{r}{v}\right) \\ &= f' \end{aligned}$$

デアル,隨テ

$$\begin{aligned} \frac{\partial f\left(t-\frac{r}{v}\right)}{\partial r} &= \frac{\partial f\left(t-\frac{r}{v}\right)}{\partial\left(t-\frac{r}{v}\right)}\frac{\partial\left(t-\frac{r}{v}\right)}{\partial r} \\ &= -\frac{f'}{v} = -\frac{\dot{f}}{v} \end{aligned}$$

デアル. 故ニ

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{1}{r}f\left(t-\frac{r}{v}\right)\right\} \\ &= \frac{\partial}{\partial r}\left\{\frac{1}{r}f\left(t-\frac{r}{v}\right)\right\}\frac{\partial r}{\partial z} \end{aligned}$$

$$=\left\{-\frac{1}{r^2}f\left(t-\frac{r}{v}\right)-\frac{1}{r}\frac{\dot{f}}{v}\right\}\frac{z}{r}$$

$$=-\frac{z}{r^3}f-\frac{z}{r^2v}\dot{f}$$

デアル. 但此式ニ於テ,簡單ニスル爲メ

$$f\left(t-\frac{r}{v}\right)$$

ノ代リニ,單ニ f ヲ使用シテアル,以下之ニ倣フノデアル.

運算スレバ分カル通リ,次記ノ式等ヲ得ルノデアル.

$$\begin{cases}\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial \mathrm{F}}{\partial z}\right)=\dfrac{xz}{r^3}\left(\dfrac{3f}{r^2}+\dfrac{3\dot{f}}{rv}+\dfrac{\ddot{f}}{v}\right),\\[2ex] \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial \mathrm{F}}{\partial z}\right)=\dfrac{yz}{r^3}\left(\dfrac{3f}{r^2}+\dfrac{3\dot{f}}{rv}+\dfrac{\ddot{f}}{v^2}\right),\\[2ex] \dfrac{\partial^2 \mathrm{F}}{\partial z^2}=\left(\dfrac{3z^2}{r^5}-\dfrac{1}{r^3}\right)f+\left(\dfrac{3z^2}{r^4v}-\dfrac{1}{r^2v}\right)\dot{f}+\dfrac{z^2}{r^3v^2}\ddot{f},\\[2ex] \nabla^2\mathrm{F}=\dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2\mathrm{F}}{\partial t^2}=\dfrac{1}{rv^2}\ddot{f}.\end{cases}$$

故ニ此等ノ式ヲ(8)及(10)式ニ置換スレバ,次式ヲ得ルノデアル.

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{X}&=\frac{xz}{r^3}\left(\frac{3f}{r^2}+\frac{3\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right),\\ \mathrm{Y}&=\frac{yz}{r^3}\left(\frac{3f}{r^2}+\frac{3\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right),\\ \mathrm{Z}&=\frac{2}{r^2}\left(\frac{f}{r}+\frac{\dot{f}}{v}\right)-\frac{x^2+y^2}{r^3}\left(\frac{3f}{r^2}+\frac{3\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right),\end{aligned}\right\}\dots\dots(20)$$

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{L}&=-\frac{\mathrm{K}}{c}\frac{y}{r^2}\left(\frac{\dot{f}}{r}+\frac{\ddot{f}}{v}\right),\\ \mathrm{M}&=\frac{\mathrm{K}}{c}\frac{x}{r^2}\left(\frac{\dot{f}}{r}+\frac{\ddot{f}}{v}\right),\\ \mathrm{N}&=0.\end{aligned}\right\}\dots\dots\dots\dots(21).$$

此二式ハ重要ナルモノデアル,卽振動器ニ基因スル電磁場ニ於ケル電力ト磁力ハ,此二式ニヨツテ決定スルノデアル. 一考スレバ,直ニ分カル通リ

$$\begin{cases}x\mathrm{X}+y\mathrm{Y}+z\mathrm{Z}\neq 0 \dots\dots\dots\dots(22),\\ x\mathrm{L}+y\mathrm{M}+z\mathrm{N}=0\dots\dots\dots\dots(23),\\ \mathrm{XL}+\mathrm{YM}+\mathrm{ZN}=0\dots\dots\dots\dots(24)\end{cases}$$

デアル. 故ニ綜電力ハ, (22) 式ガ示ス如ク,動徑 r ト或ル斜角ヲ爲ス,然ルニ之ニ反シテ,綜磁力ハ, (23) 式ガ示ス如ク,動徑 r ニ垂直デアル. 次ニ綜電力ト總磁力ハ, (24) 式ガ示ス如ク,互ニ垂直デアル. 更ニ進ンデ議論スル前ニ,此所ニ考フ可キ大切ナコトガアル. 前ニ算出シタ通リ

$$\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial z}=-\frac{z}{r^3}f-\frac{z}{r^2v}\dot{f}$$

$$=-\frac{z}{r^3}f\left(t-\frac{r}{v}\right)-\frac{z}{r^2v}\dot{f}\left(t-\frac{r}{r}\right)\dots\dots(25)$$

デアル. 故ニ振動器ニ極メテ接近シテヲル場所,卽坐標ノ原點附近ニ於テハ, r ノ値ガ小デアルカラ,上式ノ第二項ハ,之ヲ第一項ニ比較シテ無視スルコトガ出來ル. 又函數 f ニ於ケル第二項ハ,無論之ヲ無視シテヨイカラ,上式ハ

$$\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial z}=-\frac{z}{r^3}f(t)$$

$$=f(t)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r}\right)\dots\dots\dots\dots(26)$$

トナル,隨テ(8)式ハ下記ノ通リ,之ヲ表ハシテヨイ.

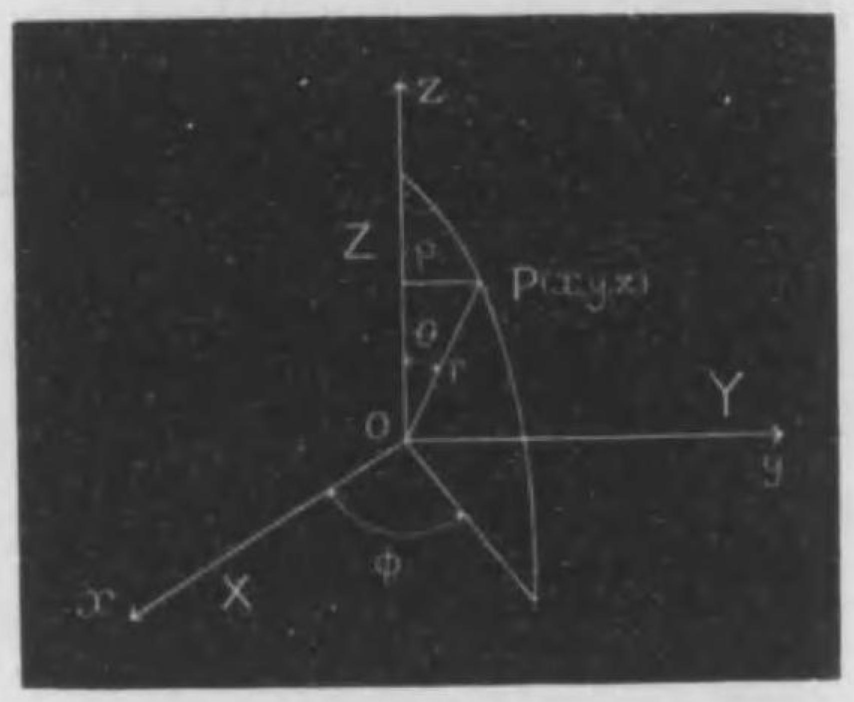
$$\left.\begin{aligned} \mathrm{X} &= f(t)\frac{\partial^2}{\partial x\partial z}\left(\frac{1}{r}\right), \\ \mathrm{Y} &= f(t)\frac{\partial^2}{\partial y\partial z}\left(\frac{1}{r}\right), \\ \mathrm{Z} &= f(t)\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{1}{r}\right) \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots\dots (27).$$

此式ハ何ヲ表ハスカト云フト,第1節及第二卷第二章第2節ヲ參照スレバ,明カナル通リ,電氣能率

$$f(t) \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (28)$$

ヲ有スル一ノ對電ニ基因スル電場ヲ表ハスノデアル.

サテ(20)及(21)式ハ,各々電力ト磁力ノx, y, z分値ヲ與フルモノデアルガ,極坐標r, θ, ϕヲ使用シテ,之ヲ表ハスコトモ亦便利デアル. 第31圖ニ示ス如ク,電磁場ニ於ケル任意點Pノ極坐標ヲr, θ, ϕトシ,ソウシテ此點ヲ通過シテ,z軸ニ垂直ナル圓ヲ書キ,其半徑ヲρデ表ハソウ.



31

綜磁力ヲHデ表ハシ,ソウシテϕノ增加スル方向,卽Pニ於テ上記ノ圓ニ引イタ切線ノ方向ニ於ケル,其分値ヲH_ϕデ表ハセバ

$$\mathrm{H}_\phi = \mathrm{M}\cos\phi - \mathrm{L}\sin\phi$$

$$= \mathrm{M}\frac{x}{\rho} - \mathrm{L}\frac{y}{\rho}$$

$$= \frac{\mathrm{K}}{c}\frac{x}{r^2}\left(\frac{\dot{f}}{r}+\frac{\ddot{f}}{v}\right)\frac{x}{\rho} + \frac{\mathrm{K}}{c}\frac{y}{r^2}\left(\frac{\dot{f}}{r}+\frac{\ddot{f}}{v}\right)\frac{y}{\rho}$$

デアル. 然ルニ

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

デアルカラ,上式ハ

$$\mathrm{H}_\phi = \frac{\mathrm{K}}{c}\frac{\rho}{r^2}\left(\frac{\dot{f}}{r}+\frac{\ddot{f}}{v}\right)$$

$$= \frac{\mathrm{K}}{c}\frac{\sin\theta}{r}\left(\frac{\dot{f}}{r}+\frac{\ddot{f}}{v}\right) \quad \dots\dots\dots\dots (29)$$

トナル. 一考スレバ明カナル通リ,Hノθ及r分値ハ零デアル,卽

$$\begin{cases} \mathrm{H}_\theta = 0, \\ \mathrm{H}_r = 0. \end{cases}$$

次ニ電力ヲ考ヤウ. 綜電力ヲEデ表ハシ,ソウシテ其r, θ, ϕ分値ヲ,各々$\mathrm{E}_r, \mathrm{E}_\theta, \mathrm{E}_\phi$デ表ハセバ

$$\mathrm{E}_r = \mathrm{X}\frac{x}{r} + \mathrm{Y}\frac{y}{r} + \mathrm{Z}\frac{z}{r}$$

$$= \frac{x^2z}{r^4}\left(\frac{3f}{r^2}+\frac{3\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right) + \frac{y^2z}{r^4}\left(\frac{3f}{r^2}+\frac{3\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right)$$

$$+ \frac{2z}{r^3}\left(\frac{f}{r}+\frac{\dot{f}}{v}\right) - \frac{(x^2+y^2)z}{r^4}\left(\frac{3f}{r^2}+\frac{3\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right)$$

$$= \frac{2z}{r^3}\left(\frac{f}{r}+\frac{\dot{f}}{v}\right)$$

$$= \frac{2\cos\theta}{r^2}\left(\frac{f}{r}+\frac{\dot{f}}{v}\right) \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (30)$$

デアル. 電力ノρ分値ヲE_ρデ表ハセバ

$$\mathrm{E}_\theta = \mathrm{E}_\rho \cos\theta - \mathrm{Z}\sin\theta$$

$$= \left(\mathrm{X}\frac{x}{\rho}+\mathrm{Y}\frac{y}{\rho}\right)\cos\theta - \mathrm{Z}\sin\theta$$

$$= (\mathrm{X}x+\mathrm{Y}y)\frac{z}{r\rho}-\mathrm{Z}\frac{\rho}{r}$$

$$= \frac{1}{\rho}\left(\frac{x^2z^2}{r^4}+\frac{y^2z^2}{r^4}\right)\left(\frac{3f}{r^2}+\frac{3\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right)$$

$$-\frac{\rho}{r}\frac{2}{r^2}\left(\frac{f}{r}+\frac{\dot{f}}{v}\right)+\frac{\rho}{r}\frac{x^2+y^2}{r^3}\left(\frac{3f}{r^2}+\frac{3\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right)$$

$$= \left\{\frac{x^2z^2}{r^4\rho}+\frac{y^2z^2}{r^4\rho}+\frac{(x^2+y^2)\rho}{r^4}\right\}\left(\frac{3f}{r^2}+\frac{3\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right)$$

$$-\frac{2\rho}{r^3}\left(\frac{f}{r}+\frac{\dot{f}}{v}\right)$$

$$= \left\{\frac{z^2\rho}{r^4}+\frac{(x^2+y^2)\rho}{r^4}\right\}\left(\frac{3f}{r^2}+\frac{3\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right)$$

$$-\frac{2\rho}{r^3}\left(\frac{f}{r}+\frac{\dot{f}}{v}\right)$$

$$= \frac{\rho}{r^2}\left(\frac{3f}{r^2}+\frac{3\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right)-\frac{2\rho}{r^3}\left(\frac{f}{r}+\frac{\dot{f}}{v}\right)$$

$$= \frac{\rho}{r^2}\left(\frac{f}{r^2}+\frac{\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right)$$

$$= \frac{\sin\theta}{r}\left(\frac{f}{r^2}+\frac{\dot{f}}{rv}+\frac{\ddot{f}}{v^2}\right) \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (31)$$

デアル. 一考スレバ,分カル通リ, E ノ ϕ 分値ハ零デアル,卽

$$\mathrm{E}_\phi = 0 \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (32)$$

デアル.

終リニ振動器カラ甚ダ遠ザカリタル場所ニ於ケル電磁場ヲ考ヤウ. 此場合ニ於テハ, r ノ値ガ甚ダ大ナルカラ,磁力ヲ表ハ

ス(29)式ノ第一項ハ,之ヲ無視シテヨイ. 又電力ヲ表ハス(30)式ハ,全ク之ヲ無視シ,ソウシテ(31)式ニ於テ其第三項ノミヲ取レバヨイ. 故ニ直ニ次式ヲ得ル.

$$\begin{cases} \mathrm{H}_\phi = \dfrac{\mathrm{K}\sin\theta}{r}\dfrac{\ddot{f}}{cv} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (33), \\[2ex] \mathrm{E}_\theta = \dfrac{\sin\theta}{r}\dfrac{\ddot{f}}{v^2} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (34). \end{cases}$$

考フル所ノ媒體ガ,空氣デアル場合ニ於テハ, $\mathrm{K}=1$, $\mu=1$ デアリ,隨テ $v=c$ デアルカラ,上式ハ

$$\begin{cases} \mathrm{H}_\phi = \dfrac{\sin\theta}{r}\dfrac{\ddot{f}}{c^2} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (35), \\[2ex] \mathrm{E}_\theta = \dfrac{\sin\theta}{r}\dfrac{\ddot{f}}{c^2} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (36) \end{cases}$$

トナル. 此二式ハ重要ナルモノデアル,之ヲ見レバ明カナル通リ,振動器カラ甚ダ遠ザカリタル場所ニ於テハ,綜電力ト綜磁力ハ,同一ノ値ヲ有スルノデアル. 一考スレバ分カル通リ,此綜電力ト綜磁力ハ,互ニ垂直デアル.

終リニ考フ可キコトハ,振動器カラ一秒間ニ幅射スル電磁エネルギーノ量デアル. 振動器ノ中點ヲ中心トシテ,大ナル半徑 r ノ球面ヲ畫キ,ソウシテ其徵小表面ヲ, dS デ表ハソウ. ソウスルト,一秒間ニ,此徵小表面ヲ,通過流出スル電磁エネルギーノ量ハ,第二章第5節ニ述ベタ,ポインチングノ定理ニ基キ,(33)ト(34)式ニヨリ

$$\frac{c}{4\pi}\mathrm{E}_\theta\mathrm{H}_\phi dS = \frac{c}{4\pi}\cdot\frac{\sin\theta\,\ddot{f}}{rv^2}\cdot\frac{\mathrm{K}\sin\theta}{r}\frac{\ddot{f}}{cv}dS$$

$$= \frac{\mathrm{K}\sin^2\theta}{4\pi r^2v^3}\ddot{f}^2 dS$$

デアル. 然ルニ明ニ

$$dS = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

デアルカラ,一秒間ニ球ノ全表面ヲ通過流出スル,電磁エネルギ I ノ総量ハ

$$\frac{K\ddot{f}^2}{4\pi v^3}\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \sin^3\theta \, d\theta = \frac{K\ddot{f}^2}{4\pi v^3}.2\pi.\frac{4}{3}$$

$$= \frac{2}{3}\frac{K}{v^3}\ddot{f}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (37)$$

デアル. 但此式ニ於テ

$$\ddot{f} \equiv \ddot{f}\left(t-\frac{r}{v}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (38)$$

デアル.

考フル所ノ媒體ガ,空氣デアル場合ニハ, $K=1$, $v=c$ デアルカラ,上式(37)ト(38)ハ,各々下記ノ通リニナル.

$$\frac{\ddot{f}}{4\pi c^3}\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \sin^3\theta \, d\theta = \frac{2}{3c^3}\ddot{f}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (39),$$

$$\ddot{f} \equiv \ddot{f}\left(t-\frac{r}{c}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (40).$$

此所ニ注意ス可キコトガアル,ソレハ振動器ノ電氣能率ハ,前ニ述ベタ通リ

$$f(t)$$

デアルト云フコトデアル.

6. ヘルツ振動器カラ輻射スル電磁エネルギ I.

ヘルツ振動器ノ中點ヲ中心トシ,ソウシテ大ナル半徑 r ヲ有

スル,一ノ球面ヲ考ヤウ. 此場合ニ於テハ,第1節ニ述ベタ通リ,考フル所ノ點ヲ通過スル子午面ヲ, y, z 面トスレバ,電力ノ分力ハ, y, z 分力ノミ,卽

$$\begin{cases} Y = -\dfrac{\varpi m^2}{r}\sin(mr-pt)\sin\theta\cos\theta, \\ Z = \dfrac{\varpi m^2}{r}\sin(mr-pt)\sin^2\theta \end{cases}$$

デアル,隨テ綜合電力ハ

$$E = \sqrt{Y^2+Z^2}$$

$$= \frac{\varpi m^2}{r}\sin(mr-pt)\sin\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

デアル. 次ニ磁力ハ,單ニ x 分力ノミデアル,卽

$$H = L$$

$$= \frac{1}{c}\frac{\varpi mp}{r}\sin(mr-pt)\sin\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

デアル.

上記ノ電力Eト磁力Hハ,互ニ垂直デアリ,ソウシテ考フル所ノ點ニ於テ,球ニ引イタ切面上ニ存在スル. 故ニ此點ニ於ケル,球ノ單位面積ヲ,單位時間ニ,通過流出スル電磁エネルギ I ノ量ハ,第二章第5節ニ述ベタ,ポインチングノ定理ニ據リ

$$\frac{c}{4\pi}EH = \frac{\varpi^2 m^3 p \sin^2(mr-pt)\sin^2\theta}{4\pi r^2} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

デアル.

サテ第32圖ニ,點線デ示ス如ク,球面上考フル所ノ點Pニ於テ,角 θ ト $\theta+d\theta$ トニ相當スル,二ツノ圓ヲ畫クトシヤウ. ソウスルト,此二圓ニヨツテ,限界サルル圓帶 PQ ノ面積ハ

$$2\pi r \sin\theta\, r\, d\theta$$

デアル．故ニ單位時間ニ,此圓帶ヲ通過流出スル,電磁エネルギ丨ノ量ハ

32

$$\frac{\varpi^2 m^2 p \sin^2(mr-pt)\sin^2\theta}{4\pi r^2} \cdot 2\pi r \sin\theta\, r\, d\theta$$

デアル,隨テ單位時間ニ,球ノ全面積ヲ通過流出スル,電磁エネルギ丨ノ總量ハ,上式ヲ θ ニ對シテ,0 カラ π マデ,積分シタモノデアル,卽

$$\int_0^{\pi} \frac{\varpi^2 m^3 p \sin^2(mr-pt)\sin^3\theta\, d\theta}{2}$$

デアル．然ルニ

$$\int_0^{\pi} \sin^3\theta\, d\theta = \int_0^{\pi} (\cos^2\theta - 1)\, d(\cos\theta)$$

$$= \left| \frac{1}{3}\cos^3\theta - \cos\theta \right|_0^{\pi}$$

$$= \frac{4}{3}$$

デアルカラ,上式ハ

$$\frac{2}{3}\varpi^2 m^3 p \sin^2(mr-pt)$$

トナル．故ニ振動器カラ,半振動週期間ニ,輻射スル,電磁エネルギ丨ノ總量ヲ, $E_{T/2}$ デ表ハセバ

$$E_{T/2} = \frac{2}{3}\varpi^2 m^3 p \int_0^{\frac{T}{2}} \sin^2(mr-pt)\, dt$$

$$= \frac{2}{3}\varpi^2 m^3 p \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{1}{2}\left\{1 - \cos 2(mr-pt)\right\} dt$$

$$= \frac{1}{3}\varpi^2 m^3 p \left| t + \frac{1}{2p}\sin 2(mr-pt) \right|_0^{\frac{T}{2}}$$

デアル．然ルニ

$$m = \frac{2\pi}{\lambda},$$

$$p = mc = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi}{T}$$

デアルカラ,上式ハ

$$E_{T/2} = \frac{1}{6}\varpi^2 m^3 p T$$

$$= \frac{\pi}{3}\varpi^2 m^3$$

$$= \frac{8\pi^4 \varpi^2}{3\lambda^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

トナル．

由是觀之バ,ヘルツ振動器ガ,半振動週期間ニ,四方八方ニ輻射スル,電磁エネルギ丨ノ總量ハ,其電氣能率ノ二乘ニ正比例シ,ソウシテ波長ノ三乘ニ逆比例スルノデアル．

33

ヘルツガ電波研究ノ際ニ使用シタ,振動器ノ一例ハ,第33圖ニ示ス如ク,二個ノ等シキ球AトBニ,各々同長ノ導線ヲ附着シ,其一端ニ各々小球ヲ附着シテ,一ノ火花間隙Sヲ形成シタモノデアル．

球AトBノ直徑ハ,各々30センチメートルデ,各導線ノ長サハ,50センチメートルデアル. 放電ノ起ル際ノ,球Aノ最初電荷ヲ+QトシソウシテB球ノ最初電荷ヲ−Qトシヤウ. 導線ノ全長ヲlトスレバ,振動器ノ最大電氣能率ハ

$$\varpi = Ql$$

デアルカラ,(4)式ハ

$$E_{T/2} = \frac{8\pi^4 Q^2 l^2}{3\lambda^3} \quad \dots\dots\dots\dots\dots (5)$$

ト書イテヨイ.

靜電單位C.G.S.デ表ハシタ,二球A,Bノ電氣容量ハ,各々其半徑ニ等イカラ,其相互電氣容量ハ,明ニ

$$C = \frac{1}{2}\,\frac{30}{2}$$

デアル. 次ニ火花間隙ニ於ケル,放電電壓ヲ,30,000ボルト隨テ靜電單位C.G.S.デ,100トスレバ,同單位デ表ハシタ,各球ノ電荷Qハ,750デアル. 然ルニ上記ノ振動器カラ發起スル,電波ノ波長ハ,480センチメートルデ,アツタカラ,半振動週期間ニ,振動器カラ輻射スル,電磁エネルギーノ總量ハ,上式(5)ニヨリ

$$E_{T/2} = \frac{8 \times 97{\cdot}4 \times 750^2 \times 100^2}{3 \times 480^3}$$

$$\fallingdotseq 13000 \text{ エルグ}$$

デアル. トコロガ,最初振動器ガ,有シテヲツタ電氣エネルギーノ量ハ

$$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 7{\cdot}5 \times 100^2$$

$$= 37500 \text{ エルグ}$$

デアル. 故ニ半振動週期間デ,振動器ノ全エネルギーノ,三分ノ一以上ガ,輻射ノ爲メ消費サルルノデアル.

7. 直線振動器カラ輻射スル電磁エネルギー.

第4節ニ述ベタ通リ,遠距離ニ於テハ,直線振動器ニ基因スル,電力及磁力ハ,次式デ與ヘラル.

$$E = H = \frac{2a(-1)^{\frac{x-1}{2}} \cos\left(\frac{\pi x}{2}\cos\theta_0\right) \cos\frac{\pi x}{2l}(ct - r_0)}{r_0 \sin\theta_0} \quad \dots (1).$$

但此式ニ於テ,xハ1,3,5等ノ奇數デアル.

第34圖ニ示ス如ク,振動器Aノ底部Oヲ中心トシ,一ノ大ナル半徑r_0ヲ有スル,球面ヲ畫クトシヤウ. ソウスルト,此球面上任意ノ點Pニ於ケル,電力Eト磁力Hハ,互ニ垂直デアリ,ソウシテ共ニ動徑r_0ニ垂直デアル. 故ニ考フル所ノ任意點Pニ於ケル,球ノ單位面積ヲ,單位時間ニ,通過流出スル,電磁エネルギーノ量ヲ,$d\mathsf{E}$デ表ハセバ,コレハ第二章第5節ニ述ベタ,ポインチングベクトルノスカラー値ニ等イ,隨テ

34

$$d\mathsf{E} = \frac{c}{4\pi}EH$$

$$= \frac{c}{\pi}a^2 \frac{\cos^2\frac{\pi x}{2l}(ct - r_0)}{r_0^2}\,\frac{\cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin^2\theta_0} \quad \dots\dots\dots (2)$$

デアル.

球面上ニ於テ,幅 $r_0 d\theta_0$ ヲ有スル,一ノ圓帶 PQRS ヲ考ヤウ. 此圓帶ノ面積ハ

$$2\pi r_0 \sin\theta_0\, r_0\, d\theta_0$$

デアルカラ,之ヲ通過流出スル,電磁エネルギーノ量ハ

$$2\pi r_0 \sin\theta_0\, r_0\, d\theta_0\, d\mathrm{E} = 2ca^2 \cos^2\frac{\pi\kappa}{2l}(ct-r_0)\frac{\cos^2\left(\frac{\pi\kappa}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin\theta_0}\,d\theta_0$$

デアル.

故ニ單位時間ニ,球ノ全表面ヲ通過流出スル,電磁エネルギーノ總量ヲ, E デ表ハセバ

$$\mathrm{E} = 2ca^2 \cos^2\frac{\pi\kappa}{2l}(ct-r_0)\int_0^{\pi}\frac{\cos^2\left(\frac{\pi\kappa}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin\theta_0}\,d\theta_0 \;.\;.\;.\;.\;.\; (3)$$

デアル.

此積分ハ簡單ナルモノデナイ,之ヲ決定スルニハ,下記ノ通リ,稍々複雑ナ運算ヲ施サネバナラヌ. 上記積分ノ二倍ヲ, J デ表ハソウ,卽

$$\mathrm{J} = 2\int_0^{\pi}\frac{\cos^2\left(\frac{\pi\kappa}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin\theta_0}\,d\theta_0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (4)$$

トシヤウ. 此式ニ於テ

$$u = \cos\theta_0 \;.\; (5)$$

トオケバ,次式ヲ得ル.

$$\mathrm{J} = -2\int_{+1}^{-1}\frac{\cos^2\left(\frac{\pi\kappa u}{2}\right)du}{1-u^2}$$

$$= 2\int_{-1}^{+1}\frac{\cos^2\left(\frac{\pi\kappa u}{2}\right)du}{1-u^2}$$

$$= \int_{-1}^{+1}\left(\frac{1}{1+u}+\frac{1}{1-u}\right)\frac{1+\cos\pi\kappa u}{2}\,du \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (6).$$

然ルニ

$$u = -z$$

トオケバ

$$\int_{-1}^{+1}\frac{1}{1-u}(1+\cos\pi\kappa u)\,du = -\int_{+1}^{-1}\frac{1}{1+z}(1+\cos\pi\kappa z)\,dz$$

$$= \int_{-1}^{+1}\frac{1}{1+u}(1+\cos\pi\kappa u)\,du$$

デアルカラ,(6)式ハ明ニ

$$\mathrm{J} = \int_{-1}^{+1}\frac{1}{1+u}(1+\cos\pi\kappa u)\,du$$

トナル. トコロガ, κ ハ 1,3,5 等ノ奇數デアルカラ,此式ハ

$$\mathrm{J} = \int_{-1}^{+1}\frac{1}{1+u}\left\{1-\cos\pi\kappa(1+u)\right\}du$$

ト書イテヨイ,隨テ更ニ

$$\pi\kappa(1+u) = x$$

トオケバ,直ニ次式ヲ得ル.

$$\mathrm{J} = \int_0^{2\pi\kappa}\frac{1-\cos x}{x}\,dx \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (7).$$

然ルニ此式ニ於テ

$$\int_0^{2\pi x}\frac{dx}{x}=\int_0^{2\pi x}\frac{dx}{1+x}+\int_0^{2\pi x}\frac{dx}{x(1+x)}$$

$$=\int_0^{2\pi x}\frac{dx}{1+x}+\int_\infty^{2\pi x}\frac{dx}{x(1+x)}+\int_0^{\infty}\frac{dx}{x(1+x)}$$

デアリ,ソウシテ

$$\int_0^{2\pi x}\frac{\cos x}{x}dx=\int_\infty^{2\pi x}\frac{\cos x}{x}dx+\int_0^{\infty}\frac{\cos x}{x}dx$$

デアル,随テ(7)式ハ

$$\mathrm{J}=\int_{2\pi x}^{\infty}\frac{\cos x}{x}dx+\int_0^{2\pi x}\frac{dx}{1+x}$$

$$-\int_{2\pi x}^{\infty}\frac{dx}{x(1+x)}+\int_0^{\infty}\left\{\frac{1}{x(1+x)}-\frac{\cos x}{x}\right\}dx\,.\,.\,.\,.\,.\,(8)$$

トナル. トコロガ

$$\int_0^{2\pi x}\frac{dx}{1+x}=\Big|\log(1+x)\Big|_0^{2\pi x}$$

$$=\log(1+2\pi x),$$

$$\int_{2\pi x}^{\infty}\frac{dx}{x(1+x)}=\int_{2\pi x}^{\infty}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{1+x}\right)dx$$

$$=\Big|\log x-\log(1+x)\Big|_{2\pi x}^{\infty}$$

$$=\left|\log\frac{x}{1+x}\right|_{2\pi x}^{\infty}$$

$$=-\Big\{\log 2\pi x-\log(1+2\pi x)\Big\}$$

デアルカラ,上式(8)ノ第二項ト第三項ノ差ハ

$$\int_0^{2\pi x}\frac{dx}{1+x}-\int_{2\pi x}^{\infty}\frac{dx}{x(1+x)}=\log 2\pi x\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(9)$$

デアル.

次ニ上式(8)ノ第四項ヲ考ヤウ. 此項ハ次ノ通リ書イテヨイ.

$$\int_0^{\infty}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{1+x}-\cos x\right)dx=\int_0^{\infty}\frac{1}{x}(e^{-x}-\cos x)\,dx$$

$$-\int_0^{\infty}\frac{1}{x}\left(-\frac{1}{1+x}+e^{-x}\right)dx\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(10).$$

然ルニ

$$\int_0^{\infty}\left\{e^{-x(1+\eta)}-\cos x\,e^{-x\eta}\right\}d\eta=\frac{1}{x}(e^{-x}-\cos x)$$

デアルカラ

$$\int_0^{\infty}\frac{1}{x}(e^{-x}-\cos x)\,dx=\int_0^{\infty}dx\int_0^{\infty}\left\{e^{-x(1+\eta)}-\cos x\,e^{-x\eta}\right\}d\eta$$

$$=\int_0^{\infty}d\eta\int_0^{\infty}\left\{e^{-x(1+\eta)}-\cos x\,e^{-x\eta}\right\}dx$$

デアル. トコロガ

$$\left\{\begin{aligned}&\int_0^{\infty}e^{-x(1+\eta)}\,dx=-\left|\frac{1}{1+\eta}e^{-x(1+\eta)}\right|_0^{\infty}\\&\qquad\qquad=\frac{1}{1+\eta},\\&\int_0^{\infty}\cos x\,e^{-x\eta}\,dx=\frac{\eta}{1+\eta^2}\end{aligned}\right.$$

デアルカラ

$$\int_0^\infty \frac{1}{x}(e^{-x}-\cos x)\,dx = \int_0^\infty \left(\frac{1}{1+\eta}-\frac{\eta}{1+\eta^2}\right)d\eta$$

$$= \left|\frac{1}{2}\log\frac{(1+\eta)^2}{1+\eta^2}\right|_0^\infty$$

$$=0$$

デアル,卽 (10) 式ノ第一項ハ零デアル,隨テ (8) 式ハ下記ノ通リニナル.

$$\mathrm{J} = \int_{2\pi\kappa}^\infty \frac{\cos x}{x}dx + \log 2\pi\kappa - \int_0^\infty \frac{1}{x}\left(e^{-x}-\frac{1}{1+x}\right)dx \quad \ldots\ldots (11).$$

サテガンマ函數[1] p, 卽

$$\Gamma(p) = \int_0^\infty e^{-x}x^{p-1}\,dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

ヲ考ヤウ. s ヲ正號的常數トシ,ソウシテ

$$x = sy$$

トオケバ,上式ハ

$$\int_0^\infty e^{-sy}y^{p-1}\,dy = \frac{\Gamma(p)}{s^p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

トナル. 然ルニ $\Gamma(1)=1$ デアルカラ, $p=1$ トシ, s ニ對シテ,限界 1 ト s トノ間ニ,上式ヲ積分スレバ

$$\int_0^\infty dy\int_1^s e^{-sy}\,ds = \int_1^s \frac{ds}{s},$$

卽

$$\int_0^\infty (e^{-y}-e^{-sy})\frac{dy}{y} = \log s \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

デアル.

1. Gamma function.

トコロガ,(12)式ニ於テ,x ノ代リニ s ヲ使用スレバ

$$\int_0^\infty e^{-s}s^{p-1}\,ds = \Gamma(p) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

デアルカラ,之ヲ p ニ對シテ微分スレバ

$$\int_0^\infty e^{-s}s^{p-1}\log s\,ds = \frac{d\Gamma(p)}{dp}$$

$$= \Gamma'(p) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

トナル. 故ニ(14)式ニヨツテ與ヘラルル, $\log s$ ノ値ヲ,此式ニ置換スレバ

$$\int_0^\infty \frac{dy}{y}\left\{e^{-y}\int_0^\infty e^{-s}s^{p-1}\,ds - \int_0^\infty e^{-(1+y)s}s^{p-1}\,ds\right\} = \Gamma'(p) \quad \ldots\ldots (17)$$

トナル.

然ルニ

$$\left\{\begin{aligned} &\int_0^\infty e^{-s}s^{p-1}\,ds = \Gamma(p), \\ &\int_0^\infty e^{-(1+y)s}s^{p-1}\,ds = \frac{\Gamma(p)}{(1+y)^p} \end{aligned}\right.$$

デアルカラ,(17)式ハ

$$\Gamma(p)\int_0^\infty \frac{dy}{y}\left\{e^{-y}-\frac{1}{(1+y)^p}\right\} = \Gamma'(p),$$

卽

$$\int_0^\infty \frac{1}{x}\left\{e^{-x}-\frac{1}{(1+x)^p}\right\}dx = \frac{\Gamma'(p)}{\Gamma(p)} \quad \ldots\ldots\ldots (18)$$

トナル. 此式ハヂリクリー[1]ガ,始テ立證シタモノデアル.

1. Dirichlet.

此一般式ニ於テ, $p=1$ トスレバ

$$\int_0^\infty \frac{1}{x}\left(e^{-x}-\frac{1}{1+x}\right)dx = \frac{\Gamma'(1)}{\Gamma(1)}$$

$$= -0.577 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

トナル. コレハ第(11)式ノ右邊ニ於ケル,第三項デアル.

次ニ第(11)式ノ右邊ニ於ケル,第一項卽積分

$$\int_{2\pi\varkappa}^\infty \frac{\cos x}{x}\,dx$$

ヲ考ヘネバナラヌ. 部分積分ヲ行ヘバ,明ナル通リ

$$\int\frac{\cos(x+a)}{x^m}dx = \frac{\sin(x+a)}{x^m} + m\int\frac{\cos\left(x+a-\frac{\pi}{2}\right)}{x^{m+1}}\,dx$$

デアル. 此一般式ヲ利用スレバ,其特別ナル場合トシテ

$$\int\frac{\cos x}{x}dx = \frac{\sin x}{x} + \frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}{x^2} + \frac{2\,!\sin\left(x-2\frac{\pi}{2}\right)}{x^3}$$

$$+\cdots\cdots+\frac{m\,!\sin\left(x-m\frac{\pi}{2}\right)}{x^{m+1}}+\cdots\cdots$$

デアル. 然ルニ $\varkappa$ ハ 1, 3, 5 等ノ奇數デアルカラ

$$\int_{2\pi\varkappa}^\infty\frac{\cos x}{x}dx = \frac{1}{(2\pi\varkappa)^2}-\frac{3\,!}{(2\pi\varkappa)^4}+\frac{5\,!}{(2\pi\varkappa)^6}- \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

デアル. 故ニ求ムル所ノ積分 J ノ値ハ

$$\mathrm{J} = \left\{\frac{1}{(2\pi\varkappa)^2}-\frac{3\,!}{(2\pi\varkappa)^4}+\frac{5\,!}{(2\pi\varkappa)^6}-\cdots\cdots\right\}+\log 2\pi\varkappa+0.577\ldots \quad (21)$$

デアル,隨テ單位時間ニ,考フル所ノ球面ヲ,通過流出スル電磁エネルギーノ量ハ

$$\mathrm{E} = c\,a^2\cos^2\frac{\pi\varkappa}{2l}(ct-r_0).\,\mathrm{J} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

デアル.

振動週期ヲ T トスレバ

$$\frac{\pi\varkappa c}{2l} = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$$

デアルカラ

$$\mathrm{T} = \frac{4l}{\varkappa c}$$

デアル,隨テ一振動週期ニ相當スル,上記エネルギー量ヲ, $\mathrm{E_T}$ デ表ハセバ

$$\mathrm{E_T} = \int_0^{\mathrm{T}} c\,a^2\cos^2\frac{\pi\varkappa}{2l}(ct-r_0)\,\mathrm{J}\,dt$$

$$= \frac{ca^2\mathrm{J}}{2}\int_0^{\frac{4l}{\varkappa c}}\left\{1+\cos\frac{\pi\varkappa}{l}(ct-r_0)\right\}dt$$

$$= \frac{ca^2\mathrm{J}}{2}\left|t+\frac{l}{\pi\varkappa c}\sin\frac{\pi\varkappa}{l}(ct-r_0)\right|_0^{\frac{4l}{\varkappa c}}$$

$$= \frac{2la^2}{\varkappa}\mathrm{J} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

デアル.

此重要ナル式ガ示ス如ク,エネルギー $\mathrm{E_T}$ ハ,振動器ノ長サ l ニ正比例シ,ソウシテ其地絡點ニ於ケル,振動電流ノ振幅ノ二乘ニ正比例スルノデアル. 又此エネルギーハ, $\varkappa$ ニ逆比例スルカラ,基礎振動ノ場合ニ於テ,最大ノ値ヲ有スル,卽

$$\mathrm{E_T} = 2l\,a^2\,\mathrm{J} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

デアル. 此場合ニ於テハ, $x=1$ デアルカラ,(21)式ニヨリ

$$J \doteqdot 2.44$$

デアル,隨テ

$$E_T \doteqdot 2la^2 \times 2.44 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

デアル. 基礎振動ノ場合ニ於テハ,第4章ヲ參照スレバ分カル通リ,電磁波ノ波長ハ

$$\lambda = 4l$$

デアルカラ,上式ハ又次ノ通リニ書イテヨイ.

$$E_T \doteqdot \lambda a^2 \times 1.22 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

終リニ一言ス可キコトガアル. (2)式ガ示ス通リ,考フル所ノ球面上,任意ノ點ニ於ケルエネルギー流入ハ

$$\frac{\cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin^2\theta_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (27)$$

ニ正比例スルカラ, θ_0 ノ函數トシテ,之ヲ圖示スレバ,エネルギー分布ノ狀態ガ,判明スルノデアル.

8. 輻射抵抗

第6節ニ述ベタ通リ,ヘルツ振動器カラ,半振動週期間ニ,四方八方ニ輻射スル,電磁エネルギーノ量ハ

$$E_{T/2} = \frac{8\pi^4 \varpi^2}{3\lambda^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

デアル,隨テ一振動週期間ニ相當スル量ヲ, E_T デ表ハセバ

$$E_T = \frac{16\pi^4 \varpi^2}{3\lambda^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

デアル.

第35圖ハ,第33圖ニ於ケル火花間隙Sヲ,省略シテ書キタルモノデアル. 任意時刻 t ニ於ケル,球Aノ電荷ヲ

$$q = Q \sin\frac{2\pi t}{T} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

デ表ハソウ. 但此式ニ於テ,Qハ電荷 q ノ最大値デアル.

35

圖ニ示ス如ク,球Aノ電荷ガ, $+q$ デアルトキハ,無論球Bノ電荷ハ, $-q$ デアル. 振動器ニ於ケル振動電流ハ,明ニ

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$= \frac{2\pi}{T} Q \cos\frac{2\pi t}{T} \quad \ldots\ldots (4)$$

デアルカラ,其最大値ヲ, i_m デ表ハセバ

$$i_m = \frac{2\pi}{T} Q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

デアル.

導線ノ長サヲ l トスレバ,振動器ノ最大電氣能率ハ

$$\varpi = Ql$$

$$= \frac{T}{2\pi} i_m l \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

デアル,隨テ振動器カラ,一振動週期間ニ輻射スル,電磁エネルギーノ量ハ,(2)式ニヨリ

$$E_T = \frac{16\pi^4}{3\lambda^3}\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 i_m^2 l^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

デアル. 然ルニ明ニ

$$T = \frac{\lambda}{c}$$

デアルカラ,上式ハ

$$E_T = \frac{4}{3}\pi^2 \frac{i_m^2 l^2}{c^2 \lambda} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

トナル. 故ニ振動數ヲ, n デ表ハセバ

$$n = \frac{c}{\lambda}$$

デアルカラ,一秒間ニ振動器カラ輻射スル,電磁エネルギーノ總量ハ,明ニ

$$nE_T = \frac{4}{3}\pi^2 \frac{l^2}{\lambda^2} \frac{i_m^2}{c} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

エルグデアル. 但此式ニ於テ, i_m ハ靜電單位 C.G.S. デ表ハシテアル.

然ルニ靜電單位 C.G.S. デ表ハシタ電流ハ,電磁單位 C.G.S. デ,表ハシタモノノ c 倍ニ相當スル. 故ニ上式ニ於ケル電流ヲ,電磁單位 C.G.S. ニ換算スレバ

$$nE_T = \frac{4}{3}\pi^2 \frac{l^2}{\lambda^2} i_m^2 c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

トナル. トコロガ

1アムペア $= 10^{-1}$ 電磁單位 C.G.S.

デアリ,ソウシテ

1ワット $= 10^7$ エルグ,秒

デアルカラ,上記ノ電磁エネルギーヲ,ワットデ表ハセバ

$$\frac{1}{10^7} \times \frac{1}{10^2} \times \frac{4\pi^2}{3} \times \frac{l^2}{\lambda^2} i_m^2 \times 3 \times 10^{10} = 40(3.14)^2 \frac{l^2}{\lambda^2} i_m^2$$

$$\doteqdot 395 \frac{l^2}{\lambda^2} i_m^2$$

デアル. 然ルニ第一卷第二章第5節ニ述ベタ通リ,振動電流ニ於ケル,實効電流ヲ, I デ表ハセバ

$$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$$

デアルカラ,上式ハ

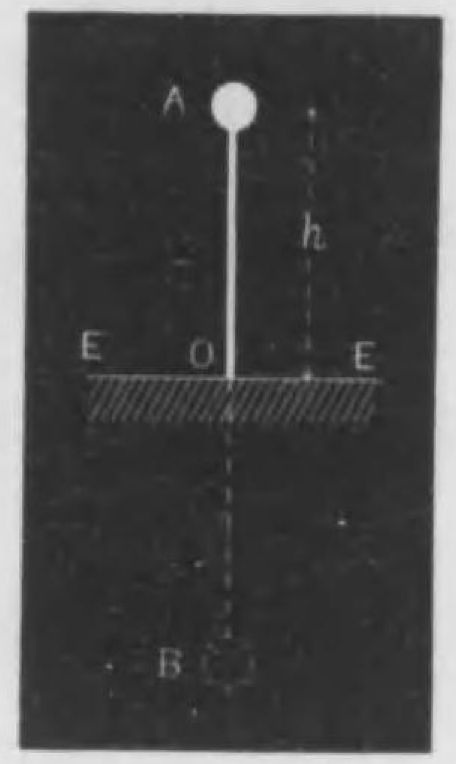
$$395(\sqrt{2}I)^2 \frac{l^2}{\lambda^2} = 790 \frac{l^2}{\lambda^2} I^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

トナル.

サテ上述ノ如ク,振動器ガ,空間ニ弧立シテヲルトスル代リニ,第36圖ニ示ス如ク,其上半部ダケガ,地上Eニ直立スルトセバ如何. 此場合ニ於テハ,導線ノ高サヲ h トスレバ

$$l = 2h$$

デアルカラ,上式ニ之ヲ置換シ,ソウシテ之ヲ2デ除スレバヨイ. 何故デアルカト云フト, OB ハ上半部 OA ノ,地ニ對スル電像デアルカラデアル. 故ニ高サガ h デアル,地絡振動器 OA カラ,輻射スル電磁エネルギーハ,次ノ重要ナル式デ,與ヘラルルノデアル.



36

$$\frac{1}{2}\left\{790 \frac{(2h)^2}{\lambda^2} I^2\right\} = 1580 \frac{h^2}{\lambda^2} I^2$$

$$\doteqdot 1600 \frac{h^2}{\lambda^2} I^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12).$$

トコロガ,此所ニ一ノ電路ガアッテ,其電氣抵抗ヲ R オームム,ソウシテ之ヲ流ルル電流ヲ, I アムペアトスレバ,此電路ニ於テ, I

秒每ニ消費サルル電氣エネルギーノ量ハ

$$\mathrm{R}\mathrm{I}^2$$

ワットデアル. 飜テ考フルニ,上式(12)ニ於ケル, I^2 ノ因數ハ,丁度此ノ電氣抵抗ニ相當シテヲル. 故ニ之ヲ名ヅケテ,**輻射抵抗**[1]ト謂フノデアル. 此重要ナル輻射抵抗ヲ,Rデ表ハセバ

$$\mathrm{R} = 1580\frac{h^2}{\lambda^2}$$

$$\fallingdotseq 1600\frac{h^2}{\lambda^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

オームデアル. 但此式ニ於テ,電波ノ波長 λ ト,振動器,隨テ架空線ノ長サ h ハ,各々センチメートルデ,表ハサルルノデアル.

上記ノコトハ,ヘルツ振動器ニ關スルモノデアル. 然ルニ實際架空線ノ場合ニ於テ,其電氣容量ガ,殆ド其上部ノミニ集中シテオルト,考ヘラルル場合モアル. 此ノ如キ場合ニ於テハ,架空線ノ垂直部ニ於ケル振動電流ハ,到ル所殆ド同一ノ値ヲ有スルト考ヘテヨイ,隨テ上式 (13) ヲ適用シテモ,大ナル誤ガ無イデアラウ.

觀念ヲ明カニスル爲メ,此所ニ第5節ニ於ケル結果ヲ使用シ,更ニ上記ノ輻射抵抗ヲ算出シヤウ. 第5節ニ於ケル函數 f ハ,正弦的ノモノデアルトシ,次式卽

$$f = \varpi \sin p\left(t - \frac{r}{c}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

ヲ以テ之ヲ表ハソウ,隨テ振動器ハ正弦的振動器デアツテ,其電氣能率ノ最大値ハ ϖ デアル.

1. Radiation resistance.

第5節ニ述ベタ通リ,一秒間ニ振動器カラ輻射スル電磁エネルギーノ總量ハ,一般ニ

$$\frac{2}{3}\frac{\ddot{f}^2}{c^3}$$

デアル. 故ニ本論ニ於テハ,此總量ハ

$$\frac{2\varpi^2 p^4 \sin^2 p\left(t - \frac{r}{c}\right)}{3c^3}$$

デアル,隨テ半振動週期間ニ輻射スル,電磁エネルギーノ平均量ハ

$$\frac{1}{\mathrm{T}/2}\int_0^{\frac{\mathrm{T}}{2}} \frac{2\varpi^2 p^4 \sin^2 p\left(t - \frac{r}{c}\right)}{3c^3}\,dt = \frac{2\varpi^2 p^4}{3c^3\mathrm{T}/2}\int_2^{\frac{\mathrm{T}}{2}} \frac{1}{2}\left\{1 - \cos 2p\left(t - \frac{r}{c}\right)\right\} dt$$

$$= \frac{\varpi^2 p^4}{3c^3\mathrm{T}/2}\left| t - \frac{1}{2p}\sin 2p\left(t - \frac{r}{c}\right)\right|_0^{\frac{\mathrm{T}}{2}}$$

$$= \frac{\varpi^2 p^4}{3c^3}$$

デアル. 然ルニ

$$p = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$$

デアルカラ,上式ハ明ニ

$$\frac{16\pi^4 \varpi^2}{3\mathrm{T}^4 c^3} = \frac{16\pi^4 c\,\varpi^2}{3\lambda^4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

トナルノデアル.

飜テ考フルニ,正弦的振動器ノ電氣能率ハ

$$f(t) = lq$$

$$= \varpi \sin pt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

デアル．但此式ニ於テ

$$\varpi = Ql$$

デアル．

此ノ如キ振動器ニ於ケル振動電流ハ

$$i = \dot{q}$$

デアル,隨テ上式(16)ニヨリ

$$i = \mathrm{Q}p \cos pt$$

$$= \frac{2\pi c}{\lambda} \mathrm{Q} \cos pt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

デアル．故ニ此電流ノ平均二乘値ヲ $\overline{i^2}$ デ表ハセバ

$$\overline{i^2} = \frac{1}{\mathrm{T}/2} \int_0^{\frac{\mathrm{T}}{2}} \frac{(2\pi)^2 c^2}{\lambda^2} \mathrm{Q}^2 \cos^2 pt \, dt$$

$$= \frac{1}{\mathrm{T}/2} \frac{4\pi^2 c^2 \mathrm{Q}^2}{\lambda^2} \int_0^{\frac{\mathrm{T}}{2}} \frac{1}{2}(1 + \cos 2pt) \, dt$$

$$= \frac{2\pi^2 c^2 \mathrm{Q}^2}{\lambda^2 \mathrm{T}/2} \left| t + \frac{1}{2p} \sin pt \right|_0^{\mathrm{T}}$$

$$= \frac{2\pi^2 c^2 \mathrm{Q}^2}{\lambda^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

デアル．

サテ上記電磁エネルギーノ平均量ト,電流ノ平均二乘値トノ比ハ,何ヲ表ハスカト云フト,コレハ所謂輻射抵抗ヲ表ハスノデアル,卽(15)式ト(18)式トニヨリ

$$\mathrm{R} = \frac{16\pi^4 c^2 \varpi^2}{3\lambda^4} \frac{1}{\frac{2\pi^2 c^2 \mathrm{Q}^2}{\lambda^2}}$$

$$= \frac{8\pi^2 l^2}{3c\lambda^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

デアル．然ルニ此輻射抵抗ハ,無論靜電單位 C.G.S. デ表ハシタモノデアル．トコロガ,第一章第4節ト第5節ヲ見レバ,明カナル通リ,靜電單位 C.G.S. デ表ハシタ,電氣抵抗ノ一單位ハ 9×10^{11} オームニ相當スルカラ,上記ノ輻射抵抗ヲ,オームデ表ハセバ

$$\mathrm{R} = \frac{8\pi^2 l^2}{3c\lambda^2} \times 9 \times 10^{11}$$

$$= \frac{8\pi^2 l^2}{3 \times 3 \times 10^{10} \lambda^2} \times 9 \times 10^{11}$$

$$= \frac{80\pi^2 l^2}{\lambda^2}$$

オームデアル．

故ニ前ニ述ベタ通リ,振動器ノ上半部ガ,地上ニ直立シテヰル場合ニハ,上式ヲ二分セネバナラヌ,隨テ

$$\mathrm{R} = \frac{1}{2}\left(\frac{80\pi^2 l^2}{\lambda^2} \right)$$

オームデアル．然ルニ振動器ノ高サヲ h トスレバ, $l = 2h$ デアルカラ,上式ハ

$$\mathrm{R} = \frac{1}{2}\left(\frac{80\pi^2 \times 4h^2}{\lambda^2} \right)$$

$$= 160\pi^2 \frac{h^2}{\lambda^2}$$

オームトナル．コレハ(13)式ニ外ナラヌノデアル．

第　四　章

架空線ニ於ケルル電氣振動

1. 無限長ノ導線ニ於ケル振動的電位ト振動的電流.

第37圖ニ示ス如ク,一方無限長ノ導線OPAガアリ,其ノ單位長ノ電氣抵抗,自己感應係數及電氣容量ヲ,各々R,L,Cデ表ハソウ.今此ノ如キ導線ノ原點,卽一端Oニ振動的,卽單一弦運動的ノ電動力ガ作用スルトスレバ,線上ニ振動的電位ガ現ハレ,隨テ振動的電流ガ起ルノデアル. 然ラバ線上ニ於ケル,此等ノ振動的電位ト,電流ノ配布狀態ハ,如何ナルモノデアルカ,之ヲ研究スルコトハ,甚ダ緊要ナルコトデアル.

37

原點Oニ對シ,距離xニ位スル,任意ノ點Pニ於ケル振動的電位ト電流ヲ,各々v, iトスレバ,コレハ下式デ表ハスコトガ出來ル.

$$\left.\begin{aligned} v &= \mathrm{V}e^{jpt}, \\ i &= \mathrm{I}e^{jpt} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1).$$

但此式ニ於テ, V, Iハ共ニ複素數デ,其絶對値ハ,各々振動的電位ト電流ノ振幅ヲ,xノ函數トシテ與ヘル. 又$j=\sqrt{-1}$デアル,ソウシテpハ振動數ノ2π倍デアル,卽2π秒間ニ於ケル振動數

デアル.

上式ガ表ハス電位vト電流iハ,第一卷第四章第2節ニ述ベタ,配布電氣容量ヲ有スル,感應的電路ニ關スル,基礎的微分方程式ニ遵ハネバナラヌ,隨テ次式

$$\left\{\begin{aligned} -\frac{\partial v}{\partial x} &= \mathrm{R}i+\mathrm{L}\frac{\partial i}{\partial t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2), \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= \mathrm{A}v+\mathrm{C}\frac{dv}{dt} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3) \end{aligned}\right.$$

ニヨツテ,支配サル可キモノデアル.

(1)式ニヨリ

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}e^{jpt}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= \mathrm{V}jp\,e^{jpt}, \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial i}{\partial x} &= \frac{\partial \mathrm{I}}{\partial x}e^{jpt}, \\ \frac{\partial i}{\partial t} &= \mathrm{I}\,jp\,e^{jpt} \end{aligned}\right.$$

デアルカラ,之ヲ(2)式ト(3)式ニ置換スレバ

$$\left\{\begin{aligned} -\frac{d\mathrm{V}}{dx} &= \mathrm{RI}+jp\mathrm{LI} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4), \\ -\frac{d\mathrm{I}}{dx} &= \mathrm{AV}+jp\mathrm{CV} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (5) \end{aligned}\right.$$

トナル.

此兩式ヲxニ就テ微分スレバ

$$\left\{\begin{aligned} -\frac{d^2\mathrm{V}}{dx^2} &= \mathrm{R}\frac{d\mathrm{I}}{dx}+jp\mathrm{L}\frac{d\mathrm{I}}{dx}, \\ -\frac{d^2\mathrm{I}}{dx^2} &= \mathrm{A}\frac{d\mathrm{V}}{dx}+jp\mathrm{C}\frac{d\mathrm{V}}{dx} \end{aligned}\right.$$

トナルカラ, (4)及(5)式ニヨリ

$$\left\{\begin{aligned} \frac{d^2\mathrm{V}}{dx^2} &= (\mathrm{A}+jp\mathrm{C})(\mathrm{R}+jp\mathrm{L})\,\mathrm{V} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6), \\ \frac{d^2\mathrm{I}}{dx^2} &= (\mathrm{A}+jp\mathrm{C})(\mathrm{R}+jp\mathrm{L})\,\mathrm{I} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7) \end{aligned}\right.$$

デアル.隨テコレハ

$$\begin{cases} \dfrac{d^2V}{dx^2} = \kappa^2 V \dots\dots\dots\dots (8), \\ \dfrac{d^2I}{dx^2} = \kappa^2 I \dots\dots\dots\dots (9) \end{cases}$$

ト書クコトガ出來ル. 但此式ニ於テ

$$\kappa^2 = (A+jpC)(R+jpL) \dots\dots\dots\dots (10)$$

デアル.

(8)式ヲ積分スレバ明カニ

$$V = ae^{-\kappa x} + be^{\kappa x} \dots\dots\dots\dots (11)$$

トナル. 但此式ニ於テ, a ト b ハ積分常數デアル.

然ルニ此式ヲ x ニ對シテ微分スレバ

$$\frac{dV}{dx} = -a\kappa e^{-\kappa x} + b\kappa e^{\kappa x}$$

トナルカラ,(4)式ニヨリ

$$I = \frac{\kappa}{R+jpL}(ae^{-\kappa x} - be^{\kappa x}) \dots\dots\dots\dots (12)$$

デアル.

サテ導線ノ原點Oニ作用スル振動的電動力ノ振幅ヲEトスレバ,此原點卽 $x=0$ ニ於テハ, V＝E デアル,又原點ヨリ無限ノ距離,卽 $x=\infty$ ニ於テハ, V＝0 デアルカラ,(11)式ニ於ケル常數ハ

$$\begin{cases} a = E, \\ b = 0 \end{cases}$$

デアラネバナラヌ. 故ニ(11)式ト(12)式ハ

$$\begin{cases} V = Ee^{-\kappa x} \dots\dots\dots\dots (13), \\ I = \dfrac{\kappa}{R+jpL} Ee^{-\kappa x} \\ \quad = E\dfrac{\sqrt{A+jpC}}{\sqrt{R+jpL}} e^{-\kappa x} \dots\dots\dots\dots (14) \end{cases}$$

トナル.

上式ニ於ケル κ ハ,複素數デアルカラ,次ノ通リニ書クコトガ出來ル.

$$\begin{aligned} \kappa &= \sqrt{A+jpC}\sqrt{R+jpL} \\ &= \alpha + j\beta \dots\dots\dots\dots (15). \end{aligned}$$

然ルニ

$$e^{-j\beta x} = \cos\beta x - j\sin\beta x$$

デアルカラ,(13)式及(14)式ハ

$$\begin{cases} V = Ee^{-\alpha x}(\cos\beta x - j\sin\beta x) \dots\dots\dots\dots (16), \\ I = \dfrac{E\sqrt{A+jpC}}{\sqrt{R+jpL}} e^{-\alpha x}(\cos\beta x - j\sin\beta x) \dots\dots (17) \end{cases}$$

トナル.

此式ガ示ス V ト I ハ,共ニ複素數デアルカラ,任意ノ點 P ニ於ケル,電位ト電流ノ振幅ヲ知ルニハ,上式ノ右邊ノ絕對値ヲ求ムルコトガ,無論必要デアル.

導線ノ原點Oニ於ケル電位ノ振幅ト,任意ノ點 P ニ於ケル振幅ノ比ハ,(16)式ガ示ス通リ

$$1 : e^{-\alpha x}$$

デアル,ソウシテ此 $e^{-\alpha x}$ ヲ, P 點ニ於ケル衰滅因數[1]ト稱スルノデ

1. Damping factor.

アル.

(15)式ニヨリ

$$\begin{cases} \alpha^2+\beta^2 = \sqrt{A^2+p^2C^2}\sqrt{R^2+p^2L^2}, \\ \alpha^2-\beta^2 = RA-p^2CL \end{cases}$$

デアル,随テ

$$\begin{cases} 2\alpha^2 = \sqrt{(R^2+p^2L^2)(A^2+p^2C^2)}+(RA-p^2CL) \quad \dots\dots (18), \\ 2\beta^2 = \sqrt{(R^2+p^2L^2)(A^2+p^2C^2)}-(RA-p^2CL) \quad \dots\dots (19) \end{cases}$$

デアル.

然ルニ原點Oニ作用スル,振動的電動力ノ振動ガ迅速ナル場合ニ於テハ,pノ値ハ甚ダ大ナルカラ,pLトpCニ對シ,各々RトAヲ無視シテ差支ガ無イカラ,(18)式ト(19)式ハ

$$\begin{cases} 2\alpha^2 = RA, \\ 2\beta^2 = 2p^2CL \end{cases}$$

トナル,随テ

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}RA} \quad \dots\dots\dots\dots\dots (20)$$

$$\beta = p\sqrt{CL} \quad \dots\dots\dots\dots\dots (21)$$

デアル.

サテ

$$\cos\beta x = \cos\beta\left(x+2\frac{\pi}{\beta}\right)$$

デアルカラ,導線上ニ於テ,$2\pi/\beta$ニ等シキ間隔ヲ有スル,各點ニ於ケル振動電位ト,振動電流ノ振幅ハ,衰減因數ヲ無視スレバ,皆同一デアル,随テ導線上ヲ傳播スル電位ト電流ハ,波長

$$\lambda = 2\frac{\pi}{\beta} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (22)$$

ヲ有スルモノデアル.

振動數ヲnデ示セバ

$$p = 2\pi n \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (23)$$

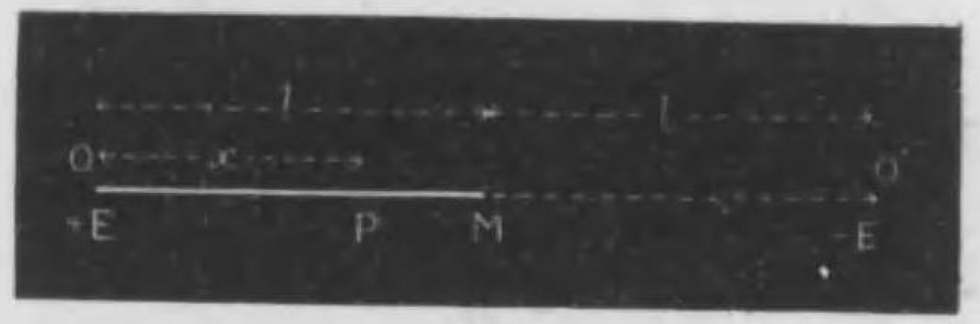
デアルカラ,波狀的電位ト電流ガ,導線上ヲ傳播スル速度ヲuトスレバ

$$\begin{aligned} u &= n\lambda \\ &= \frac{2\pi}{\beta}n \\ &= \frac{2\pi n}{p\sqrt{CL}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{CL}} \quad \dots\dots\dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

デアル.

2. 有限長ノ導線ニ於ケル定常電氣振動.

第1節ニ述ベタル如ク,一方無限長デアル代リニ,第38圖ニ示ス通リ,一ノ有限長lヲ有スル,導線OPMガアツテ,其原點卽一端Oニ,振動的電動力ガ作用スルトセバ,其結果ハ如何.



38

此場合ニ於テハ,豫想シ得ル如ク,線上ヲ傳播スル波狀的電位ト電流ハ,各々導線ノ他端Mニ於テ反射シ,原點ノ方ニ向テ却進スルカラ,干涉[1]ノ現象ガ起リ,定常電氣振動[2]

1. Interference. 2. Stationary electric oscillation.

ガ,發生スルニ至ルノデアル.

此定常電氣振動ノ發生ヲ,理論的ニ說明スルニハ,先ヅ第1節ニ述ベタ,一方無限長ノ導線ニ就テ,考フルコトガ必要デアル.第38圖ニ示ス如ク,一方無限長ノ導線(OPM 及點線ヲ以テ示ス)上ニ位スル,特別ノ點 O′ ヲ考ヤウ,卽此點 O′ ハ O ニ對シ, 2OM 卽 $2l$ ニ等シキ距離ノ所ニ,位シテヲルトシヤウ.

上記ノ二點 O ト O′ ニ,各々振幅 +E ト −E ヲ有スル振動的電動力ガ作用シ,ソウシテ其位相差ヲπトスレバ,以下列記ノ三條項ガ成立スルノデアル.

(i). 有限長ノ導線ノ一端 O ニ,振動的電動力ガ作用スル場合ニ,他ノ一端 M ニ於テハ,電流ハ常ニ零デアル.

(ii). 無限長ノ導線上ニ位スル二點 O ト O′ ニ,反對ノ電動力ガ作用スルトキ,此二點間ノ中點 M ニ於テハ,電流ハ常ニ零デアル.

(iii). 此ノ如キ狀態ニ於テ, M 點ヨリ右部ト, O 點ヨリ左部ノ導線ヲ除去スルモ,導線 OM ニ於ケル電流ノ配布ハ,之ガ爲メ少モ影響ヲ蒙ラナイ,ソウシテ此配布ハ(i)ノ場合ト異ナラナイノデアル.

サテ第1節ニ述ベタ通リ,一方無限長ノ導線ノ原點 O ニ,振動的電動力 +E ガ,作用スルトキ,此原點ヨリ距離 x ニ位スル點 P ニ於ケル,電流ノ振幅ハ

$$I_1 = \frac{E\sqrt{A+jpC}}{\sqrt{R+jpL}}\,e^{-\kappa x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

デ表ハサル.

然ルニ考フル所ノ點 P ハ, O′ ヨリ距離 $2l-x$ ノ所ニ位スルカラ, O′ ニ於ケル振動的電動力 −E ノ爲メ,此點 P ニ生ズル電流ノ振幅ハ

$$I_2 = -\frac{E\sqrt{A+jpC}}{\sqrt{R+jpL}}\,e^{-\kappa(2l-x)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

デ表ハサル.

故ニ P 點ニ於ケル,實際ノ電流ノ振幅ハ,上記(1)式ト(2)式ノ和デ表ハサル,卽

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ &= E\frac{\sqrt{A+jpC}}{\sqrt{R+jpL}}\left\{e^{-\kappa x} - e^{-\kappa(2l-x)}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (3) \end{aligned}$$

デアル. 但此式ニ於テ

$$\kappa = \sqrt{A+jpC}\sqrt{R+jpL} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

デアル.

(3)式ヲ x ニ對シテ微分スレバ

$$\frac{dI}{dx} = -\kappa E\frac{\sqrt{A+jpC}}{\sqrt{R+jpL}}\left\{e^{-\kappa x} + e^{-\kappa(2l-x)}\right\}$$

トナル,然ルニ第1節ニ述ベタ通リ

$$-\frac{dI}{dx} = (A+jpC)\,V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

デアルカラ,此二式カラ dI/dx ヲ消去スレバ

$$V = E\left\{e^{-\kappa x} + e^{-\kappa(2l-x)}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

トナル.

上記ノ二式(3)ト(6)ハ,何ヲ示スカト云フト,次記ノ重要ナル結果ヲ示スノデアル.

(i). 長サ l ヲ有スル導線ノ一端ニ,振動的電動力ガ作用スルトキ,此線上ニ生ズル電流ハ,無限長導線ノ場合ニ,此ノ如キ電動力ニ因テ生ズル電流ト,導線ノ他ノ一端ヨリ距離 l ノ所ニアル,電像[1]的電動力ニ因テ生ズル電流トノ和ニ等イノデアル.

(ii). 長サ l ヲ有スル導線上ニ於ケル電位ハ,其一端ニ作用スル振動的電動力ト,其ノ他ノ一端ニ於テ反射スルモノ,卽此一端ヨリ距離 l ノ所ニアル,電像的電動力トニ因テ生ズルモノデアル.

電氣振動ノ振動數ガ大デアリ,ソウシテ導線ノ絶緣ガ,完全デアル場合ニハ, R ハ pL ニ比シ,又 A ハ pC ニ比シ,無視シ得ルカラ,(4)式ハ

$$x = jp\sqrt{\mathrm{CL}} \quad \dots\dots\dots\dots (7)$$

トナル. 又第1節ニ述ベタ通リ,此ノ如キ場合ニ於テハ

$$\beta = p\sqrt{\mathrm{CL}} \quad \dots\dots\dots\dots (8)$$

デアル. 故ニ(6)式ト(3)式ハ各々

$$\begin{aligned} \mathrm{V} &= \mathrm{E}\left\{e^{-j\beta x} + e^{-j\beta(2l-x)}\right\} \\ &= \mathrm{E}\left[\left\{\cos\beta x + \cos\beta(l-x)\right\} - j\left\{\sin\beta x + \sin\beta(2l-x)\right\}\right] \quad \dots\dots (9), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= \mathrm{E}\sqrt{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{L}}}\left\{e^{-j\beta x} - e^{-j\beta(2l-x)}\right\} \\ &= \mathrm{E}\sqrt{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{L}}}\left[\left\{\cos\beta x - \cos\beta(2l-x)\right\} - j\left\{\sin\beta x - \sin\beta(2l-x)\right\}\right]. \quad (10) \end{aligned}$$

トナル.

1. Electric image.

然ルニ此兩式ガ示ス V ト I ハ,共ニ複素數デアルカラ,振動電位ト振動電流ノ振幅ハ,此等ノ式ノ絶對値デ與ヘラル,卽此絶對値ヲ,各々 V_e ト I_e デ表ハセバ

$$\left\{\begin{aligned} \mathrm{V}_e &= \mathrm{E}\left[\left\{\cos\beta x + \cos\beta(2l-x)\right\}^2 + \left\{\sin\beta x + \sin\beta(2l-x)\right\}^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \mathrm{E}\sqrt{2 + 2\cos 2\beta(l-x)} \quad \dots\dots\dots\dots (11), \\ \mathrm{I}_e &= \mathrm{E}\sqrt{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{L}}}\sqrt{2 - 2\cos 2\beta(l-x)} \quad \dots\dots\dots\dots (12) \end{aligned}\right.$$

デアル.

此式ニ於テ $x = l$ トオケバ,明カニ

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{V}_e &= 2\mathrm{E} \\ \mathrm{I}_e &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots\dots (13)$$

トナル,卽導線ノ一端 M ニ於ケル,振動電位ノ振幅ハ,他ノ一端 O ニ作用スル,振動的電動力ノ振幅ノ二倍ニ等イ,ソウシテ此一端 M ニ於ケル振動電流ハ,常ニ零デアル.

此ノ如ク論ジ來レバ,明カナル通リ,有限長ノ導線ノ一端ニ,振動的電動力ガ作用スル場合ニハ,波狀的ノ電位ト,電流ガ現ハル,ソウシテ導線ノ他ノ一端ニ於テ,反射波ガ起リ,其結果**干涉波**[1]ガ生ズル,卽定常電氣振動ガ生ズルノデアル.

波狀的電位ト電流ガ,導線上ヲ傳播スル速度ハ,前ニ述ベタ通リ

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{\sqrt{\mathrm{CL}}} \\ &= n\lambda \quad \dots\dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

1. Interference wave.

デアル,隨テ

$$\beta = p\sqrt{\mathrm{CL}}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

デアル. 故ニ特別ノ場合トシテ,導線ノ長サガ,丁度波長λノ 1/4 ノ奇數倍,卽

$$l = m\frac{\lambda}{4} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

デアルトキニハ,(11)式及(12)式ハ各々

$$\begin{cases} \mathrm{V}_s = \mathrm{E}\sqrt{2+2\cos\frac{4\pi}{\lambda}\left(m\frac{\lambda}{4}-x\right)}, \\ \mathrm{I}_s = \mathrm{E}\sqrt{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{L}}}\sqrt{2-2\cos\frac{4\pi}{\lambda}\left(m\frac{\lambda}{4}-x\right)}, \end{cases}$$

卽

$$\begin{cases} \mathrm{V}_s = \mathrm{E}\sqrt{2+2\cos\left(m\pi-\frac{4\pi}{\lambda}x\right)} \quad \cdots\cdots (17), \\ \mathrm{I}_s = \mathrm{E}\sqrt{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{L}}}\sqrt{2-2\cos\left(m\pi-\frac{4\pi}{\lambda}x\right)} \quad \cdots\cdots (18) \end{cases}$$

トナル. 但此式ニ於テ, mハ 1, 3, 5 等ノ奇數デアル.

然ルニ一般ニ

$$\begin{cases} 1+\cos\theta = 2\cos^2\frac{\theta}{2}, \\ 1-\cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2} \end{cases}$$

デアルカラ,上式(17)ト(18)ハ,又下記ノ通リニ書クコトガ出來ル.

$$\begin{cases} \mathrm{V}_s = \mathrm{E}\left\{4\cos^2\left(m\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\right\}^{\frac{1}{2}} \\ \quad = 2\mathrm{E}\cos\left(m\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad \cdots\cdots (19), \\ \mathrm{I}_s = 2\mathrm{E}\sqrt{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{L}}}\sin\left(m\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad \cdots\cdots (20). \end{cases}$$

以下緊要ナル場合,卽 $m=1$ ト $m=3$ デアル場合ニ於ケル,定常電氣振動ニ就テ考ヤウ

(I). 導線ノ長サガ,波長ノ 1/4 ニ等シキ場合.

此場合ハ所謂基礎振動[1]ノ場合デアツテ

$$\begin{cases} m = 1, \\ l = \frac{\lambda}{4} \end{cases}$$

デアル,隨テ導線ノ原端 O, 卽 $x=0$ ナル所ニ於テハ,上記ノ式ガ示ス通リ

$$\begin{cases} \mathrm{V}_s = 0, \\ \mathrm{I}_s = 2\mathrm{E}\sqrt{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{L}}} \end{cases}$$

デアル. 又導線ノ他ノ一端 M, 卽 $x=l=\lambda/4$ ナル所ニ於テハ

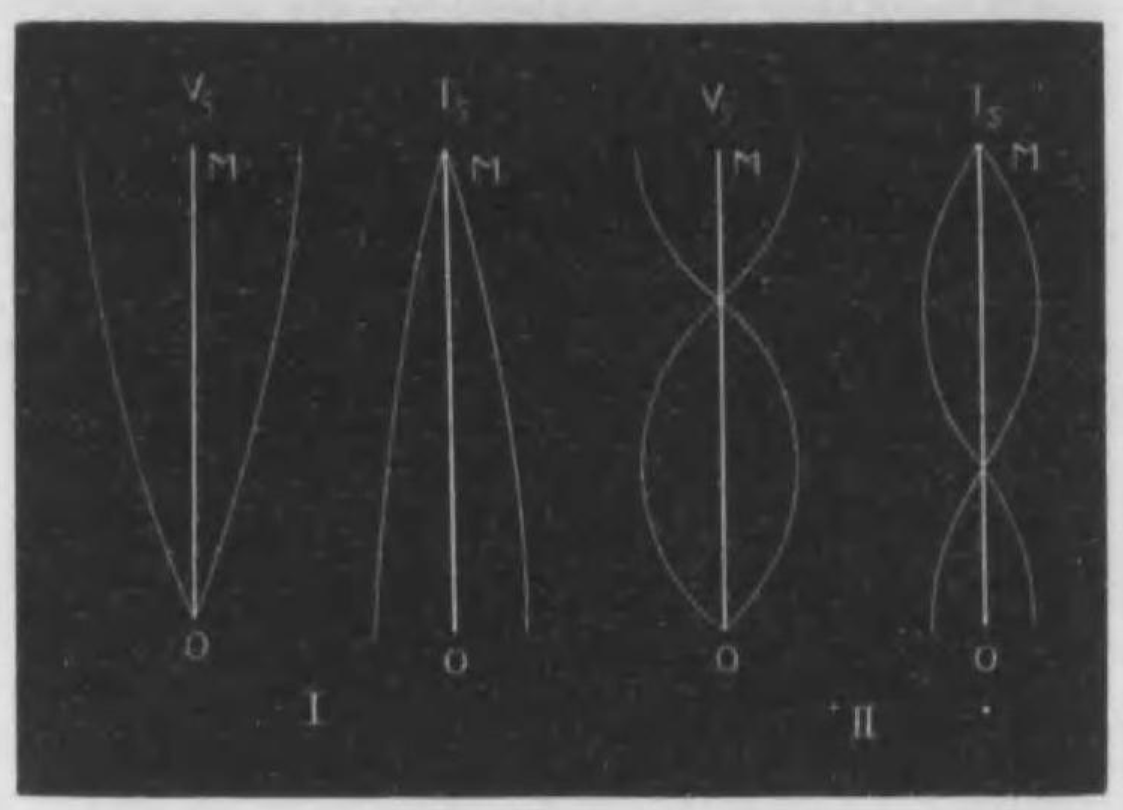
$$\begin{cases} \mathrm{V}_s = 2\mathrm{E}, \\ \mathrm{I}_s = 0. \end{cases}$$

デアル.

第39圖ノ I ハ,此場合ニ於ケル,定常電氣振動ノ振幅配布ヲ表ハスモノデアル. 導線ノ原端 O カラ,他端 M ニ進ムニ從ヒ,振動電位ハ增加スル,之ニ反シテ振動電流ハ,減少スルノデアル. 一例ヲ擧グレバ,次節ニ至テ,詳論スル如ク,今假ニ一ノ導線ガ,海上ニ直立地絡シテヲルトシヤウ. 此場合ニ於テ,振動的電氣刺戟

1. Fundamental oscillation.

ヲ,此導線ニ其地絡點ニ於テ加フルトキハ,此圖ニ示ス如キ基礎振動ガ,導線ニ發生スル,ソウシテ其結果電磁波ガ發現スルノデアル.



39

(II). 導線ノ長サガ波長ノ 3/4 ニ等シキ場合.

此場合ニ於テハ

$$\begin{cases} m = 3, \\ l = 3\dfrac{\lambda}{4} \end{cases}$$

デアルカラ,

$$\begin{cases} x = 0 \ \cdots\cdots V_s = 0,\ I_s = 2E\sqrt{C/L}, \\ x = \dfrac{\lambda}{4} \cdots\cdots V_s = 2E,\ I_s = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2\dfrac{\lambda}{4} \cdots\cdots V_s = 0,\ I_s = 2E\sqrt{C/L}, \\ x = 3\dfrac{\lambda}{4} \cdots\cdots V_s = 2E,\ I_s = 0 \end{cases}$$

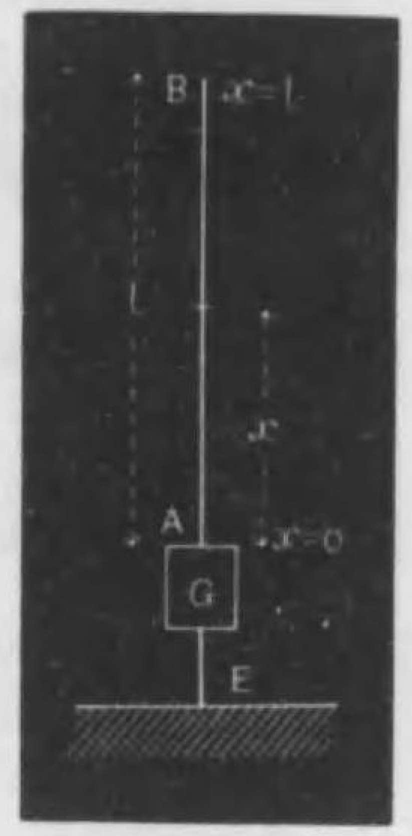
デアル. 此場合ニ於ケル振動電位ト,振動電流ノ配布狀態ハ,圖ノ II ニ示ス通リデアル.

此所ニ一言ス可キコトガアル. 上記ノ議論ハ,導線上ニ發起スル定常電氣振動ノ振幅ニ關スルモノデ,此振幅ヲ x ノ函數トシテ表ハシタノデアル. 然ルニ第 1 節ノ(1)式ヲ見レバ明カナル通リ,此定常電氣振動ハ,又 t ノ函數デアルカラ,全解ヲ表ハスニハ,無論時因數[1],即 e^{jpt} ヲ算入セネバナラヌ. 換言スレバ,所求全解ハ, (9) 式及 (10) 式ニ,此因數ヲ乘ジ,ソウシテ其實數部ノミヲ取タモノデ,表ハサルルノデアル.

3. 架空線ノ固有電氣振動.

一ノ直線的架空線ガ,地上ニ直立シテヲル場合ヲ考ヤウ. 第40圖ノ AB ハ,即此ノ如キ架空線ヲ表ハスモノデアル. 架空線ノ全長ヲ l トシ,ソウシテ其底部 A ヲ,坐標 x ノ原點トシヤウ.

此底部 A ハ,一ノ感應的回線,又ハ一ノ蓄電器ヲ經由シ, E ニ於テ地絡シテヲルトシヤウ. 圖ノ G ハ此ノ如キ經由電路ヲ,一般的ニ代示スルモノデアル.



40

第一卷第四章第 2 節ニ述ベタ通リ,配布電氣抵抗,配布自己感應及配布電氣容量ヲ有スル,電路ニ關スル一般基礎微分方程式ハ

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial V}{\partial x} = Ri + L\dfrac{\partial i}{\partial t} \ \cdots\cdots\cdots\cdots (1), \\ -\dfrac{\partial i}{\partial x} = C\dfrac{\partial V}{\partial t} \ \cdots\cdots\cdots\cdots (2) \end{cases}$$

デアル.

故ニ本論ノ場合ニ於テハ,架空線ニ於ケル電氣振動ノ狀態ハ,

1. Time-factor.

此二式ニヨツテ決定サルルノデアル. 本論ニ於テハ,架空線ノ電氣抵抗ハ,無視シ得ベキ程度ノモノデアルトシヤウ. 假令ヒ實際多少電氣抵抗ガ,存在シテヲツテモ,電氣振動ノ週期ニハ,影響ヲ及ボサザルモノト考ヘテ差支ガナイ,随テ(1)式ノ代リニ,次式ヲ使用シヤウ.

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = L\frac{\partial i}{\partial t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

此所ニ附言ス可キコトガアル. (2)式ニ於ケルCハ,單位長ニ相當スル,架空線ノ電氣容量デアル. 此電氣容量ハ,主トシテ大地ニ對スルモノデアル. 故ニ架空線ノ下部ニ於ケル,對地的電氣容量ハ,其上部ニ於ケルモノヨリ大デアル,随テ精確ニ言ヘバ,Cノ値ハ架空線ノ部分ニヨツテ,各々異ナルノデアル. 又(3)式ニ於ケルLハ,單位長ニ相當スル,架空線ノ自己感應係數デアル. トコロガ,架空線ニ於ケル電流ハ,振動的ノモノデアルカラ,Lノ値ハ,必ズシモ一定不變ノモノトハ言ヘヌ. 然レドモ,此ノ如ク嚴密ニ考フレバ,問題ガ甚ダ複雜ニナルカラ,以下CトLノ値ハ,一定シタモノトシヤウ.

ソウスルト,經由電路ガ存在セザル場合ニ於テハ,(3)及(2)式ノ解ハ,次式デ表ハスコトガ出來ル.

$$\begin{cases} V = \left\{A\cos(p\sqrt{CL}.x) + B\sin(p\sqrt{CL}.x)\right\}\cos pt \quad \ldots\ldots (4), \\ i = \sqrt{\frac{C}{L}}\left\{A\sin(p\sqrt{CL}.x) - B\cos(p\sqrt{CL}.x)\right\}\sin pt \quad \ldots (5). \end{cases}$$

此(4)及(5)式ガ,各々(3)及(2)式ノ解デアルト云フコトハ,前者ヲ後者ニ置換スレバ,直ニ分明スルノデアル.

サテ架空線ノ上端B,卽 $x=l$ ノ所ニ於ケル電位ト電流ヲ,各各 V_l, i_l デ表ハセバ,上式ニヨリ

$$\begin{cases} V_l = \left\{A\cos(p\sqrt{CL}.l) + B\sin(p\sqrt{CL}.l)\right\}\cos pt \quad \ldots\ldots (6), \\ i_l = \sqrt{\frac{C}{L}}\left\{A\sin(p\sqrt{CL}.l) - B\cos(p\sqrt{CL}.l)\right\}\sin pt \quad \ldots (7) \end{cases}$$

デアル. 然ルニ上端ニ於テハ,電流ハ明ニ零デアル,卽 $i_l=0$ デアルカラ,(7)式ニヨリ

$$A\sin(p\sqrt{CL}.l) = B\cos(p\sqrt{CL}.l),$$

随テ常數AトBノ間ニハ,次記ノ關係ガアル.

$$A = \frac{B\cos(p\sqrt{CL}.l)}{\sin(p\sqrt{CL}.l)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

此Aノ値ヲ,(6)式ニ置換スレバ

$$V_l = B\left\{\frac{\cos(p\sqrt{CL}.l)}{\sin(p\sqrt{CL}.l)}\cos(p\sqrt{CL}.l) + \sin(p\sqrt{CL}.l)\right\}\cos pt$$

$$= \frac{B}{\sin(p\sqrt{CL}.l)}\cos pt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

トナル. 次ニAノ値ヲ,(4)式ニ置換スレバ

$$V = B\left\{\frac{\cos(p\sqrt{CL}.l)}{\sin(p\sqrt{CL}.l)}\cos(p\sqrt{CL}.x) + \sin(p\sqrt{CL}.x)\right\}\cos pt$$

$$= \frac{B}{\sin(p\sqrt{CL}.l)}\cos\left\{p\sqrt{CL}(l-x)\right\}\cos pt \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

トナル,随テ

$$V = V_l\cos\left\{p\sqrt{CL}(l-x)\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

デアル. 此式ハ架空線上任意ノ場所 x ニ於ケル電位ヲ表ハスモノデアル.

次ニAノ値ヲ,(5)式ニ置換スレバ

$$i=\sqrt{\frac{C}{L}}B\left\{\frac{\cos(p\sqrt{CL}.l)}{\sin(p\sqrt{CL}.l)}\sin(p\sqrt{CL}.x)-\cos(p\sqrt{CL}.x)\right\}\sin pt$$

$$=-\sqrt{\frac{C}{L}}B\sin pt\frac{\sin\left\{p\sqrt{CL}(l-x)\right\}}{\sin(p\sqrt{CL}.l)}$$

デアル. 然ルニ架空線ノ底部A,卽 $x=0$ ナル所ニ於ケル電流ヲ,i_0 デ表ハセバ,(5)式ニヨリ

$$i_0=-\sqrt{\frac{C}{L}}B\sin pt \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

デアル,随テ上式ハ

$$i=i_0\frac{\sin\left\{p\sqrt{CL}(l-x)\right\}}{\sin(p\sqrt{CL}.l)} \quad\ldots\ldots\ldots (13)$$

トナルノデアル.

議論ノ準備トシテ,此所ニ先ヅ考フ可キコトガアル. 第一巻第二章第1節ニ述ベタル,交流論ニ於テ,感應的電路ノ,所謂イムピーダンス[1]ナルモノハ

$$\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$$

デアル. 又同第11節ニ述ベタル,蓄電器ヲ有スル電路ノ,所謂イムピーダンスナルモノハ

$$\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}$$

デアル. 考フル所ノ電路ノ電氣抵抗Rガ,無視シ得ベキ程度ノモノデアル場合ニハ,上記ノイムピーダンスハ各々

1. Impedance.

$$\begin{cases}\omega L,\\ \dfrac{1}{\omega C}\end{cases}$$

トナル. 此重要ナル量,卽 ωL ヲインダクタンス[1]ト名ヅケ,ソウシテ $1/\omega C$ ヲ,カパシタンス[2]ト名ヅケタノデアル. 然ルニ本節ニ於テハ,一括シテ此等ノ量ヲリアクタンス[3]ト總稱シヤウ. 精確ニ言ヘバ,前者卽 ωL ハ自己感應的起源ノモノデアルカラ,之ヲ感應的リアクタンス[4]ト謂ヘバヨイ. 然ルニ後者,卽 $1/\omega C$ ハ,電氣容量的起源ノモノデアルカラ,之ヲ容量的リアクタンス[5]ト謂ヘバヨイノデアル.

次ニ又第一巻第二章第12節ニ述ベタ通リ,蓄電器ヲ有スル感應的電路ノイムピーダンスハ

$$\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

デアル,随テ其リアクタンスハ

$$\omega L-\frac{1}{\omega C}$$

デアル. 此所ニ注意ス可キ大切ナコトガアル. ソレハ此リアクタンスガ,零デアル場合ニハ,電路ニ固有電氣振動[6]ガ,發起スルト云フコトデアル.

終リニ尚一言ス可キ大切ナコトガアル. 總テ上記ノ場合ニ於テ,リアクタンスノ値ハ,振動電壓ノ最大値ト,振動電流ノ最大値トノ比デ,與ヘラルルノデアル. 但此場合ニ於テハ,電路ノ電

1. Inductance. 2. Capacitance. 3. Reactance.
4. Inductive reactance. 5. Capacitive reactance. 6. Natural electric oscillation.

氣抵抗ハ,無視シ得ベキ程度ノモノトスル.

サテ本論ニ復歸シテ,架空線ニ於ケル電氣振動ヲ考ヤウ. 架空線ノ底部Aニ於ケル電位ハ,如何ナルモノデアルカト云フト,コレハ(10)式ニ於テ,$x=0$ トオケバ直ニ分カル,卽

$$V_0 = B\cot(p\sqrt{CL}.\,l)\cos pt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

デアル. 故ニ振動的閉電路ノ場合ノ如ク,架空線開電路ニ於ケルリアクタンスハ, V_0 ノ最大値ト, (12)式ニヨツテ與ヘラルル, i_0 ノ最大値トノ比ニ等イト考ヘテ差支ナカラウ. 此リアクタンスヲZデ表ハセバ

$$Z = -\frac{B\cot(p\sqrt{CL}.\,l)}{\sqrt{\frac{C}{L}}\,B}$$

$$= -\sqrt{\frac{L}{C}}\cot(p\sqrt{CL}.\,l) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

デアル.

架空線ノ總電氣容量ヲ C_l トシ,其總自己感應係數ヲ L_l トスレバ

$$\left.\begin{aligned} C_l &= lC, \\ L_l &= lL \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

デアルカラ,上記リアクタンスヲ表ハス(15)式ハ,又下記ノ通リ書イテヨイ.

$$Z = -\sqrt{\frac{L_l}{C_l}}\cot(p\sqrt{C_lL_l}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (17).$$

既知ノ式

$$\cot x = \frac{1}{x} - \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} - \ldots\ldots$$

ヲ使用シ,上式ヲ展開スレバ

$$Z = -\sqrt{\frac{L_l}{C_l}}\left(\frac{1}{p\sqrt{C_lL_l}} - \frac{p\sqrt{C_lL_l}}{3} - \ldots\ldots\right)$$

トナル,隨テ p ノ値ガ小ナル場合,卽低振動[1]ノ場合ニ於テハ, $p\sqrt{C_lL_l}$ ノ三乘及其以上ハ,之ヲ無視シ得ルカラ

$$Z = -\frac{1}{pC_l} + \frac{pL_l}{3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

デアル.

p ハ前記ノ ω ト云フ文字ニ相當シテヲルカラ,此式ハ蓄電器ヲ有スル,一ノ感應的閉電路ニ起ル電氣振動ノ場合ニ,相當スルノデアル. 蓄電器ノ電氣容量ヲ C_l トシ,自己感應係數ヲ $L_l/3$ トスレバ,此ノ如キ閉電路ノリアクタンスハ,上式ニ由テ,與ヘラルルノデアル. 之ニ由テ推考スレバ,低振動ノ場合ニ於テハ,架空線開電路ノ總自己感應係數ハ, L_l デアル代リニ, $L_l/3$ デアルト考ヘテ,先ヅ差支ガナイ.

(17)式ハ重要ナルモノデアル. 此式ヲ一見スレバ,明カナル通リ,低振動ノ場合,卽 p ノ値ガ大ナラザル場合ニ於テハ

$$\cot(p\sqrt{C_lL_l})$$

ノ値ハ,正號的ノモノデアルカラ,架空線電路ノリアクタンスハ,負號的ノモノデアル,隨テ所謂容量的リアクタンスガ,感應的リアクタンスヲ超過壓倒スル,卽架空線ハ,恰カモ電氣容量的ノモノデアルガ如キ作用ヲ,呈スルノデアル.

然ルニ p ノ値ガ段々增大スルニ隨ヒ

1. Low frequency.

$$\cot(p\sqrt{C_lL_l})$$

ノ値ガ段々減少シ終ニ

$$p\sqrt{C_lL_l}=\frac{\pi}{2}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (19)$$

ノトキニ零トナル,隨テ此場合ニ於テハ,架空線電路ノリアクタンスハ零トナルノデアル. 然ルニ又 p ノ値ガ,之ヨリ増大スルト

$$\cot(p\sqrt{C_lL_l})$$

ハ負號的ノモノトナルカラ,架空線電路ノリアクタンスハ,正號的ノモノトナル,隨テ所謂感應的リアクタンスガ,容量的リアクタンスヲ,超過壓倒スル樣ニナル. 然ルニ又 p ノ値ガ,尙更ニ増大シテ

$$p\sqrt{C_lL_l}=2\frac{\pi}{2}$$

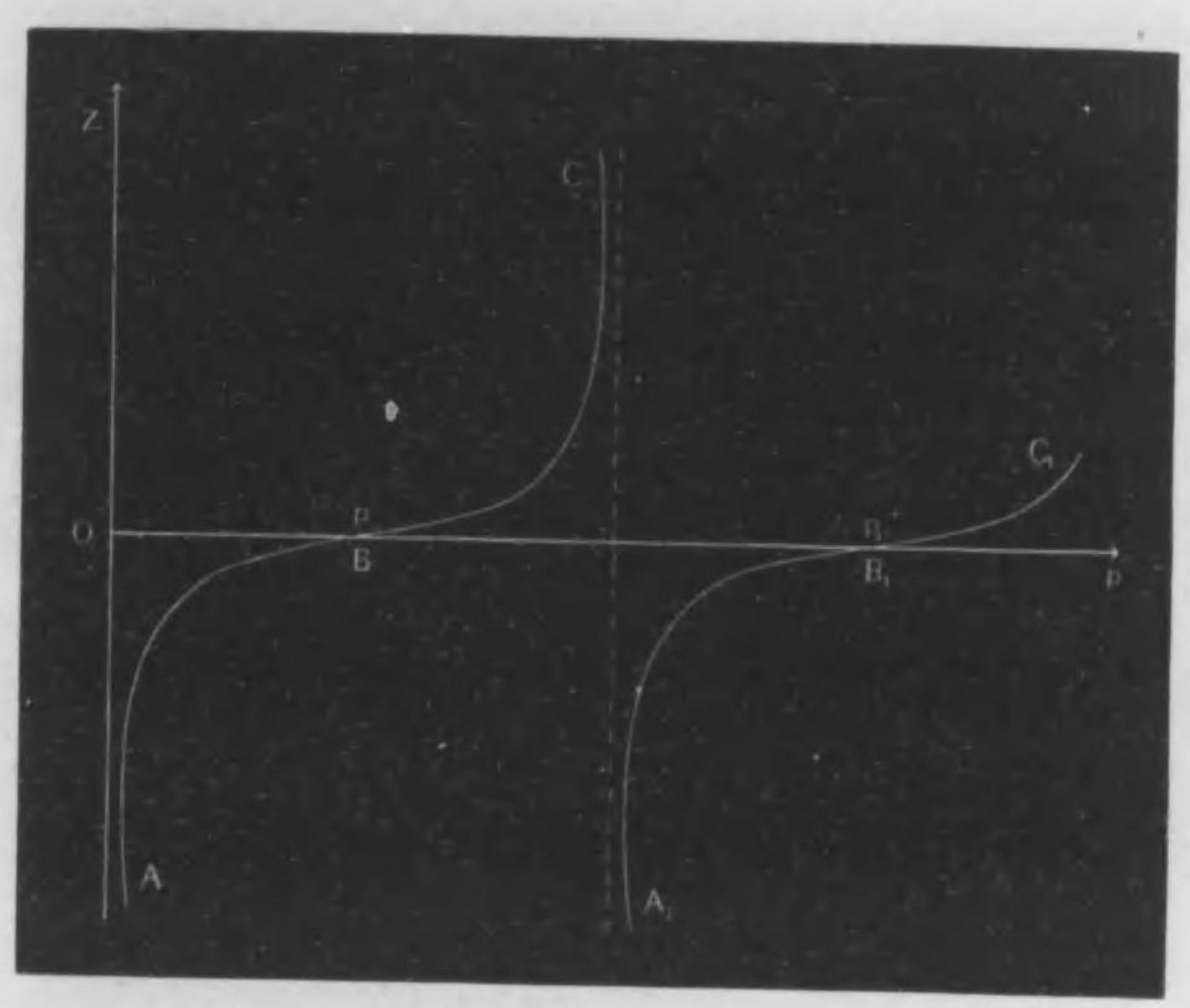
ニ達スレバ,架空線電路ノリアクタンスハ,無限大トナル. p ガ又更ニ増大スレバ,明ニリアクタンスハ,再ビ負號的ノモノニナリ,終ニ

$$p\sqrt{C_lL_l}=3\frac{\pi}{2}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (20)$$

ノトキニ,再ビ零トナルノデアル.

第41圖ニ示ス如ク,横軸ニ p ヲ表ハシ,縱軸ニ Z ヲ表ハシ,(17)式ヲ圖示スレバ,曲線 ABC ト,曲線 $A_1B_1C_1$ 等ヲ得ル. 此等ノ曲線ヲ一見スレバ,上記ノコトガ,直ニ分明ニナルノデアル.

上記(19)式及(20)式ハ,大切ナモノデアル. 此等ノ式ガ示ス關係ガ,成立スルトキニハ,架空線電路ノリアクタンスガ零デアル. 前ニ述ベタ如ク,此ノ如キトキニハ,所謂固有電氣振動ナルモノ



41

ガ,電路ニ發起スルノデアル. 但此場合ニ於テハ,無論架空線ノ底部Aニハ,前ニ述ベタ樣ナ經由電路Gハ存在セズ,架空線ハ直接ニ地絡シテヲルト,考フルノデアル. (19)式ニ相當スル振動ハ,**基礎固有振動**[1]ト稱スルモノデアリ,ソウシテ(20)式ニ相當スル振動ハ,**第一調和固有振動**[2]ト稱スルモノデアル.

電氣振動ノ週期ヲ,T デ表ハセバ

$$p=\frac{2\pi}{T}$$

デアルカラ,(19)式ノ場合ニハ

$$T=4\sqrt{C_lL_l}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (21)$$

1. Fundamental natural oscillation. 2. First harmonic natural oscillation.

デアル.

然ルニ架空線ニ發起スル振動波ノ速度ヲ,vデ表ハセバ,(4)及(5)式ヲ考フレバ,分カル通リ,又既ニ第2節ニ述ベタ通リ

$$v=\frac{1}{\sqrt{\mathrm{CL}}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

デアル. トコロガ,高振動[1]ノ場合ニ於テハ,此速度ハ殆ド光波ノ速度cニ等イト考ヘテヨイ,卽

$$\frac{1}{\sqrt{\mathrm{CL}}}\doteqdot c$$

デアル,隨テ架空線カラ發進スル電波ノ波長ヲ,λデ表ハセバ

$$\lambda=c\mathrm{T}$$

$$=\frac{4\sqrt{\mathrm{C}_l\mathrm{L}_l}}{\sqrt{\mathrm{LC}}}$$

$$=4l\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23).$$

コレハ基礎固有振動ニ相當スル,電波ノ波長ヲ示スノデアル.

(20)式ノ場合ニ於ケルpノ値ヲ,p_1デ表ハシ,隨テ振動週期ヲT_1デ表ハセバ,明ニ

$$\mathrm{T}_1=\frac{4}{3}\sqrt{\mathrm{C}_l\mathrm{L}_l}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

デアルカラ,之ニ相當スル波長ヲ,λ_1トスレバ

$$\lambda_1=\frac{4l}{3}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

デアル.

架空線カラ發起スル,電波ノ波長ヲ,一般ニλ_mデ表ハセバ

$$\lambda_m=\frac{4l}{m}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

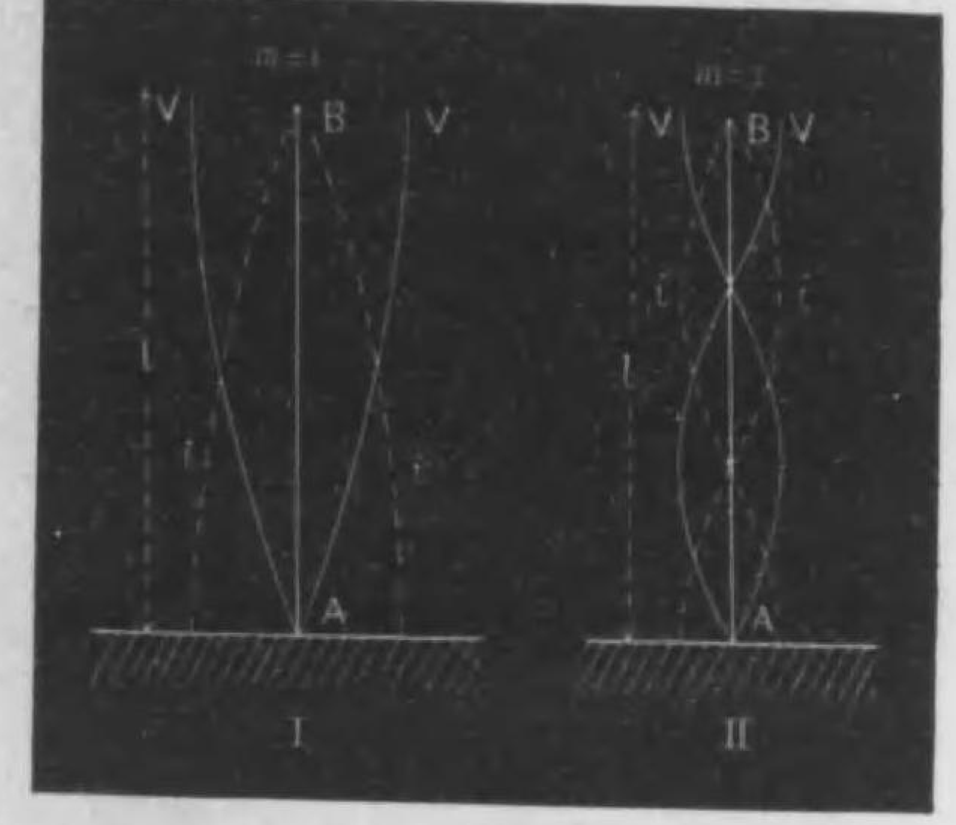
1. High frequency.

デアル. 但此式ニ於テ,mハ奇數,卽

$$m=1,3,5,7\ldots\ldots$$

デアツテ,基礎振動ノ場合ニハ,$m=1$, 第一調和振動ノ場合ニハ,$m=3$デアル.

第42圖ノIハ,基礎振動ニ相當スル,電位Vト電流iノ振幅ヲ表ハシテヲル,ソウシテIIハ第一調和振動ニ相當スルモノヲ表ハシテヲル.



42

考フル所ノ架空線ハ,地絡シテヲルカラ,其ノ大地ニ對スル電像ヲ考フレバ,次頁ノ第43圖ニ示ス如キモノヲ得ル. 圖ノIハ,長サ$2l$ノ導線ニ發起スル,基礎固有振動ヲ表ハシ,ソウシテIIハ,第一調和固有振動ヲ表ハスノデアル. 此ノコトハ,既ニ第2節ニ述ベタノデアル.

上述ノコトハ,經由電路ガ存在セズ,架空線ガ單獨ニ地絡スル場合デアル. 然ルニ實際問題トシテハ,此架空線ノ固有振動數ヲ增減シテ,或ハ長波長,或ハ短波長ノ電波ヲ發起スル必要ガアル. コレハ送波ノ場合デアルガ,又受波ノ場合ニ於テモ,架空線ヲ到來電波ニ對シテ,調節セネバナラヌカラ,矢張其固有振動數ヲ,增減セネバナラヌ. 故ニ以下,第40圖ニ示ス架空線ノ底部Aニ,經由電路ガ存在スル場合ヲ考ヤウ.

(I). 回線ヲ有スル經由電路.

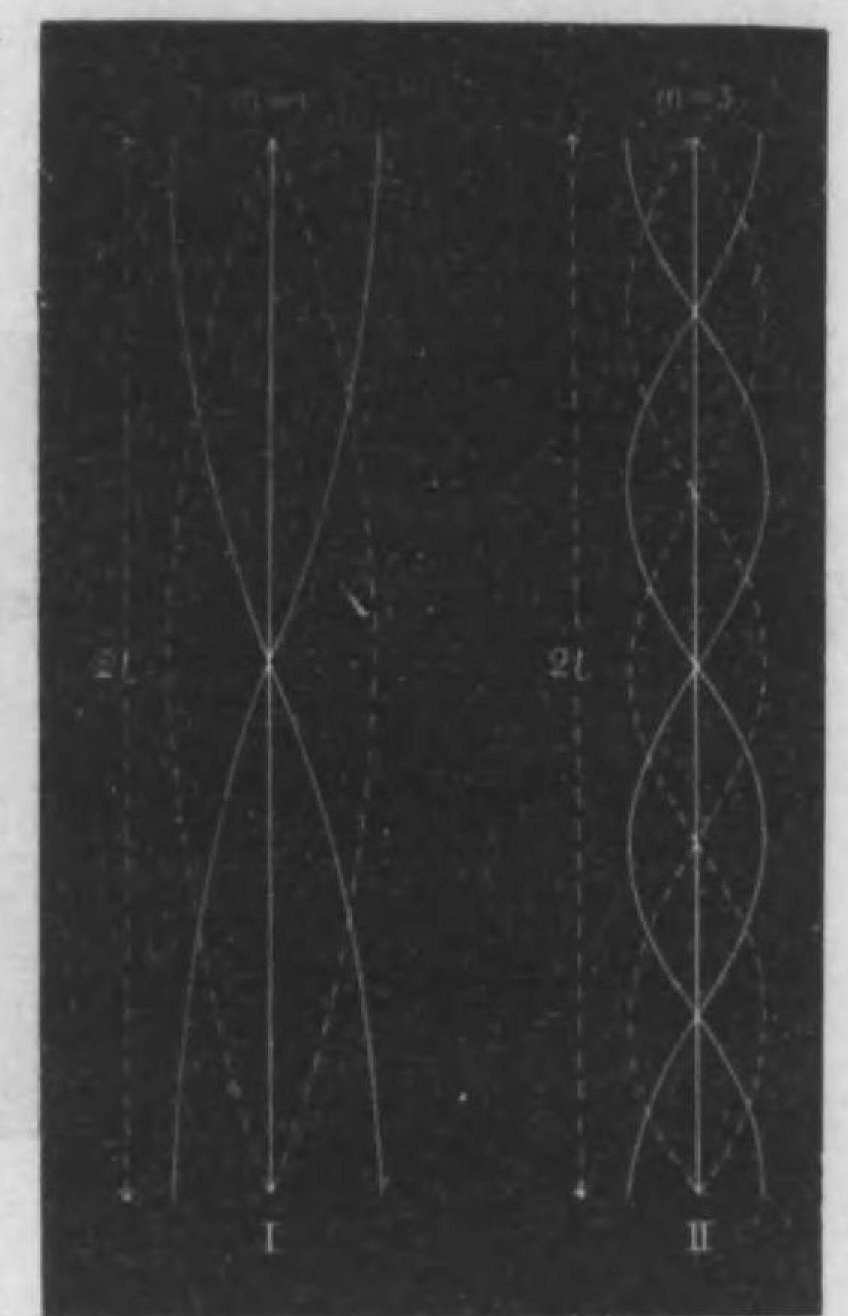
回線ノ自己感應係數ヲ,太字 $\mathbf{L}$ デ表ハソウ. 之ニ基因スルリアクタンスヲ,Z_L デ表ハセバ

$$Z_L = p\mathbf{L} \quad \ldots\ldots (27)$$

デアル. 此ノ如キ回線ガ,架空線ノ底部 A ニ附屬スル場合ニ於テハ,其固有振動ハ,次式

$$Z_L + Z = 0 \quad \ldots\ldots (28)$$

ニヨツテ決定スル,卽架空線全電路ノリアクタンスガ,零デアルトキニ,固有振動ガ起ルノデアル. 上式(27)ト,(17)式トニヨリ,上式(28)ハ



43

$$p\mathbf{L} - \sqrt{\frac{L_l}{C_l}}\, \cot\left(p\sqrt{C_l L_l}\right) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

トナル,隨テ

$$\frac{\cot\left(p\sqrt{C_l L_l}\right)}{p\sqrt{C_l L_l}} = \frac{\mathbf{L}}{L_l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (30)$$

デアル. 然ルニ

$$p\sqrt{C_l L_l} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{CL}\, l$$

$$= \frac{2\pi l}{Tc}$$

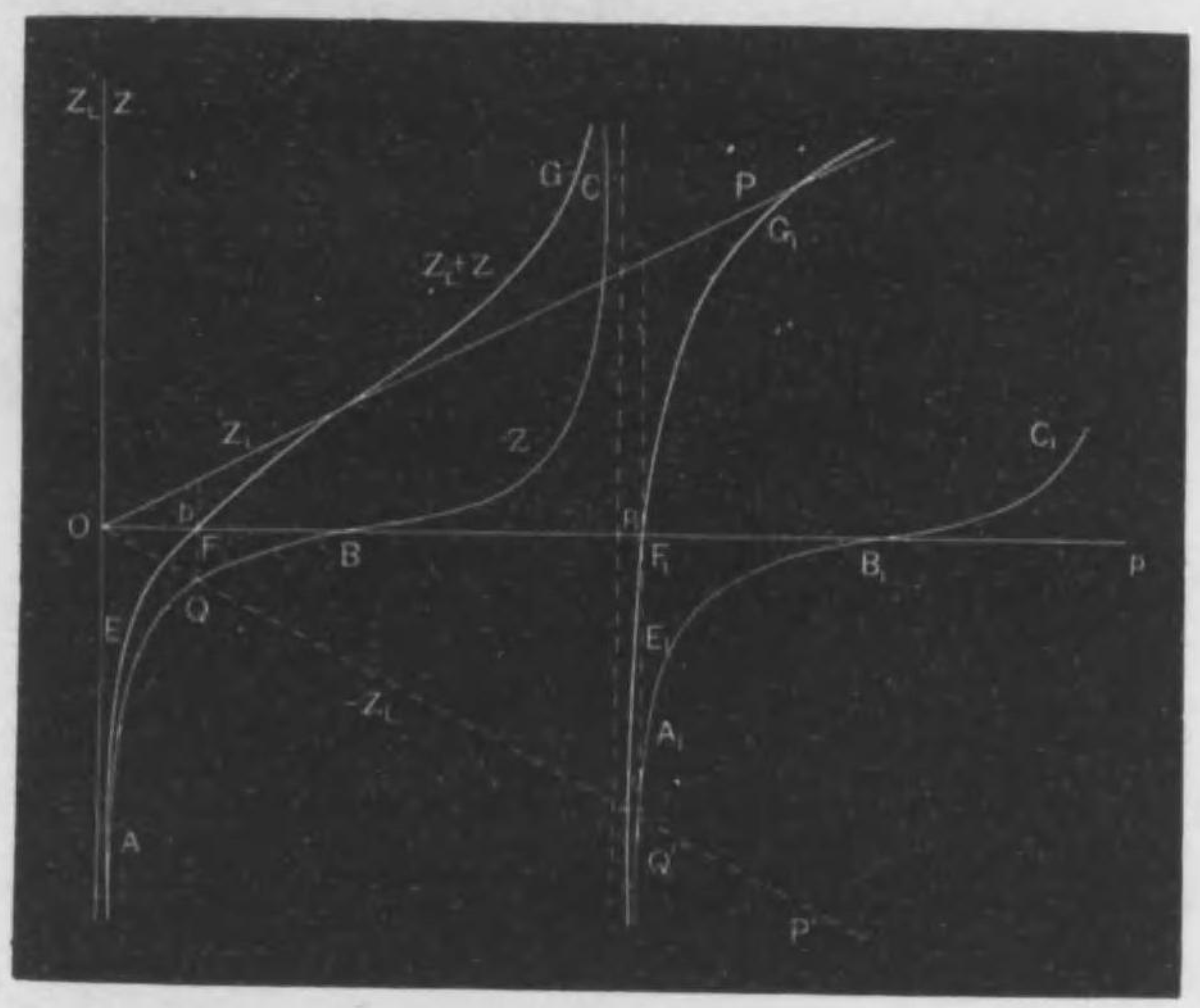
$$= \frac{2\pi l}{\lambda}$$

デアルカラ,上式ハ又

$$\frac{\cot \frac{2\pi l}{\lambda}}{\frac{2\pi l}{\lambda}} = \frac{\mathbf{L}}{L_l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (31)$$

ト書イテヨイ.

上記ノ超越方程式[1](30)及(31)ハ,直接ニ之ヲ解クコトハ,困難デアルカラ,先ヅ第一ニ,圖式解法ヲ述ベヤウ. 第44圖ニ示ス加ク,



44

横軸ニ p ヲ表ハシ,縱軸ニ Z_L ト Z ヲ表ハシテ,之ヲ圖示スレバ,各

1. Transcendental equation.

々直線 OP ト,曲線 ABC, $A_1B_1C_1$ 等ヲ得ル. 此直線ト曲線ヲ綜合スレバ,全電路ノリアクタンスヲ標榜スル曲線 EFG, $E_1F_1G_1$ 等ヲ得ル. 此等ノ曲線ガ,横軸ニ會スル點,卽 F, F_1 等ガ,架空線ニ起ル新固有振動ヲ決定スルノデアル. 何故デアルカト云フト,此場合ニ於テ,全電路ノリアクタンスガ零トナル,卽

$$Z_L+Z=0$$

トナルカラデアル. 直線 OP ニ對稱デアル直線 OP′ ヲ引ケバ,此直線ガ曲線 ABC, $A_1B_1C_1$ 等ニ交ハル點 Q, Q′ 等ガ, F, F_1 等ヲ決定スル,卽此等ノ點ハ, F, F_1 等ノ直下ニアル.

圖ヲ一見スレバ,直ニ分カル通リ,回線ヲ架空線ノ底部 A ニ挿入シタ爲メ,其影響トシテ,振動週期ガ,單純架空線ノ場合ヨリモ增大スル,隨テ波長ガ增大スルノデアル. 又此場合ニ於テハ,調和固有振動ノ振動數ハ,最早基礎固有振動ノ振動數ノ,或ル整數倍デナイ,隨テ波長ハ(26)式ノ樣ナ式デ,與ヘラレヌノデアル.

サテ議テ(30)式ト(31)式ヲ考フルニ,架空線ノ全電氣容量 C_l ト,其全自己感應係數 L_l, 及回線ノ自已感應係數 L ノ値ガ,知レテヲレバ,此式ニ由テ p ノ値,隨テ振動週期,隨テ又波長ヲ算出スルコトガ出來ル. 次記表ノ第 I 欄ハ種々ナル L/L_l ノ値ヲ表ハシ,第 II 欄ハ,之ニ相當スル $p\sqrt{C_lL_l}$ ノ値ヲ表ハシテヲル. 此等ノ値ハ,如何シテ算出スルカト云フト,ソレハ $\cot(p\sqrt{C_lL_l})$ ヲ,前ニ述ベタ公式ニヨツテ,級數ニ展開シ,其初ノ二項位ヲ使用シテ,計算スレバヨイ. 此所ニ注意スベキコトガアル. 次記ノ表ニ於ケル $p\sqrt{C_lL_l}$ ノ値ハ,基礎固有振動ニ相當スルモノデアル.

I	II	III	IV	I	II	III	IV
$\frac{L}{L_l}$	$p\sqrt{C_lL_l}$	$\frac{1}{\sqrt{\frac{L}{L_l}+\frac{1}{3}}}$	差 百分率	$\frac{L}{L_l}$	$p\sqrt{C_lL_l}$	$\frac{1}{\sqrt{\frac{L}{L_l}+\frac{1}{3}}}$	差 百分率
0.0	1.571	1.732	10.3	3.1	0.539	0.540	0.1
.1	1.429	1.519	6.3	3.2	.532	.532	.1
.2	1.314	1.369	4.2	3.3	.524	.525	.1
.3	1.220	1.257	3.0	3.4	.517	.518	.1
.4	1.142	1.168	2.3	3.5	.510	.511	.1
.5	1.077	1.095	1.7	3.6	.504	.504	0
.6	1.021	1.035	1.4	3.7	.4977	.4979	"
.7	0.973	0.984	1.1	3.8	.4916	.4919	"
.8	.931	.939	0.9	3.9	.4859	.4860	"
.9	.894	.900	.7	4.0	.4801	.4804	"
1.0	.860	.866	.7	4.5	.4548	.4549	"
1.1	.831	.835	.5	5.0	.4330	.4330	"
1.2	.804	.808	.5	5.5	.4141	.4141	"
1.3	.779	.782	.4	6.0	.3974	.3974	"
1.4	.757	.760	.4	6.5	.3826	.3826	"
1.5	.736	.739	.4	7.0	.3693	.3693	"
1.6	.717	.719	.3	7.5	.3574	.3574	"
1.7	.699	.701	.3	8.0	.3465	.3465	"
1.8	.683	.685	.3	8.5	.3366	.3366	"
1.9	.668	.689	.3	9.0	.3275	.3275	"
2.0	.653	.655	.3	9.5	.3189	.3189	"
2.1	.640	.641	.2	10.0	.3111	.3111	"
2.2	.627	.628	.2	11.0	.2972	.2972	"
2.3	.615	.616	.2	12.0	.2850	.2850	"
2.4	.604	.605	.2	13.0	.2741	.2741	"
2.5	.593	.594	.2	14.0	.2644	.2644	"
2.6	.583	.584	.2	15.0	.2556	.2556	"
2.7	.574	.574	.2	16.0	.2476	.2476	"
2.8	.564	.565	.1	17.0	.2402	.2402	"
2.9	.556	.557	.1	18.0	.2338	.2338	"
3.0	.547	.548	.1	19.0	.2277	.2277	"
				20.0	.2219	.2219	"

觀念ヲ明カニスル爲メ,此所ニ二例ヲ擧ゲテ考ヤウ.

(i). 單純架空線

架空線ノ長サ,及其全電氣容量ヲ,各々

$$\begin{cases} l = 60 \text{ メートル}, \\ C_l = 0.0008 \text{ ミクロファラード} \end{cases}$$

デアルトシヤウ. ソウスルト,明ニ

$$\sqrt{C_l L_l} = \sqrt{CL}.\,l$$
$$= \frac{l}{c}$$

デアルカラ,此場合ニ於テハ

$$\sqrt{C_l L_l} = \frac{60 \times 10^2}{3 \times 10^{10}}$$

デアル.隨テ之カラ計算スレバ

$$L_l = 50 \text{ ミクロヘンリー}$$

デアル. 架空線ノ全電氣容量C_lハ,實驗的ニ測定スルコトガ出來ルカラ,其全自己感應係數L_lハ,上記ノ通リ之ヲ算出スルコトガ出來ル. 次ニ基礎固有振動ト,其第一調和固有振動ニ相當スル,電波ノ波長ハ各々

$$\begin{cases} \lambda = 4l \;\; = 240 \text{ メートル}, \\ \lambda_1 = \frac{4l}{3} = \;\; 80 \text{ メートル} \end{cases}$$

デアル.

(ii). 經由回線ヲ有スル架空線

上記單純架空線ノ底部ニ,一ノ回線ヲ挿入シタトシヤウ,ソウシテ其自己感應係數ヲ

$$\mathbf{L} = 100 \text{ ミクロヘンリー}$$

トシヤウ. ソウスルト

$$\frac{\mathbf{L}}{L_l} = \frac{100}{50} = 2$$

デアルカラ,上記表ニヨリ

$$p\sqrt{C_l L_l} = \frac{2\pi l}{\lambda} = 0.653$$

デアル,隨テ

$$p = \frac{0.653}{\sqrt{0.0008 \times 10^{-6} \times 50 \times 10^{-6}}}$$
$$\doteqdot 3.26 \times 10^6$$

デアリ,ソウシテ

$$\lambda = \frac{2\pi l}{0.653}$$
$$\doteqdot \frac{2 \times 3.14 \times 60}{0.653}$$
$$\doteqdot 577 \text{ メートル}$$

デアル. 故ニ回線ヲ挿入シタ爲メ,基礎固有振動ニ相當スル波長ガ,577メートルニ增大スル,コレハ上記240メートルノ二倍以上デアル.

次ニ述ブ可キコトガアル. 局所蓄電器ヲ有スル感應的閉電路ニ發起スル,電氣振動ノ振動週期ハ,第一卷第三章第2節ニ述ベタ通リ

$$T = 2\pi\sqrt{CL} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (32)$$

デアル,コレハ閉電路ニ關スルモノデアルガ,一ノ回線ヲ有スル,架空線開電路ノ場合ニ於テモ,矢張同樣ナル論法ヲ,適用スルコ

トガ出來ル. 低振動ノ場合ニ於テハ,前ニ述ベタ通リ,架空線ノ全自己感應係數ハ, $L_l/3$ デアルト考ヘテヨイ. 故ニ振動週期ヲ, T デ表ハセバ,上式(32)ニ倣ヒ,

$$T=2\pi\sqrt{C_l\left(\mathbf{L}+\frac{L_l}{3}\right)} \quad \dots\dots\dots\dots (33)$$

デアルカラ

$$\begin{aligned}\lambda &= cT\\ &= 3\times10^{10}\times2\pi\sqrt{C_l\left(\mathbf{L}+\frac{L_l}{3}\right)}\end{aligned}$$

デアル,隨テ波長 λ ヲメートルデ表ハシ,之ヲ λ_m デ示シ,ソウシテ電氣容量ヲ,ミクロファラードデ表ハシ,自己感應係數ヲ,ミクロヘンリーデ表ハセバ,計算スレバ直ニ分カル通リ

$$\lambda_m=1884\sqrt{C_l\left(\mathbf{L}+\frac{L_l}{3}\right)} \quad \dots\dots\dots\dots (34)$$

デアル.

上記第二例ノ場合ニ於テハ

$$\begin{cases} C_l=0.0008 & \text{ミクロファラード}\\ L_l=50 & \text{ミクロヘンリー}\\ \mathbf{L}=100 & \text{ミクロヘンリー}\end{cases}$$

デアルカラ,之ヲ(34)式ニ置換シテ,計算スレバ

$$\lambda_m=575$$

トナル. 此値ヲ前記 577 メートルニ比較スルニ,實際殆ド差異ガ無イ位デアル.

(33)式ニヨリ

$$p=\frac{1}{\sqrt{C_l\left(\mathbf{L}+\frac{L_l}{3}\right)}}$$

デアル,隨テ

$$p\sqrt{C_lL_l}=\frac{1}{\sqrt{\frac{\mathbf{L}}{L_l}+\frac{1}{3}}} \quad \dots\dots\dots\dots (35)$$

デアル. 前記表ノ第 III 欄ハ,此値ヲ算出シタモノデアツテ,之ヲ第II欄ニ比較スルト, $\mathbf{L}$ ガ L_l ヨリ小ナル間ハ,二者ノ間ニ差異ガアレド, $\mathbf{L}$ ガ L_l ヨリ大トナルニ隨ヒ,差異ハ甚ダ僅小トナル. 表ノ第 IV 欄ハ,此差異ヲ百分率デ表ハスモノデアル. ソウスルト,架空線ハ實際開電路デアルガ,假ニコレハ恰カモ,局所蓄電器ノ電氣容量ガ C_l デアリ,ソウシテ自己感應係數ガ, $(\mathbf{L}+L_l/3)$ デアル,一ノ閉電路デアルガ如キモノト,考ヘテ大差ガ無イノデアル.

(II). 蓄電器ヲ有スル經由電路

架空線ノ底部Aニ,一ノ蓄電器ガ存在スルトシヤウ,ソウシテ其電氣容量ヲ,太字 **C** デ表ハソウ. 此蓄電器ニ基因スルリアクタンスヲ $Z_{\mathbf{C}}$ デ表ハセバ

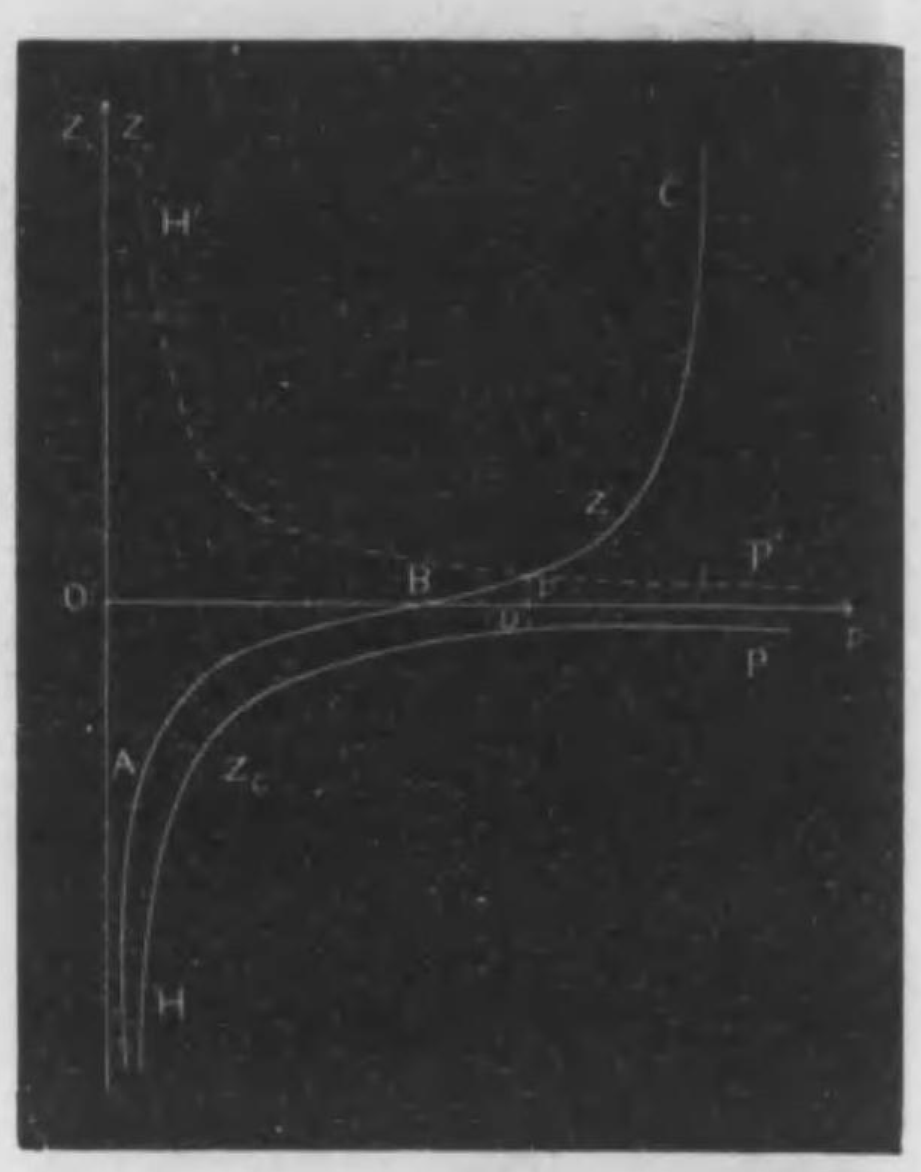
$$Z_{\mathbf{C}}=-\frac{1}{p\mathbf{C}} \quad \dots\dots\dots\dots (36)$$

デアル,隨テ架空線ノ固有振動ハ,全リアクタンスガ零デアル場合ニ相當スルカラ,次式ニヨツテ決定スル.

$$Z_{\mathbf{C}}+Z=0 \quad \dots\dots\dots\dots (37)$$

圖式解法ニ由リ,此固有振動ヲ見出スニハ,第45圖ニ示ス通リ,第44圖ノ場合ノ如ク,先ヅ第一ニZヲ表ハス曲線ABCヲ引キ,次ニ $Z_{\mathbf{C}}$ ヲ表ハス曲線,卽双曲線HPヲ引ケバヨイ. ソウスルト,上式(37)ガ成立スル點,卽 D ハ,基礎固有振動ヲ決定スルノデアル.

圖ニ點線ヲ以テ示ス如ク,双曲線 HP ニ對稱ナル,双曲線 H'P' ヲ引ケバ,コレガ曲線 ABC ニ交ル點ニ,相當スル p ノ値ガ,基礎固有振動ヲ決定スル. 此圖ヲ一見シテモ,直ニ分カル通リ,架空線ノ底部ニ,一ノ蓄電器ヲ挿入シタ爲メ,其影響トシテ,p ノ値ガ增加スル,隨テ架空線ノ固有振動週期ガ減少スル,隨テ又之カラ發生スル電波ノ波長ガ,短カクナルノデアル. 此所ニ注意ス可キコトガアル. ソレハ調和固有振動ノ振動數ハ,基礎固有振動ニ於ケル,振動數ノ整數倍デナイト云フコトデアル.



45

(37)式ニ Z_C ト Z ノ値ヲ置換スレバ

$$-\frac{1}{p\mathbf{C}}-\sqrt{\frac{L_l}{C_l}}\cot(p\sqrt{C_lL_l})=0 \quad\ldots\ldots\ldots (38),$$

卽

$$-\frac{1}{p\sqrt{L_l}\cot(p\sqrt{C_lL_l})}=\frac{\mathbf{C}}{\sqrt{C_l}}$$

トナル,隨テ

$$-\frac{\tan(p\sqrt{C_lL_l})}{(p\sqrt{C_lL_l})}=\frac{\mathbf{C}}{C_l} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (39)$$

デアル. 低振動ノ場合ニ於テハ,既知ノ式

$$\tan x = x+\frac{x^3}{3}+\frac{2x^5}{15}+\cdots\cdots$$

ヲ使用シテ,(I)ノ場合ノ樣ニ,$\tan(p\sqrt{C_lL_l})$ ヲ級數ニ展開シ,其初ノ二項位ヲ取テ,計算スレバ,p ノ値ヲ求ムルコトガ出來ル.

上式(39)ハ,又次記ノ形ニ書キ表ハシテヨイ.

$$\frac{\tan\frac{2\pi l}{\lambda}}{\frac{2\pi l}{\lambda}}=-\frac{\mathbf{C}}{C_l} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (40)$$

附言. 本節ハ主トシテ,ミルラア[1]ノ論法ニ據ツテ,論述シタモノデアル.

4. 蓄電器ヲ有スル架空線ノ固有電氣振動.

本論ニ入ル前ニ,先ヅ中央ニ一ノ蓄電器ヲ有スル,直線的導線ニ於ケル,固有電氣振動ヲ考ヤウ. 第46圖ニ示ス如ク,導線 AB ト A'B' ガ,一ノ蓄電器ヲ經由シテ,接續シテヲルトシヤウ. ソウシテ,此蓄電器ノ電氣容量ヲ,太字 **C** デ表ハソウ.

46

此ノ如キ導線ノ固有電氣振動ハ,第一卷第四章第2節ニ述ベタ,次記ノ基礎微分方程式ニヨツテ,決定スルノデアル.

1. Miller: Proc. Inst. Rad. Eng. Vol. 7, 1919.

$$\left\{\begin{array}{ll}\dfrac{\partial i}{\partial x}=-C\dfrac{\partial V}{\partial t} & \dots\dots\dots\dots\dots (1),\\[2ex] \dfrac{\partial^2 V}{\partial t^2}=\dfrac{1}{CL}\dfrac{\partial^2 V}{\partial x^2} & \dots\dots\dots\dots\dots (2).\end{array}\right.$$

此式ノ解ハ,置換スレバ分カル通リ

$$V=\left\{A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)+B\cos\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\right\}\cos\frac{2\pi t}{T}\quad\dots\dots (3)$$

デアル. 但此式ニ於テ,λハ固有電氣振動ニ相當スル,電波ノ波長デアル.

此式ヲtニ對シテ微分スレバ

$$\frac{\partial V}{\partial t}=-\frac{2\pi}{T}\left\{A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)+B\cos\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\right\}\sin\frac{2\pi t}{T}$$

デアルカラ,(1)式ニヨリ

$$\frac{\partial i}{\partial x}=\frac{2\pi}{T}C\left\{A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)+B\cos\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\right\}\sin\frac{2\pi t}{T}$$

デアル,随テxニ對シテ,之ヲ積分スレバ

$$i=\frac{C\lambda}{T}\left\{A\cos\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)-B\sin\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\right\}\sin\frac{2\pi t}{T}$$

デアル. 然ルニ導線ノ上端B,卽$x=l$ノ所ニ於テハ,$i=0$デアルカラ,常數Aハ零デアラネバナラヌ,随テ上式ハ

$$i=-\frac{C\lambda}{T}B\sin\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\sin\frac{2\pi t}{T}\quad\dots\dots\dots (4)$$

トナル,随テ又(3)式ハ

$$V=B\cos\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\cos\frac{2\pi t}{T}\quad\dots\dots\dots\dots (5)$$

トナル.

次ニ蓄電器ノ存在スル所,卽$x=0$ノ所ニ於テハ,電流ハ

$$i_{x=0}=-\frac{C\lambda}{T}B\sin\frac{2\pi l}{\lambda}\sin\frac{2\pi t}{T}\quad\dots\dots\dots\dots (6).$$

デアル. 然ルニ蓄電器ノ両端A卜A′ニ於ケル電位ヲ,各々V_A, V'_Aトスレバ

$$i_{x=0}=-\mathbf{C}\frac{\partial}{\partial t}(V_A-V_{A'})$$

$$=-2\mathbf{C}\frac{\partial V_A}{\partial t}$$

デアル. 何故カト云フト,$V_{A'}$ハV_Aニ等シクシテ,符號ガ反對デアルカラデアル. トコロガ

$$\frac{\partial V_A}{\partial t}=\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_{x=0}$$

デアルカラ,(5)式ニヨリ

$$\frac{\partial V_A}{\partial t}=-\frac{2\pi}{T}B\cos\frac{2\pi l}{\lambda}\sin\frac{2\pi t}{T}$$

デアル,随テ

$$i_{x=0}=2\mathbf{C}.\frac{2\pi}{T}B\cos\frac{2\pi l}{\lambda}\sin\frac{2\pi t}{T}\quad\dots\dots\dots (7)$$

デアル. 然ルニ此式ハ,上記ノ(6)式ニ等シカラネバナラヌ,随テ

$$C\lambda\sin\frac{2\pi l}{\lambda}=-2\mathbf{C}.2\pi\cos\frac{2\pi l}{\lambda},$$

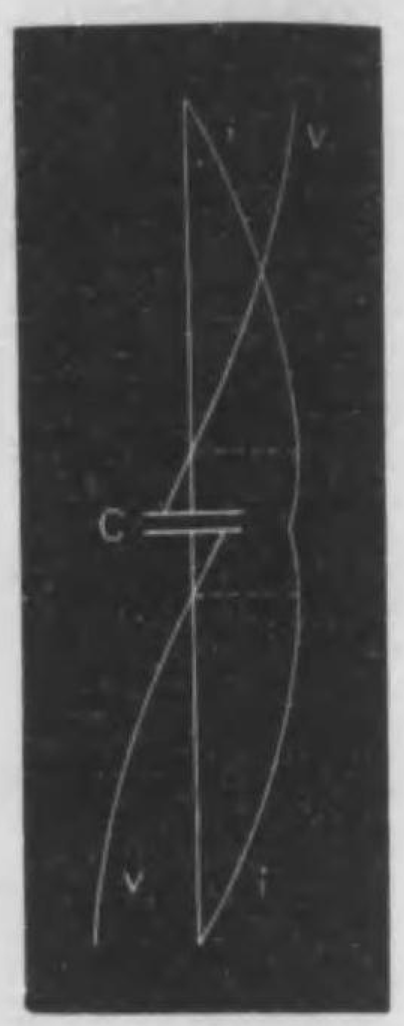
卽

$$\frac{\tan\dfrac{2\pi l}{\lambda}}{\dfrac{2\pi}{\lambda}}=-\frac{2\mathbf{C}}{C}$$

トナル. 故ニ分母ニ各々lヲ乘ズレバ,直ニ次記ノ重要ナル式ヲ得ルノデアル.

$$\frac{\tan\frac{2\pi l}{\lambda}}{\frac{2\pi l}{\lambda}}=-\frac{2\mathbf{C}}{lC}$$

$$=-\frac{2\mathbf{C}}{C_l}\;\ldots\ldots\ldots(8).$$

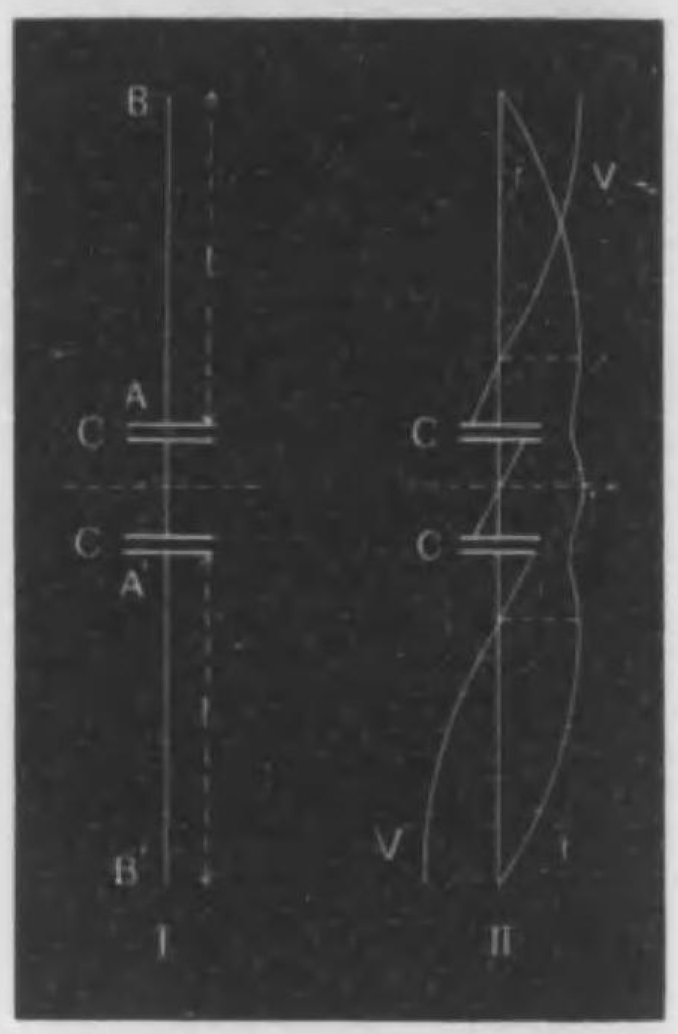


47

此超越方程式ハ,考フル所ノ直線的導線ノ固有電氣振動ヲ決定スルノデアル. 導線上ノ電位ト電流ノ配布狀態,卽其振幅ハ,第47圖ニ示ス樣ナモノデアル.

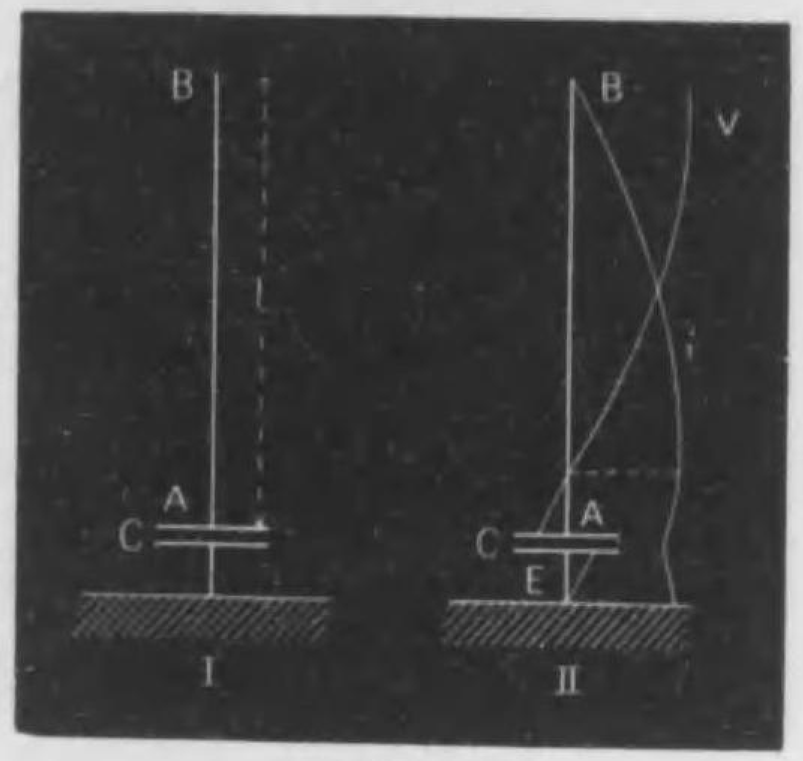
次ニ上記ノ導線ヲ,少シ變形シタ場合ヲ考フルコトガ,必要デアル. 第48圖ノIニ示ス如ク,導線 AB ト A′B′ ハ,前述ノ通リ,單ニ一個ノ蓄電器 **C** ノ代リニ,二個ノ同一蓄電器 **C** ト **C** トニヨツテ,接續シテヲルトシヤウ. 此場合ニ於テハ,蓄電器ハ,直列シテヲルカラ,其電氣容量ハ, **C** ノ二分ノ一ニ減少スル. 故ニ此場合ニ於テハ,上式(8)ニ於テ, **C** ノ代リニ, **C**/2 トセネバナラヌ,隨テ次式ヲ得ル.

$$\frac{\tan\frac{2\pi l}{\lambda}}{\frac{2\pi l}{\lambda}}=-\frac{\mathbf{C}}{C_l}\;\ldots\ldots(9).$$



48

サテ本論ニ復歸シテ,蓄電器ヲ有スル架空線ノ場合ヲ考ヤウ. 第49圖ノIニ示ス如ク,架空線 AB ガ,電氣容量 **C** ヲ有スル,一ノ蓄電器ヲ經由シテ,地絡スルトシヤウ. 然ルニ一見スレバ,直ニ明カナル通リ,第48圖ハ,此架空線ト,其大地ニ對スル電像トニ,相當スルノデアル. 故ニ蓄電器ヲ有スル,架空線ノ固有電氣振動ハ,(9)式ニヨツテ,決定スルノデアル. 架空線電路ニ於ケル,電位ト電流ノ振幅ハ,圖ノIIニ示ス樣ナモノデアル.



49

此所ニ一言ス可キコトガアル. 上記(9)式ハ,第3節ノ(II)ニ於ケル(40)式ト,全ク同一ナルモノデアル.

次ニ考フ可キコトハ,特別ナル場合,卽上式(9)ニ於テ, $\mathbf{C}=0$ ト, $\mathbf{C}=\infty$ ナル場合デアル.

(i). $\mathbf{C}=0$.

此場合ニ於テハ,(9)式ハ

$$\tan\frac{2\pi l}{\lambda}=0\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

トナル,隨テ

$$\frac{2\pi l}{\lambda}=m\pi\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(11).$$

デアル. 但 m ノ値ハ 1, 2, 3 等デアル.

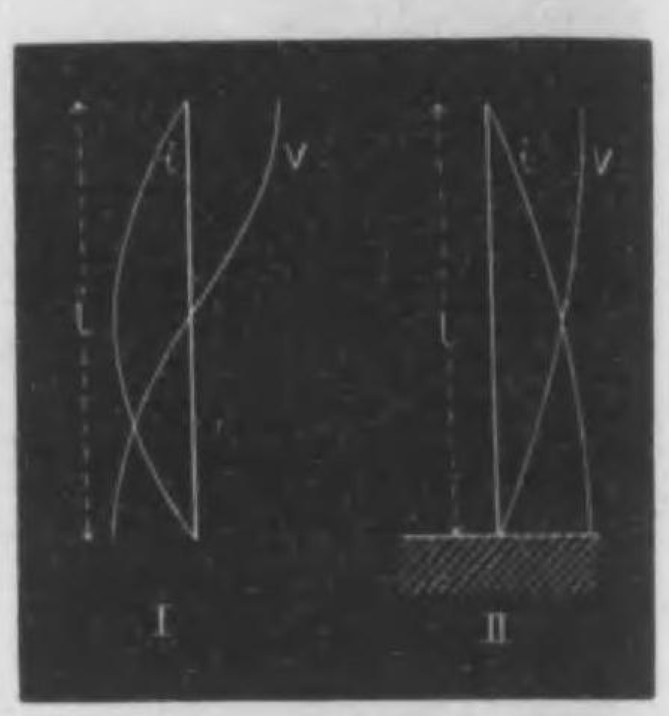
基礎固有振動ノ場合ニ於テハ, $m=1$ トスレバヨイカラ

$$\frac{2\pi l}{\lambda}=\pi,$$

隨テ

$$l=\frac{\lambda}{2}$$

トナル. 故ニ孤立シテヲル導線ニ發起スル基礎固有振動ノ場合ニハ,其長サハ波長ノ二分ノ一ニ等イノデアル. 第50圖ノIハ,孤立導線ニ於ケル振動電位ト,振動電流ノ振幅ヲ示スノデアル.



50

(ii). $\mathbf{C}=\infty$.

此場合ニ於テハ,(9)式ハ

$$tan\frac{2\pi l}{\lambda}=\infty\ \ldots\ldots\ (12)$$

トナル隨テ

$$\frac{2\pi l}{\lambda}=m\frac{\pi}{2}\ \ldots\ (13)$$

デアル. 但mノ値ハ, 1,3,5 等デアル.

基礎固有振動ノ場合ニ於テハ, $m=1$ トスレバヨイカラ

$$\frac{2\pi l}{\lambda}=\frac{\pi}{2},$$

デアル隨テ

$$l=\frac{\lambda}{4}.$$

故ニ圖ノIIノ如ク架空線ガ,蓄電器ヲ經由セズ,直接地絡シテヲルトキ,之ニ發起スル基礎固有振動ノ場合ニハ,其長サハ波長ノ四分ノ一ニ等イ,コレハ既ニ第3節ニ述ベタコトデアル.

終リニ言フ可キコトガアル. (9)式ヲ一見スレバ,明カナル通

リ, $\tan 2\pi l/\lambda$ ノ値ハ,負號的ノモノデアルカラ

$$\frac{2\pi l}{\lambda}>\frac{\pi}{2},$$

隨テ

$$l>\frac{\lambda}{4}$$

デアル. 故ニ架空線ノ底部ニ,蓄電器ヲ挿入スルトキハ,既ニ第3節ニ述ベタ通リ,波長ハ短カクナルノデアル.

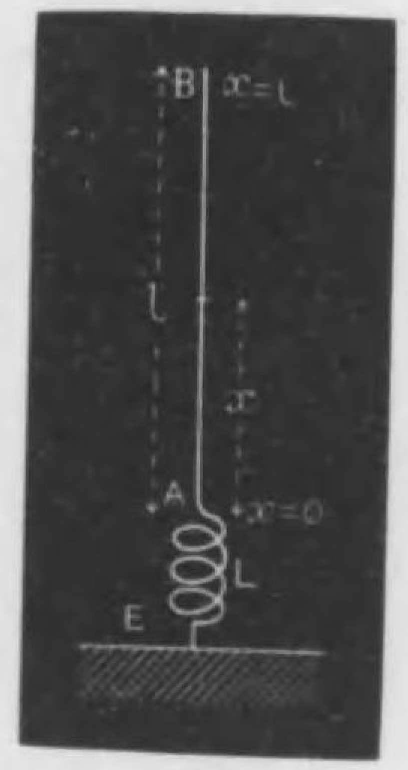
5. 回線ヲ有スル架空線ノ固有電氣振動.

本論ハ第3節ノ(I)ニ述ベタ場合デアル. 架空線ノ電氣振動ニ關スル觀念ヲ,更ニ明確ニスル爲メ,此所ニハ異リタル方法ヲ以テ,解説ヲ爲ソウ.

本論ニ於テハ,第一卷第四章第2節ニ述ベタ,次記ノ基礎微分方程式ヲ使用シヤウ.

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2 i}{\partial x^2}=CL\dfrac{\partial^2 i}{\partial t^2}\ \ldots\ldots\ (1),\\[2ex]\dfrac{\partial^2 V}{\partial x^2}=CL\dfrac{\partial^2 V}{\partial t^2}\ \ldots\ldots\ (2).\end{cases}$$

第51圖ニ示ス如ク,架空線ABノ底部Aハ,一ノ回線ヲ經由シテ,地絡シテヲルトシヤウ,ソウシテ此回線ノ自己感應係數ヲ,**L**デ表ハソウ. 但架空線及回線ノ電氣抵抗ハ,無視シ得ベキ程度ノモノトスル.



51

此場合ニ於テハ,上式(1)ト(2)ノ解ハ

$$\begin{cases} i = \sum_{n=1}^{n=\infty} (\mathrm{A}_n \cos p_n t + \mathrm{A}'_n \sin p_n t)(\mathrm{B}_n \cos q_n x + \mathrm{B}'_n \sin q_n x) \quad \ldots (3), \\ \mathrm{V} = \sqrt{\dfrac{\mathrm{L}}{\mathrm{C}}} \sum_{n=1}^{n=\infty} (\mathrm{A}_n \sin p_n t - \mathrm{A}'_n \cos p_n t)(\mathrm{B}_n \sin q_n x - \mathrm{B}'_n \cos q_n x) \quad . (4). \end{cases}$$

此二式ガ,各々上式(1)ト(2)ノ解デアルト云フコトハ,之ヲ置換シテミレバ,明白ニナルノデアル,然リ(3)式ト(4)式ハ,各々(1)式ト(2)式ヲ滿足スル. 然ラバ(3)式ト(4)式ハ,如何ナルコトヲ語ルカト云フト,電流 i モ電位Vモ,振動的ノモノデアツテ,共ニ基礎固有振動ト,其調和固有振動デ,形成シテヲルト云フコトヲ語ルノデアル.

此所ニハ重要ナル場合,卽基礎固有振動ノ場合ヲ考ヤウ. 此場合ニ於テハ, $n=1$ デアル,隨テ上式ニ於テ, A_n ヲ A_1, A'_n ヲ A'_1 等トスレバヨイ. 然ルニ書キ方ヲ簡單ニスル爲メ,附數1ヲ總テ省略シヤウ. ソウスルト,考フル所ノ基礎固有振動ハ,次式デ表ハサル.

$$\begin{cases} i = (\mathrm{A} \cos pt + \mathrm{A}' \sin pt)(\mathrm{B} \cos qx + \mathrm{B}' \sin qx) \ldots\ldots\ldots (5), \\ \mathrm{V} = \sqrt{\dfrac{\mathrm{L}}{\mathrm{C}}} (\mathrm{A} \sin pt - \mathrm{A}' \cos pt)(\mathrm{B} \sin qx - \mathrm{B}' \cos qx) \ldots\ldots (6). \end{cases}$$

但此式ニ於テ

$$q = p\sqrt{\mathrm{CL}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

デアル.

サテ架空線ノ上部Bニ於テハ,電流ハ零デアリ,ソウシテ底部Aニ於テハ,電位ハ回線ニ基因スルモノニ等シカラネバナラヌ,卽

$$\begin{cases} i = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x = l, \\ \mathrm{V} = -\mathbf{L}\left(\dfrac{\partial i}{\partial t}\right)_{x=0} \ldots\ldots\ldots x = 0. \end{cases}$$

デアラネバナラヌ.

然ルニ(5)式ニ於テ, $x=l$ トオケバ, $i=0$ デアルカラ

$$\mathrm{B} \cos ql + \mathrm{B}' \sin ql = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

トナル. 次ニ(5)式ヲ, t ニ對シテ微分スレバ

$$\frac{\partial i}{\partial t} = (-\mathrm{A}p \sin pt + \mathrm{A}'p \cos pt)(\mathrm{B} \cos qx + \mathrm{B}' \sin qx)$$

デアル,隨テ $x=0$ トオケバ

$$\left(\frac{\partial i}{\partial t}\right)_{x=0} = (-\mathrm{A} \sin pt + \mathrm{A}' \cos pt)p\mathrm{B}$$

デアル. 又(6)式ニ於テ, $x=0$ トオケバ

$$\mathrm{V} = -\sqrt{\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{C}}} (\mathrm{A} \sin pt - \mathrm{A}' \cos pt)\mathrm{B}'$$

デアル. 故ニ

$$-\sqrt{\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{C}}} (\mathrm{A} \sin pt - \mathrm{A}' \cos pt)\mathrm{B}' = -\mathbf{L}(-\mathrm{A} \sin pt + \mathrm{A}' \cos pt)p\mathrm{B}$$
$$= \mathbf{L}p(\mathrm{A} \sin pt - \mathrm{A}' \cos pt)\mathrm{B}$$

デアル. 然ルニ此關係ガ成立スル爲ニハ

$$\mathrm{B}\mathbf{L}p + \mathrm{B}'\sqrt{\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{C}}} = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

デアラネバナラヌ. 此式ト(8)式トニヨリ,直ニ次式

$$\cot ql = \mathbf{L}p\sqrt{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{L}}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

ヲ得ル,隨テ(7)式デ與ヘラルル q ノ値ヲ,此式ニ置換スレバ

$$\cot(p\sqrt{\mathrm{CL}}.\,l) = \frac{\mathbf{L}}{\mathrm{L}}p\sqrt{\mathrm{CL}}$$

$$= \frac{\mathbf{L}}{l\mathrm{L}}p\sqrt{\mathrm{CL}}.\,l \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$

トナル．然ルニCトLハ,各々架空線ノ單位長ニ相當スル,電氣容量ト,自己感應係數ヲ表ハシテヲルカラ,其總電氣容量ト,總自己感應係數ハ,各々

$$\begin{cases} \mathrm{C}_l = l\mathrm{C}, \\ \mathrm{L}_l = l\mathrm{L} \end{cases}$$

デアル．故ニ上記ノ重要ナル式ハ,次記ノ通リニナル．

$$\frac{\cot(p\sqrt{\mathrm{C}_l\mathrm{L}_l})}{p\sqrt{\mathrm{C}_l\mathrm{L}_l}} = \frac{\mathbf{L}}{\mathrm{L}_l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12).$$

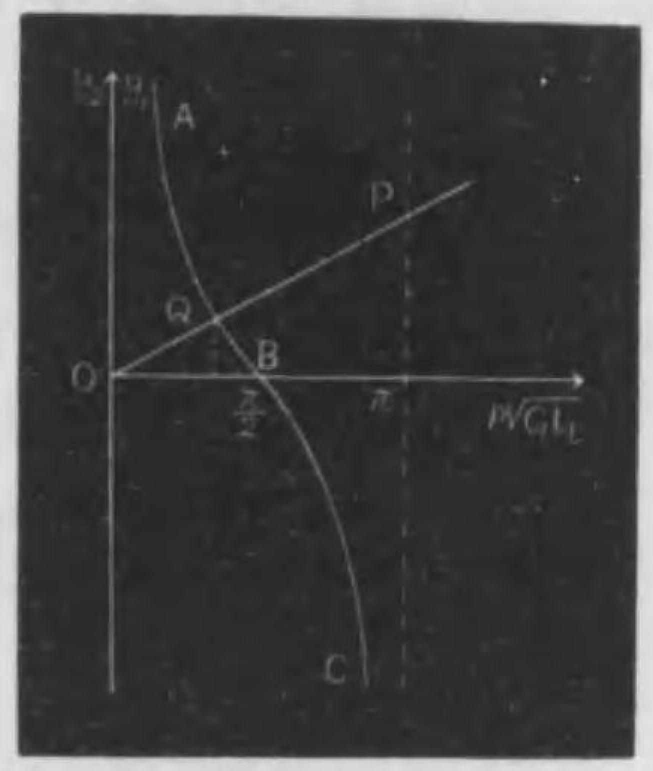
此式ハ何デアルカト云フト,コレハ第3節(I)ノ場合ニ於ケル(30)式ト,全ク同一ナルモノデアル．

上記超越方程式ニ於ケル,$p\sqrt{\mathrm{C}_l\mathrm{L}_l}$ ノ値ヲ求ムルニハ,既ニ第3節ニ述ベタ如ク,級數展開法ニ由テモヨイガ,又圖式解法ニ由ルコトモ便利デアル．

今

$$\begin{cases} y_1 = \cot(p\sqrt{\mathrm{C}_l\mathrm{L}_l}), \\ y_2 = \dfrac{\mathbf{L}}{\mathrm{L}_l}p\sqrt{\mathrm{C}_l\mathrm{L}_l} \end{cases}$$

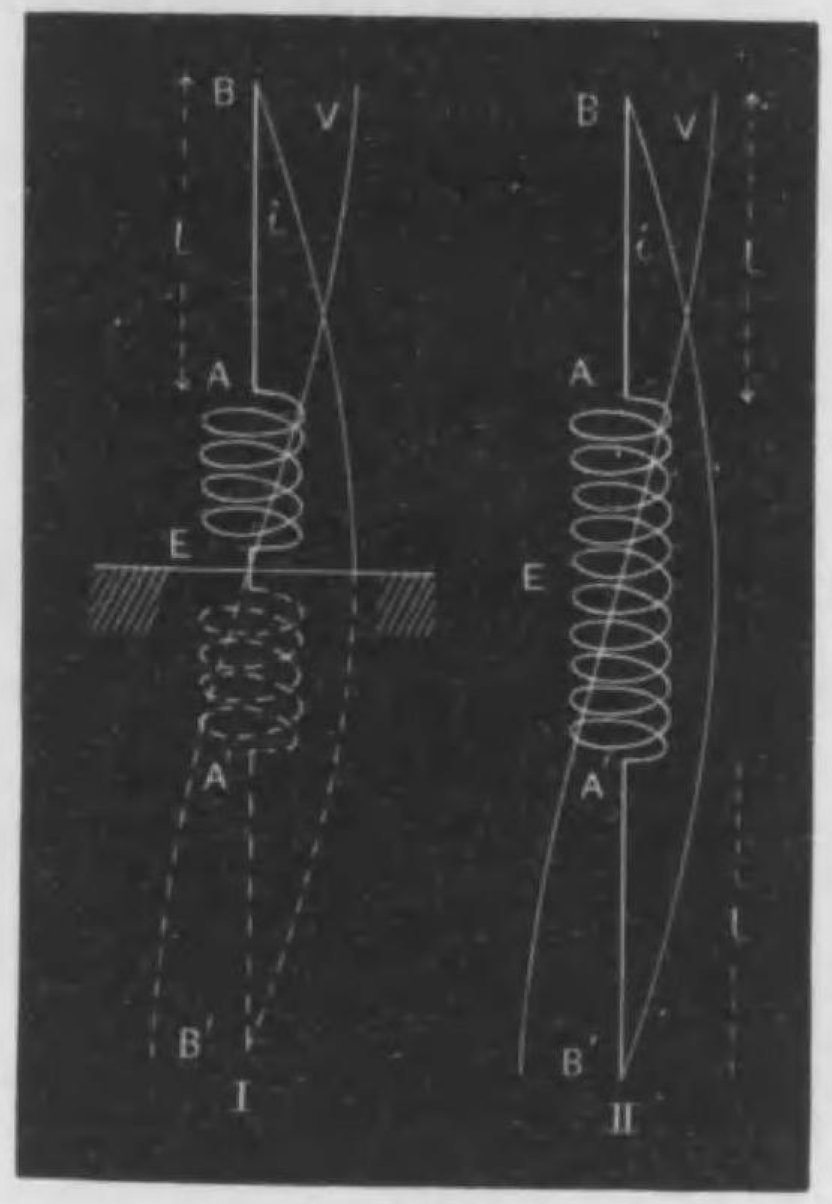
トオキ,第52圖ニ示ス如ク,$p\sqrt{\mathrm{C}_l\mathrm{L}_l}$ ヲ横坐標トシ,y_1, y_2 ヲ縱坐標トシテ,圖示スレバ,曲線ABCト直線OQPヲ得ル．此曲線ト直線ガ,交ハル點Qガ,求ムル所ノ $p\sqrt{\mathrm{C}_l\mathrm{L}_l}$ ヲ決定スル,卽此點ノ横坐標ノ値ガ之ニ等イ,隨テコレカラ p ノ値ヲ算出スルコトガ出來ル．



52

此圖ヲ一見スレバ,直ニ分カル通リ,架空線ノ底部ニ,囘線ヲ挿入シタ爲メ,p ノ値ガ減少スル．此圖式解法ハ,第3節ノ(I)ニ於ケルモノ,卽其ノ第44圖ト,少シ趣ヲ異ニシテヲル．

次ニ言フ可キコトハ,架空線ニ於ケル,電氣振動ノ狀態デアル．第53圖ノIハ,振動電位ト,電流ヲ略示スルモノデアル．電位ハ無論上端ニ於テ,最大ノ振幅ヲ有シ,地絡點Eニ於テハ,零デアル．然ルニ電流ハ全ク之ト正反對デアル．

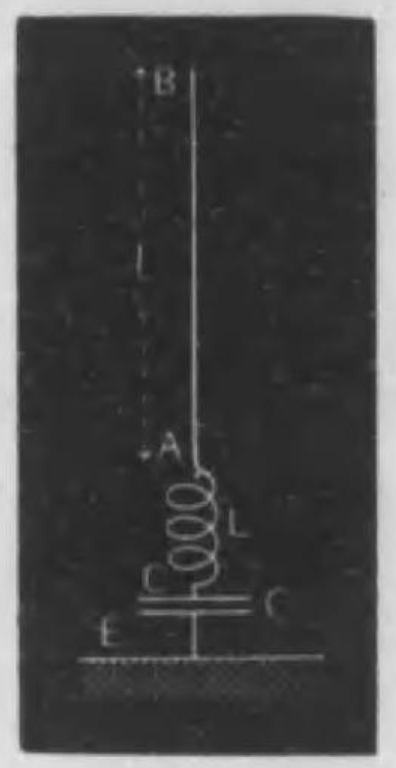


53

圖ノIニ點線デ示ス如ク,大地ニ對スル架空線ノ電像EA'B'ヲ畫イタトシヤウ．ソウスルト,コレハ圖ノIIニ示ス如ク,中央ニ一ノ囘線AEA'ヲ有スル,孤立直線的導線ニ起ル,電氣振動ヲ表ハスノデアル．

6. 蓄電器ト回線ヲ有スル架空線ノ固有電氣振動.

第54圖ニ示ス如ク,架空線 AB ハ,回線ト蓄電器ヲ經由シテ,地絡スルトシヤウ. 回線ノ自己感係數ヲ,太字 **L** デ表ハシ,ソウシテ,蓄電器ノ電氣容量ヲ,太字 **C** デ表ハソウ.



54

第4節ニ述ベタ,架空線ニ關スル電流及電位ヲ表ハス式,卽

$$\left\{\begin{aligned} i &= -\frac{C\lambda}{T} B \sin\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\sin\frac{2\pi t}{T} \quad .\ (1), \\ V &= B\cos\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\cos\frac{2\pi t}{T} \quad \dots\dots (2) \end{aligned}\right.$$

ハ,前ニ述ベ來ツタ,基礎微分方程式ヲ滿足スルモノデアルカラ,此所ニ之ヲ使用シヤウ.

架空線ノ底部Aト,地絡點Eトノ中間ニ於ケル,電路ヲ流ルル振動電流ヲ,i_0デ表ハソウ. 此電流,卽回線ヲ流ルル電流ト,蓄電器ヲ流ルル電流ハ,任意時刻ニ於テ,同一ノ値ヲ有スルト考ヤウ. 換言スレバ,任意時刻ニ於テ,回線ヲ流ルル電流ガ,i_0デアレバ,同値ノ電流i_0ガ,又蓄電器ヲ流ルルト,考フルノデアル. 架空線上ニ於ケル電流ハ,無論其値ヲ異ニスルガ,局所回線ト,局所蓄電器デ,形成スル電路ニ於テハ,到ル所電流ハ,其値ヲ同フスルト考ヘテ,殆ド差支ガアルマイ.

サテ架空線ノ底部下,經由電路ニ於テハ,次記ノ條件ガ成立スル.

$$i_0 = -\mathbf{C}\frac{\partial}{\partial t}(V_C - V_E) \dots\dots\dots\dots (3),$$

$$V_A - V_C = -\mathbf{L}\frac{\partial i_0}{\partial t} \dots\dots\dots\dots (4).$$

但此式ニ於テ,V_Aハ架空線ノ底部A,隨テ回線ノ上端ニ於ケル電位デアリ,V_Cハ回線ノ下端,卽蓄電器ノ上側Cニ於ケル電位デアリ,ソウシテV_Eハ其下側ニ於ケル電位デアル.

(4)式ヲ,tニ對シテ微分スレバ

$$\frac{\partial}{\partial t}(V_A - V_C) = -\mathbf{L}\frac{\partial^2 i_0}{\partial t^2} \dots\dots\dots\dots (5)$$

デアル,隨テ此式ト(3)式トニヨリ

$$\frac{\partial}{\partial t}(V_A - V_E) = -\mathbf{L}\frac{\partial^2 i_0}{\partial t^2} - \frac{i_0}{\mathbf{C}}$$

デアル. 然ルニ蓄電器ノ下側ハ,大地ニ接近シテ,地絡シテヲルトスレバ,其電位V_EハV_Aニ對シ,之ヲ無視シテ差支ナカラウ. 故ニ架空線ノ底部Aニ於テハ,次記ノ關係ガ,成立スル.

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)_{x=0} = -\mathbf{L}\left(\frac{\partial^2 i_0}{\partial t^2}\right)_{x=0} - \frac{1}{\mathbf{C}}(i_0)_{x=0} \dots\dots (6).$$

電流ヲ表ハス式(1)ヲ考フルニ

$$\frac{\lambda}{T} = c = \frac{1}{\sqrt{CL}}$$

デアルカラ,此(1)式ハ次ノ通リ書イテヨイ.

$$i = -\sqrt{\frac{C}{L}}B\sin\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\sin\frac{2\pi t}{T} \dots\dots (7).$$

此式ヲtニ對シテ,二回微分スレバ

$$\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\sqrt{\frac{C}{L}}B\sin\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\sin\frac{2\pi t}{T} \dots\dots (8)$$

トナル.

次ニ(7)式ヲ,xニ對シテ微分スレバ

$$\frac{\partial i}{\partial x} = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{C}{L}}\,B\cos\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\sin\frac{2\pi t}{T}$$

トナル,随テ之ヲ基礎微分方程式

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{1}{C}\frac{\partial i}{\partial x}$$

ニ置換スレバ

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{2\pi}{\lambda}\frac{1}{\sqrt{CL}}\,B\cos\frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\sin\frac{2\pi t}{T} \quad \ldots\ldots (9)$$

トナル. 此式ハ無論又直接ニ(2)式カラ算出シ得ル. (7),(8)及(9)式ニ於テ,$x=0$ トオキ,之ヲ(6)式ニ置換スレバ,明ニ

$$\frac{2\pi}{\lambda}\frac{1}{\sqrt{CL}}\cos\frac{2\pi l}{\lambda} = \left\{\mathbf{L}\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\sqrt{\frac{C}{L}} - \frac{1}{\mathbf{C}}\sqrt{\frac{C}{L}}\right\}\sin\frac{2\pi l}{\lambda},$$

即

$$\left\{\mathbf{L}\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\sqrt{\frac{C}{L}} - \frac{1}{\mathbf{C}}\sqrt{\frac{C}{L}}\right\}\tan\frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{1}{\sqrt{CL}} \quad \ldots\ldots (10)$$

トナルノデアル.

然ルニ

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 c^2$$

デアル. トコロガ,第3節ノ(22)式ニ關シテ述ベタコトヲ考フレバ,分カル通リ,此式ハ

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\frac{1}{CL}$$

ト書イテヨイカラ,上式(10)ハ

$$\left\{\mathbf{L}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\frac{1}{CL} - \frac{1}{\mathbf{C}}\right\}\tan\frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{1}{\sqrt{CL}}\sqrt{\frac{L}{C}},$$

即

$$\left(\mathbf{L}\frac{2\pi}{\lambda}\frac{1}{CL} - \frac{1}{\mathbf{C}\frac{2\pi}{\lambda}}\right)\tan\frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{1}{C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

トナル. トコロガ

$$p\sqrt{C_l L_l} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{CL}.\,l$$

$$= \frac{2\pi l}{cT}$$

$$= \frac{2\pi l}{\lambda}$$

デアルカラ,上式ハ

$$\left(\mathbf{L}p\sqrt{CL}.\frac{1}{CL} - \frac{1}{\mathbf{C}p\sqrt{CL}}\right)\tan(p\sqrt{C_l L_l}) = \frac{1}{C},$$

即

$$\left(p\mathbf{L} - \frac{1}{p\mathbf{C}}\right)\tan(p\sqrt{C_l L_l}) = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$= \sqrt{\frac{L_l}{C_l}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

トナルノデアル. 考フル所ノ架空線ニ於ケル,固有電氣振動ハ,此超越方程式ニヨツテ,決定スルノデアル.

特別ナル場合トシテ,$\mathbf{C}=\infty$ トスレバ,上式ハ

$$p\mathbf{L}\tan(p\sqrt{C_l L_l}) = \sqrt{\frac{L_l}{C_l}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

トナル,即

$$\frac{\cot(p\sqrt{C_l L_l})}{p} = \mathbf{L}\sqrt{\frac{C_l}{L_l}},$$

即