福建省農業改進處

研究報告第三號 ★ Research Bulletin No. 3 ★ 民國三十年十二月 ★ Nov. 1941

異羣不等組之多品種比較試驗

張魯智

請交換　贈閱

THE MULTI-VARIETAL TRIALS IN UNEQUAL GROUPS OF SETS

BY L. C. CHANG

THE DEPARTMENT OF AGRICULTURE FUKIEN PROVINCIAL GOVERNMENT

YUNGAN FUKIEN CHINA

福建省農業改進處印行

福建 永安

目　　次

一勘　誤　表一

頁	行	誤	正
3	10	(unweighed)	(unweighted)
6	5	$nbu\cdot$	$xbu\cdot$
6	16	地方	地力
7	21	$p\sum_{1}^{q}\rho yb\cdot v^2$	$p\sum_{1}^{q} yb\cdot v^2$
9	30	1,15129	1.15129
10	17	$t_{12}\quad t_{22}$	$t_{21}\quad t_{22}$
10	29,30	主因作用	主因效用
11	9	$(1+\frac{2}{p}+)$	$(1+\frac{2}{p})+$
18	11	236.8779	536.8779
18	11	$(6+1,4$	$(6+1)-4$
19	93	(四)	四、
23	8	$\frac{1}{2p}T\cdot v\cdot$	$\frac{1}{2p}(T\cdot v\cdot$
23	21	$by\cdot v\cdot+bz\cdot\cdot w$	$yb\cdot v\cdot+zb\cdot\cdot w$
23	24	$3Y\cdot v\cdot)\frac{1}{2p}$	$3Y\cdot v\cdot)=\frac{1}{2p}$
26	1	$\sum(Xu\cdot\cdot,^2$	$\sum(\sum Xu\cdot\cdot)^2$
30	12	vqw	uqw
30	17	bqr	pqr
31	19	第品種	第一品種
33	18	·bw	·qw
39	15	4/qr	4)/qr
40	16	$\frac{q+r}{q}$	$\frac{q+1}{q}$
43	3	pubished	published

異羣不等組之多品種比較試驗

張 魯 智

一、引 言

各種農作物之育種工作，在進行種系比較試驗之前，必先大量徵集種系，（如檢定農家品種，人工雜交自交及引入各地育成之優良種系等）備行品種觀察及穗行試驗等工作，惟此等工作，例無實測單位面積產量及品質考查結果記載，俾便吾人從而施與嚴格之淘汰或選擇，更因吾人冀欲增加產豐質優種系之育成機會關係，往往於開始舉行種系比較田場試驗之初，其應予參試之種系爲數之夥，達百數十者乃稱常見，我國各省農事試驗機關目前之稻麥品種比較試驗，多適如此情形，而純系比較試驗未克採用較稱行法爲合理而準確之田場設計與統計分析方法，其主因亦不外此。

參試品種既多，則普通之田場佈置方法如逢機區集，拉丁方格等因受區集面積過大土異混入誤差之影響，不宜應用，而非另賴他法不可，此點曾爲各國著名學者所公認，至於現知多品種比較試驗之方法中其較合理且受各地工作人員採用者有下列五種，

1.聯立分組（Immer Method）

2.擬似因子設計（Quasi－Factorial Designs）

3.對稱不完全區集（Symmetrical Incomplete Block）

4.平衡拉丁方群（Quasi－Latin Square）

5.重疊拉丁方格（Graeco–Latin Square）

此中第一法之試驗結果經統計分析後求得異組及同組之兩個標準誤差，其彼此間數值之相差常大，於通常之品種比較試驗不甚適用，後三法對參試品種之容納力，個數值及重複次數等項均受相當限制，每組包含品種數務必相等，最後二法因係拉丁方格之變形並需廣大方整之田場。惟第

二法對試驗條件之適應性較大，復得在同一試驗中作多至數百千個以上之品種比較。

擬似因子設計原爲英國 Rothamsted 農事試驗場 Yates 氏所創(2)，近經我國中山大學農學院汪厥明教授運用變量分析法充分說明及改正(1)，蓋因創者原以因子設計之理論擬定分析試驗結果之變異內容而發生意外錯誤，汪教授乃更提將原名改爲多品種比較試驗(Multi－Varietal trials)，以免混淆，亦足見其在多品種比較實施工作上之重要。既經此次改正之後，大部業已進入合理之應用階段，茲所惜者，爲各專家對此題材均僅論及異羣包含組數相等（或曰異羣之組包含品種數相等）之理例，僅囑應用者自行類推，殊不知尚存首尾不易銜接令人難以活用之處，且於普通境遇下常以異羣包含組數不等（或曰異羣之組包含品種數不等）者之應用機會較多，筆者有見及此，特執一得之愚，略爲介紹，以供讀者先生之檢討與參考，並希不吝指正。

二、所謂等組與不等組

多品種比較試驗方法計有二元二羣，二元三羣，三元三羣等三類，每類更分異羣包含組數相等與不等兩種；關於等組部份之理例，曾經多數學者專家著文闡明(1)(2)(3)，本文擬不再贅，僅就不等組部份論述。文中所用公式，符號，大部係筆者自等組設計中引伸所得，故讀者因熟習等組設計，不難理解也。

在二元二羣之試驗設計中，所謂異羣等組者即 X,Y 兩羣各同含有 p組（或曰兩羣之組各同含有p個品種），全試驗參試品種數適爲p之自乘積(p^2)；換言之，此數若經開方勢必適盡，且得數係一整數值也。所謂不等組者，即X,Y兩羣各含組數並不相等，如X羣含p組（或曰X羣之組各含q個品種），Y羣含q組（或曰Y羣之組各含p個品種），全試驗參試品種數適爲p與q之相乘積($p\times q$)，換言之，此數若經開方並不適盡，但以p除之其商適爲q，反之，以q除之其商適爲p；且p與q爲兩個任何不等之整數值而已。

在二元三羣之試驗設計中等組與不等組之區別與二元二羣者類似，即於二元二羣試驗設計中X及Y兩羣之外，加設Z羣而成，此Z羣所含之組數，及每組所含之品種數事實上必需與X或X羣任一者同，僅各組內之品種分配情形各異，至全試驗之參試品種數仍如二元二羣者。

在三元三羣之試驗設計中所謂等組者即X,Y及Z三羣各同含有p組(或曰三羣之組各同含有p個品種)全試驗參試品種數適爲p之三次自乘積(p^3)，換言之，此數若經開立方勢必適盡，且得數係一整數值也。所謂異羣不等組者即X,Y及Z三羣各含組數並不全等($p=q\neq r$或$p\neq q=r$)或竟全不等($p\neq q\neq r$)，如X羣含$q\times r$組(或曰X羣之組各含p個品種)，Y羣含$p\times r$組（或曰Y羣之組各含q個品種)，Z羣含$p\times q$組(或曰Z羣之組各含r個品種)，全試驗參試品種數適爲p,q及r之連乘積($p\times q\times r$)。換言之，此數若經開立方並不適盡，但以p除之其商適爲$q\times r$，以q除之其商適爲$p\times r$，以r除之其商適爲$p\times q$，以$p\times q$除之其商適爲r，以$q\times r$除之其商適爲p，以$r\times p$除之其商適爲q，且p,q及r爲三個任何不全等或全不等之整數值而已。

今以每組（對拉丁方格之變形設計法言則爲每横行或直列）最少含四個最多含十個品種及品種重複所到之次數不用超過十次爲原則，在某多品種比較試驗中全試驗之參試品數由十改變乃至一千時，此九百九十一個數值中因受試驗方法不同之限制，可能設計實現之個數製成下表：

每組品種數	異群之組所含品種數全等者				不全等或全不等者	
適用之試驗法	二元二群三群，對稱不完全區集，平衡拉丁方群等	三元三群	對稱不完全區集	重疊拉丁方格	二元二群	三元三群
所受之限制	p^2	p^3	P^2-P+I	$2\times p, 3\times p$	$p\times q$	$p^2\times q, p\times q\times r$
可能實現個數	7	7	6	6	21	79
總計	26				100	

觀上表可知異群等組之多種試驗設計方法，其參試品種數可能實現個數總計爲不等組者四分之一（26：100），又不等組中二元設計亦爲三元設計之四分一(21：79)，足證不等組設計對參試品種之適應力較等組者大，尤以三元三群者爲甚也。

但因避免試驗誤差由異群之組所含品種數不等，或因異群之區集所含之試區數不等以致所估團場面積亦隨之不等而發生不平衡（unweighed）計，異群組數（即 p,q 及r之實值）互差，不宜太大，否則異群之組內誤差，須分別估計，方爲合理。

爲方便進行論述計，對二元二群設p值常小於q值，對二元三群設Z群所含組數及各組所含之品種數常與Y群者相等，對三元三群不全等組者，設p值常不等且小於q值，但q值常等於r值（$p\neq q=r$），對三元三群全不等組者設p值常小於q值又q值常小於r值（$p<q<r$）。

三、二元二群不等組試驗

（A）試驗設計

二元二群不等組試驗設計方法，甚爲簡便易行，如參試品種數爲 $p\times q$ 個時，其X及Y兩群各組之品種分配情形，以uv二重記號表示如下：

X群								Y群							
第一組	11	12	……	1v	……	1q		第一組	11	21	……	u1	……	p1
第二組	21	22	……	2v	……	2q		第二組	12	22	……	u2	……	p2
⋮	⋮	⋮	……	⋮	……	⋮		⋮	⋮	⋮	……	⋮	……	⋮
第u組	u1	u2	……	uv	……	uq		第v組	1v	2v	……	uv	……	pv
⋮	⋮	⋮	……	⋮	……	⋮		⋮	⋮	⋮	……	⋮	……	⋮
第p組	p1	p2	……	pv	……	pq		第q組	1q	2q	……	uq	……	pq

觀上表可知X群含p組，每組q個品種，凡第「幾」組其中所含品種二重記號之十位阿拉伯數字必全爲「幾」字，Y群含q組，每組p個品種，凡第「幾」組其中所含品種二重記號之單位數字必全爲「幾」字。

例設參試品種數為三十個，採用p×q＝5×6＝30之二元二群不等組試驗法進行，設計中X及Y兩群之品種分配實際情形以 11,12,…16,21,22…26,31……56 等三十個阿拉伯兩位數字作二重記號表示如下：

X 群

第一組	11	12	13	14	15	16
第二組	21	22	23	24	25	26
第三組	31	32	33	34	35	36
第四組	41	42	43	44	45	46
第五組	51	52	53	54	55	56

Y 群

第一組	11	21	31	41	51
第二組	12	22	32	42	52
第三組	13	23	33	43	53
第四組	14	24	34	44	54
第五組	15	23	35	43	55
第六組	16	26	36	46	56

觀上表可知X群含五組(p=5)，每組六個品種(q=6)，Y群含六組(q)，每組五個品種(p)。

至X與Y兩群內各含組內品種分配情形之互相關係，即X群內p組每組第一品種聯合組成Y群之第一組，第二品種聯合組成第二組，第v品種聯合組成第v組，最後第q品種聯合組成第q組。

凡屬二群設計各參試品種在全試驗中重複所到之次數，須為2之倍數如4,6,8,10,12等；此處所謂「倍數」即每群重複所到之次數也。

多品種比較試驗法原係複因子分組設計演化而成，故其結構與內容可用複因子分組設計之理論澈底解釋，上述所謂「元」者即因子是也，二元二群係以A及B兩因子內各含處理項（treatment）數之完全配合（all combination）共同參試，用兩種方法施行分組之意。設A因子有p個處理項，B因子有q個處理項。此時全試驗所含之處理配合項(individual treatment combinations)應共p×q種。是即二元二群多品比試驗中之參試品種數也。各品種之二重記號適等如二因子之處理配合項代號，其十位數字係示A因子之處理項，單位數字係示B因子之處理項，至各群之組內品種分配方法，係依主因效用（main effect）部分混雜（Partial comfounding）分組設計進行。有如裂區設計（Split plot Design）者，若以A因子各處理項為主區（main－plot）與土異混雜，而B因子各處理項仍對等（Orthogonal）分佈於主區之內為副區（Sub－plot）與土異分離則構成X群之組。反之B因子各處理項為主區，而A因子各處理項為副區則構成Y群之組，此處所謂組者即為主區，組內之試區為副區是也。

當吾人實地使用此等試驗設計方法其時，最初須先將全部參試品種逐個替代分組表中所列各品種之二重記號（三群設計係三重記號）後，再以每重複中各群及各群中之組乃至各組中之品種，先後各別逢機（或將每重複中各群內所有各組混合逢機）藉以決定位次。但任何一組內所含參試品種全部，須限同在組內逢機，不得與他組內之品種混雜。俟經完成全部逢機取決品種試區之次第後，再視圃場之廣狹，形狀，平坦程度，肥力分佈，屋蔭樹影，試驗規劃及試區與區集之闊窄長短等情形詳加考量，妥為佈置。

與試作物經種植於圃場之後，群中各組所含品種各佔一個試區，試區位置，曾逢機決定鄰次，聚一組內所有之品種試區為一區集，此種區集並未包含參試品種之全部，為避免與普通之區集(Block)意義及內容容易發生糊混並欲明晰觀念起見，特另稱為不完全區集(Incomplete Block)，

因重複(不拘爲群抑品種者)中所含區集之鄰接次序，亦會逢機決定，以致區集名稱遂難沿用以連續數字表示之舊有組名，勢須另依其中所含品種二重記號(三群設計係三重記號)各位數字之異同而定。此種普遍習用之區集命名方法既甚簡便，且易識別，如係二群設計，共參試品種，區集乃至各群之名稱，均以二重記號表示，X群內某區集所含之品種記號十位數字全爲1者名1·區集；全爲u者名u·區集。Y群內某區集所含之品種記號單位數字全爲2者名·2區集；全爲v者名·v區集，於此區集名稱所用二種記號內之點號，係表示該區集所含品種記號點位數字爲連續變值之意。凡二重記號之單十兩位數字全無點號者乃品種記號；其中有任何一位數字爲點號者乃區集記號，且可推知單位數字爲點號者係X群內區集，十位數字爲點號者係Y羣內之區集；二位數字全爲點號者乃全羣，全重複或全試驗品種之代意。

(B) 收 量 改 正

全試驗各試區經收穫秤量記載後，當卽進行試驗結果記載之整理；普通對一般田間生育及室內考査等項紀錄之整理方法，可採用平均值，高低限，標準偏差，相關係數等簡單數字表示。此等數字之計算公式及其使用方法，類可共通適用，並多盡人皆知本文擬予從略，惟對試區收量紀錄之整理手續，須按圃場設計原理，採用適當產量改正，變量分析，標準誤差等計算方法，進行合理之統計分析，求出參試品種產量之改正值，變量分析表上各值及比較標準值等數字，依憑以得準確之差異意義判別根據等手續。

吾人作一品比試驗，其目的首在品種間產力之鑒別，從而獎植禁栽，此項工作在完全區集之試驗紀錄中可卽隨手利用實測試區收量之品種總和或平均值，至爲簡易，且便計算。但在不完全區集之分組設計，因各區集所含品種並非參試全部，亦卽區集之間各含品種並不相同，試區平均土壤肥度難望互相對等；兩個相異區集之試區收量相差必隨而摻和土異。且異羣之品種分組方法亦異，卽異羣之區集各含品種甚少相同，地力對各羣之區集及羣內各區集之待遇重叠不均，故此時若仍濫用試區實測收量作品種產力差異比較，無從獲得參試品種間純淨產力之豐凶，務必先事個別之合理改正，消除因地域不同而發生之差異而後可。至此不完全區集分組試驗之試區收量改正計算公式及其使用方法，類極繁複，往往令人難於理解，此點尤以不等組試驗法者爲然，其理論根據偶有含糊，則試驗結果之各種判斷，定將陷於大錯，誠非吾人所可忽視而妄從者。

公式 $$2ntuv=Tuv+Cu\cdot+C\cdot v=Tuv+\frac{1}{q}(Yu\cdot-Xu\cdot)+\frac{1}{p}(X\cdot v-Y\cdot v)$$

上列公式所用符號中 n 爲X及Y兩羣在全試驗中各會重複所到之次數(簡稱羣重複數) tuv 爲uv品種經改正後之平均產量 Tuv 爲uv品種 $2n$ 個試區之實測總收量(簡稱品種總收量)，$Cu\cdot=(Yu\cdot-Xu\cdot)/q$ 爲X羣內u·區集各品種n重複總收量之改正數，$C\cdot v=(X\cdot v-Y\cdot v)/p$ 爲Y羣內·v區集各品種n重複總收量之改正數，q 爲Y羣所含之區集數或X羣各區集所含之試區數，$Yu\cdot$ 爲X羣內u·區集各品種在Y羣各區集中n個重複總收量之和，$Xu\cdot$ 爲X羣內u·區集n個重複總收量之和，p 爲X羣所含之區集數或Y羣各區集所含之試區數，$X\cdot v$ 爲y羣內·v區集各品種在X群各區集中n個重複總收量之和，$Y\cdot v$ 爲y群內·v區集n個重複總數收量之和。

設全試驗之各群不加重複($n=1$)，亦卽品種重複二次($2n=r=2$)時，上述公式可卽列如：

$$2tuv = Tuv + Cu\cdot + C\cdot v = Tuv + \frac{1}{q}(Yu\cdot - Xu\cdot) + \frac{1}{p}(X\cdot v - Y\cdot v)$$

此式與上式不同之點在Tuv, $Xu\cdot$, $Yu\cdot$ $X\cdot v$, $Y\cdot v$等五個數値之內容，屬上式者分別爲$2npq$, nq, 及np個試區收量之和，屬此式者因設$n=1$故僅分別爲$2pq$，q、及p個試區收量之和而已。

依誤差項另有比較標準値管制可置不理，並就因子效果累加法則可將此式分析如下：

$$Tuv = 2\tau uv + nbu\cdot + yb\cdot v$$

$$Cu\cdot = \frac{1}{q}(Yu\cdot - Xu\cdot) = \frac{1}{q}\left(\sum_{\cdot 1}^{\cdot q} yb\cdot v - qxbu\cdot\right) = gy - xbu\cdot \qquad \because gy = \frac{1}{q}\sum_{\cdot 1}^{\cdot q} yb\cdot v$$

$$C\cdot v = \frac{1}{p}(X\cdot v - Y\cdot v) = \frac{1}{p}\left(\sum_{1\cdot}^{p\cdot} xbu\cdot - pyb\cdot v\right) = gx - yb\cdot v \qquad \because gx = \frac{1}{p}\sum_{1\cdot}^{q\cdot} xb\cdot v$$

$$\therefore\ 2tuv = 2\tau uv + xbu\cdot + yb\cdot v + gy - xbu\cdot + gx - yb\cdot v = 2\tau uv + gy + gx$$

$$\because\ gy + gx = 2\bar{g} \qquad \therefore\ 2tuv = 2\tau uv + 2\bar{g}$$

上述公式所用符號τuv爲uv品種之眞正產力；$xbu\cdot$爲X群$u\cdot$區集內各試區之平均地力；$yb\cdot v$爲Y群$\cdot v$區集內各試區之平均地力，gy爲Y群內各試區地力之總平均；gx爲X群內各試區地力之總平均；$\bar{g}$爲全試驗所有試區地力之總平均。

觀上各式之演變結果，可知經改正後uv品種產量內容包含自身眞正產力及全試驗所有試區地力之總平均兩部份，如此當吾人作任何兩個參試品種眞正產力比較之先，若能求得各該任何兩個參試品種眞正產力（τuv與$\tau u'v'$）之數値然後舉行，則最合理想，惜以各該改正產量（tuv與$tu'v'$）內之眞正產力與全試驗各試區地方總平均兩部份由數字表示互相分離於事實上絕非可能，所幸利用該兩品種改正產量相減，兩個全部試區地力之總平均於暗中對消，其得數卽該兩品種眞正產力之差，可達同樣美滿之最終目的：

$$tuv - tu'v' = (\tau uv + \bar{g}) - (\tau u'v' + \bar{g}) = \tau uv - \tau u'v'$$

在參試品種甚多之場合下，如吾人仍欲依使用原式進行逐個品種之收量改正，殊費時工，且難校對；可先將全部$Cu\cdot$及$C\cdot v$之値估得後，按相當位置列入品種總收量表之邊緣，然後依其橫行直列計算表內各品種之改正總產量，則省捷而且不易發生錯誤。

由公式求得$Cu\cdot$及$C\cdot v$之値有正有負，在等組設計中此正負兩部份各個數値之總和其絕對値必等，亦卽全部改正數之代數和適等於零。故全試驗所有試區收量總和與改正後品種總產量之和必適相等（$\sum Tuv = \sum(2ntuv)$）。但在不等組設計中此正負兩總和之絕對値並不相等，亦卽全部改正數之代數和並不適等於零，惟$\sum(Yu\cdot - Xu\cdot) + \sum(X\cdot v - Y\cdot v)$不論在何種二元設計之場合下，均恒等於零，之故，全試驗各試區收量總和必仍與改正後品種總產量之和相等。

當進行計算改正數及改正總產量之各値時，需用X群品種總收量，Y群品種總收量及全試驗品種總收量等表，其格式及品種收量之安放位置與試驗設計進行分組時所用X群各組分組情形之表類似，茲不另列，讀者可參閱上節及後列實例卽甚明晰。

總上言之，吾人利用改正後總產量表內各値進行品種產力比較，結果較爲合理而且準確。

（C）變量分析

變量分析工作包括變異平方和，自由度，變量及變異原因之意義檢查等四種手續，茲分述如下：

（甲）變異平方和：

複因子試驗之變異原因，常作極複雜之分割與合併，單因子試驗如品種比較者，則甚簡易．

$$\text{總變異平方和(T.s.s.)}=\sum Xuv^2+\sum Yuv^2-\frac{(\sum Xuv+\sum Yuv)^2}{2npq}$$

公式中Xuv為X群內uv品種n個試區單區收量，Yuv為Y群uv品種n個試區單區收量，$\sum uv^2+\sum Yuv^2$等於逢機區集法中所用之$\sum X^2$，同樣$\sum Xuv+\sum Yuv$等於$\sum X$，因逢機區集法之全部參試品種並不作任何方法之分組，換言之僅具X而無Y值，二元二群法之全部參試品種曾行兩種方法之分組，成 X及 Y 兩群，故有X及Y值之分．又2npq為二元二群法全試驗之試區數如逢機區集法中所用之N，是即上述二元二群法之總變異平方和其計算公式與逢機區集法者($\sum X^2-\frac{(\sum X)^2}{N}$)無異．

$$\text{區集變異平方和(B.s.s.)}=\frac{\sum(\sum Xu\cdot)^2}{q}+\frac{\sum(\sum Y\cdot v)^2}{p}+\sum(tuv\cdot Tuv)-\sum(tu\cdot\cdot Xu\cdot)$$

$$-\sum(t\cdot v\cdot Y\cdot v)-\frac{\sum(2ntuv)^2}{2n}$$

設n＝1時上式可即列如：

$$B.s.s.=\frac{\sum(\sum Xu\cdot)^2}{q}+\frac{\sum(\sum Y\cdot v)^2}{p}+\sum(tuv\cdot Tuv)-\sum(tu\cdot\cdot Xu\cdot)-\sum(t\cdot v\cdot Y\cdot v)-\frac{\sum(2tuv)^2}{2}.$$

此式與上式不同之點，在上式第一及二項分子括弧前$\sum$號分別表示$\sum_{11}^{nq}$及$\sum_{11}^{np}$之意，Tuv,Xu· 及Y·v分別為2n,nq及np個試區收量之和，tuv,tu·及t·v分別為2n,nq及np 個試區改正產量之平均，此式因設n＝1故第一及二項分子括弧前$\sum$號分別表示$\sum_{1}^{q}$及$\sum_{1}^{p}$之意，Tuv,Xu·及Y·v分別為2,q,p個試區收量之和，tuv,tu·及t·v分別為2,q,及p 個試區改正產量之平均等．

現根據因子效果累加與無涉二法則，將此式分析如下：

$$\frac{\sum_{1}^{p}(\sum_{u1}^{uq}Xu\cdot)^2}{q}=\left\{\sum_{1}^{p}(\sum_{u1}^{uq}\tau uv)^2+q^2(\sum_{1}^{p}xbu\cdot)^2\right\}/q=p\sum_{1}^{q}\tau u\cdot^2+q\sum_{1}^{p}xbu\cdot^2$$

$$\frac{\sum_{1}^{q}(\sum_{1v}^{pv}Y\cdot v)^2}{p}=\left\{\sum_{1}^{q}(\sum_{1v}^{pv}\tau uv)^2+p^2(\sum_{1}^{q}yb\cdot v)^2\right\}/p=q\sum_{1}^{p}\tau\cdot v^2+p\sum_{1}^{q}pyb\cdot v^2$$

$$\sum_{11}^{pq}(tuv\cdot Tuv)=2\sum_{11}^{pq}\tau uv^2+\bar{g}\sum_{1}^{p}xbu\cdot^2+\bar{g}\sum_{1}^{q}yb\cdot v^2$$

$$\sum_{1}^{p}(tu\cdot\cdot Xu\cdot)=p\sum_{1}^{q}\tau u\cdot^2+\bar{g}\sum_{1}^{p}xbu\cdot^2$$

$$\sum_{1}^{q}(t\cdot v\cdot Y\cdot v)=q\sum_{1}^{p}\bar{T}\cdot v^2+\bar{g}\sum_{1}^{q}yb\cdot v^2$$

$$\frac{\sum_{11}^{pq}(2tuv)^2}{2}=2\sum_{11}^{pq}\tau uv^2+2pq\bar{g}^2$$

$$\therefore\ B.s.s.=p\sum_{1}^{q}\bar{T}u\cdot^2+q\sum_{1}^{p}xbu\cdot^2+q\sum_{1}^{p}\bar{T}\cdot v^2+p\sum_{1}^{q}yb\cdot v^2+2\sum_{11}^{pq}\tau uv^2+\bar{g}\sum_{1}^{p}xbu\cdot^2+\bar{g}\sum_{1}^{q}yb\cdot v^2$$

$$-p\sum_{1}^{q}\bar{T}u.^2-\bar{g}\sum_{1}^{p}xbu\cdot^2-q\sum_{1}^{p}\bar{T}\cdot v^2-\bar{g}\sum_{1}^{q}yb\cdot v^2-2\sum_{11}^{pq}\tau uv^2-2pq\bar{g}^2$$

$$=q\sum_{1}^{p}xbu\cdot^2+p\sum_{1}^{q}yb\cdot v^2-2pq\bar{g}^2$$

若n乏1時卽　$B.s.s.=nq\sum_{1}^{p}xbu\cdot^2+np\sum_{1}^{q}yb\cdot v^2-2npq\bar{g}^2$

最後等號左邊之三項數値卽區集變異平方和之全部。

品種變異平方和(V.s.s.)$=\frac{\sum(2ntuv)^2}{2n}-\frac{(\sum Xuv+\sum Yuv)^2}{2npq}$

係以2n除各改正後品種總產量之平方和，再減改正項而得，與逢機區集法中之式所不同者，此式用改正總產量，彼式用實測總收量一點，因逢機區集設計並未將全部參試品種作任何分組實測收量無需改正之故，或曰總收量卽改正總產量亦無不可，可知彼此之理據並非二致也。

誤差變異平方和(E.s.s.)＝(T.s.s.)－(B.s.s.＋V.s.s.)

(乙)自由度

總自由度(T.D.F.)$=2npq-1$

區集自由度(B.D.F.)$=n(p+q)-1$

品種自由度(V.D.F.)$=pq-1$

誤差自由度(E.D.F.)$=np(2q-1)-q(p+n)+1$

玆爲澈底明瞭二元二群不等組設計法中各項變異原因自由度之來源起見，特依複因子分組設計原理將其分析如下：

變因	自由度
總計	$2npq-1$
區集	$n(p+q)-1$
群間	1
組間	$(p-1)+(q-1)$
X群內組間	$(p-1)$
Y群內組間	$(q-1)$

組內	$(p+q)(n-1)$
X群內組內	$p(n-1)$
Y群內組內	$q(n-1)$
品種	$pq-1$
第一元組內	$(q-1)$
第二元組內	$(p-1)$
第一元組內×第二元組內	$(q-1)(p-1)$
誤差	$np(2q-1)-q(p+n)+1$
X群內組間×Y群內組間	$(p-1)(q-1)$
X群內組內×Y群內組內	$(2pq-p-q)(n-1)$

（丙）變量

區集變量$(V._{B.})=(B._{S.S.})\div(B._{D.F.})$

品種變量$(V.v.)=(V._{S.S.})\div(V._{D.F.})$

誤差變量$(V._{E.})=(E._{S.S.})\div(E._{D.F.})$

（丁）變異原因之意義檢查

各品種產力之差異有無意義，可從品種與誤差兩種變量之比直接判斷，但在實際上因該兩變量之自由度(n_1及n_2)常失之過小，其標準誤差不甚可靠，Fisher氏曾指示吾人應用二分一該兩變量開平方比之自然對數（$\frac{1}{2}\log_e\frac{V.v.}{V.E.}$）求出Z值，因Z值之標準誤差爲$\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}$，如$n_1$及$n_2$之值均甚大時，其分佈常保正規，即使甚小，但極接近時，其分佈亦近似正規，僅相差過大且係$n_1>n_2$時，其分佈始非正規，故於前述兩種場合下，均可採用正規分佈之機遇法則決定該兩變量相差之有無意義。

當實測Z值求得後，即可與 Fisher 氏Z表上之理論Z值比較，如前者大於後者，則此兩種變量之差可靠，亦即參試品種間產力確有區別，否則反是。

年前曾有Snedecor氏者倡以 F值替代Z值行差異之意義檢查，圖省翻對數表之煩，但因此F值之求得既係Z值未經對數精密化及須具某種假定之關係，其因n_1及n_2之值而F表上之理論數值常差異甚大，顯較粗陋，其準確度並受樣品數目多寡之影響，實不如Z值之精確。

公式　$Z=\frac{1}{2}\log_e\frac{V.v.}{V.E.}$

應用者如手頭無自然對數($\log_e$)表供用時，亦可使用普通對數（$\log_{10}$）表替代，但上式應改爲：

$$Z=1.15129\times\log_{10}\frac{V.v.}{V.E.}\qquad \because\ Z=\frac{1}{2}\log_e\frac{V.v.}{V.E.}=\frac{1}{2}\log_e10\times\log_{10}\frac{V.v.}{V.E.}$$

$$=\frac{1}{2}\times2.30258\times\log_{10}\frac{V.v.}{V.E.}=1.15129\times\log_{10}\frac{V.v.}{V.E.}$$

（D）標準誤差

單區標準誤差之計算方法至爲簡便，係將誤差變量開方（$\sqrt{V_E}$）即得，至每兩個參試品種間總產量相差之標準誤差，在不分組試驗設計，其總產量因係利用實測者，故仍祇將誤差變量之二倍乘品種重複次數再行開方（$\sqrt{2n\times 2V_E}$）即得，但在分組試驗設計因受分組影響，比較所用之總產量非係經改正者不可，以致每兩個參試品種間改正總產量相差之標準誤差不能濫用前式計算，須從中加一適當權衡（Weight）方爲合理。惟全試驗參試品種有曾在此羣之組相遇而在彼羣之組並不相遇者，更有永不相遇者，復因各羣之組各含品種數目亦非相等，故所加權衡自必隨異，此中理據頗爲繁雜難解，茲特分述如下：

（甲）X羣內任意兩個同組品種改正總產量相差之標準誤差：

公式　$$S.E(2nt_{11}-2nt_{12})=\sqrt{2n\times 2V_E\times(1+\frac{1}{p})}$$

式中等號右邊全部符號即係X羣內任意兩個同組品種改正總產量相差之標準誤差。等號右邊平方根號內之2n爲羣重複數之二倍，亦即品種重複次數，$2V_E$係誤差變量之二倍，其所以二倍者，在此可暫以因此項標準誤差係屬兩個品種產量相差者之故作解釋，至$(1+1/p)$所謂權衡是也。此項公式之出處，需以A,B兩因子各具二處理項之設計說明，此兩個因子處理項之完全配合共得四個(2×2)不同之處理配合項，用二重記號表示如：

$$A\left\{\begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{\overbrace{\quad B \quad}} \\ t_{11} & t_{12} \\ t_{12} & t_{22} \end{array}\right.$$

觀此2×2之拉丁方格中，橫行代表A因子之兩個處理項以二重記號之十位數字顯示；直列代表B因子之兩個處理項以二重記號之單位數字顯示。

當求A因子之主因效用時，其原式爲：

$$A=\frac{1}{2}\left\{(t_{21}+t_{22})-(t_{11}+t_{12})\right\}$$

當求B因子之主因效用時，其原式爲：

$$B=\frac{1}{2}\left\{(t_{12}+t_{22})-(t_{11}+t_{21})\right\}$$

當求A與B兩因子之交感效用(Interaction)時，其原式爲：

$$A\times B=\frac{1}{2}\left\{(t_{11}+t_{22})-(t_{12}+t_{21})\right\}$$

而　$$(A\times B)-B=\frac{1}{2}(t_{11}+t_{22}-t_{12}-t_{21}-t_{12}-t_{22}+t_{11}+t_{21})$$

$$=\frac{1}{2}(2t_{11}-2t_{12})=t_{11}-t_{12}$$

亦即$t_{11}-t_{12}$係A與B兩因子交感效用之原式減B因子主因效用之原式而得。

複因子試驗設計中，在X羣各組以A因子各處理項爲主區與土異混雜，而B因子各處理項會對等分佈於各組中爲副區與土異分離。又在Y羣各組因以B因子各處理項爲主區與土異混雜，而A因子各處理項會對等分佈於各組中爲副區與土異分離。故當估計A因子之主因作用時祇能使用Y羣資料而不能使用X羣資料，又估計B因子之主因作用時祇能使用X羣資料而不能使用Y羣資料，但A與


2
3
4
编码错误

B兩因子之交感效用在X及Y兩羣各組內均未混雜土異，故於計算其效果時X及Y兩羣資料，均可使用。概括言之，當求A及B各因子之主因效用時祇能利用全部試驗資料之半，其準確度亦僅全試驗之二分一，惟獨估計A與B兩因子之交感效用時，可利用全面試驗資料，其準確度医得完整。

但在多品種比較試驗設計中，其試驗項並無主因與交感效用之分，單一品種因子，故當估計品種平方和其時，係利用試驗資料之全部，毫無減失。其與完全區集法所不同者，僅資料之改正與否一點，故其估計之原理仍須由複因子設計之主因與交感效用引伸而得，即A因子之主因作用誤差變量歸宿值之權衡為$(1+2/q)$(2)，B因子者為$(1+2/p)$，祇A與B因子之交感效用無須加一權衡而已。

故 $$S.E.(2nt_{11}-2nt_{12})=\sqrt{2nV_{EB}+2nV_{E}(A\times B)}=\sqrt{2nV_{E}(1+\frac{2}{p}+)2nV_{E}}$$

$$=\sqrt{2n\times 2V_{E}\times(1+\frac{1}{p})}$$

（乙）Y羣內任意兩個同組品種改正總產量相差之標準誤差：

公式 $$S.E.(2nt_{11}-2nt_{21})=\sqrt{2n\times 2V_{E}\times(1+\frac{1}{q})}$$

與上節同理，即$t_{11}-t_{21}$係A與B兩因子交感效用之原式減A因子主因效用之原式而得：

$$(A\times B)-A=\frac{1}{2}(t_{11}+t_{22}-t_{12}-t_{21}-t_{21}-t_{22}+t_{11}+t_{12})$$

$$=\frac{1}{2}(2t_{11}-2t_{21})=t_{11}-t_{21}$$

故 $$S.E.(2nt_{11}-2nt_{21})=\sqrt{2nV_{EA}+2nV_{E}(A\times B)}=\sqrt{2nV_{E}(1+\frac{2}{q})+2nV}$$

$$=\sqrt{2n\times 2V_{E}\times(1+\frac{1}{q})}$$

（丙）任意兩個異組品種改正總產量相差之標準課差：

公式 $$S.E.(2nt_{11}-2nt_{22})=\sqrt{2n\times 2V_{E}\times(1+\frac{1}{p}+\frac{1}{q})}$$

與上兩節同理，即$t_{11}-t_{22}$係A及B兩因子各個主因效用原式和之負數：

$$-(A+B)=\frac{1}{2}(t_{11}+t_{12}-t_{21}-t_{22}-t_{12}-t_{22}+t_{11}+t_{21})$$

$$=\frac{1}{2}(2t_{11}-2t_{22})=t_{11}-t_{22}$$

故 $$S.E.(2nt_{11}-2nt_{22})=\sqrt{2nV_{EA}+2nV_{EB}}=\sqrt{2nV_{E}(1+\frac{2}{q})+2nV_{E}(1+\frac{2}{p})}$$

$$=\sqrt{2n\times 2V_{E}\times(1+\frac{1}{p}+\frac{1}{q})}$$

（丁）任意兩個參試品種改正總產量相差之標準誤差（平均標準誤差）：

公式　$S.E.(2ntuv-2ntu'v')$或$S.E.md=\sqrt{2n\times2V_E\times\left[\frac{(p+1)(q+1)-4}{pq-1}\right]}$

如p與q之值並非過小抑雖小而其接近或X與Y各群內任意兩個同組品種改正總產量相差之標準誤差相差不大時，可單獨使用此式求平均標準誤差，則統一而省捷也。

此式之出處係以品種改正總產量依複因子設計中各因子主因及交感效用各平方和之和除以品種自由度（pq－1）即得。茲先將品種變因及其相當自由度，變量，平方和之因子分析表列如下：

變因	自由度	變量	平方和
A因子	(q－1)	$2n\times4V_E$	$2n\times4V_E\times(q-1)$
B因子	(p－1)	$2n\times4V_E$	$2n\times4V_E\times(p-1)$
A×B因子	(q－1)(p－1)	$2n\times2V_E$	$2n\times2V_E\times(q-1)(p-1)$
總計	(pq－1)		$2n\times2V_E\times(pq+p+q-3)$★

$$S.E.md=\sqrt{\{[2n\times4V_E\times(q-1)]+[2n\times4V_E\times(p-1)]+[2n\times2V_E\times(q-1)(p-1)]\}/(pq-1)}$$

$$=\sqrt{[2n\times2V_E\times(pq+p+q-3)]^{\bigstar}/(pq-1)}$$

$$=\sqrt{2n\times2V_E\times\left[\frac{(p+1)(q+1)-4}{pq-1}\right]}$$

（E）差異可靠標準值

試驗之最終目的，在參試品種產力豐因之判斷，品種改正產量雖不混有土異，但仍摻和誤差，爲控制此項試驗誤差對判斷準確度之影響計，應求出每兩品種之實測t值作根據：

公式　$t=\frac{2ntuv-2ntu'v'}{S.E.d}$

式中$2ntuv-2ntu'v'$係示任意每兩個參試品種改正總產量之差，S.E.d係與此差數相當之標準誤差，將此每兩個數值代入式中，即可求得實測t值，然後再依誤差自由度自Fisher氏t表上檢得5%及1%之理論t值，與之比較，如前者大於後者，則此二品種產力之差異確實存在，而非誤差所能掩飾者，小則反是。

惟參試品種既多，其每兩個總產量之差數尤移，如吾人仍依此原式作逐個判斷，殊費時工；可先求得每兩品種改正總產量之差列成梯形比較表（試驗中如曾參有標準品種作對照，可以每個參試品種與標準品種兩改正總產量之差列成一表替代），再另以理論t值乘其相當之標準誤差（t×S.E.d）所得之積作最低差異可靠標準值，如比較表中之差數有比標準值大者爲可靠，小者爲不可靠。如此則省捷且便審察。

(F) 實　例

——廣西大學農學院梧州農場晚造秈稻飛天粘品系比較試驗——

(甲) 試 驗 設 計

本試驗係筆者於民國二十七年夏在該場服務期間所作，計有由上年高級試驗升級之二十九個飛天粘品系及普通飛天粘作對照種，共三十個種系參試，採用5×6二元二類不等組多品種比較試驗法排於田間，每組重複兩次(n=2)，亦即品種重複四次(2n=4)，其種系試區二重代號及畝斤收量依圃場種植圖並列如下：

圃場種植品系代號及試區收量(Xuv,Yuv)表：

品系代號	產量(畝斤)	品系代號	產量(畝斤)	品系代號	產量(畝斤)	品系代號	產量(畝斤)
11	148.7	53	171.0	11	137.7	15	187.3
21	222.3	23	150.7	15	186.3	55	150.3
51	144.3	43	136.3	13	192.3	25	170.0
41	149.0	13	167.3	12	156.3	45	242.3
31	153.7	33	169.0	16	110.7	35	134.7
22	162.3	56	283.3	14	190.0	51	144.0
25	144.7	16	164.0	14	159.7	11	142.3
26	128.0	36	122.3	54	174.0	41	153.3
23	180.7	46	139.0	44	173.3	21	181.7
24	168.3	26	150.7	34	145.0	31	181.7
21	160.7	34	145.3	24	157.3	26	169.7
54	148.3	36	118.7	53	147.7	23	161.7
55	178.3	31	144.0	33	187.3	25	150.7
52	129.0	32	197.0	43	156.7	24	184.0
56	248.3	35	169.7	23	166.0	21	171.0
51	125.3	33	158.7	13	223.3	22	199.0
53	166.0	53	200.3	35	154.7	22	161.7
12	155.7	51	129.0	32	175.3	32	145.0
22	159.0	54	172.7	31	156.0	42	159.0
52	124.7	55	176.7	33	169.7	52	145.7
32	139.0	52	150.0	34	144.0	12	155.0
42	140.0	56	295.0	36	137.3	56	155.7
44	142.3	35	158.3	34	160.0	16	169.7
45	193.7	55	188.3	14	192.3	36	139.0
46	141.7	15	187.7	54	177.0	26	158.7
42	147.3	25	160.3	24	176.7	46	251.7
41	144.0	45	280.7	44	147.7	45	194.3
43	172.3			16	192.3	42	155.7
				15	215.0	46	175.0
				11	154.7	44	172.7
				13	187.0	43	185.0
				12	172.3	41	163.3
				14	206.3		

區 集 總 收 量 表（ΣXu·，ΣY·v）

區集代號	試量 區總 收和	區集代號	試量 區總 收和	區集代號	試量 區總 收和	區集代號	試量 區總 收和
Y·1	818.0	Y·3	794.3	X1·	973.3	Y·5	884.6
X2·	944.7	Y·6	859.3	Y·4	809.3	Y·1	803.0
X5·	995.2	X3·	933.4	Y·3	881.0	X2·	1036.1
Y·2	718.4	X5·	1123.7	X3·	937.0	Y·2	766.4
X4·	944.3	Y·5	975.3	Y·4	853.7	Y·6	874.8
				X1·	1127.6	X4·	1046.0

（乙）收 量 改 正

參試品系在X叢內n個重複之總收量表（Xuv）：

							Xu·
	11 292.4	12 328.6	13 379.3	14 396.3	15 401.3	16 303.0	1· 2100.9
	21 331.7	22 361.3	23 342.4	24 352.3	25 295.4	26 297.7	2· 1980.8
	31 300.0	32 372.3	33 328.4	34 289.3	35 324.4	36 256.0	3· 1870.4
	41 307.3	42 303.0	43 357.3	44 315.0	45 391.0	46 316.7	4· 1990.3
	51 254.3	52 279.0	53 366.3	54 321.0	55 355.0	56 543.3	5· 2118.9
X·v	·1 1485.7	·2 1644.2	·3 1773.7	·4 1673.9	·5 1767.1	·6 1716.7	·· 10061.3

參試品系在Y群內n個重複之總收量表（Yuv）：

							Yu·
	11 291.0	12 310.7	13 390.6	14 352.0	15 375.0	16 333.7	1· 2053.0
	21 404.0	22 320.7	23 316.7	24 334.0	25 330.3	26 309.4	2· 2015.1
	31 335.4	32 284.0	33 356.3	34 305.0	35 293.0	36 261.3	3· 1835.0
	41 302.3	42 299.0	43 293.0	44 321.0	45 523.0	46 390.7	4· 2129.0
	51 288.3	52 270.4	53 318.7	54 351.0	55 338.6	56 439.0	5· 2006.0
Y·v	·1 1621.0	·2 1484.8	·3 1675.3	·4 1663.0	·5 1859.9	·6 1734.1	·· 10038.1

參試品系在全試驗中2n個重複之總收量（Tuv）及各相當改正數（Cu·,C·v）表：

							Cu·
	11 583.4	12 639.3	13 769.9	14 748.3	15 776.3	16 636.7	1· −7.98
	21 735.7	22 682.0	23 659.1	24 686.3	25 625.7	26 607.1	2· 5.72
	31 635.4	32 636.3	33 684.7	34 594.3	35 617.4	36 517.3	3· −5.90
	41 609.6	42 602.0	43 650.3	44 636.0	45 914.0	46 707.4	4· 23.12
	51 542.6	52 549.4	53 685.0	54 672.0	55 693.6	56 982.3	5· −18.82
C·v	·1 −27.06	·2 31.88	·3 19.68	·4 2.18	·5 −18.56	·6 −3.48	T·· 20099.4

Cu·之計算：　公 式：$Cu\cdot=\frac{1}{q}(Yu\cdot-Xu\cdot)$，例如：$C_{1}\cdot=\frac{1}{6}(2053.0-2100.9)=-7.98$

C·v之計算：　公 式：$C\cdot v=\frac{1}{p}(X\cdot v-Y\cdot v)$，例如：$C\cdot_{1}=\frac{1}{5}(1486.7-1621.0)=-27.06$

參試品系在全試驗中2n個重複之改正總收量（2ntuv）表：

							tu·
	11 548.36	12 663.20	13 781.60	14 742.50	15 749.76	16 625.24	1· 171.28
	21 714.36	22 719.60	23 684.50	24 694.20	25 612.86	26 609.34	2· 168.12
	31 602.44	32 682.28	33 698.48	34 590.58	35 592.94	36 507.92	3· 153.11
	41 605.66	42 657.00	43 693.10	44 661.30	45 918.56	46 727.04	4· 177.61
	51 496.72	52 562.46	53 685.86	54 655.36	55 656.22	56 960.00	5· 167.36
t·v	·1 148.38	·2 164.22	·3 177.18	·4 167.20	·5 176.52	·6 171.47	t·· 20099.44

2ntuv之計算：　公 式：$2ntuv=Tuv+Cu\cdot+C\cdot v$，例如：$2nt_{11}=583.4-7.98-27.06=548.36$

改正平均收量表(tuv):

							$\sum$tu·
	11 137.09	12 165.80	13 195.40	14 185.63	15 187.44	16 156.31	1· 1027.67
	21 178.59	22 179.90	23 171.12	24 173.55	25 153.22	26 152.33	2· 1008.71
	31 150.61	32 170.57	33 174.62	34 147.64	35 148.23	36 126.98	3· 918.65
	41 151.42	42 164.25	43 173.28	44 165.32	45 229.64	46 181.76	4· 1065.67
	51 124.18	52 140.62	53 171.46	54 163.84	55 164.06	56 240.00	5· 1004.16
$\sum$t.v	·1 741.89	·2 821.14	·3 885.88	·4 835.98	·5 882.59	·6 857.38	·· 5024.86

(丙)變量分析

(1)變異平方和

$$\text{總變異平方和(T.s.s.)}=\sum Xuv^2+\sum Yuv^2-\frac{(\sum Xuv+\sum Yuv)^2}{2npq}$$

$$=1741862\cdot49+1743574.89-\frac{(10061.3+10038.1)^2}{2\times2\times5\times6}$$

$$=118888.3770$$

$$\text{區集變異平方和(B.s.s.)}=\frac{\sum(\sum Xu\cdot)^2}{q}+\frac{\sum(\sum Y\cdot v)^2}{p}+\sum(tuv\cdot Tuv)-\sum(tu\cdot\cdot Xu\cdot)$$

$$-\sum(t\cdot v\cdot Y\cdot v)-\frac{\sum(2ntuv)^2}{2n}$$

$$=\frac{10172903.73}{6}+\frac{8445642.97}{5}+3436036.520$$

$$-1687347.479-1684896.765-\frac{13759678.6368}{2\times2}$$

$$=8485.1658$$

$$\text{品系變異平方和(V.s.s.)}=\frac{\sum(2ntuv)^2}{2n}-\frac{(\sum Xuv+\sum Yuv)^2}{2npq}$$

$$=\frac{13759678.6368}{2\times2}-\frac{(10061.3+10038.1)^2}{2\times2\times5\times6}$$

$$=73357.2566$$

誤差變異平方和(E.s.s.)＝(T.s.s.)－(B.s.s.＋V.s.s.)

＝118888.3770－(8485.1658＋73357.2566)

＝37045.9546

（２）自由度

總自由度$(T._{D.F.})=2npq-1=(2\times2\times5\times6)-1=119$

區集自由度$(B._{D.F.})=n(p+q)-1=2(5+6)-1=21$

品系自由度$(V._{D.F.})=pq-1=(5\times6)-1=29$

誤差自由度$(E._{D.F.})=np(2q-1)-q(p+n)+1=(2\times5)[(2\times6)-1]-6(5+2)+1=69$

（３）變量

區集變量$(V_B)=(B.s.s.)\div(B._{D.F.})=8485.1658\div21=404.0555$

品系變量$(V_V)=(V.s.s.)\div(V._{D.F.})=73357.2566\div29=2529.5606$

誤差變量$(V_E)=(E.s.s.)\div(E._{D.F.})=37045.9546\div69=536.8979$

變 量 分 析 表

變因	自由度	平方和	變量	$\frac{1}{2}$ loge	Z 值
區集	21	8485.1658	404.0555		
品系	29	73357.2566	2529.5606	3.9178	0.7749
誤差	69	37045.9546	536.8979	3.1429	
總計	119	118888.3770			

（４）變異原因之意義檢查

$$Z=\frac{1}{2}\log e\frac{V_V}{V_E}=\frac{1}{2}(\log eV_V)-\frac{1}{2}(\log eV_E)=\frac{1}{2}\log e2529.5606-\frac{1}{2}\log e536.8979$$

$$=3.9178-3.1429=0.7749$$

今實測Z值已求得，再依$n_1=24$,$n_2=60$,自Fisher氏Z表上檢得機率為5%之理論Z值為0.2654，1%者為0.3746,此二數值均小於0.7749，故確知全試驗參試品系間產力之差異極有意義。

（５）標準誤差

單區標準誤差$(S.E.)=\sqrt{V_E}=\sqrt{536.8979}=\pm23.1710$

單區變異係數$(C.V.)=\frac{S.E.}{\bar{X}}\times100=\frac{\pm23.1710}{167.4953}\times100=\pm13.83\%$

X群內任何兩個同組品系改正總產量相差之標準誤差：

$$S.E.(2nt_{11}-2nt_{12})=\sqrt{2n\times 2V_E\times(1+\frac{1}{p})}=\sqrt{2\times2\times2\times536.8979\times(1+\frac{1}{5})}$$

$$=\pm 71.7929$$

Y群內任何兩個同組品系改正總產量相差之標準誤差：

$$S.E.(2nt_{11}-2nt_{21})=\sqrt{2n\times 2V_E\times(1+\frac{1}{q})}=\sqrt{2\times2\times2\times536.8979\times(1+\frac{1}{6})}$$

$$=\pm 70.7887$$

任何兩個異組品系改正總產量相差之標準誤差：

$$S.E.(2nt_{11}-2nt_{22})=\sqrt{2n\times 2V_E\times(1+\frac{1}{p}+\frac{1}{q})}=\sqrt{2\times2\times2\times536.8979\times(1+\frac{1}{5}+\frac{1}{6})}$$

$$=\pm 76.6165$$

任意兩個參試品系改正總產量相差之標準誤差(平均準標誤差)：

$$S.E.(2nt_{11}-2nt_{uv})\text{或}S.E.md=\sqrt{2n\times 2V_E\times\left[\frac{(p+1)(q+1)-4}{pq-1}\right]}$$

$$=\sqrt{2\times2\times2\times236.8779\times\left[\frac{(5+1)(6+1)4}{(5\times6)-1}\right]}$$

$$=\pm 75.0211$$

（6）差異可靠標準值

X群內任何兩個同組品系改正總產量之差異可靠標準值：

依誤差自由度（$n_2=69$）自Fisher氏 t 值上檢得機率屬於5%之理論 t 值為 1.95996，屬於1%者為2.57582，故X群內任何兩個同組品系改正總產量之差異可靠標準值應為：

$t\times S.E.(2nt_{11}-2nt_{12})$機率為5%者$=1.95996\times71.7929=\pm140.7112$

機率為1%者$=2.57582\times71.7929=\pm184.9256$

Y群內任何兩個同組品系改正總產量之差異可靠標準值：

$t\times S.E.(2nt_{11}-2nt_{21})$機率為5%者$=1.95996\times70.7887=\pm138.7430$

機率為1%者$=2.57582\times70.7887=\pm182.3389$

任何兩個異組品系改正總產量之差異可靠標準值：

$t\times S.E.(2nt_{11}-2nt_{22})$機率為5%者$=1.95996\times76.6165=\pm150.1653$

機率為1%者$=2.57582\times76.6165=\pm197.3503$

任意兩個參試品系改正總產量之差異可靠標準值：

$t\times S.E.(2nt_{uv}-2nt_{u'v'})$或S.E.md機率為5%者$=1.95996\times75.0211=\pm147.0384$

機率為1%者$=2.57582\times75.0211=\pm193.2408$

產量比較表：

品系代號	品系登記號	2ntuv	與ck之差	意義代號
11	普通飛天粘(ck)	548.36	○	○
12	I—23—115	663.20	+114.84	○
13	Ⅲ—24—7685	781.60	+232.24	++
14	II—24—4433	742.50	+194.14	++
15	II—23—251	749.76	+201.40	++
16	II—24—36	625.24	+ 76.88	○
21	Ⅲ—23—662	714.36	+166.00	+
22	II—23—252	719.60	+171.24	+
23	II—24—4442	684.50	+136.14	○
24	I—23—146	694.20	+145.84	○
25	II—24—4436	612.86	+ 64.50	○
26	II—23—4136	609.34	+ 60.98	○
31	Ⅲ—24—4702	602.44	+ 54.08	○
32	I—23—120	682.28	+133.92	○
33	Ⅲ—24—8668	698.48	+150.12	○
34	Ⅲ—24—7679	590.58	+ 42.22	○
35	Ⅲ—24—9504	592.94	+ 44.58	○
36	Ⅲ—23—280	507.92	— 40.44	○
41	II—24—4503	605.66	+ 57.30	○
42	I—23—144	657.00	+108.64	○
43	II—24—4901	693.10	+144.74	○
44	II—24—4933	661.30	+112.94	○
45	Ⅲ—24—7700	918.56	+370.20	++
46	II—23—106	727.04	+178.68	+
51	II—24—4421	496.72	— 51.64	○
52	II—24—4633	562.46	+ 14.10	○
53	Ⅲ—23—84	685.86	+137.50	○
54	I—23—117	655.36	+107.00	○
55	II—23—1657	656.22	+107.86	○
56	II—24—52	960.00	+411.64	++

意義代號之示意：

○……………………產量差異無意義

+……………………增產有意義

++……………………增產極有意義

—……………………低產有意義

——……………………低產極有意義

（四）二元三群不等組試驗

分組試驗，常因分組方法不同而引起全部參試品種互相間在同一試驗各群組內之分佈，未能對稱（Symmetry），遇會機緣，殊欠平允，甲乙兩品種偶得遇會數次，甲丙兩品種竟絕此機緣，此項事實之形成，除對等設計（Orthogonal Design）如對稱不完全區集，平衡拉丁方群及重疊

拉丁方格等分組試驗法得幸免外，餘法在在有之，擬似因子設計中以二元二群法最爲明顯，於參試種系甚多時，且常足以影響異組間與同組內兩種標準誤差相差太大，陷入品種產力判別在數字上有無意義之不公。此誠白玉之玷，美中不足，補救方法，卽在X及Y兩群之外加設Z群，換言之卽增加一種分組方法，使未經接觸之品種一部份亦得接觸機會，而縮小異組間與同組內各品種變異估值之差數，故有二元三群法之設。

（A）試驗設計

二元三群不等組試驗設計方法，亦甚簡便易行，如參試品種數仍爲p×q個時，其X,Y及Z三群內各組品種分配情形以uvw三重記號表示如下：

X　群

第一組	111	12q	……	1v(q−v+2)	……	1q2
第二組	212	221	……	2v(q−v+3)	……	2q3
⋮	⋮	⋮	……	⋮	……	⋮
第u組	u1u	u2(u−1)	……	uv(u−v+1)	……	uq(q+u+1)
⋮	⋮	⋮	……	⋮	……	⋮
第p組	p1p	p2(p+q−1)	……	pv(p−v+1)	……	pq(p+1)

Y　群

第一組	111	212	……	u1u	……	p1p
第二組	12q	221	……	u2(u−1)	……	p2(p+q-1)
⋮	⋮	⋮	……	⋮	……	⋮
第v組	1v(q−v+2)	2v(q−v+3)	……	uv(u−v+1)	……	pv(p−v+1)
⋮	⋮	⋮	……	⋮	……	⋮
第q組	1q2	2q3	……	uq(u+q+1)	……	pq(p+1)

	Z		群		
第一組	111	221	……	uu1	……	pp1
第二組	212	322	……	(u+1)u2	……	(p+1)q2
⋮	⋮	⋮	……	⋮	……	⋮
第v組	v1v	(v+1)2v	……	(u+v−1)(u+q−p)v	……	(p+v−1)qv
⋮	⋮	⋮	……	⋮	……	⋮
第q組	12q	23q	……	u(u+1)q	……	p(p+1)q

觀上三表可知X群含p組，每組q個品種，凡第「幾」組其中所含品種三重記號之百位數字則全爲「幾」字；Y群含q組，每組p個品種，凡第「幾」組其中所含品種三重記號之十位數字則全爲「幾」字，Z群亦含q組，每組p個品種，凡第「幾」組其中所含品種三重記號之單位數字則全爲「幾」字。

仍設參試品種爲三十個，採用p×q=5×6=30之二元三群不等組試驗法進行，設計中X,Y及Z三群各組之品種分配實際情形，以111,126,……162,212……566等三十個數字三重記號表示如下：

	X		群			
第一組	111	126	135	144	153	162
第二組	212	221	236	245	254	263
第三組	313	322	331	346	355	364
第四組	414	423	432	441	456	465
第五組	515	524	533	542	551	566

	Y		群		
第一組	111	212	313	414	515
第二組	126	221	322	423	524
第三組	135	236	331	432	533
第四組	144	245	346	441	542
第五組	153	254	355	456	551
第六組	162	263	364	465	566

	Z		群		
第一組	111	221	331	441	551
第二組	212	322	432	542	162
第三組	313	423	533	153	263
第四組	414	524	144	254	364
第五組	515	135	245	355	465
第六組	126	236	346	456	566

觀上三表可知X群含五組(p)，每組六個品種(q)，Y及Z群各含六組(q)每組五個品種(p)，但此兩羣間各組品種分配情形不同。

至X,Y及Z三羣各含組內品種分配情形之互相關係，X與Y兩羣者與二元二羣法同．X與Z群之關係，即X羣內等一組之第一品種與第二組之第二品種乃至第p組之第p品種聯合組成Z羣之第一組；又第二組之第一品種與第三組之第二品種乃至第一組之第q品種另同聯合組成Z羣之第二組；其餘類推．Y群與Z之關係，即Y羣內第一組之第一品種，與二組之第二品種，乃至第p組之第p品種聯合組成Z群之第一組；又第一組之第二品種與第二組之第三品種乃至第q組之第一品種另同聯合組成Z羣之第二組；其餘類推．

概括言之，X,Y及Z三羣之分組方法，如吾人將全部參試品種排成p×q之窗格形，則X羣之組係將此窗格作每橫行水平線之割切而成，Y羣者係作每直列垂直線之割切而成，Z群者係作右上左下每對角線之割切而成．

凡屬三群設計，各參試品種重複所到之次數須係3之倍數如6,9,12等，此處所謂「倍數」，亦即羣重複數也．

二元三羣設計中之參試品種及區集名稱均以三重記號表示，凡三重記號之單十百三位數字全係阿拉伯數字者爲品種記號，其中有任何兩位數字係點號者爲區集記號，u‥爲X羣內之區集，該區集內所含之品種三種記號百位數全爲u字，單十兩位數字各不相同；·v·爲Y羣內之區集，該區集內所含之品種三重記號十位數字全爲v字，單百兩位數字各不相同；‥w爲Z羣內之區集，該區集內所含之品種三重記號單位數字全爲w字，十百兩位數字各不相同．又三重記號之單十百三位數字全係點號者爲全羣或全試驗品種之代意．

二元三羣法亦可用複因子分組設計之理論說明．二元三群中之X及Y兩羣內各組品種分配方法與二元二羣者同，故在此所需解釋者祗爲一多設之Z羣．查Z羣之多設，並非於A及B兩因子之外增加第三個因子C，乃以A與B兩因子之交感效用與土異混雜使其增加一種分組方法而已．既非主因效用混雜，不能利用裂區設計解釋，須從交感效用混雜分組法之理論述明，如A及B兩因子各具兩處理項時，求A×B兩因子交感效用之原式應爲：

$$A\times B=\frac{1}{2}\{(t_{11}+t_{22})-(t_{12}+t_{21})\}$$　（參閱上章標準誤差項下）

吾人進行分組若欲使此種交感效用與土異混雜可以式中減號右邊小括弧內兩處理配合項聯合組成第一組，又以減號左邊小括弧內兩處理配合項另行聯合組成第二組卽得，換言之，卽以2×2拉丁方格之對角綫爲分組界綫也．

於A因子具p個處理項，B因子具q個處理項再將上述意義引伸卽A因子第一處理項連B因子第一處理項聯同構成之處理配合項，與A因子第二處理項連B因子第二處理項聯同構成之處理配合項，乃至A因子第p處理項連B因子第p處理項聯同構成之處理配合項，總共p個處理配合項統同組成Z羣之第一組．又A因子第一處理項連B因子第二處理項聯同構成之處理配合項，與A因子第二處理項連B因子第三處理項聯同構成之處理配合項，乃至A因子第p處理項連B因子第p+1處理項聯同構成之處理配合項，總共另外p個處理配合項統同組成Z羣之第二組；其餘類推．Z羣総得q組．換言之，如吾人將全部參試處理配合項排成p×q之窗格形，使每橫行代表A因子各處理項，每直列代表B因子各處理項，復將此窗格作右上左下每對角綫之割切而成Z羣各組．

當吾人解釋二元三羣設計中Z羣分組法時，若免强設係於A及B兩因子之外另添一因子C，依

共主因效用與土異混雜而構成者，實際上亦無不可，但此C因子並未與A及B兩因子同時作完全配合共同參試而使全試驗應有之處理配合項爲p×q×r種，故較難論述與理解而已。

（B）收量改正

公式 $$3ntuvw=Tuvw+Cu\cdot\cdot+C\cdot v\cdot+C\cdot\cdot w=Tuvw+\frac{1}{2q}(Tu\cdot\cdot-3Xu\cdot\cdot)+\frac{1}{2p}(T\cdot v\cdot-3Y\cdot v\cdot)$$
$$+\frac{1}{2p}(T\cdot\cdot w-3Z\cdot\cdot w)$$

上列公式所用符號中n爲X,Y及Z三羣在全試驗中各曾重複所到之次數，tuvw爲uvw品種經改正後之平均產量，Tuvw爲uvw品種3n個試區實測總收量，$Cu\cdot\cdot=\frac{1}{2q}(Tu\cdot\cdot-3Xu\cdot\cdot)$爲X羣內u··區集各品種n重複總收量之改正數，$C\cdot v\cdot=\frac{1}{2p}(T\cdot v\cdot-3Y\cdot v\cdot)$爲Y羣內·v·區集各品種n重複總收量之改正數，$C\cdot\cdot w=\frac{1}{2p}(T\cdot\cdot w-3Z\cdot\cdot w)$爲Z羣內··w區集各品種n重複總收量之改正數，Tu··爲X羣內u··區集各品種3n重複總收量之和，Xu··爲X羣內u··區集n重複各試區總收量之和，T·v·爲Y羣內·v·區集各品種3n重複總收量之和，Y·v·爲Y羣內·v·區集n重複各試區總收量之和，T··w爲Z羣··w區集各品種3n重複總收量之和，Z··w爲Z羣內··w區集n重複各試區總收量之和。

設某試驗之X,Y及Z三羣不加重複（n=1），亦即品種重複次數爲三（3n=r=3）時，上述公式可即列如：

$$3tuvw=Tuvw+Cu\cdot\cdot+C\cdot v\cdot+C\cdot\cdot w=Tuvw+\frac{1}{2q}(Tu\cdot\cdot-3Xu\cdot\cdot)+\frac{1}{2p}(T\cdot v\cdot-3Y\cdot v\cdot)$$
$$+\frac{1}{2p}(T\cdot\cdot w-3Z\cdot\cdot w)$$

此式與上式不同之點在 Tuvw, Tu··, Xu··, T·v·, T··w, Y·v· 及 Z··w 等七個數值之內容，上式者分別爲3npq, 3nq, nq, 3np 及 np個試區收量之和，此式因設n=1故僅分別爲3pq, 3q, q, 3p 及p個試區收量之和而已。

依誤差項另有比較標準値管制可置不理，並就因子效果累加法則可將此式分析如下：

$$Tuvw=3\tau uvw+xbu\cdot\cdot+by\cdot v\cdot+bz\cdot\cdot w$$

$$Cu\cdot\cdot=\frac{1}{2q}(Tu\cdot\cdot-3Xu\cdot\cdot)=\frac{1}{2q}\left[(qxbu\cdot\cdot+\sum_{\cdot1\cdot}^{\cdot q\cdot}yb\cdot v\cdot+\sum_{\cdot\cdot1}^{\cdot\cdot q}zb\cdot\cdot w)-3qxbu\cdot\cdot\right]$$

$$=\tfrac{1}{2}(gy+gz)-xbu\cdot\cdot \qquad \because \sum_{\cdot1\cdot}^{\cdot q\cdot}yb\cdot v\cdot=qgy \text{ 及 } \sum_{\cdot\cdot1}^{\cdot\cdot q}zb\cdot\cdot w=qgz$$

$$C\cdot v\cdot=\frac{1}{2p}(T\cdot v\cdot-3Y\cdot v\cdot)\frac{1}{2p}\left[(pyb\cdot v\cdot+\sum_{\cdot\cdot1}^{\cdot\cdot p}zb\cdot\cdot w+\sum_{1\cdot\cdot}^{p\cdot\cdot}xbu\cdot\cdot)-3pyb\cdot v\cdot\right]$$

$$=\tfrac{1}{2}(gx+gzp')-yb\cdot v\cdot \qquad \because \sum_{1\cdot\cdot}^{p\cdot\cdot}xbu\cdot\cdot=pgx \text{ 及 } \sum_{\cdot\cdot1}^{\cdot\cdot p}zb\cdot\cdot w=pgzp'$$

$$C_{\cdot\cdot w}=\frac{1}{2p}(T_{\cdot\cdot w}-3Z_{\cdot\cdot w})=\frac{1}{2p}[pzb_{\cdot\cdot w}+\sum_{1\cdot\cdot}^{p\cdot\cdot}xbu_{\cdot\cdot}+\sum_{\cdot 1\cdot}^{\cdot p\cdot}yb_{\cdot v\cdot})-3pzb_{\cdot\cdot w}]$$

$$=\tfrac{1}{2}(gx+gyp')-zb_{\cdot\cdot w}\qquad\because\ \sum_{1\cdot\cdot}^{p\cdot\cdot}xbu_{\cdot\cdot}=pgx\text{ 及 }\sum_{\cdot 1\cdot}^{\cdot p\cdot}yb_{\cdot v\cdot}=pgyp'$$

設若$gyp'=gy$及$gzp'=gz$時則：

$$C_{\cdot v\cdot}=\tfrac{1}{2}(gx+gz)-yb_{\cdot v\cdot}\text{ 及 }C_{\cdot\cdot w}=\tfrac{1}{2}(gx+gy)-zb_{\cdot\cdot w}$$

$$3tuvw=3\tau uvw+xbu_{\cdot\cdot}+yb_{\cdot v\cdot}+zb_{\cdot\cdot w}+\tfrac{1}{2}(gy+gz+gx+gz+gx+gy)-xbu_{\cdot\cdot}-yb_{\cdot v\cdot}-zb_{\cdot\cdot w}$$

$$=3\tau uvw+gx+gy+gz=3\tau uvw+3\bar{g}\qquad\because\ gx+gy+gz=3\bar{g}$$

上列各式中所用符號有$xbu_{\cdot\cdot}$, $yb_{\cdot v\cdot}$及$zb_{\cdot\cdot w}$者分別代表X,Y及Z群內$u_{\cdot\cdot}$，$\cdot v\cdot$及$\cdot\cdot w$區集各試區地力之平均，gx,gy及gz者分別代表X,Y及Z羣內各試區地力之總平均，gyp'及gzp'者分別代表Y及Z羣內各某p個(全部各含q個)區集共各含p^2個(全部各含$p\times q$個)試區地力之總平均，$\bar{g}$為全試驗所有試區地力之總平均。

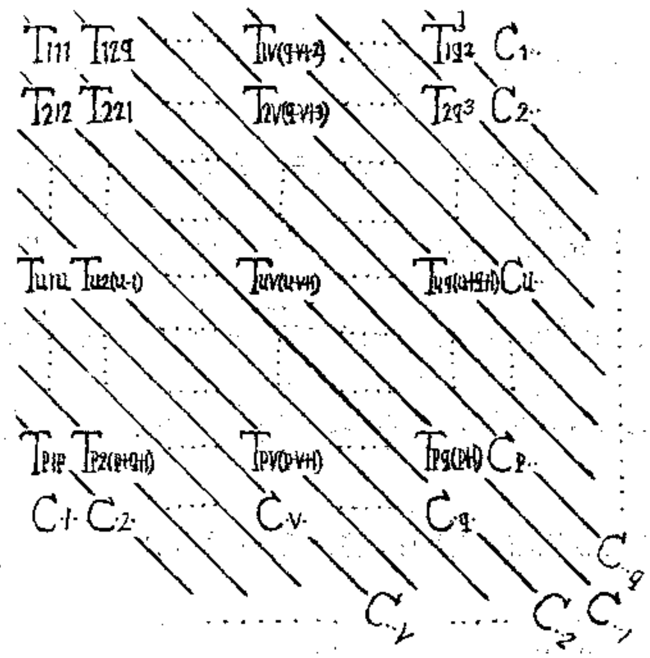
觀上各式之演變結果，可知經改正後uvw品種產量之內容包含自身眞正產力及全試驗所有試區地力之總平均兩部份，如此當吾人作任何兩個參試品種眞正產力之比較時，可利用該兩品種改正產量相減，兩個全部試區地力之總平均於暗中對消，其得數即該兩品種眞正產力之差，可獲與二元二羣法同樣美滿之最終結果。

$$tuvw-tu'v'w'=(\tau uvw+\bar{g})-(\tau u'v'w'+\bar{g})=\tau uvw-\tau u'v'w'$$

但因$p\gtrless q$，故gyp'及gzp'實際絕不等於gy及gz，即當求全試驗所有試區地力總平均其時，所必需使用之資料中會有Y及Z兩羣之二分一者脫落q減p個區集內各試區地力，未經加入計算，釀成殘缺。使利用上述公式估計所得之每個品種改正產量內含所謂地力總平均之值各不相等，以致由任何兩個品種改正產量相減所得之差，並不純淨。考其發生原因，完全因受不等組之影響。等組設計則絕無此弊，是即此項公式尙有待於吾人之改正然後適用者。

當進行計算改正數及改正總產量之各值時，仍需X,Y及Z羣品種n重複總收量，全試驗品種3n重複總收量及最後改正品種總產量等表，其格式及品種之安放位置，仍與試驗設計進行分組時所用X羣各組情形類似，但於改正總產量各值所用全試驗品種總收量表之邊緣須同時安置三種改正數則略較麻煩，茲特例列如下：

品種總收量（Tuvw）及改正數(C)表：



（C）變量分析

（甲）變異平方和

$$總變異平方和(T.s.s.)=\sum Xuvw^2+\sum Yuvw^2+\sum Zuvw^2-\frac{(\sum Xuvw+\sum Yuvw+\sum Zuvw)^2}{3npq}$$

公式中 Xuvw, Yuvw 及 Zuvw 分別表示 X, Y 及 Z 羣內 uvw 品種單區收量。$\sum Xuvw^2+\sum Yuvw^2+\sum Zuvw^2$ 等於逢機區集法中所用之$\sum X^2$，同樣$\sum Xuvw+\sum Yuvw+\sum Zuvw$ 等於$\sum X$，因逢機區集法之全部參試品種並不作任何方法之分組，換言之，僅具 X 而無 Y 及 Z值，二元三羣法之全部參試品種會行三種方法之分組，成X，Y及Z三羣，故有 X，Y 及 Z值之分。又3npq 爲二元三羣法全試驗之試區數如逢機區集法中所用之N，是即上述二元三羣法之總變異平方和其計算公式仍與逢機區集法者無異。

$$區集變異平方和(B.s.s.)=\frac{\sum(\sum Xu\cdot\cdot)^2}{q}+\frac{\sum(\sum Y\cdot v\cdot)^2}{p}+\frac{\sum(\sum Z\cdot\cdot w)^2}{p}+\sum(tuvw\cdot Tuvw)$$

$$-\sum(tu\cdot\cdot\cdot Xu\cdot\cdot)-\sum(t\cdot v\cdot\cdot Y\cdot v\cdot)-\sum(t\cdot\cdot w\cdot Z\cdot\cdot w)$$

$$-\frac{\sum(3ntuvw)^2}{3n}$$

設n＝1時上式可即列如：

$$B\cdot s.s.=\frac{\sum(Xu\cdot\cdot)^2}{q}+\frac{\sum(\sum Y\cdot v\cdot)^2}{p}+\frac{\sum(Z\cdot\cdot w)^2}{p}+\sum(tuvw\cdot Tuvw)-\sum(tu\cdot\cdot\cdot Xu\cdot\cdot)$$

$$-\sum(t\cdot v\cdot\cdot Y\cdot v\cdot)-\sum(t\cdot\cdot w\cdot Z\cdot\cdot w)-\frac{\sum(3tuvw)^2}{3}$$

此式與上式不同之點，在上式第一，二及三項分子括弧前$\sum$號分別表示$\sum\limits_{11}^{np}$及$\sum\limits_{11}^{nq}$之意，Tuvw Xu··,Y·v·及Z··w分別為3n,nq及np個試區收量之和，tuvw,tu··,t·v·及t··w分別為3n,nq,np個試區改正產量之平均，此式因設n=1故第一，二及三項分子括弧前$\sum$號分別表示$\sum\limits_{1}^{p}$及$\sum\limits_{1}^{q}$之意，Tuvw, Xu··,Y·v·及Z··w分別為3,q,p個試區收量之和，tuvw,tu··,t·v·及t··w分別為3,q,p個試區改正產量之平均等。

現根據因子效果累加與無涉二法則，將此式分析如下：

$$\frac{\sum\limits_{1}^{p}(\sum\limits_{u1\cdot}^{uq\cdot}Xu\cdot\cdot)^2}{q}=\left\{\sum_{1}^{p}(\sum_{u1}^{uq}\tau uvw)^2+q^2(\sum_{1}^{p}xbu\cdot\cdot)^2\right\}/q=p\sum_{1}^{q}\bar{\tau}u\cdot\cdot^2+q\sum_{1}^{p}xbu\cdot\cdot^2$$

$$\frac{\sum\limits_{1}^{q}(\sum\limits_{1v\cdot}^{pv\cdot}Y\cdot v\cdot)^2}{p}=\left\{\sum_{1}^{q}(\sum_{1v\cdot}^{pv\cdot}\tau uvw)^2+p^2(\sum_{1}^{q}yb\cdot v\cdot)^2\right\}/p=q\sum_{1}^{p}\bar{\tau}\cdot v\cdot^2+p\sum_{1}^{q}yb\cdot v\cdot^2$$

$$\frac{\sum\limits_{1}^{q}(\sum\limits_{1\cdot w}^{p\cdot w}Z\cdot\cdot w)^2}{p}=\left\{\sum_{1}^{q}(\sum_{1\cdot w}^{p\cdot w}\tau uvw)^2+p^2(\sum_{1}^{q}zb\cdot\cdot w)^2\right\}/p=q\sum_{1}^{p}\bar{\tau}\cdot\cdot w^2+p\sum_{1}^{q}zb\cdot\cdot w^2$$

$$\sum_{11}^{pq}(tuvw\cdot Tuvw)=3\sum_{11}^{pq}\tau uvw^2+\bar{g}\sum_{1}^{p}xbu\cdot\cdot+\bar{g}\sum_{1}^{q}yb\cdot v\cdot+\bar{g}\sum_{1}^{q}zb\cdot\cdot w$$

$$\sum_{1}^{p}(tu\cdot\cdot\cdot Xu\cdot\cdot)=p\sum_{1}^{q}\bar{\tau}u\cdot\cdot^2+\bar{g}\sum_{1}^{p}xbu\cdot\cdot$$

$$\sum_{1}^{q}(t\cdot v\cdot\cdot Y\cdot v\cdot)=q\sum_{1}^{p}\bar{\tau}\cdot v\cdot^2+\bar{g}\sum_{1}^{q}yb\cdot v\cdot$$

$$\sum_{1}^{q}(t\cdot\cdot w\cdot Z\cdot\cdot w)=q\sum_{1}^{p}\bar{\tau}\cdot\cdot w^2+\bar{g}\sum_{1}^{q}zb\cdot\cdot w$$

$$\frac{\sum\limits_{11}^{pq}(3tuvw)^2}{3}=3\sum_{11}^{pq}\tau uvw^2+3pq\bar{g}^2$$

$$\therefore\ B.s.s.=p\sum_1^q\bar{\tau}u\cdot\cdot^2+q\sum_1^p xbu\cdot\cdot^2+q\sum_1^p\bar{\tau}\cdot v\cdot^2+p\sum_1^q yb\cdot v\cdot^2+q\sum_1^p\bar{\tau}\cdot\cdot w^2+p\sum_1^q zb\cdot\cdot w^2$$

$$+3\sum_{11}^{pq}\tau uvw^2+\bar{g}\sum_1^p xbu\cdot\cdot+\bar{g}\sum_1^q yb\cdot v\cdot+\bar{g}\sum_1^q zb\cdot\cdot w-p\sum_1^q\bar{\tau}u\cdot\cdot^2-\bar{g}\sum_1^p xbu\cdot\cdot$$

$$-q\sum_1^p\bar{\tau}\cdot v\cdot^2-\bar{g}\sum_1^q yb\cdot v\cdot-q\sum_1^p\bar{\tau}\cdot\cdot w^2-\bar{g}\sum_1^q zb\cdot\cdot w-3\sum_{11}^{pq}\tau uvw^2-3pq\bar{g}^2$$

$$=q\sum_1^p xbu\cdot\cdot^2+p\sum_1^q yb\cdot v\cdot^2+p\sum_1^q zb\cdot\cdot w^2-3pq\bar{g}^2$$

若n≠1時卽

$$B.s.s.=nq\sum_1^p xbu\cdot\cdot^2+np\sum_1^q yb\cdot v\cdot^2+np\sum_1^q zb\cdot\cdot w^2-3npq\bar{g}^2$$

此四項數値之和卽區集變異平方和之全部。

品種變異平方和(V.s.s.) $=\frac{\sum(3ntuvw)^2}{3n}-\frac{(\sum Xuvw+\sum Yuvw+\sum Zuvw)^2}{3npq}$

係以3n除各品種改正總產量之平方和，再減改正項而得，與逢機區集法中之式所不同者，此式用改正總產量，彼式用實測總收量；實因其設計法並不分組實測收量無需改正之故，或曰總收量卽改正總產量亦無不可，彼此理據並非二致也。

誤差變異平方和(E.s.s.) = (T.s.s.) − (B.s.s. + V.s.s.)

(乙) 自 由 度

總 自 由 度(T.D.F.) = 3npq − 1

區集自由度(B.D.F.) = n(p + 2q) − 1

品種自由度(V.D.F.) = pq − 1

誤差自由度(E.D.F.) = pq(3n − 1) − n(p + 2q) + 1

爲欲澈底明瞭二元三羣不等組設計法中各項變異原因自由度之來源起見，玆特依複因子分組設計原理將其分析如下：

變因	自由度
總計	$3npq-1$
區集	$n(p+2q)-1$
群間	2
組間	$(p-1)+2(q-1)$
X群內組間	$(p-1)$
Y群內組間	$(q-1)$
Z群內組間	$(q-1)$
組內	$(p+2q)(n-1)$
X群之組內	$p(n-1)$
Y群之組內	$q(n-1)$
Z群之組內	$q(n-1)$
品種	$pq-1$
第一元組內	$(q-1)$
第二元組內	$(p-1)$
第一元組內×第二元組內	$(q-1)(p-1)$
誤差	$pq(3n-1)-n(p+2q)+1$
X群組間×Y群組間×Z群組間	$2(q-1)(p-1)$
X群組內×Y群組內×Z群組內	$q(3p-2)(n-1)-p(n-2)-1$

餘變量及變異原因之意義檢查兩節與上章者同，茲不再列。

(D) 標 準 誤 差

(甲) X羣內任意兩個同組品種改正總產量相差之標準誤差：

公 式 $S.E.(3ntuvw-3ntuv'w')=\sqrt{3n\times 2V_E\times(1+\frac{1}{p})}$

(乙) Y或Z群內任意兩個同組品種改正總產量相差之標準誤差：

公 式 $S.E.(3ntuvw-3ntu'vw')$或$S.E.(3ntuvw-3ntu'v'w)=\sqrt{3n\times 2V_E\times(1+\frac{1}{q})}$

上列兩公式之理據與二元二羣者同。

(丙) 任意兩個異組品種改正總產量相差之標準誤差：

公 式 $S.E.(3ntuvw-3ntu'v'w')=\sqrt{3n\times 2V_E\times(1+\frac{3}{p+q})}$

此式中所加之權衡，其來源係於二元二羣者再加權衡$\frac{3pq-(p+q)^2}{pq(q+p)}$即得：

$$1+\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{3pq-(p+q)^2}{pq(q+p)}=1+\frac{3}{p+q}$$

(丁)任意兩個參試品種改正總產量相差之標準誤差(平均標準誤差):

公式 $S.E.md=\sqrt{3n\times 2V_E\times(1+\frac{3}{p+q+2})}$

此式中所加之權衡,其來源係於二元二羣者再加權衡$\frac{(1-pq)-(p-q)^2}{(pq-1)(p+q+2)}$即得:

$$\frac{(p+1)(q+1)-4}{pq-1}+\frac{(1-pq)-(p-q)^2}{(pq-1)(p+q+2)}=1+\frac{3}{p+q+2}$$

餘差異可靠標準值一項與上章者同,茲不再列。

五、三元三羣不等組試驗

在某品種比較試驗中其參試品種數如超過一百個時,該試驗之圃場佈置方法若仍採用二元設計進行,則各羣每組包含品種數須在十個以上,即p或p與q之值須大於十,此時各羣內之區集因容納試區太多,以致佔據地積仍不免過大,土異混入誤差,品種產力判別之效率低減,甚則進而違犯變量分析與圃場佈置之溶和與連貫,試驗結果既不可靠,差異比較復難具有意義,此類趨向,誠非吾人之所欲。三元設計對二元設計而言,其用意在使各群分成組數增加(若參試品種數為64者三元等組設計各群所含組數適為二元等組者二倍,729者為三倍),亦即縮小區集面積,(若試驗品種數仍為64者適縮小二分之一,729者適縮小三分之二),故凡參試品種數多達一百個以上,其圃場佈置方法如曾採用三元設計,可保每羣內各區集所含之試區數不致超過十個,此時區集面積並不過大,試驗結果自當良好。

三元三羣不等組設計中,設若第一元為p,第二元為q,第三元為r,則全試驗容納p×q×r個品種參試,如二元不等組設計中之p×q值等於三元不等組設計中之p×q值,而後者所餘之r為任何大於一之數值時,此r數值適為因變用設計方法而增加試驗容納參試品種之倍數,顯示於限定區集面積之環境下增加設計之「元」數乃擴大試驗容納參試品種能力之一法。

二元不等組設計中之羣內組數,可能祇有兩個不等數值(p與q),三元設計中則可能有三個不全等或全不等之數值(p,q與r),三個數值連乘積較兩個數值者對一定範圍之等差數羣適合之值為多。此點於第二章已曾述及,又前者之兩個組數值僅具p不等於q之一種形式,後者並非限定三個組數值務必各不相等,如此三個組數值中有兩個相等,餘外一個不等,仍歸例內,故於組數值之配合項言,後者又較前者多具一種形式。

綜上各節,足見三元不等組設計對參試品種數較二元者適應性强,容納力大,對試驗結果之準確度並無為害之副作用,能濟二元設計仍患區集面積過大之窮。

(A) 試驗設計

X,Y及Z三羣各組之品種分配情形以uvw三重記號表示如下:

	X 群		Y 群		Z 群
第一組	111 211 ···u11···p11	第一組	111 121 ··· 1v1 ··· 1q1	第一組	111 112 ··· 11w ··· 11r
第二組	112 212 ···u12···p12	第二組	211 221 ··· 2v1 ··· 2q1	第二組	121 122 ··· 12w ··· 12r
⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮
第w組	11w 21w···u1w···p1w	第u組	u11 u21 ··· uv1 ··· uq1	第v組	1v1 1v2 ··· 1vw ··· 1vr
⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮
第r組	11r 21r···u1r···p1r	第p組	p11 p21 ··· pv1 ··· pq1	第q組	1q1 1q2 ··· 1qw ··· 1qr
第r+1組	121 221···u21···p21	第p+1組	112 122 ··· 1v2 ··· 1q2	第q+1組	211 212 ··· 21w ··· 21r
第r+2組	122 222···u22···p22	第p+2組	212 222 ··· 2v2 ··· 2q2	第q+2組	221 222 ··· 22w ··· 22r
⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮
第r+w組	12w 22w···u2w···p2w	第p+u組	u12 u22 ··· uv2 ··· uq2	第q+v組	2v1 2v2 ··· 2vw ··· 2vr
⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮
第2r組	12r 22r ···u2r···p2r	第2p組	p12 p22 ··· pv2 ··· pq2	第2q組	2q1 2q2 ··· 2qw ··· 2qr
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
第r(v−1)+1組	1v1 2v1···uv1···pv1	第p(w−1)+1組	11w 12w ··· 1vw ··· 1qw	第q(u−1)+1組	u11 u12 ··· u1w ··· u1r
第r(v−1)+2組	1v2 2v2···uv2···pv2	第p(w−1)+2組	21w 22w ··· 2vw ··· 2qw	第q(u−1)+2組	u21 u22 ··· u2w ··· u2r
⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮
第r(v−1)+w組	1vw 2vw···uvw···pvw	第p(w−1)+u組	u1w u2w ··· uvw ··· vqw	第q(u−1)+v組	uv1 uv2 ··· uvw ··· uvr
⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮
第vr組	1vr 2vr ··· uvr ··· pvr	第pw組	p1w p2w ··· pvw ··· pqw	第uq組	uq1 uq2 ··· uqw ··· uqr
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
第r(q−1)+1組	1q1 2q1 ··· uq2··· pq2	第p(r−1)+1組	11r 12r ··· 1vr ··· 1qr	第q(p−1)+1組	p11 p12 ··· p1w ··· p1r
第r(q−1)+2組	1q2 2q2 ··· uq2··· pq2	第p(r−1)+2組	21r 22r ··· 2vr ··· 2qr	第q(p−1)+2組	p21 p22 ··· p2w ··· p2r
⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮
第r(q−1)+w組	1qw 2qw···uqw···pqw	第p(r−1)+u組	u1r u2r ··· uvr ··· uqr	第q(p−1)+v組	pv1 pv2 ··· pvw ··· pvr
⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮	⋮	⋮ ⋮ ··· ⋮ ··· ⋮
第qr組	1qr 2qr ··· uqr ··· pqr	第pr組	p1r p2r ··· pvr ··· bqr	第pq組	pq1 pq2 ··· pqw ··· pqr

觀上三表可知X羣含$q\times r$組每組p個品種，凡第「幾」組所含品種三重記號之單位數字則全爲「幾」字，或係「幾」字被r除後所餘之值，且十位數字爲「幾」字被r除得之商加一（但適除盡者不加），百位數字爲1至p等p個連續數字。Y羣含$p\times r$組，每組q個品種，凡第「幾」組所含品種三重記號之百位數字則全爲「幾」字，或係「幾」字被p除後所餘之值，且單位數字爲「幾」字被p除得之商加一（但適除盡者不加），十位數字爲1至q等q個連續數字。Z羣含$p\times q$組，每組r個品種，凡第「幾」組所含品種三重記號之十位數字則全爲「幾」字，或係「幾」字被q除後所餘之值，且百位數字爲「幾」字被q除得之商加一（但適除盡者不加），單位數字爲1至r等r個連續數字。

前述二元設計，各群品種分組方法係平面關係，將全部參試品種排成窗格狀，然後施行左右，上下兩種或更加斜線三種方式之割切而成，今述三元設計，各群之品種分組方法係立體關係，將全部參試品種排疊成立體窗格狀然後施行上下前後（成X羣之各組），前後左右（成Y群之各組），及式右上下（成Z群之各組）三種方式之二重割切而成，故前者之參試品種數僅有長，寬兩向各邊品種數之連乘積而後者可有長寬，厚，三向各邊品種數之連乘積。

X與Y兩羣各組內品種分配之實際關係，卽X群第一組之第一品種與$r+1$組之第一品種乃至第$r(q-1)+1$組之第一品種聯合組成Y羣之第一組。又第一組之第二品種與第$r+1$組之第二品種乃至第$r(q-1)+1$組之第二品種聯合組成第二組。其餘類推，最終第r組之第p品種與第2r組之第p品種乃至第$q\times r$組之第p品種隨後聯合組成第$p\times r$組。

Y與Z兩群各組內品種分配之實際關係，卽Y群第一組之第一品種與第$p+1$組之第一品種乃至第$p(r-1)+1$組之第品種聯合組成Z群第之第一組。又第一組之第二品種與第$p+1$組之第二品種乃至第$p(r-1)+1$組之第二品種聯合組成第二組。其餘類推，最終第p組之第q品種與第2p組之第q品種乃至第$p\times r$組之第q品種隨後聯合組成第$p\times r$組。

X與Z兩群各組內品種分配之實際關係，卽X羣自第一組乃至第r組等r組每組之第一品種聯合組成Z羣第一組。又第二品種聯合組成第二組，其餘類推，最終自第$r(q-1)+1$乃至第$q\times r$組等r組每組之第p品種聯合組成第$p\times q$組。

今設某試驗計有六十個品種供試，採用$p\times q\times r=3\times 4\times 5=60$之三元三羣不等組設計施試，試驗中X,Y及Z三群各組品種分配實際情形以111,211,311,212……315,121,221……345等六十個數字作三重記號表示如下：

X 群			
第一組	111	211	311
第二組	112	212	312
第三組	113	213	313
第四組	114	214	314
第五組	115	215	315
第六組	121	221	321
第七組	122	222	322
第八組	123	223	323
第九組	124	224	324
第十組	125	225	325
第十一組	131	231	331
第十二組	132	232	332
第十三組	133	233	333
第十四組	134	234	334
第十五組	135	235	335
第十六組	141	241	341
第十七組	142	242	342
第十八組	143	243	343
第十九組	144	244	344
第二十組	145	245	345

Y 群				
第一組	111	121	131	141
第二組	211	221	231	241
第三組	311	321	331	341
第四組	112	122	132	142
第五組	212	222	232	242
第六組	312	322	332	342
第七組	113	123	133	143
第八組	213	223	233	243
第九組	313	323	333	343
第十組	114	124	134	144
第十一組	214	224	234	244
第十二組	314	324	334	344
第十三組	115	125	135	145
第十四組	215	225	235	245
第十五組	315	325	335	345

Z 群					
第一組	111	112	113	114	115
第二組	121	122	123	124	125
第三組	131	132	133	134	135
第四組	141	142	143	144	145
第五組	211	212	213	214	215
第六組	221	222	223	224	225
第七組	231	232	233	234	235
第八組	241	242	243	244	245
第九組	311	312	313	314	315
第十組	321	322	323	324	325
第十一組	331	332	333	334	335
第十二組	341	342	343	344	345

觀上三表可知X群含二十組($q\times r=4\times 5=20$)，每組三個品種($p=3$)，Y羣含十五組($p\times r=3\times 5=15$)，每組四個品種($q=4$)，Z羣含十二組($p\times q=3\times 4=12$)，每組五個品種($r=5$)。

二元設計之第一元為p，第二元為q，此p與q可代表兩種意義，其一為p示X羣所含之組數，q示Y羣或Y與Z群各含組數。他一為p示Y羣或Y與Z羣各組內所含之品種數，q示X羣各組內所含之品種數；但在三元設計之第一元為p，第二元為q，第三元為r，此p，q及r僅代表一種意義，即p示X羣各組內所含之品種數，q示Y羣各組內所含之品種數，r示Z羣各組內所含之品種數。二者略有不同。

三元三羣法之分組情形與根據，仍可利用複因子分組設計之理論澈底解釋，所謂三元即以A，B及C三個因子之完全配合共同參試之意，所謂三羣即將此三個因子之完全配合項用三種方式施行分組之意。今設A因子有p個處理項，B因子有q個處理項，C因子有r個處理項，此三因子之各處理項，若作完全配合應得$p\times q\times r$種不同之處理配合項，亦即三元設計中之全部參試品種數也。品種三重記號等於三因子處理配合項之代號，其百位數字係示A因子之處理項，十位數字

係示B因子之處理項，單位數字係示C因子之處理項，至各羣之組內品種分配方法，係依各參試因子輪迴混雜而成，有如三因子之裂區設計中二因子各處理完全配合項爲主區而另一因子處理項爲副區之試驗；所謂主區卽各羣之組，其與二元設計不同在主區之形成；二元設計之副區，若爲彼因子處理項，主區卽爲此因子處理項；反之，副區若爲此因子處理項，主區卽爲彼因子處理項；故其主區與副區之情形，不外乎彼此兩因子處理項之相互交替；但在三元設計，其副區若爲A因子處理項，主區卽係B與C兩因子各處理之完全配合項，非僅A或B因子之處理項也。至其輪迴方法，係以A因子處理項爲副區，B與C兩因子各處理之完全配合項爲主區者，則構成X羣內各組；以B因子處理項爲副區，A與C兩因子各處理之完全配合項爲主區者，則構成Y羣內各組；以C因子處理項爲副區，A與B兩因子各處理之完全配合項爲主區，則構成Z羣內各組。

三元三羣設計中之參試品種，區集以至於組羣 (Sub-group) 均以三重記號表示，凡三重記號之單十百三位數字全係阿拉伯數字者爲品種記號，其中有任何一位數字係點號者爲區集記號，·vw爲X群內之區集，此區集內所含之品種三重記號十位數字全爲v字及單位數字全爲w字，百位數字爲1至p等p個連續數字。u·w爲Y群內之區集，此區集內所含之品種三重記號百位數字全爲u字及單位數字全爲w字，十位數字爲1至q等q個連續數字，uv·爲Z群內之區集，此區集內所含之品種三重記號百位數字全爲u字及十位數字全爲v字，單位數字爲1至r等r個連續數字。其中有任何二位數字係點號者爲組群記號，·v·爲X或Z群內之組群，X群者包含·v1, ·v2,…·vw……·vr等r個區集，Z群者包含1v·, 2v·,……uv·,……pv·等p個區集；··w爲Y或X群內之組群，Y群者包含1·w, 2·w,……u·w……p·w等p個區集，X群者包含·1w, ·2w,……·vw……·bw等q個區集；u··爲Z或Y群內之組群，Z群者包含u1·, u2·,……uv·……uq·等q個區集，Y群者包含u·1, u·2,……u·w……u·r等r個區集。又三重記號之三位數字全爲點號者係全試驗品種之代意。

(B) 收 量 改 正

公式 $3ntuvw = Tuvw + C{\cdot}vw + Cu{\cdot}w + Cuv{\cdot}$

$$= Tuvw + \frac{1}{2pr}(rT{\cdot}vw - 3rX{\cdot}vw - T{\cdot}v{\cdot} + 3Y{\cdot}v{\cdot})$$

$$+ \frac{1}{2pq}(pTu{\cdot}w - 3pYu{\cdot}w - T{\cdot\cdot}w + 3Z{\cdot\cdot}w)$$

$$+ \frac{1}{2qr}(qTuv{\cdot} - 3qZuv{\cdot} - Tu{\cdot\cdot} + 3Xu{\cdot\cdot})$$

上列公式所用符號中有 $C{\cdot}vw = \frac{1}{2pr}(rT{\cdot}vw - 3rX{\cdot}vw - T{\cdot}v{\cdot} + 3Y{\cdot}v{\cdot})$ 爲X群內·vw區集各品種n重複總收量之改正數；$Cu{\cdot}w = \frac{1}{2pq}(pTu{\cdot}w - 3pYu{\cdot}w - T{\cdot\cdot}w + 3Z{\cdot\cdot}w)$ 爲Y群內u·w區集各品種n重複總收量之改正數；$Cuv{\cdot} = \frac{1}{2qr}(qTuv{\cdot} - 3qZuv{\cdot} - Tu{\cdot\cdot} + 3Xu{\cdot\cdot})$ 爲Z群內uv·區集各品種n重複總收量之改正數。T·vw, Tu·w及Tuv·分別表示X, Y及Z群內·vw, u·w及uv·區集所含品種

在全試驗各群內3n重複總收量之和，$X\cdot vw$, $Yu\cdot w$及$Zuv\cdot$分別表示X，Y及Z羣內$\cdot vw$, $u\cdot w$及$uv\cdot$區集所含品種在各該羣內n重複總收量之和，$Tu\cdot\cdot$, $T\cdot v\cdot$及$T\cdot\cdot w$分別表示$u\cdot\cdot$, $\cdot v\cdot$及$\cdot\cdot w$組群內所含品種在全試驗各群內3n重複總收量之和，$Xu\cdot\cdot$, $Y\cdot v\cdot$及$Z\cdot\cdot w$分別表示$u\cdot\cdot$, $\cdot v\cdot$及$\cdot\cdot w$組羣內所含品種在X，Y及Z群各該n重複總收量之和。

設某試驗之X，Y及Z三羣不加重複(n=1)，亦卽品種重複次數爲三(3n=r=3)時，上述公式可卽列如：

$$
\begin{aligned}
3tuvw &= Tuvw + C\cdot vw + Cu\cdot w + Cuv\cdot \\
&= Tuvw + \frac{1}{2pr}(rT\cdot vw - 3rX\cdot vw - T\cdot v\cdot + 3Y\cdot v\cdot) \\
&\quad + \frac{1}{2pq}(pTu\cdot w - 3pYu\cdot w - T\cdot\cdot w + 3Z\cdot\cdot w) \\
&\quad + \frac{1}{2qr}(qTuv\cdot - 3qZuv\cdot - Tu\cdot\cdot + 3Xu\cdot\cdot)
\end{aligned}
$$

此式與上式不同之點在$Tuvw$, $T\cdot vw$, $Tu\cdot w$, $Tuv\cdot$, $X\cdot vw$, $Yu\cdot w$, $Zuv\cdot$, $Tu\cdot\cdot$, $T\cdot v\cdot$, $T\cdot\cdot w$, $Xu\cdot\cdot$, $Y\cdot v\cdot$及$Z\cdot\cdot w$等十三個數值之內容，上式者分別爲3n, 3np, 3nq, 3nr, np, nq, nr, 3nqr, 3nrp, 3npq, nqr, nrp, npq個試區收量之和，此式因設n=1，故僅分別爲3, 3p, 3q, 3r, p, q, r, 3qr, 3rp, 3pq, qr, rp及pq個試區收量之和。

依誤差項另有比較標準值管制可置不理，並就因子效果累加法則可將此式分析如下：

$$Tuvw = 3\tau uvw + xb\cdot vw + ybu\cdot w + zbuv\cdot$$

$$
\begin{aligned}
C\cdot vw &= \frac{1}{2pr}(rT\cdot vw - 3rX\cdot vw - T\cdot v\cdot + 3Y\cdot v\cdot) \\
&= \frac{1}{2pr}\left(2\sum_{1\cdot 1}^{p\cdot r} ybu\cdot w - 2prxb\cdot vw\right) + \frac{1}{2p}\sum_{1\cdot w}^{p\cdot w} ybu\cdot w - \frac{1}{2r}\sum_{\cdot v1}^{\cdot vr} xb\cdot vw \\
&= gy - xb\cdot vw + \frac{1}{2p}\sum_{1\cdot w}^{p\cdot w} ybu\cdot w - \frac{1}{2r}\sum_{\cdot v1}^{\cdot vr} xb\cdot vw \qquad \because \sum_{1\cdot 1}^{p\cdot r} ybu\cdot w = prgy
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Cu\cdot w &= \frac{1}{2pq}(pTu\cdot w - 3pYu\cdot w - T\cdot\cdot w + 3Z\cdot\cdot w) \\
&= \frac{1}{2pq}\left(2\sum_{11\cdot}^{pq\cdot} zbuv\cdot - 2pqybu\cdot w\right) + \frac{1}{2q}\sum_{u1\cdot}^{uq\cdot} zbuv\cdot - \frac{1}{2p}\sum_{1\cdot w}^{p\cdot w} ybu\cdot w \\
&= gz - ybu\cdot w + \frac{1}{2q}\sum_{u1\cdot}^{uq\cdot} zbuv\cdot - \frac{1}{2p}\sum_{1\cdot w}^{p\cdot w} ybu\cdot w \qquad \because \sum_{11\cdot}^{pq\cdot} zbuv\cdot = pqgz
\end{aligned}
$$

$$Cuv\cdot = \frac{1}{2qr}(qTuv\cdot - 3qZuv\cdot - Tu\cdot\cdot + 3Xu\cdot\cdot)$$

$$=\frac{1}{2qr}(2\sum_{\cdot 11}^{\cdot qr}xbuv\cdot-2qrzbuv\cdot)+\frac{1}{2r}\sum_{\cdot v1}^{\cdot vr}xb\cdot vw-\frac{1}{2q}\sum_{u1\cdot}^{uq\cdot}zbuv\cdot$$

$$=gx-zbuv\cdot+\frac{1}{2r}\sum_{\cdot v1}^{\cdot vr}xb\cdot vw-\frac{1}{2q}\sum_{u1\cdot}^{uq\cdot}zbuv\cdot \qquad \because \sum_{\cdot 11}^{\cdot qr}xbuv\cdot=qrgx$$

$$\therefore \quad 3tuvw=3\tau uvw+xb\cdot vw+ybu\cdot w+zbuv\cdot+gy-xb\cdot vw+\frac{1}{2p}\sum_{1\cdot w}^{p\cdot w}ybu\cdot w-\frac{1}{2r}\sum_{\cdot v1}^{\cdot vr}xb\cdot vw$$

$$+gz-ybu\cdot w+\frac{1}{2q}\sum_{u1\cdot}^{uq\cdot}zbuv\cdot-\frac{1}{2p}\sum_{1\cdot w}^{p\cdot w}ybu\cdot w+gx-zbuv\cdot+\frac{1}{2r}\sum_{\cdot v1}^{\cdot vr}xb\cdot vw-\frac{1}{2q}\sum_{u1\cdot}^{uq\cdot}zbuv\cdot$$

$$=3\tau uvw+gy+gz+gx$$

$$\because \quad gy+gz+gx=3\bar{g} \qquad \therefore \quad 3tuvw=3\tau uvw+3\bar{g}$$

上列各式中所用符號有xb·vw,ybu·w及zbuv·者分別表示X,Y及Z群內·vw,u·w及uv·區集試區平均地力。

觀上各式之演變結果，可知經改正後uvw品種產量之內容包含自身真正產力及全試驗所有試區地力之總平均兩部份，如此當吾人作任何兩個參試品種真正產力比較時，可利用該兩品種改正產量相減，兩個全部試區地力之總平均於暗中對消，其得數即該兩品種真正產力之差所獲結果適如二元二羣之合乎理想而無二元三羣之弊。

(C) 變量分析

(甲) 變異平方和

$$\text{總變異平方和(T.s.s.)}=\sum Xuvw^2+\sum Yuvw^2+\sum Zuvw^2-\frac{(\sum Xuvw+\sum Yuvw+\sum Zuvw)^2}{3npqr}$$

此式與二元三群者極類似，其不同之點在各項前$\sum$號之代意，二元三羣者爲$\sum_{111}^{npq}$之示意，此式者爲$\sum_{1111}^{npqr}$之示意。又二元三羣全試驗之試區數N=3npq，三元三群者N=3npqr。

$$\text{區集變異平方和(B.s.s.)}=\frac{\sum(\sum X\cdot vw)^2}{p}+\frac{\sum(\sum Yu\cdot w)^2}{q}+\frac{\sum(\sum Zuv\cdot)^2}{r}+\sum(tuvw\cdot Tuvw)$$

$$-\sum(t\cdot vw\cdot X\cdot vw)-\sum(tu\cdot w\cdot Yu\cdot w)-\sum(tuv\cdot\cdot Zuv\cdot)$$

$$-\frac{\sum(3ntuvw)^2}{3n}$$

設n=1時，上式可即列如：

$$B.s.s.=\frac{\sum(\sum X\cdot vw)^2}{p}+\frac{\sum(\sum Yu\cdot w)^2}{q}+\frac{\sum(\sum Zuv\cdot)^2}{r}+\sum(tuvw\cdot Tuvw)$$

$$-\sum(t\cdot vw\cdot X\cdot vw)-\sum(tu\cdot w\cdot Yu\cdot w)-\sum(tuv\cdot\cdot Zuv\cdot)$$

$$-\frac{\sum(3tuvw)^2}{3}$$

此式與上式不同之點，在上式第一二及三項分子括弧前∑號分別表示 $\sum_{111}^{nqr}$，$\sum_{111}^{npr}$ 及 $\sum_{111}^{npq}$ 之意，Tuvw，X·vw，Yu·w 及 Zuv· 分別為 3n，nqr，npr 及 npq 個試區收量之和，tuvw，t·vw，tu·w 及 tuv· 分別為 3n，nqr，npr 及 npq 個試區改正產量之平均。此式因設 n=1 故第一二及三項分子括弧前∑號分別表示 $\sum_{11}^{qr}$，$\sum_{11}^{pr}$ 及 $\sum_{11}^{pq}$ 之意，Tuvw，X·vw，Yu·w 及 Zuv· 分別為 3，qr，pr 及 pq 個試區收量之和，tuvw，t·vw，tu·w 及 tuv· 分別為 3，qr，pr 及 pq 個試區改正產量之平均。

現根據因子效果累加與無涉二法則，將此式分析如下：

$$\frac{\sum_{11}^{qr}\left(\sum_{1vw}^{pvw}X\cdot vw\right)^2}{p}=\left\{\sum_{11}^{qr}\left(\sum_{1vw}^{pvw}\tau uvw\right)^2+p^2\left(\sum_{11}^{qr}xb\cdot vw\right)^2\right\}/p=qr\sum_{1vw}^{pvw}\bar{\tau}\cdot vw^2+p\sum_{11}^{qr}xb\cdot vw^2$$

$$\frac{\sum_{11}^{pr}\left(\sum_{u1w}^{uqw}Yu\cdot w\right)^2}{q}=\left\{\sum_{11}^{pr}\left(\sum_{u1w}^{uqw}\tau uvw\right)^2+q^2\left(\sum_{11}^{pr}ybu\cdot w\right)^2\right\}/q=pr\sum_{u1w}^{uqw}\bar{\tau}u\cdot w^2+q\sum_{11}^{pr}ybu\cdot w^2$$

$$\frac{\sum_{11}^{pq}\left(\sum_{uv1}^{uvr}Zuv\cdot\right)^2}{r}=\left\{\sum_{11}^{pq}\left(\sum_{uv1}^{uvr}\tau uvw\right)^2+r^2\left(\sum_{11}^{pq}zbuv\cdot\right)^2\right\}/r=pq\sum_{uv1}^{uvr}\bar{\tau}uv\cdot^2+r\sum_{11}^{pq}zbuv\cdot^2$$

$$\sum_{111}^{pqr}(tuvw\cdot Tuvw)=3\sum_{111}^{pqr}\tau uvw^2+\bar{g}\sum_{11}^{qr}xb\cdot vw+\bar{g}\sum_{11}^{pr}ybu\cdot w+\bar{g}\sum_{11}^{pq}zbuv\cdot$$

$$\sum_{11}^{qr}(t\cdot vw\cdot X\cdot vw)=qr\sum_{1vw}^{pvw}\bar{\tau}\cdot vw^2+\bar{g}\sum_{11}^{qr}xb\cdot vw$$

$$\sum_{11}^{pr}(tu\cdot w\cdot Yu\cdot w)=pr\sum_{u1w}^{uqw}\bar{\tau}u\cdot w^2+\bar{g}\sum_{11}^{pr}ybu\cdot w$$

$$\sum_{11}^{pq}(tuv\cdot\cdot Zuv\cdot)=pq\sum_{uv1}^{uvr}\bar{\tau}uv\cdot^2+\bar{g}\sum_{11}^{pq}zbuv\cdot$$

$$\frac{\sum_{111}^{pqr}(3tuvw)^2}{3}=3\sum_{111}^{pqr}\tau uvw^2+3pqr\bar{g}^2$$

$$\therefore\ B.s.s.=qr\sum_{1vw}^{pvw}\bar{\tau}\cdot vw^2+p\sum_{11}^{qr}xb\cdot vw^2+pr\sum_{u1w}^{uqw}\bar{\tau}u\cdot w^2+q\sum_{11}^{pr}yb\cdot vw^2+pq\sum_{uv1}^{uvr}\bar{\tau}uv\cdot^2+r\sum_{11}^{pq}zbuv\cdot^2$$

$$+3\sum_{111}^{pqr}\tau uvw^2+\bar{g}\sum_{11}^{qr}xb\cdot vw+\bar{g}\sum_{11}^{pr}ybu\cdot w+\bar{g}\sum_{11}^{pq}zbuv\cdot-qr\sum_{1vw}^{pvw}\bar{\tau}\cdot vw^2$$

$$-\bar{g}\sum_{11}^{qr}xb\cdot vw-pr\sum_{u1w}^{uqw}\bar{\tau}u\cdot w^2-\bar{g}\sum_{11}^{pr}ybu\cdot w-pq\sum_{uv1}^{uvr}\bar{\tau}uv\cdot^2-\bar{g}\sum_{11}^{pq}zbuv\cdot$$

$$-3\sum_{111}^{pqr}\tau uvw^2-3pqr\bar{g}^2$$

$$=p\sum_{11}^{qr}xb\cdot vw^2+q\sum_{11}^{pr}ybu\cdot w^2+r\sum_{11}^{pq}zbuv\cdot^2-3pqr\bar{g}^2$$

若$n\neq1$時即

$$B.s.s.=np\sum_{11}^{qr}xb\cdot vw^2+nq\sum_{11}^{pr}ybu\cdot w^2+nr\sum_{11}^{pq}zbuv\cdot^2-3npqr\bar{g}^2$$

此四項數值之和卽區集變異平方和之全部。

品種變異平方和$(V.s.s.)=\dfrac{\sum(3ntuvw)^2}{3n}-\dfrac{(\sum Xuvw+\sum Yuvw+\sum Zuvw)^2}{3npqr}$

此式與二元三群者酷似，其不同之點在第二項者曾於總變異平方和之公式下說明，在第一項者爲分子括弧前$\sum$號之代意，二元二羣者係$\sum_{11}^{pq}$之示意，此式者係$\sum_{111}^{pqr}$之示意。

誤差變異平方和$(E.s.s)=(T.s.s.)-(B.s.s.+V.s.s.)$

（乙）自由度

總自由度$(T.D.F.)=3npqr-1$

區集自由度$(B.D.F.)=n(qr+pr+pq)-1$

品種自由度$(V.D.F.)=pqr-1$

誤差自由度$(E.D.F.)=pqr(3n-1)-n(qr+rp+pq)+1$

爲欲徹底明瞭此四項自由度之來源起見，茲仍依複因子分組設計原理將其分析如下：

變因	自由度
總計	$3npqr-1$
區集	$n(qr+rp+pq)-1$
群間	2
組間	$qr+rp+pq-3$
X羣內組間	$qr-1$
Y羣內組間	$rp-1$
Z羣內組間	$pq-1$

組內	$(qr+rp+pq)(n-1)$
X羣內組內	$qr(n-1)$
Y羣內組內	$rp(n-1)$
Z羣內組內	$pq(n-1)$
品種	$pqr-1$
第一元組內	$p-1$
第二元組內	$q-1$
第三元組內	$r-1$
第一元組內×第二元組內	$(p-1)(q-1)$
第二元組內×第三元組內	$(q-1)(r-1)$
第三元組內×第一元組內	$(r-1)(p-1)$
第一元組內×第二元組內×第三元組內	$(p-1)(q-1)(r-1)$
誤差	$pqr(3n-1)-n(qr+rp+pq)+1$
組間×組間	$pqr-p-q-r+2$
X羣內組間×Y羣內組間	$(p-1)(q-1)$
Y群內組間×Z羣內組間	$(q-1)(r-1)$
Z群內組間×X羣內組間	$(r-1)(p-1)$
X群內組間×Y羣內組間×Z群內組間	$(p-1)(q-1)(r-1)$
組內×組內	$3npqr-n(qr+rp+pq)-(p+q+r)-1$
X羣內組內×Y羣內組內	$(2pq-p-q)(n-1)$
Y羣內組內×Z羣內組內	$(2qr-q-r)(n-1)$
Z羣內組內×X羣內組內	$(2rp-r-p)(n-1)$
X羣內組內×Y羣內組內×Z羣內組內	$(pqr-qr-rp-pq)(3n-2)+(p+q+r)(2n-1)-1$

（D）標準誤差

（甲）X羣內任意兩個同組品種（三重記號單十位數字相同者）改正總產量之標準誤差：

公式　$S.E.(3nt_{111}-3nt_{211})=\sqrt{3n\times V_E\times\left(\frac{2qr+q+r+2}{qr}\right)}$

三元三羣各項差與標準誤差所加權衡之來源，可以A,B及C三因子各具二處理項之設計說明，此三因子各處理項之完全配合共得八個(2×2×2)不同之處理配合項，用三重記號表示如：

$$\left.\begin{array}{l} C\begin{Bmatrix} \overbrace{t_{111}\quad t_{211}}^{A} \\ t_{112}\quad t_{212}\end{Bmatrix} \\ C\begin{Bmatrix} t_{121}\quad t_{221} \\ t_{122}\quad t_{222}\end{Bmatrix}\end{array}\right\}B$$

觀此兩個2×2拉丁方格中，橫行代表C因子之處理項，以三重記號之單位數字顯示；直行代表A因子處理項，以三重記號之百位數顯示；拉丁方格代表B因子處理項，以三重記號之十位數字顯示。當求A,B及C各因子之主因效用與AB,BC,CA及ABC各因子之交感效用時其原式分別如下：

$$A=\frac{1}{4}\left\{(t_{211}+t_{212}+t_{221}+t_{222})-(t_{111}+t_{112}+t_{121}+t_{122})\right\}$$

$$B=\frac{1}{4}\left\{(t_{121}+t_{122}+t_{221}+t_{222})-(t_{111}+t_{112}+t_{211}+t_{212})\right\}$$

$$C=\frac{1}{4}\left\{(t_{112}+t_{212}+t_{122}+t_{222})-(t_{111}+t_{211}+t_{121}+t_{221})\right\}$$

$$AB=\frac{1}{4}\left\{(t_{111}+t_{112}+t_{221}+t_{222})-(t_{121}+t_{122}+t_{211}+t_{212})\right\}$$

$$BC=\frac{1}{4}\left\{(t_{111}+t_{122}+t_{211}+t_{222})-(t_{112}+t_{121}+t_{212}+t_{221})\right\}$$

$$CA=\frac{1}{4}\left\{(t_{111}+t_{121}+t_{212}+t_{222})-(t_{112}+t_{122}+t_{211}+t_{221})\right\}$$

$$ABC=\frac{1}{4}\left\{(t_{112}+t_{121}+t_{211}+t_{222})-(t_{111}+t_{122}+t_{212}+t_{221})\right\}$$

可知$t_{111}-t_{211}$係AB與AC兩交感效用計算原式之和減A因子主因效用及ABC因子交感效用計算原式之和而得：

$$\begin{aligned}AB-A-ABC+AC=\frac{1}{4}\Big\{&(t_{111}+t_{112}+t_{221}+t_{222})-(t_{121}+t_{122}+t_{211}+t_{212})\\&+(t_{111}+t_{112}+t_{121}+t_{122})-(t_{211}+t_{212}+t_{221}+t_{222})\\&+(t_{111}+t_{122}+t_{212}+t_{221})-(t_{112}+t_{121}+t_{211}+t_{222})\\&+(t_{111}+t_{121}+t_{212}+t_{222})-(t_{112}+t_{122}+t_{211}+t_{221})\Big\}\\=\frac{1}{4}&(4t_{111}-4t_{211})=t_{111}-t_{211}\end{aligned}$$

但A,B及C因子主因效用誤差變量歸宿值之權衡分別爲$(qr+q+r+4)/qr$，$(rp+r+p+4)/rp$及$(pq+p+q+4)/pq$。又AB,BC及CA因子交感效用誤差變量歸宿值之權衡分別爲$(r+1)/r$，$(p+1)/p$及$(q+1)/q$。惟ABC因子二次交感效用在試驗各羣組內均勻分佈未與土異混雜，故其誤差變量不必加以權衡。

已知$t_{111}-t_{211}=AB-A-ABC+AC$，而$t_{111}-t_{211}$係兩個數值之關係，$AB-A-ABC+AC$則係四個數值之關係，以數值之個數論，前者爲後者之二分一，故於計算誤差變量之權衡時應乘一係數二分一即：

$$\frac{1}{2}\left(\frac{qr+q+r+4}{qr}+\frac{q+1}{q}+\frac{r+1}{r}+1\right)=\frac{2qr+q+r+2}{qr}$$

（乙）Y羣內任何兩個同組品種（三重記號單百兩位數字相同者）改正總產量之標準誤差：

公式 $S.E.(3nt_{111}-3nt_{121})=\sqrt{3n\times V_E\times\left(\frac{2rp+r+p+2}{rp}\right)}$

與上節理同，即得$t_{111}-t_{121}=AB-B-ABC+BC$其誤差變量之權衡應爲

$$\frac{1}{2}\left(\frac{pr+p+r+4}{pr}+\frac{p+1}{p}+\frac{r+1}{r}+1\right)=\frac{2rp+r+p+2}{rp}$$

（丙）Z 羣內任何兩個同組品種（三重記號百十兩位數字相同者）改正總產量之標準誤差：

公式 $S.E.(3nt_{111}-3nt_{112})=\sqrt{3n\times V_E\times\left(\frac{2pq+p+q+2}{pq}\right)}$

$t_{111}-t_{112}=AC-C-ABC+BC$，其誤差變量之權衡應爲：

$$\frac{1}{2}\left(\frac{pq+p+q+4}{pq}+\frac{p+1}{p}+\frac{q+1}{q}+1\right)=\frac{2pq+p+q+2}{pq}$$

（丁）X 或 Z 羣內任意兩個同組羣但異組品種（三重記號十位數字相同，單百兩位數字各異者）改正總產量之標準誤差：

公式 $S.E.(3nt_{111}-3nt_{212})=\sqrt{3nV_E\left(\frac{2pqr+pq+qr+rp+2p+2r}{pqr}\right)}$

$t_{111}-t_{212}=AB+BC-A-C$，其誤差變量之權衡應爲：

$$\frac{1}{2}\left(\frac{pq+p+q+4}{pq}+\frac{qr+q+r+4}{qr}+\frac{p+1}{p}+\frac{r+1}{r}\right)$$

$$=(2pqr+pq+qr+rp+2p+2r)/pqr$$

（戊）Y 或 X 羣內任意兩個同組羣但異組品種（三重記號單位數字相同，百十兩位數字各異者）改正總產量之標準誤差：

公式 $S.E.(3nt_{111}-3nt_{221})=\sqrt{3nV_E\left(\frac{2pqr+pq+qr+rp+2p+2q}{pqr}\right)}$

$t_{111}-t_{221}=AC+BC-A-B$，其誤差變量之權衡應爲：

$$\frac{1}{2}\left(\frac{qr+q+r+4}{qr}+\frac{rp+r+p+4}{rp}+\frac{p+1}{p}+\frac{q+1}{q}\right)$$

$$=(2pqr+pq+qr+rp+2p+2q)/pqr$$

（己）Z 或 Y 羣內任何兩個同組羣但異組品種（三重記號百位數字相同，單十兩位數字各異者）改正總產量之標準誤差：

公式 $S.E.(3nt_{111}-3nt_{122})=\sqrt{3nV_E\left(\frac{2pqr+pq+qr+rp+2q+2r}{pqr}\right)}$

$t_{111}-t_{122}=AB+AC-B-C$，其誤差變量之權衡應爲：

$$\frac{1}{2}\left(\frac{pq+p+q+4}{pq}+\frac{rp+r+p+4}{rp}+\frac{q+1}{q}+\frac{r+1}{r}\right)$$

$$=(2pqr+pq+qr+rp+2q+2r)/pqr$$

（庚）任意兩個既不同組且異組羣之品種（三重記號三位數字全不相同者）改正總產量之標準誤差：

公 式 $S.E.(3nt_{111}-3nt_{222})=\sqrt{3nV_E\left(\frac{2pqr+pq+qr+rp+2p+2q+2r}{pqr}\right)}$

$t_{111}-t_{222}=-(A+B+C+ABC)$，其誤差變量之權衡應爲；

$\frac{1}{2}\left(\frac{pq+p+q+4}{pq}+\frac{pr+p+r+4}{pr}+\frac{qr+q+r+4}{qr}+1\right)$

$=(2pqr+pq+qr+rp+2p+2q+2r)/pqr$

（甲）不論同組或同組羣與否任何兩個改正總產量相差之標準誤差(平均標準誤差)：

公 式 $S.E.(3nt_{111}-3nt_{uvw})$或$S.E.md=\sqrt{3nV_E}$

$\times\sqrt{\{2(p-1)(q-1)(r-1)+3(q-1)(r-1)+3(p-1)(r-1)+3(p-1)(q-1)+6(p-1)+6(q-1)+6(r-1)\}/pqr-1}$

此式之出處係以品種改正總產量依複因子設計中各因子主因及交感效用各變異平方和之和，除以品種自由度$(pqr-1)$即得。玆先將品種變因及其相當之自由度，變量，平方和之因子分析表列如下：

變　　因	自　由　度	變　　量	平　　方　　和
A 因 子	$p-1$	$3n\times6V_E$	$3n\times6V_E\times(p-1)$
B 因 子	$q-1$	$3n\times6V_E$	$3n\times6V_E\times(q-1)$
C 因 子	$r-1$	$3n\times6V_E$	$3n\times6V_E\times(r-1)$
A因子×B因子	$(p-1)(q-1)$	$3n\times3V_E$	$3n\times3V_E\times(p-1)(q-1)$
B因子×C因子	$(q-1)(r-1)$	$3n\times3V_E$	$3n\times3V_E\times(q-1)(r-1)$
C因子×A因子	$(r-1)(p-1)$	$3n\times3V_E$	$3n\times3V_E\times(r-1)(p-1)$
A因子×B因子×C因子	$(p-1)(q-1)(r-1)$	$3n\times2V_E$	$3n\times2V_E\times(p-1)(q-1)(r-1)$
總 計	$pqr-1$		

$\{[3n\times6V_E\times(p-1)]+[3n\times6V_E\times(q-1)]+[3n\times6V_E\times(r-1)]+[3n\times3V_E\times(p-1)(q-1)]+[3n\times3V_E\times(q-1)(r-1)]+[3n\times3V_E\times(r-1)(p-1)]+[3n\times2V_E\times(p-1)(q-1)(r-1)]\}/pqr-1=3nV_E[2(p-1)(q-1)(r-1)+3(q-1)(r-1)+3(p-1)(r-1)+3(p-1)(q-1)+6(p-1)+6(q-1)+6(r-1)]/pqr-1$

六、結語

近十數年來我國各省農事機關鑒於各地農家栽培固有稻麥品種特多，種子混雜，漸趨退化，而且曾由一地一場育成之優良系因受作物本身對地域適應能力之限，未便普遍推廣，故曾先後

舉行大規模之地方品種檢定工作，繼以多品種之地方試驗配合，從而取締農家劣雜品種，逐漸擴大純化之良種栽培面積，期增加糧食生產，改良稻麥品質，惟檢定所得種系，常多至數百千以上，且確數事前更難預知，待作地方種系比較試驗其時，常受試驗區集面積及可容種系數之限制，往往不得已削足就履，分開試驗，以至各參試種系所得之地力待遇不平，難獲準確之產力比較，取捨猶疑，更有進者，其結果之統計分析方法，每訛妄從，以致判斷失真，埋沒事實，筆者有見及此，特為工作同志介紹此活用性與容納力較大之數種多品種比較試驗設計及分析方法。

此等試驗方法之結果計算公式，大部係筆者自等組設計中引伸而得，並於本文中作部分之分析與討論，結果二元二羣及三元三羣不等組試驗兩法，全部合理，堪稱適用，惟二元三羣不等組試驗法中收量改正公式，未臻完善，有待吾人之研究，若因現無適當公式使用而暫行放棄，除於參試品種之遇合機會受其影響外，餘對參試品種數之容納與適應可用二元二群不等組試驗完全替代，蓋因前者與後者之別，僅在分組方法之多少，其他毫無關係也。

如係等組試驗，吾人亦可將本文中所列各項計算公式化用，法甚簡便易行，係將各式中之 q 及 r 代以 p，然後簡約之即得。

此等試驗方法，曾經筆者試用多年，結果尚稱良好，惟此種場設計及統計分析手續，則因參試種系數目增加而麻煩，其所要求必備條件亦苛，非人力設備不甚完全之場所所能應用者。

本文係於「九一八」十週年紀念日脫稿於永安茅坪福建省農事試驗場作物育種室。

七、摘 要 (Resume)

1. Since Yates (2) and C. H. Goulden (3) published the methods of pseuedo-factorial experiments for varital trials, Mr. C. M. Wang (1) has proposed the correct estimation of variery variance directly from the corrected varietal yields instead of the methods of factorial analysis described by them, and this is why he prefers to denominate "Multi-varietal Trial." in place of pseudo-factorial experiments." As a result of releasing the underestimation of varietal variance this modification renders is application undoubtedly

2. In this object, many papers have described on part of eqpal groups of sets, not on part of unequal groups of sets. Usually, the part of unequal groups of sets in practice is more useful than the part of equal groups of sets, particularlly, at the preliminary trials of varieties or strians.

3. This paper has suggested and illustrated the application of statistical analysis af un-equal groups of sets in multi-varietal trials. But unfortunately the formula of corrected varietal yields in trial of two dimensions with three unegual groups of sets wae not quite preper.

4. A strian trial of rice conducted at Wuchow Agriculture Experimental Station of Kwongsi University in 1937 was used to demonstrate the statistical procedure of two dimensional multi-varietal trials with two unequal groups of sets.

八、參考文獻(Literatured)

(1)汪厥明(C. M. Wang)，多品種比較試驗之理論與實際 (The Principles and Practice of Multi-Varietal Trials)福建省農業改進處印行(Pubished by The Departmeut of Agri-culture, Fukien Provincial Government)研究報告第一號(Research Bulletin No.1)民國三十年七月出版(July 1941)

(2) Yates, F., A. New Method of Arranging Variety Trials involving a Large Number of Varietes. Jounal of Agricultural Science Vol XXVI, part 3, 1936.

(3) C.H. Goulden., Mordern Methods for Testing a Large Mumber of Varieties. Technical Bulletin 9. Dominion of Canada-Department of Agriculture 1937

定價國幣一圓