اللآلى البهيه

فى الهندسة الوصفيه

بسم الله الرحمن الرحيم

حمدك يامن عرف بكمال الوصفيه وتنزه عن التشبيه والجسميه اكمل واجب قام بحقه اللسان واحسن حلية يتحلى بها الانسان واجل ممدود من افواه المحابر واحسن مرسوم فى صدور الدفاتر وشكرك ياذا النعمة والعطاء مجلبة لزيادة الآلاء فسبحانك يامصوّر اشكال المخلوقات ومزين مساقط الغيب بانواع النبات وحافظ الطير فى الفراغ من السقوط وممسك السماء بلا عمد عن الهبوط ارسيت الجبال على مستوى الغبراء وزينت بالانجم الزهر محيط الجرباء نسألك ياذا العزة الباهره والقدرة التامة القاهره ان تصلى على مركز دائرة الكمال نبيك المبعوث فى خير آل محمد القاطع بالبتار الحداد رؤس اهل الشرك والعناد صلى الله عليه وسلم وشرف وكرم وعظم وعلى آله الذين اقاموا عمود الدين بمستقيم الحجج والبراهين

ما

ما استبان الضياء ودرجت الظباء وتلونت الحرباء فى هاجرة البيداء (وبعد) فالرياضة غذاء الارواح ومناط جل مصالح الاشباح بها كمال النفوس البشرية واصلاح كل خلل ملكى وزية فهى عند العقلاء اجل صناعه يربح سعيه من اتخذها بضاعه بل بها تزداد القوة العاقلة وتقوى فى ميدان المناضلة لكونها غير ظنية الدلائل فلا يؤثر فيها سهم المناضل بل هى قطعية البراهين مؤسسة على المشاهدة واليقين ولا يبعد ان تكون سببا للنجاح ومجلبة لرضاء الفتاح لان بها صلاح العباد وزوال ما يعتريهم من ضرر العناد وبالجملة فهى بكل ثناء حريه لاسيما الهندسة الوصفيه التى هى لغة المهندس ولسانه من عرفها جل عند العقلاء مكانه ومن لم يعرفها لم يعرف رسما ومن كان فى هذه اعمى فهو فى الآخرة اعمى فلا يمكنه وصف مشاهد سواء تقارب منه او تباعد هذا ومن جملة ما انتظم فى سلك التعريب وتداولته ايدى التصحيح والتهذيب كتاب فى هذا الفن جديد الاعمال حسن الترتيب ليس له مثال ترجمه الماهر اللبيب والعاقل الاريب صاحب الاخلاق الحسان ابراهيم افندى رمضان ولما اكمل تعريبه وتدريسه فى مدرسة الهندسة النفيسه المهندسخانة الخديوية معدن النفائس الرياضية تداولته ايدى التصحيح وتحته غاية التنقيح فقابله على اصله الفرنساوى من هو للمهارة حاوى صاحبى الذى أثق به ودليلى حسن افندى المصحح الجبيلى فاطلق عنان قلمه فيه وصححه وامعن نظره فى ترجمته واصلحه ثم وصل الى يد راجى غفر الاوزار ابراهيم الدسوقى عبد الغفار فهذب عباراته ومبانيه وحرر بعد السؤال معانيه وبذل فيه غاية المجهود ونظمه نظم اللآلى فى العقود مع مقابلة الثانى ومترجمه الاول ليكون بذلك اتقن واكمل ولا يلزم على تحسين مبناه الاخلال بشئ من معناه كان ذلك بامر من يحببه السعد بلبيك سعادة اميرالّواء ادهم بيك لازال محفوفا بالالطاف الخفيه مشمولا بالاسعافات الداورية وفاء بواجب خدمة صاحب السيادة والعطايا المورثة للسعادة من ملك

بجوده رقاب العباد وعم كرمه منهم الحاضر والباد رب الفطنة القوية والرأى العلى ولى نعمتنا الحاج محمد باشا على ايدالله بمنه وكرمه دولته وسدد بقهره وقوته صولته ولازال مسعود الاوقات دائم الحظوظ والمسرات مجاب المبادى مكبوت المعادى بجاه من ركب البراق وارتقى السبع الطباق ولما تهيأ للتمام ولبس وشاح الختام وسمته باللآلى البهية فى الهندسة الوصفية وقد ان ان نشرع فى المقصود فنقول بعون الله الملك المعبود

(الجزء الاول)

(فى النقطة والمستقيم والمستوى)

(الباب الاول)

(تنبيهات اوليه)

(١)

الهندسة العادية تبين تبيينا تاما الوضع النسبي لاجزاء شكل ما كائن كله فى مستو واحد لكنها غير كافية فى بيان العمليات اللازم اجراؤها فى الفراغ كما يظهر ذلك بامثلة سهلة جدا

ومن المعلوم ان بعد نقطة عن مستوى يقدر بالعمود النازل من هذه النقطة على هذا المستوى لكن كيفية تبيين اتجاه هذا العمود وكيفية تعيين نقطة تقابله بالمستوى لا تنحلان بالهندسة العادية لان طرقها الرسمية غير كافية فى ذلك فلذا لزم استعمال طرق خصوصية تتعلق معرفتها بالهندسة الوصفية فعلى هذا تعريف الهندسة الوصفية بان الغرض منها معرفة رسم ذى الثلاثة ابعاد على فرخ من ورق ذى بعدين فقط غير صواب لان هذا الغرض ليس الاجزءا واهيا منها فانها زيادة عن ذلك تبين طرق بحث يصح تطبيقها مع الفائدة التامة على جميع المسائل العملية للوضع النسبي وبالتحليلات الجبرية يمكن حل مسائل النسب الميترية وبالجملة فبمجموع هذين الفرعين الرياضيين يمكن حل اى مسئلة كانت

وقد قال المهندس منج فى الهندسة الوصفية انها لغة المهندس فلا بد له حينئذ من معرفة قرآءة لغته وكتابتها

ثم ان جميع اشغال المهندس لا تخرج عن مسئلتين

الاولى الوصف اعنى رسم صورة جسم اوعدة اجسام على فرخ ورق بحيث

يمكن تكوينها فيما يراد تكوينها فيه من المحال

الثانية التصور اى انه بعد تخيل جسم او عدة اجسام يعمل رسمها بحيث يمكن ابرازها خارجا بالضبط بواسطة هذا الرسم

(٢)

متى تحرك مستو او اى سطح كان لا يعتريه تغير فى جزء من اجزائه ولا فى اوضاع النقط بالنسبة الى بعضها ولا فى اوضاع خطوطه فى وقت ما من اوقات الحركة ولا فى مقادير الزوايا الحادثة بين خطوطه ولا فى طول خطوطه المحدودة ومتى دور مستو حول خط تقاطعه بمستو آخر حتى اتحد معه يقال لذلك انطباق المستوى الاول على الثانى وهذه العملية تتكرر كثيرا فى الهندسة الوصفية لتحويل بعض تراكيب على فرخ من ورق لم تكن فيه ويحصل ذلك ايضا باعتبارات اخرى كثيرة الفائدة

(فى بيان النقطة)

(٣)

متى امكن ايجاد جميع نقط اى جسم او سطح او خط بواسطة معالم علم الجسم او السطح او الخط فيجب حينئذ قبل كل شئ معرفة ثبوت وضع اى نقطة فى الفراغ * ويستعمل لذلك عدة طرق نشرحها فيما بعد اسهلها هو اعتبار مستويين يتقاطعان فى زوايا قائمة كما فى (شكل ١) يفرض احدهما ق قَ افقيا والآخر ر رَ رأسيا وخط تقاطعهما خ ض يسمى بخط الارض وكل من هذين المستويين اللازم تصورهما ممتدين الى غير نهاية يقطع الآخر الى جزئين او جهتين يسمى الجزء خ ض ق من المستوى الافقى الكائن امام الرأسى بالجزء المقدم والجزء خ ض قَ الكائن خلف المستوى الرأسى يسمى بالجزء المؤخر والجزء خ ض ر من المستوى الرأسى الكائن فوق المستوى الافقى يسمى بالجزء الاعلى والجزء خ ض رَ الموجود اسفله يسمى بالجزء الاسفل ويتكون ايضا من هذين المستويين اربع زوايا زوجية

تميز باسماء الاجزاء المكونة هي منها

فالزاوية ق خ ض ر تسمى الزاوية المقدمة العليا ويرمز لها بالرمز م ع

والزاوية قَ خ ض ر تسمى الزاوية المؤخرة العليا ويرمز لها بالرمز خ ع

والزاوية قَ خ ض رَ تسمى الزاوية المؤخرة السفلى ورمزها خ س

والزاوية ق خ ض رَ تسمى الزاوية المقدمة السفلى ورمزها م س

(٤)

اذا تقرر ذلك يقال اذا انزلنا من النقطة الفراغية م عمودا م ه على المستوى الافقي ق قَ تسمى النقطة ه التي هي اثر هذا الخط بمسقط النقطة م الافقي والعمود م ه بالخط المسقط افقيا للنقطة م وكذلك اذا انزلنا م ع على ر رَ يكون الاثر ع لهذا المستقيم مسقط النقطة م الرأسي ويكون خط ع م الخط المسقط رأسيا للنقطة م

(٥)

اذا امر مستو من م ه و م ع يكون الشكل م ه و ع الكائن في هذا المستوى بالضرورة مستطيلا ويكون المستوى زيادة عن ذلك عمودا على ق قَ وعلى ر رَ فيكون بالضرورة عمودا على خ ض فينتج اولا ان البعد م ه اى من النقطة م الى المستوى الافقي يساوي البعد ع و اى من مسقطها الرأسي الى خط الارض

وثانيا ان البعد م ع اى من النقطة م الى المستوى الرأسي يساوي البعد ه و اى بعد المسقط الافقي عن خط الارض

وثالثا اذا انزلنا من مسقطي نقطة واحدة عمودين على خط الارض فانهما يقطعانه في نقطة واحدة

(٦)

المسقطان ه و ع للنقطة م يعينان موضعها في الفراغ وذلك ان

النقطة توجد على عمود المستوى ق قَ القائم من المسقط الافقى ه على بعد يساوى و ع فحينئذ اذا اخذ بعد ه م = و ع تكون النقطة م هى النقطة المطلوبة وتحصل ايضا بأخذ ع م = و ه على عمود قائم من النقطة ع على المستوى الرأسى ر رَ وبالجملة فالعمودان القائمان من النقطتين ه و ع على المستويين ق قَ و ر رَ يكونان فى مستو واحد فحينئذ يتقاطعان فى النقطة م التى مسقطاها ه و ع

(٧)

وتتعين النقطة اذا كانت على مستقيمين اوعلى مستقيم ومستو وبهذه الكيفية تتعين النقطة دائما لان معنى تعين مسقطى نقطة ما كون النقطة على مستقيمين عمودين على مستويى المسقط ومارين من المسقطين المعلومين

(٨)

وقد اعتبرنا فيما ذكر مستويين فلتحويل التراكيب على فرخ الرسم يفرض ان المستوى الرأسى ر رَ يدور حول خط الارض خ ض كباب يدور على عقبه حتى ينطبق على المستوى الافقى بحيث ينطبق الجزء الاعلى خ ض ر على الجزء المؤخر خ ض قَ والجزء الاسفل خ ض رَ على الجزء المقدم خ ض ق

وبهذه الحركة يتحرك المسقط الرأسى ع وكذلك خط و ع فينطبق فى و كَ على امتداد ه و بحيث انه بعد انطباق المستوى الرأسى على المستوى الافقى يكون المسقطان ه و كَ لنقطة واحدة فراغية على عمود واحد على خط الارض فمن ذلك ينتج ان كل نقطتين منتخبتين اختيارا لابد لان على مسقطى نقطة واحدة فراغية الاان كانتا على عمود واحد على خط الارض

(٩)

ولنرمز من الآن فصاعداً الى اى نقطة فراغية بحرف صغير من حروف الهجاء ولمسقطيها بعين هذا الحرف موضوعاً فوقه حرف ن ان كان المسقط افقياً و ر ان كان المسقط رأسياً

فالنقطة م الفراغية مثلا يرمز لمسقطها الافقى بالرمز مٓ والرأسى مٓ انظر (الشكل ٢) وتعين اى نقطة فى الهندسة الوصفية بمسقطيها والنقطة المعلومة هى النقطة المعلوم كل من مسقطيها الافقى والرأسى ومتى طلب ايجاد نقطة فراغية فالمراد ايجاد مسقطيها

ومتى وصف اى شكل فراغى وجب رسمه حالا على فرخ الرسم وبالعكس اى انه متى وجد رسم اى شكل لزم تصوره فى الفراغ ومن ثم متى علمت مساقط اى نقطة وجب ان يتصور موضعها الفراغى وبالعكس اى متى علم موضعها الفراغى وجب ان يستنتج منه حالا وضعا مسقطيها

(فى بيان اوضاع النقطة)

(١٠)

النقطة يمكن ان تشغل عدة محال فراغية يدل عليها باوضاع مسقطيها بالنسبة لخط الارض كما يدل على الاوضاع المذكورة فى الهندسة التحليلية بعلامات ومقادير الخطوط الاحداثية ولنذكر الاوضاع فنقول

(اولا) اذا كانت النقطة فى احدى الزوايا الاربع الزوجية الحادثة من مستويى المسقط يسهل مشاهدة وجود مسقطيها على الجزئين المكونين لهذه الزوايا من المستويين وتتضح اوضاعها الاربع التى تشغلها فى هذه الحالة من الشكل (٣)

(ثانيا) اذا كانت النقطة على احد مستويى المسقط فلا مسقط لها على هذا المستوى الا نفسها واما مسقطها الآخر فيكون بالضرورة على خط الارض ولذلك اربع حالات تظهر للنظر من الشكل (٤) المبين فيه انه لا علامة فوق رمز النقطة ليدل ذلك على ان النقطة هى التى على المستوى لا احد مسقطيها

(ثالثا) اذا كانت النقطة على خط الارض فلا مسقط لها الا هى واذا لم يكتب بجوارها الاحرف م فقط كما هو مبين فى (الشكل ٥)

(رابعا) اذا كانت النقطة فى احدى الزوايا الاربع الزوجية امكن ان تكون على بعد واحد من مستويى المسقط اى انه يمكن ان يكون وم = ومَ انظر (الشكل ٢) و (بند ٥) ومتى كان المسقطان فى جهة واحدة من جهتى خط الارض انطبقا على بعضهما ولذلك حالتان مبينتان فى (الشكل ٦) ومن هنا ينتج

اولا ان جميع النقط الممتازة المساقط والمتساوية البعد عن خط الارض توجد على المستوى القاسم للزاويتين مع و خس الى قسمين متساويين

وثانيا ان كل نقطة اتحد مسقطاها توجد على المستوى القاسم للزاويتين خع و مس الى قسمين متساويين

(فى بيان المستقيم)

(١١)

اذا انزلنا من جميع نقط مستقيم اعمدة على المستوى الافقى تكون اثارها اى مواقعها المساقط الافقية لنقط المستقيم ويكون الخط الجامع لها المسقط الافقى للمستقيم وتكون جميع هذه الاعمدة فى مستو واحد عمود على المستوى الافقى ويكون تقاطعه مع هذا المستوى مسقط المستقيم وكذا يقال فى سقوط اى مستقيم على مستو ما فحينئذ يكون مسقط المستقيم على مستو ما خطا مستقيما

وكيفية تحصيل مسقطى مستقيم ان يمر بهذا المستقيم مستويان عمودان على مستويى المسقط يسمى احدهما بالمستوى المسقط افقيا للمستقيم والآخر بالمستوى المسقط رأسيا للمستقيم .

(١٢)

ولنرمز من الآن فصاعدا لاى مستقيم فراغى بحرف كبير ولمسقطيه بعين الحرف المذكور موضوعا عليه حرف ن ان كان المسقط افقيا و ر ان كان المسقط رأسيا فرمزى و ن و ر يدلان على المسقطين الافقى والرأسى للمستقيم و كما فى (الشكل ٧)

وقد يرمز للمستقيم بنقطتين من نقطه لكن المستقيم المحدد الطول يرمز اليـه دائما بنقطتى نهايتيه

(١٣)

اى مستقيم يتعين على العموم بمسقطيه لانه اذا اقيم من و ن مستو عمود على المستوى الافقى ومن و ر اخر عمود على المستوى الرأسى يوجد المستقيم و على هذين المستويين معا فيكون بالضرورة خط تقاطعهما ومن هنا ينتج ان المستقيم المعلوم بمسقطيه يعلم حقيقة بالمستويين حيث انه خط تقاطعهما ويتعين ايضا اى مستقيم تعينا تاما بنقطتين من نقطه لانهما يعينان نقطتين من كل من مسقطيه

ولنعتبر اعتبارا زائدا من نقط المستقيم النقطتين اللتين يقطع فيهما المستقيم المذكور مستويى المسقط ويسميان باثرى المستقيم لانهما صالحتان كل الصلاحية لتعيين اتجاهه

(١٤)

(المسئلة الاولى) اذا كان المعلوم اثرى مستقيم والمطلوب ايجاد مسقطيه يقال

اذا فرض ان ا الاثر الافقى للمستقيم د و ب اثره الرأسى كما فى الشكل (٧) يكون ا ر و ب ن على خط الارض انظر (ثانيا من نمرة ١٠) وعلى العمودين النازلين على هذا الخط من النقطتين ا و ب انظر بند (٨) ومن هنا يتحصل نقطتان ا ن و ب ن من و ن

واخريان ب و أ من وَ فبهذا يعلم المسقطان

(١٥)

(المسئلة الثانية) اذا كان المعلوم مسقطى مستقيم والمطلوب ايجاد اثريه يقال

حيث ان الاثر الافقى كماق (شكل ٧) على المستقيم و والمستوى الافقى يوجد مسقطه الرأسى بالضرورة على وَ وعلى خ ض فيكون حينئذ فى اً وتكون النقطة ا هى مسقط نفسها الافقى فتكون حينئذ على وً وعلى عمود واحد على خط الارض مع اً اى انه يكون فى نقطة تقاطع هذين المستقيمين ا وكذلك اذا كان الاثر ا الرأسى على و وعلى المستوى الرأسى يكون مسقطه الافقى فى بً واما النقطة نفسها فتكون فى ب

ومن هذا ينتج انه يلزم لايجاد اثر مستقيم ان يمد المسقط المخالف للاثر فى الاسم الى خط الارض وان يقام من نقطة التقابل عمود على الخط المذكور فتكون نقطة تقاطعه مع المسقط الآخر الاثر المطلوب

(١٦)

قد لا ينحصر المستقيم الممتد الى غير نهاية فى زاوية واحدة وحينئذ يكون الجزء الكائن فى الزاوية م ع مشاهدا لكن كل ما يكون منه خلف المستوى الرأسى او اسفل الافقى يكون مخبأ باحد هذين المستويين ويبين ذلك على الشكل بطريقة رسم مساقط اجزاء هذا المستقيم وقد اصطلح على رسم مسقطى الجزء المحصور فى الزاوية م ع بخطين اتصاليين وعلى رسم مسقطى جزء المستقيم المحصور فى احدى الزوايا الثلاث الاخر بخطين نقطيين ذواتى نقط مستطيلة كما يظهر ذلك من اشكال الامثلة الآتية ومن المعلوم ان الجزء المشاهد من المستقيم يكون مسقطه الافقى تحت خط الارض بخلاف مسقطه الرأسى فانه يكون فوقه

لكن لا يليق هذا الاصطلاح الا بالخطوط الاصليه من الشكل اعنى الخطوط الدالة على معالم المسئلة او مجاهيلها المطلوبة واما الخطوط غير الاصلية فتنقسم

(اولا) الى الخطوط المساعدة وهى وان لم تكن من جملة الخطوط الاصلية لها وقع عظيم فى الشكل وترسم بخطوط متقطعة بمعنى انها مكونة من اجزاء مستقيمة متفاصلة بنقطة او عدة نقط وتسمى بالخطوط المركبة

(وثانيا) الى خطوط العمل وقد تسمى بخطوط السقوط وتعتبر عدمية لقلة نفعها فى الرسم وترسم بخطوط نقطية مكونة من اجزاء اصغر وادق من الاجزاء الداخلة فى تركيب الخطوط المساعدة

وقد يوجد زيادة على اجزاء الشكل الخبأ بمستوى المسقط اجزاء اخر يمكن ان تكون مخبأة باجزاء الشكل الامامية لكن لعدم تكثير خطوط الشكل النقطية المضر بوضوحه نفرض غالبا ان اجزاء الشكل المذكورة تكون مبينة بالخطوط المرسومة على مستوى المسقط الكافية لتعيينها

(فى بيان اوضاع المستقيم)

(١٧)

يمكن ان يشغل المستقيم عدة اوضاع فراغية تبين باوضاع المساقط بالنسبة لخط الارض ويرسم هذه المساقط ولنذكر ذلك فنقول

(اولا) قد يكون المستقيم مايلا بالنسبة لمستوى المسقط وجزؤه المحصور بين الاثرين فى احدى الزوايا الاربع الزوجية فحينئذ يكون اثر المستقيم المذكور كائنين على جزئى المستويين المكونين للزاوية المذكورة فبذلك يتحصل معنا اوضاع اربعة كما فى (الشكل ٨) ونسهل معرفتها بمجرد رسمها ولاجل بيان هذا الرسم نقول حيث كان فى الوضع الاول الجزء ا ب الكائن فى الزاوية م ع مشاهدا يكون الجزآن ا $ب'$ و $ا'$ ب من المسقطين مرسومين

بخطين اصاليين لكن المستقيم و بعد مجاوزته نقطة ا يمر تحت المستوى الافقى وبمجاوزته النقطة ب يمر خلف المستوى الرأسى ومن ثم رسموا جزءى المسقط الافقى الكائنين خارج النقطتين ا و بً وجزءى المسقط الرأسى الكائنين خارج النقطتين اً و ب بخطوط تقطاية وبهذه الكيفية يصنع الرسم اللازم اجراؤه فى الحالات الثلاث الاخر

ولنفرض الآن ان المستقيمات مرسومة بدون رمز فنقول لاجل الاستدلال بكيفية الرسم على مسقط المستقيم الافقى يقال ان جزء المستقيم المرسوم مسقطاه بخطين اصاليين لابد وان يكون فى الزاوية م ع ففى الوضع الرابع مثلا يكون جزء المستقيم الذى على يسار النقطة ا هو الموجود فى الزاوية الاولى فيكون مسقط هذا الجزء الافقى تحت خط الارض ومسقطه الرأسى فوقه وبذلك تكون النقطة ا اثر المستقيم الافقى والنقطة ب اثره الرأسى ويقاس على ذلك ايجاد اتجاه المستقيم فى الاوضاع الثلاثة الباقية

(وثانيا) قد يكون المستقيم موازيا للمستوى الافقى فيكون مسقطه الرأسى حينئذ موازيا لخط الارض لان جميع نقط المستقيم و على بعد واحد من المستوى الافقى واما المسقط الافقى فيكون حيثما اتفق وتأتى هنا الاوضاع الثلاثة المبينة فى (الشكل ٩) باعتبار كون المستقيم و فوق المستوى الافقى اوداخله اواسفله

(وثالثا) قد يكون المستقيم موازيا للمستوى الرأسى فيكون مسقطه الافقى موازيا لخط الارض واما مسقطه الرأسى فيكون حيث ما اتفق وتأتى هنا الاوضاع الثلاثة المبينة فى (الشكل ١٠) باعتبار كون المستقيم و امام المستوى الرأسى اوداخله اوخلفه

(ورابعا) اذا كان المستقيم كما قد يتفق موازيا لمستويى المسقط معا فيلزم ان يكون موازيا لخط الارض فيكون مسقطاه حينئذ موازيين لخط الارض خ ض

ومن هنا يتحصل معنا اوضاع تسعة اربعة منها فيما اذا كان المستقيم فى احدى الزوايا الاربع الزوجية كما فى (الشكل ١١) واربعة منها فيما اذا كان المستقيم على احدى اربع جهات مستو يى المسقط كما فى (الشكل ١٢) والتاسع فيما اذا كان المستقيم متحدا مع خط الارض كما فى (الشكل ١٣)

وهذه الاوضاع التسعة عين تسعة اوضاع النقطة المبينة فى (الشكل ٣ و٤ و٥) فيكفى فيها ان تبدل النقط م و مَ و مُ الخ فى (الشكل ٣و٤و٥) بالمستقيمات و و وَ و وُ الخ الموازية لخط الارض فاذا كان المستقيم فى هذه الحالة متساوى البعد عن المستويين كان مسقطاه متساويى البعد عن خط الارض ولو كان مسقطاه فى جهة واحدة لانطبقا على بعضهما كما فى (الشكل ١٤) وكان المستقيم حينئذ فى المستوى القاسم للزاويتين م س و خ ع الى قسمين متساويين

(وخامسا) اذا كان المستقيم عمودا على المستوى الافقى يؤل مسقطه الافقى الى نقطة واحدة ويكون مسقطه الرأسى عمودا على خط الارض لان المستوى المسقط للمستقيم رأسيا والمستوى الرأسى للمسقط يكونان عمودين على المستوى الافقى ويكون للمستقيم فى هذه الحالة ثلاثة اوضاع باعتبار كونه امام المستوى الرأسى او داخله او خلفه كما فى (الشكل ١٥)

(وسادسا) اذا كان المستقيم عمودا على المستوى الرأسى كان له كذلك ثلاثة اوضاع متشابهة باعتبار كونه فوق المستوى الافقى او داخله او اسفله كما فى (الشكل ١٦)

وينتج من هاتين الحالتين ان وم كما فى (الشكل ٢) هو المسقط الرأسى للمستقيم المسقط افقيا للنقطة م ومسقطه الافقى النقطة مَ واما ومَ فهو المسقط الافقى للمستقيم المسقط رأسيا للنقطة م ومسقطه الرأسى مُ

(وسابعا) اذا كان اتجاه المستقيم فى الفراغ عمودا على خط الارض صار مسقطاه

مستقيما واحدا عمودا على خط الارض لانا لوامررنا من المستقيم و مستويا رأسيا لكان هذا المستوى عمودا على خ ض فعلى ذلك يكون تقابلاه مع مستويي المسقط وَ و وُ عمودين على خ ض وقاطعين له فى نقطة واحدة فينطبقان على بعضهما بالضرورة بعد انطباق المستوى الرأسى على الافقى ومن هنا ينتج لنا ان مسقطى المستقيم العمودين على خط الارض غير كافيين لتعيين اتجاهه فى الفراغ لكن اذا علم منه نقطتان تعين الاتجاه تعينا تاما ويكون له حينئذ اربعة اوضاع بحسب انحصار الجزء الكائن بين الاثرين فى احدى الزوايا الاربع الزوجية كما فى (الشكل ١٧)

(وثامنا) اذا قابل المستقيم خط الارض اتحد اثراه ا و ب فى نقطة واحدة من الخط المذكور وقد يتفق فى هذه الحالة ان المسقطين وَ و وُ يصنعان كما فى (الشكل ١٨) مع جزء واحد من خ ض زاويتين حادتين احداهما فوقه والاخرى تحته وهذا ينسب بالضرورة للمستقيم النافذ فى الزاويتين م ع و خ س واما اذا كانت الزاويتان الحادتان مصنوعتين من المسقطين مع جزءى خ ض كما فى (الشكل ١٩) دل ذلك بالضرورة على مستقيم نافذ فى الزاويتين خ ع و م س فاذا كانت الزاويتان الحادتان متساويتين يكون المستقيم اما على المستوى القاسم للزاويتين م ع و خ س الى قسمين متساويين واما على المستوى القاسم للزاويتين خ ع و م س كذلك انظر رابعا من نمرة (١٠) وفى هذه الحالة يصير المسقطان مستقيما واحدا كما فى (الشكل ٢٠)

(وتاسعا) اذا كان المستقيم المقابل لخط الارض عمودا عليه فان مسقطاه يتحدان ويصيران خطا واحدا عمودا على خ ض ولا يكفيان حينئذ لتعيينه فيلزم اخذ نقطة ما من المستقيم المذكور كما فى (الشكل ٢١)

(١٨)

وينتج مما ذكر جميعه ان المستقيم يكون معينا بالكلية بمساقط نقطتين من نقطه

الا فى احوال مخصوصة فان مسقطاه لا يكفيان فى تعيينه

(١٩)

اى مستقيمين ليسا عمودين على خط الارض يدلان ابدا على مسقطى مستقيم فراغى لانا اذا اتخذنا المستويين المسقطين من المستقيمين يتقاطعان فى مستقيم معين وقد يكون المستقيم غير معين اذا اتحد مسقطاه وصارا خطا واحدا عمودا على خ ض واى مستقيمين احدهما عمود على خط الارض او كل منهما عمود عليه ولا يقطعانه فى نقطة واحدة لا يصح ان يكونا مسقطى مستقيم واحد فراغى

(٢٠)

المستقيمان الفراغيان اما ان يتقاطعا او يتوازيا ولا يكونان فى مستو واحد ولنبين ذلك فنقول

(اولا) اذا تقاطعا كما فى (الشكل ٢٢) كان مسقطا نقطة تقابلهما م على مساقط و و وَ وحينئذ يلزم ان يكون مَ و م على عمود واحد على خط الارض انظر نمرة (٨)

(وثانيا) اذا توازيا فمسقطاهما المتحدا الاسم يكونان متوازيين كما فى (الشكل ٢٣) لان المستويين المسقطين متوازيان

(وثالثا) اذا لم يكونا فى مستو واحد فنقطة تقاطع مسقطيهما الرأسيين لا تكون مع نقطة تقاطع مسقطيهما الافقيين على عمود واحد على خط الارض كما فى (الشكل ٢٤)

(٢١)

ثم ان عكس هذه الدعاوى الثلاث صحيح ايضا اعنى

(اولا) اذا تقاطعت مساقط المستقيمين فى نقطتين على عمود واحد على خط الارض كما فى (الشكل ٢٢) تقاطع المستقيمان فى الفراغ لان مسقطى النقطة م حيث انهما على مسقطى المستقيم و تكون النقطة على هذا الخط وبذلك تكون ايضا على مستقيم وَ

وثانيا

(وثانيا) اذا توازى المسقطان المتحدا الاسم كما فى (الشكل ٢٣) توازى المستقيمان فان المستويان الاربعة المسقطة متوازية مثنى ويبنى على ذلك ان خطوط التقاطع الاربعة التى من جملتها مستقيما و و وَ متوازية ايضا

(وثالثا) اذا تقاطعت مساقط مستقيمين فى نقطتين ليستا على عمود واحد على خط الارض لا يكون المستقيمان فى مستو واحد كما فى (الشكل ٢٤) فان اى مستقيمين على مستوان لم يتقاطعا يتوازيا فحينئذ تكون مساقطهما مرتبة كما فى (الشكل ٢٢ و ٢٣) وينتج من ذلك انه اذا توازى المسقطان الافقيان فقط او الرأسيان فقط لا يكون المستقيمان متوازيين

(٢٢)

متى كانت مساقط مستقيمين اعمدة على خ ض كانت متوازية ولا يلزم من ذلك ان يكون المستقيمان الفراغيان كذلك

لكن اذا كان و و وَ كما فى (الشكل ٢٥) متوازيين وانتخبنا على كل من المستقيمين نقطتين ا و ب و اَ و بَ وتوهمنا رأسيين نازلين من النقطتين ب و بَ وافقيين مارين من النقطتين ا و اَ وقاطعين للرأسيين فى نقطتين رمزهما ح و حَ حدث مثلثان ا ب ح و اَ بَ حَ متشابهان لان اضلاعهما المتناظرة متوازية فحدث

ح ا : ح ب :: حَ اَ : حَ بَ

لكن حيث ان

ح ا = ا ب و ح ب = اَ بَ و حَ اَ = اَ بَ و حَ بَ = اَ بَ

يحدث بالتبديل

ا ب : اَ بَ :: اَ بَ : اَ بَ

(٢٣)

ويقال فى عكس ذلك متى حصلت هذه المناسبة يكون المستقيمان و و وَ متوازيين لان المثلثين ا ب ح و اَ بَ حَ القائمى الزاويتين فى ح و حَ

يكونان بعد تصورهما كماذكر متشابهين لان فيهما زاويتين متساويتين كل منهما محصورة بين ضلعين متناسبين مع ضلعي الاخرى ومتوازيين لهما كل لنظيره ومنه يحدث ان الوترين ا ب و اَ بَ اوالمستقيمين و و وَ متوازيان

(٢٤)

(المسئلة الثالثة) اذا اريد ان يمر من نقطة معلومة مستقيم موازلاخر معلوم يقال

لابد كمافى (الشكل ٢٦) ان يمر مسقطا المستقيم المفروض س بمسقطى النقطة المعلومة م كل بنظيره وان يكونا موازيين لمسقطى المستقيم المعلوم و كل لنظيره

(فى بيان الخطوط المنحنيه)

(٢٥)

اذا انزلنا من جميع النقط ا و ب و ح .... م كمافى (الشكل ٢٧) اعنى نقط المنحنى ج اعمدة على المستوى الافقى تكون من الاثار اُ و بُ و حُ ...... مُ اعنى اثار الاعمدة المذكورة الخط جُ وهو المسقط الافقى للمنحنى المذكور ج واما الاعمدة نفسها ااُ و ببُ و ححُ ..... ممُ فتكون متوازية ويحدث عنها سطح سوف نسميه بالسطح الاسطوانى ويقال له ايضا سطح مسقط اواسطوانة مسقطة افقيا للمنحنى ج واذا انزلنا ايضا اعمدة على المستوى الرأسى تكون منها اسطوانة مسقطة رأسيا للمنحنى ج فالمنحنى ج حينئذ هو تقابل سطحين

واذا كان المنحنى ج مرسوما داخل مستو عمود على المستوى الافقى مثلا كانت جميع المستقيمات ااُ و ببُ الخ فى المستوى المذكور وكان جُ تقابل هذا المستوى بالمستوى الافقى ومنه ينتج ان

مسقط المنحنى ج الافقى خط مستقيم وان الآخر منحنى بالضرورة واما اذا كان المنحنى ج فى مستو عمود على خ ض فكل من مسقطيه يكون مستقيما

(٢٦)

(المسئلة الرابعة) اذا كان المراد ايجاد نقط تقابل المنحنى بمستوى المسقط يقال ان النقط التى يتقابل فيها المنحنى ج مع المستوى الافقى كما فى (الشكل ٢٨) تسقط انسقاطا رأسيا على جَ وعلى خ ض انظر ثانيا من (نمرة ١٠) فحينئذ يكون المسقطان اَ و بَ فى تقاطعهما وتكون النقطتان ا و ب على جً وعلى العمودين القائمين من النقطتين اَ و بَ على خ ض

ومن المعلوم ان هذين العمودين يقابلان عموما جً فى عدة نقط يمكن جعلها كلها بلا تمييز آثارا للمنحنى ج مالم يكن هنالك حالة تجبرنا على عدم اعتبار بعضها آثارا كما لو فرضنا مثلا ان ا و ب ليسا اثرين للمنحنى ج وبمثل ذلك يكون ايجاد الاثرين الرأسيين

تنبيه قد يوجد جزء من جً غير مقابل لجزء من جَ فلا يكون بالضرورة مسقط جزء من المنحنى ج كما ان هنالك جزءا من جَ ليس جزءا من مسقط المنحنى ج وسنشرح ذلك

(فى بيان المستوى)

(٢٧)

يمكن ان يمر مستو واحد بمستقيمين متوازيين او متقاطعين او بمستقيم ونقطة وينتخب من المستقيمات التى يمكن ان تعين موضع مستو فراغى المستقيمان اللذان يقطع ذلك المستوى فيهما مستويى المسقط ويسميان باثرى المستوى ومن المعلوم انه لا بد وان يقابل اثرا مستو ما خط الارض فى نقطة واحدة هى نقطة تقابل الخط المذكور بالمستوى

ولنرمز لاى مستو فراغى بحرف من حروف الهجاء ولاثريه الافقى والرأسى

بالحرفين ق و ر عليهما رمز المستوى كما فى (الشكل ٢٩)
فرمز قَ و رَ يدلان على اثرى المستوى م ومتى علم مستو بمستقيمين
رمزله برمزى المستقيمين المذكورين موضوعين بين قوسين فرمز (اب) مثلا
يدل على المستوى المعين بكل من المستقيمين ا و ب كما رمز للمستوى المعين
بالمستقيم ا والنقطة ا برمز (اا) ورمز (ا ــ ج) يدل على
المستوى المار بالنقط الثلاث ا و ب و ج

(٢٨)

(المسئلة الخامسة) اذا كان المسقط الافقى لمستقيم على مستو معلوم باثريه معلوما والمطلوب ايجاد مسقطه الرأسى يقال

من المعلوم كما فى (الشكل ٢٩) ان اثرى المستقيم على مستو يكونان بالضرورة على اثرى المستوى فيكون الاثر الافقى للمستقيم و النقطة ا التى هى تقابل قَ بالمسقط وَ ومن ذلك تستخرج النقطة اَ من المسقط وَ وايضا حيث ان الاثر الرأسى للمستقيم و ينسقط افقيا فى النقطة ب التى هى تقابل وَ و خ ض وان النقطة نفسها فى ب على رَ يعلم وَ واذا علم وَ استنتج منه ايضا وَ

(٢٩)

(المسئلة السادسة) اذا كان المسقط الافقى لنقطة على مستو معلوم باثريه معلوما والمطلوب ايجاد مسقطها الرأسى يقال

اذا امررنا فى مستوى م خطا ما مستقيما و من النقطة م كما فى (الشكل ٢٩) يمر وَ من مَ ومنه ينتج وَ انظر (بند ٢٨)

وحيث ان مَ يوجد على وَ وعلى العمود النازل من النقطة مَ على خ ض يكون مَ فى تقابل هذين المستقيمين وكذلك اذا علم مَ يستنتج منه بالكيفية المذكورة مَ ومن هنا ينتج ان المستوى يتعين باثريه تعينا كليا

(٣٠)

ويتعين ايضا المستوى بمستقيمين حيث ما اتفق يتقاطعان

وبيان ذلك ان يفرض ان مَ كما فى (الشكل ٣٠) المسقط الافقى لنقطة من المستوى (أ ب) انظر بند (٢٧) فيمر من النقطة م فى المستوى المذكور مستقيم ما س غير سَ من مَ ويقابل بالضرورة المستقيم س المستقيمين ا و ب فى النقطتين ا و ـ اللتين مسقطاهما الافقيان هما اَ و ـَ وهما تقابل سَ مع اَ ومع بَ ومن هنا ينتج اُ و ـُ اللذان يعلم منهما المسقط سُ الذى يكون المسقط الرأسى مُ للنقطة م عليه فحينئذ تتعين هذه النقطة ولا يخفى انه لو كان المستقيمان ا و ب متوازيين لحدث مثل ذلك

(٣١)

(المسئلة السابعة) اذا علم مستو بمستقيمين واريد ايجاد اثريه يقال ان اثرى كل مستقيم لا بد وان يوجدا على اثرى المستوى المذكور كما فى (الشكل ٣١ و ٣٢) فاذا بحثنا عن الآثار المذكورة بالكيفية المقررة فى نمرة (١٥) نجد نقطتين ا و ـ من الاثر قَ وآخرين اَ و ـَ من رُ ولا بد ان يقطع هذان الاثران خط الارض خ ض فى نقطه واحدة وهذا برهان على صحة الاعمال

ولنذكر على سبيل الاستطراد ان احسن طرق حل المسائل المراد حلها الاقتصار بقدر ما يمكن على طرق تصحيحها بدون زيادة ينشأ عنها عدم سهولة الاعمال

(٣٢)

ولو اريد ايجاد اثرى مستو معلوم بالمستقيم و والنقطة م للزم ان يمر من النقطة المذكورة مستقيم وَ موازٍ للمستقيم و او قاطع له ثم يبحث عن اثرى المستوى (و وَ)

واذا كان المستوى معلوما بثلاث نقط حدث لنا بجمعها مثنى ثنى ثلاث مستقيمات والاحسن ان يجمع بين اثنين منها بمستقيم ويمد من النقطة الثالثة موازله وبذلك يسهل حل هذه المسائل المختلفة

(فى بيان اوضاع المستوى)

(٣٣)

يمكن ان يشغل المستوى عدة اوضاع فراغية نذكرها فنقول

(اولا) قد يكون المستوى مائلا بالنسبة لمستوى المسقط فله حينئذ حالتان متميزتان كما فى (الشكل ٣٣) بحسب كون الاثرين يصنعان مع جزء من خ ض اومع جزئين منه مختلفين زاويتين حادتين ا١ و ب١

(وثانيا) يمكن فى الحالتين المذكورتين ان تكون الزاويتان ا١ و ب١ متساويتين وفى الحالة الثانية فقط ينطبق الاثران كما فى (الشكل ٣٤)

(وثالثا) قد يكون المستوى م عمودا على المستوى الافقى فيكون اثره الرأسى عمودا ايضا على المستوى المذكور كما فى (الشكل ٣٥) ويلزم بالضرورة ان يكون عمودا على خط الارض

(ورابعا) قد يكون المستوى عمودا على المستوى الرأسى كما فى (الشكل ٣٦) فيكون اثره الافقى عمودا على خط الارض بالضرورة

(وخامسا) قد يكون المستوى عمودا على خط الارض فيتطابق اثراه بالضرورة ويصيران مستقيما واحدا عمودا على خط الارض كما فى (الشكل ٣٧)

(وسادسا) قد يكون المستوى موازيا للمستوى الرأسى فيكون اثره الافقى موازيا لخط الارض خ ض ولا يوجد له حينئذ اثر رأسى والاولى ان يقال انه يوجد لانهائيا وحينئذ يشغل المستوى وضعين ايضا كما فى (الشكل ٣٨)

(وسابعا) قد يكون موازيا للمستوى الافقى فحينئذ لا يكون له اثر افقى واما اثره الرأسى فيكون موازيا خ ض ويمكن ان يشغل وضعين ايضا كما فى (الشكل ٣٩)

(وثامنا)

(وثامنا) قد يكون المستوى موازيا لخط الارض فيكون اثراه موازيين خ ض لانهما لو لم يكونا كذلك لتقابل خط الارض بالمستوى ويمكن ان يكون للمستوى م اربعة اوضاع بحسب كينونة اثريه على جزئين من اجزاء مستويي المسقط كما في (الشكل ٤٠)

(وتاسعا) قد يكون المستوى مايلا بالنسبة لمستويي المسقط ايضا ميلا متساويا فيكون اثراه حينئذ متساويي البعد عن خط الارض وينطبقان كل منهما على الآخر اذا كانا في جهة واحدة كما في (الشكل ٤١)

(وعاشرا) لا يمكن تعيين المستوى المار بخط الارض باثريه الذين لا يكونان الا مستقيما واحدا لكن اذا كان المستوى معينا بمستقيم ونقطة اختير خط الارض واما النقطة فتؤخذ حيث ما اتفقت ويرمز لها بعين رمز المستوى المذكور فيكون له حينئذ كما في (الشكل ٤٢) وضعان بحسب قسمه للزاوية $\overline{م ع}$ والمقابلة لها او قسمه للزاويتين الاخريين الزوجيتين

(وحادى عشر) قد يكون المستوى احد مستويي المسقط فيكون احد مسقطي النقطة على خط الارض

(٣٤)

وينتج مما ذكر جميعه انه يمكن تعيين المستوى بمستقيم ونقطة وان اثريه غير كافيين في حالة مخصوصة

(٣٥)

ويجب ان يميز من المستقيمات الممكن رسمها على اي مستو المستقيمات التي هي

(اولا) افقيات المستوى وهي مستقيمات كائنة على المستوى المذكور وموازية للمستوى الافقي

(وثانيا) رأسيات المستوى وهي مستقيمات كائنة على المستوى المذكور وموازية للمستوى الرأسي

(وثالثا) الخطوط الاعظم ميلا من غيرها المستو بالنسبة للمستوى الافقي وهي

مستقيمات اعمدة على الاثر الافقى لهذا المستوى بيان ذلك كما فى (الشكل ٤٣) انا اذا انزلنا من النقطة م من المستوى م ع الخط م و عمودا على م ن والخط م ك مايلا عليه وانزلنا ايضا م ع عمودا على المستوى أ ن ووصلنا ع بكل من نقطتى و , ك يحدث ع و , ع ك فيكون ع و عمودا على م ن واما ع ك فيكون مايلا عليه ومن هنا ينتج ان ع و < ع ك وحينئذ يكون ع م/ع و > ع م/ع ك لكن حيث ان هاتين النسبتين تميلان بميلى م و , م ك على المستوى أ ن يكون م و الخط الاعظم ميلا من غيره

ولننبه على ان ع م/ع و = ظا ا وينتج من ذلك ان ميل اى مستقيم اومستو على مستو آخر يتبين بالظل المساحى للزاوية الحادثة من المستقيم المذكور اومن المستوى مع المستوى الآخر

(ورابعا) الخطوط الاعظم ميلا من غيرها لمستو بالنسبة للمستوى الرأسى وهى مستقيمات اعمدة على الاثر الرأسى للمستوى المذكور واثبات ذلك كاثبات ماسبق

(٣٦)

(المسئلة الثامنة) اذا كان المراد رسم افقى ورأسى لمستو يقال حيث ان الافقى و للمستوى م موازللمستوى الافقى كما فى (الشكل ٤٤) يكون مسقطه الرأسى وَ موازيا خ ض واثره الرأسى لابد وان يكون على رَ وعلى وَ فيكون فى النقطة ـ التى مسقطها الافقى ـ وحيث ان المستقيم و موازللاثر قَ فلابد وان يكون مسقطه الافقى ايضا و موازيا للاثر المذكور قَ انظر (ثانيا من بند ٢٠) ومارا بالنقطة ـ

وحيث كان الرأسى ب للمستوى م موازيا للمستوى الرأسى يكون

مسقطه

مسقطه الافقى بَ موازيا خ ض ومسقطه الرأسى بَ موازيا للاثر رَ

وحيث ان المستقيمين و و ب كائنان على المستوى م فانهما يتقاطعان فى نقطة واحدة م فيكون مَ و مَ بالضرورة على عمود واحد على خ ض وهذا برهان على صحة الاعمال

(٣٧)

(المسئلة التاسعة) اذا كان المطلوب رسم خطين اعظم ميلا من غيرهما فى مستو معلوم يقال

ان (الشكل ٤٣) يثبت ان المسقط ع و للخط الاعظم ميلا من غيره م و من المستوى ع م بالنسبة للمستوى أ ن عمود على م ن الذى هو خط تقابل المستويين

اذا تقرر هذا فلا بد وان يكون المسقط الافقى وَ للخط الاعظم ميلا من غيره بالنسبة للمستوى الافقى عمودا على قَ كما فى (الشكل ٤٥) ومنه يستخرج وَ بمقتضى (بند ٢٨) وايضا حيث ان المسقط الرأسى كَ للخط الاعظم ميلا من غيره بالنسبة للمستوى الرأسى عمود على رَ يستخرج منه المسقط الافقى كَ

وحيث ان المستقيمين و و ك الكائنين على المستوى م يتقاطعان فى نقطة واحدة م يجب ان يكون مَ و مَ على عمود واحد على خ ض

(٣٨)

ويشاهد مما ذكر ان الخط الاعظم ميلا من غيره بالنسبة لمستو يكفى لتعيينه تعيينا تاما حيث يمكن بواسطته ان يحدث عدة افقيات او رأسيات بقدر ما يراد

للمستوى المذكور يتقاطع منها اثنان

(٣٩)

(المسئلة العاشرة) اذا كان المطلوب ان يمر من نقطة معلومة مستو موازلآخر معلوم يقال

من المعلوم ان الآثار المتحدة الاسم لمستويين متوازيين متوازية وانه زيادة على ذلك اذا كان معنا مستويان متوازيان م و ك امررنا من نقطة ما م من نقط المستوى ك مستقيما موازيا لمستقيم كائن فى المستوى م يكون كله محصورا فى المستوى ك

اذا ثبت ذلك نمر فى المستوى المعلوم م كما فى (الشكل ٤٦) مستقيما ما و ثم نمر من نقطة م مستقيما آخر ط موازيا و فيكون فى المستوى المطلوب ك ومن هنا ينتج ان اثره الافقى ا نقطة من نقط ق^ك واثره الرأسى ب نقطة من ر^ك وحيث انه زيادة على ذلك لابد وان يكون الاثر الاول موازيا للاثر ق^م والثانى موازيا للاثر ر^م يكونان معلومين ويجب تحقيقا للعملية ان يتقاطعا على خ ض فى نقطة واحدة

ويمكن ان يقال انه لاحاجة الى امرار المستقيم و لاننا لوامررنا من النقطة المعلومة م افقيا ط للمستوى ك كما فى (الشكل ٤٧) لصار طَ موازيا للاثر ق^ك فحينئذ يكون موازيا ايضا الى ق^م ويكون طً موازيا خ ض ويكون الاثر الرأسى ب لهذا المستقيم نقطة من ر^ك الذى يجب ان يكون موازيا للاثر ر^م ومقابلا لخط الارض فى نقطة ك منها يمر الاثر ق^ك ويوازى الاثر ق^م ولو امررنا بدل الافقى رأسيا للمستوى لوجدنا بلا واسطة نقطة من ق^ك

(٤٠)

واذا كان المستوى م ليس معلوما باثريه بل بمستقيمين متقاطعين كفى بالضرورة ان يمر من النقطة المعلومة مستقيمان موازيان للمستقيمين المفروضين

كل لنظيره وبهما يتعين المستوى المطلوب

واما اذا كان المستوى م المذكور معلوما بمستقيمين متوازيين او بمستقيم ونقطة او بثلاث نقط فيرجع اولا لاحد الحالتين المذكورتين قبل وذلك اما برسم اثرى المستوى المعلوم كما في (بندى ٣١ و ٣٢) او برسم مستقيمين كائنين فيه ومتقاطعين ويتعين حينئذ المستوى ك كالمذكور قبله في بند (٣٩)

(٤١)

ولنبين مزايا اصطلاح الرمز المستعمل في الاشكال المتقدمة في هذا الكتاب فنقول ان (الشكل ١٨) تكرر في اول حالة من احوال (الشكل ٣٣) وان المقصود من الرمز في (الشكل ١٨) مستقيم يقابل خط الارض ومنه في (الشكل ٣٣) مستويا فالرمز بالحروف المعلمة للمستوى الرأسي غير كاف لاشتراكه بين المستقيمات والمستويات معا وان الحالة الاولى والثالثة من (شكلى ١١ و ٤٠) لا يختلفان ايضا الا بالرمز وان (الشكل ١٢) تكرر بعينه (في شكلى ٣٨ و ٣٩) وان الرمز المستعمل في (الشكل ١٤) يدل على ان المقصود مستقيمان متحدا المساقط لا مستقيمان مرسوم احدهما على الجزء المؤخر من المستوى الافقى والآخر على الجزء الاسفل من المستوى الرأسي كما في (الشكل ١٢) ولا مستويان موازا احدهما للمستوى الرأسي كما في (الشكل ٣٨) والآخر للمستوى الافقى كما في (الشكل ٣٩) وانه بدون الرمز المستعمل في (الشكل ٤١) لا يعلم مستويان موازيان لخط الارض متطابقا الآثار بل يعلم مستويان احدهما موازللمستوى الافقى كما في (الشكل ٣٩) والآخر للمستوى الرأسي كما في (الشكل ٣٨) وان (الشكل ٤٢) لا يدل بدون الرمز المستعمل فيه الا على مسقطى نقطة ولا يمكن ان يدل على مستو مار من خط الارض ولينتبه الى ان تنقيط الخطوط في الامثلة التي ذكرت لا يجبر وحده خلل عدم كفاية الرموز المصطلح عليها فالامثلة المذكورة صالحة جدا لان تدل على نفع الرموز التي اصطلحنا عليها

(الباب الثاني)

في المسائل الاصلية من الهندسة الوصفية في تغيير مستوي المسقط وفي تدوير الاشكال حول محور

(٤٢)

متى كانت معادلة خط او سطح معقدة بحث بالتحليلات عن اختصارها وذلك بان ينسب المنحنى او السطح الى محاور جديدة منتخبة بحيث تنعدم بعض الحدود كحدود مستطيلات الاحداثيات والحدود ذات الدرجة الاولى التي تكون في معادلات المنحنيات او السطوح ذات الدرجة الثانية ويمكن في الهندسة الوصفية ان يكون الشكل المرسوم على مستويي المسقط معقدا جدا ومن الخطوط التي هي سبب في تعقيده ما يكون ناتجا من طبيعة المسئلة وحينئذ لا يمكن التخلص منه ومنها ما يكون حادثا من وضع مستويي المسقط بالنسبة للشكل الفراغي المراد بيانه فيمكن في هذه الحالة ازالته بانتخاب مستويي المسقط انتخابا مستحسنا ويمكن ايضا ابقاء مستويي المسقط وتغيير وضع الشكل وهذه العملية تجرى دائما بتدوير الشكل حول محور فيتحصل من ذلك مسئلتان نذكرهما فنقول

(الاولى) ان يكون مسقطا شكل فراغي على مستويين قائمي الزوايا معلومين والمطلوب ايجاد مسقطيه على مستو ثالث عمود على احد المستويين المذكورين

(الثانية) ان يكون مسقطا شكل فراغي على مستويين قائمي الزوايا معلومين والمطلوب ايجاد مسقطيه على عين المستويين المذكورين بعد تدويره حول محور ثابت بقدر زاوية معلومة ويتفرع كل من هاتين المسئلتين الى مسائل عديدة مقصودنا من هذا الباب ذكرها مفصلة

(٤٣)

ولننبه قبل الشروع في ذلك على انه يرمز لكل خط ارضي بالرمزين خ و ض

مع وضع اشارة عليه اوبدونها ويوضعان بحيث لوفرض الانسان انه فوق المستوى الافقي وامام المستوى الرأسي لرأى الرمز خ على يساره والرمز ض على يمينه بحيث يدل وضع كل من هذين الرمزين على جزء فرخ الرسم الذى يراد ان يبحث فيه عن جهتي كل من مستويي المسقط وعلى ان يوضع ايضا على كل من رموز مساقط النقط او الخطوط الكائنة على مستويي المسقط الجديدين الرمز ر او ق وعليه عين الاشارة التي على خ و ض الدالين على خط الارض الجديد ليدل ذلك على ان المساقط هي عين مساقط النقط المعلومة او الخطوط كذلك منتسبة للمستوى الرأسي او الافقي الجديدين وعلى ان يرمز كذلك للآثار الجديدة للمستويات بالرمزين ر او ق عليهما عين الاشارات المذكورة وقد لا يوضع خصوصا في مسائل التطبيق رمز على خط الارض وانما تظلل جهة الجزء المقدم من المستوى الافقي ولنشرع في ذكر المسائل فنقول

(٤٤)

(المسئلة الاولى) اذا كان المطلوب تغيير المستوى الرأسي بالنسبة لنقطة يقال

ليفرض كما في (الشكل ٤٨) ان مَ و مْ مسقطان للنقطة م على المستويين المرموز لهما برمز خط الارض خ ض وان المطلوب البحث عن مسقطها على مستوآخر رأسي قاطع للافقي في خَ ضَ فيدل وضع الرموز على ان الجزء الاعلى للمستوى الرأسي منطبق على المستوى الافقي جهة يسار الرسم وان الجزء الاسفل كذلك جهة يمينه فحيث لم يتغير المستوى الافقي لا يتغير المسقط مَ ويبقى ارتفاع النقطة م عن المستوى المذكور على ما كان عليه فحينئذ يكون مسقطها الرأسي الجديد مْ مع مَ على عمود واحد على خَ ضَ كما في بند (٨) وعلى الجزء الاعلى للمستوى الرأسي الجديد انظر (اولا من نمرة ١٠) وعلى

بعد وَمْ من خَضَ يساوى البعد ومُ الكائن بين النقطة م والمستوى الافقى انظر (اولامن نمرة ٥)

ويمكن بيان ذلك على الشكل بان يمر من النقطة ے التى هى تقابل خ ض مع خَضَ المستقيم ےل عمودا على خ ض والمستقيم ےط على خَضَ ثم يمر ايضا مُل موازيا للخط وے ويرسم من المركز ے القوس ل ط والمستقيم طمَ موازيا للمستقيم ےوَ فينتج بالضرورة

وم = ےل = ےط = وَمَ

(٤٥)

(المسئلة الثانية) اذا كان المطلوب تغيير المستوى الافقى بالنسبة لنقطة يقال

هذه المسئلة كما فى (الشكل ٤٨) لا تخالف ماقبلها الا فى اجراء العملية التى عملت فى المستوى الرأسى على المستوى الافقى

فاذا اريد تغيير مستويى المسقط معا لزم اجراء العمليتين على التوالى فيفرض انه بعد اجراء التغيير المذكور فى المستوى الرأسى اريد تغيير المستوى الافقى فيفرض ان خط الارض الجديد هو خ ً ضً بشرط ان يكون الجزء المقدم من المستوى الجديد تحت خ ً ضً وجزؤه المؤخر فوقه فحيث لم يتغير المستوى الرأسى يكون مُ باقيا على حاله وتكون النقطة م باقية دائما امام المستوى المذكور وعلى بعد واحد منه فحينئذ يجب ان يكون المسقط الافقى الجديد م ً مع مَ على عمود واحد على خط الارض خ ً ضً كما فى نمرة (٨) اى انه يكون تحت هذا الخط الارضى انظر (اولا من نمرة ١٠) وعلى بعد منه وً م ً = وَم انظر (ثانيا من نمرة ٥) ويرسم هذه المتساوية رسما

كماتقدم

عما تلا الاعمال المتقدمة ينتج

وَمَ = ےَلَ = ےَطَ = وَمَ

ويمكن بتغيرات متوالية فى المستوين الافقى والرأسى ان تنسب نقطة لاى مستوين قائمى الزوايا يسمى احدهما دائما مستويا افقيا والآخر رأسيا

(٤٦)

(المسئلة الثالثة) اذا كان المطلوب تغيير مستويى المسقط بالنسبة لمستقيم يقال

كما يمكن حل المسئلتين المذكورتين بالنسبة لنقطة يمكن حلهما بالنسبة لمستقيم لان المستقيم لما كان يتعين بنقطتين كفى فى ذلك ايجاد مساقط نقطتين من نقطه على المستويين الجديدين فاذا فرضنا ان خَضَ اثر مستو رأسى جديد كما فى (الشكل ٤٩) تبين لنا من وضع الرموز على خط الارض الجديد هذا انطباق الجزء الاعلى على يمين فرخ الرسم والجزء الاسفل على يساره انظر (بند ٤٣) فاذا اخذنا من المستقيم و نقطتين مثل م و ت لا يتغير مسقطاهما الافقيان وحيث انهما فوق المستوى الافقى يجب ان يكون مسقطاهما الرأسيان الجديدان على يسار خَضَ وعلى بعدين

وَمَ = وم و عَتَ = عت انظر (بند ٤٤)

وحيث ان الاثر الافقى ا للمستقيم و لا يتغير يقال اذا اجريت العملية بالضبط لابد وان يكون المستقيم اَاَ عمودا على خط الارض الجديد خَضَ وكان يمكن لاجل ايجاد المسقط الجديد وَ للمستقيم ان تنتخب النقطة ا ونقطة ما اخرى منه ولننبه بمقتضى ما شوهد من هذه المسئلة على مزية رمزنا فنقول انه ليس قاصرا على تبيين وضع كل خط واتجاهه والمقصود منه فى الفراغ تبيينا تاما على الشكل بل هو مع ذلك يبين جهة انطباق

المستويات التي ليست منطبقة على فرخ الرسم كما يبين ان علامات الرمزين
ق و ر المشابهة لاشارات خط الارض المقابل لهما تدل بمجرد النظر اليها
على كيفيات تنقل مساقط الشكل الفراغي المتوالية ولو استعملنا الرموز المعلمة
لما حصل ذلك الابغاية المشقة
وحينئذ يسهل ايجاد مسقط المستقيم و على مستو افقي جديد اي على مستو
عمود على المستوى الرأسي خَ ضَ لكن لانبحث عن ذلك هنا حذرا من
تعقد الشكل

(٤٧)

(المسئلة الرابعة) اذا كان المطلوب تغيير مستويي المسقط بالنسبة
لمستو يقال

نفرض كما في (الشكل ٥٠) المستوى معلوما باثريه قَ م و رَ م ثم نبحث
عن اثريه على مستويي المسقط الجديدين ونفرض ان المطلوب ايجاد اثر
المستوى م على مستو راسي جديد قاطع للمستوى الافقي في خَ ضَ فحيث
ان الاثر الافقي قَ م لا يتغير تكون النقطة وَ التي يتقابل فيها ذلك
الاثر مع خط الارض الجديد خَ ضَ نقطة من نقط الاثر المطلوب انظر
نمرة (٢٧)
واذا فرضنا على المستوى م مستقيما ما تكون نقطة تقابله مع المستوى
الرأسي الجديد هي النقطة الثانية من نقط الاثر المذكور انظر (بند ٢٨)
وبذلك تنحل هذه المسئلة
ثم ينتخب للاختصار الافقي ط لان نقطه حينئذ تكون على بعد واحد
سَـ ق من المستوى الافقي الذي لا يتغير فحينئذ اذا مددنا طَ ق الى خَ ضَ
في النقطة سَـ ق واقمنا من هذه النقطة عمودا على خَ ضَ واخذنا عليه بعدا
سَـ رَ = سَـ ق يحدث لنا الاثر الجديد الرأسي سَ للافقي ط

الكائن فى المستوى م كما فى (بند ١٥) فحينئذ يكون الاثر المذكور كائنا بالضرورة على رَ الذى هو الاثر الجديد الرأسى للمستوى م

ولننبه على انه لاحاجة لنا برسم المسقط الرأسى للمستقيم ط وكان يكفى ان نعين النقطة ــ التى قصدنا استعمالها

والاحسن ان نستعمل من افقيات المستوى م الافقى ا الذى يمر مسقطه أ بنقطة تقابل خ ض مع خَ ضَ ان امكن ذلك وحيث ان النقطة ا فى المستويين الرأسيين تعتبر على المستوى الرأسى القاطع للمستوى الافقى فى خَ ضَ واذا اتفق ان الاثر الافقى قَ لم يتقابل مع خط الارض الجديد خَ ضَ فى حدود الرسم ولم يوازيه لا تعلم النقطة وَ ويلزم حينئذ ايجاد نقطتين من الاثر الرأسى رَ بلا واسطة باخذ افقيين للمستوى م فان خرج فى هذه الحالة الاثر الرأسى الجديد عن حدود الرسم اخذ على المستوى م مستقيمان يمكن ايجاد مسقطيهما الرأسيين الجديدين فيتعين المستوى تعينا كافيا بالمستقيمين المذكورين انظر (بند ٢٧)

ثم انه يلزم لتغيير المستوى الافقى اجراء مثل ما ذكر وذلك باستعمال رأسى اورأسيين للمستوى المفروض بحسب تقابل الاثر الرأسى للمستوى المذكور مع خط الارض الجديد فى حدود الرسم اوعدم تقابله به مع عدم موازاته له

(٤٨)

(المسئلة الخامسة) اذا كان مسقطا نقطة على مستويين قائمى الزوايا معلومين والمطلوب ايجاد مسقطها على مستو ثالث يقال

حيث ان المستوى م كما فى (الشكل ٥١) ليس عمودا على المستوى الافقى ولا على المستوى الرأسى فلا يعتبر مستويا جديدا رأسيا ولا افقيا للمسقط لكن اذا اردنا اعتباره افقيا يجب ان نغير اولا المستوى الرأسى وننتخب المستوى الجديد عمودا على المستوى م فيلزم ان يكون قَ عمودا

على خَ ضَ انظر (رابعا من بند ٣٣) ثم نبحث عن اثر المستوى م
كمافى (بند ٤٧) وعن مسقط النقطة م على هذا المستوى الجديد الرأسى
كمافى (بند ٤٤) ثم نعتبر المستوى م مستويا افقيا وبذلك لا يكون خط
الارض الجديد الا رَ فنجد حينئذ مً كمافى (بند ٤٥) وهى مسقط النقطة
م على المستوى م

واذا اعتبرت هذه النقطة مً نقطة من المستوى م واريد معرفة مسقطيها
على المستويين الاصليين المبينين بخط الارض خ ض رمز لهذه النقطة
بالرمز ه وحيث انها موجودة على المستوى الافقى خً ضً يجب
ان يكون مسقطها الرأسى على خط الارض فى النقطة هَ واذا اعتبر
المستويان المتقاطعان فى خَ ضَ بدل المستويين المتقاطعين فى خً ضً
لا يتغير المسقط هَ ويكون المسقط الجديد الافقى فى هً
على عمود على خط الارض خَ ضَ نازل من نقطة هَ. وعلى بعد

ـ هً = ه هَ = ـ مً

ثم تعتبر المستويين المتقاطعين فى خ ض بتغيير المستوى الرأسى
فيحدث المسقط هَ على عمود نازل من النقطة هً على خَ ضَ وعلى بعد

ـ هَ = ـ هَ

(٤٩)

تنبيه حيث ان المستقيم مً هً مواز خَ ضَ يكون عمودا على قَ
وحيث ان المستقيم م ه الفراغى عمود على المستوى م يكون
مً هً مسقطه الافقى وكان يمكن بدل اعتبار المستوى م افقيا اعتباره

رأسياً وكان يلزم على ذلك اولا تغيير المستوى الافقي وانتخاب آخر قاطع الرأسي في
خَ ضَ عموداً على رَ أ فيكون بذلك نَ أ خط الارض الجديد خً ضً
ولو بحثنا ايضاً عن مسقطي النقطة مُ معتبرة كالنقطة ﻫ من المستوى
م لوجدنا اولا ﻫَ مع مَ على عمود واحد على رَ أ فيكون حينئذ مَ ﻫَ
المسقط الرأسي للعمود م ﻫ للمستوى م وينتج من هذه المسئلة ان
مسقطي عمود على مستو عمودان على اثري المستوى المذكور اى ان كلا من
المسقطين عمود على موافقه اسما من الاثرين وستثبت هذه النظرية فيما بعد

(٥٠)

(المسئلة السادسة) اذا كان المطلوب جعل مستقيم موازيا لاحد مستويي المسقط يقال

يلزم لجعل المستقيم و موازيا للمستوى الرأسي كما في (الشكل ٥٢) ان يكون وَ موازيا لخط الارض كما في (ثالثا من بند ١٧) ويكفي حينئذ جعل خَ ضَ موازيا للمستقيم وَ والبحث عن المسقط وً للمستقيم و على هذا المستوى الجديد الرأسي انظر (بند ٤٦) واذا اريد جعل المستقيم موازيا للمستوى الافقي لزم تغيير المستوى الافقي وجعل خً ضً موازيا للمسقط وً انظر (ثانيا من بند ١٧)

(٥١)

(المسئلة السابعة) اذا كان المطلوب جعل مستقيم عمودا على احد مستويي المسقط يقال

اذا كان المستقيم و كما في (الشكل ٥٢) موازيا للمستوى الرأسي يكون كل مستو عمود على هذا المستقيم عمودا ايضا على المستوى الرأسي ويمكن انتخابه مستويا افقيا للمسقط مع المستوى الرأسي اما اذا كان المستقيم و موازيا للمستوى الافقي فيكون كل مستو عمود عليه عمودا على المستوى الافقي

ويمكن ايضا ان يعتبر مستو يا رأسيا جديد اللمسقط مع المستوى الافقي واما اذا كان المستقيم المذكور ليس موازيا لمستو من مستويي المسقط فلا يكون المستوى العمود على هذا الخط عمودا على مستو من المستويين الافقي والرأسي فلا يمكن اعتباره بالضرورة مستويا افقيا ولا رأسيا للمسقط مع واحد من المستويين الاصليين ومن ثم يلزم لحل هذه المسئلة ان نبتدء بجعل المستقيم المفروض موازيا لاحد مستويي المسقط كما هو مبين في (بند ٥٠) فان اردنا مثلا جعل المستقيم و عمودا على المستوى الافقي نجعله اولا موازيا للمستوى الرأسي ثم نغير المستوى الافقي بالتنبيه على انه اذا كان المستقيم و عمودا على المستوى الافقي يكون مسقطه الرأسي عمودا على خط الارض انظر (خامسا من بند ١٧) فحينئذ نأخذ خً ضً عمودا على وً فيكون المسقط الافقي حينئذ نقطة واحدة كائنة على امتداد وً امام خً ضً وعلى بعد منه اوً = ١١ً وهو بعد اى نقطة من المستقيم و عن المستوى الرأسي

(٥٢)

(المسئلة الثامنة) اذا كان المطلوب جعل مستو عمودا على احد مستويي المسقط يقال

ان هذه المسئلة قد انحلت في (بند ٤٨) فقد شاهدنا انه يلزم لجعل المستوى م المعلوم عمودا على المستوى الرأسي للمسقط تغيير المستوى الرأسي للمسقط واخذ خط الارض الجديد عمودا على قً وانه يلزم ايضا لجعل المستوى م عمودا على المستوى الافقي تغيير المستوى الافقي للمسقط واخذ خط الارض الجديد عمودا على رً

(٥٣)

(المسئلة التاسعة) اذا كان المطلوب جعل مستو عمودا على خط الارض يقال

انه يجب ان يكون المستوى عمودا على المستويين الافقي والرأسي معا فنغير

اولا المستوى الرأسى باخذ خَ ضَ مثلا عمودا على قٓ ونستنتج منه رٓ كما فى (بند ٤٧) ثم نغير المستوى الافقى باخذ خً ضً عمودا على رٓ فيبقى المستوى دائما عمودا على المستوى الرأسى السابق ويكون مع ذلك عمودا على المستوى الافقى الجديد وحينئذ يكون عمودا على تقابلهما اى على خط الارض الجديد

(٥٤)

(المسئلة العاشرة) اذا كان المطلوب جعل مستو موازيا لخط الارض يقال

ان اثرى المستوى الموازى لخط الارض كما فى (الشكل ٥٣) يكونان موازيين للخط المذكور انظر (ثامنا من بند ٣٣) فاذا اردنا حينئذ حل هذه المسئلة بتغيير المستوى الرأسى لزم اخذ خَ ضَ موازيا للاثر قٓ ثم لاجل ايجاد نقطة من نقط رٓ يمكن ان يرسم فى المستوى م مستقيم ما ويبحث عن تقابله مع المستوى الرأسى الجديد وكيفية الوصول لذلك سهلة جدا وذلك ان المستويين الرأسيين والمستوى م متقاطعة فى النقطة ا التى مسقطها الافقى اٗ بالضرورة نقطة تقابل خطى الارض خ ض و خَ ضَ وبانتساب هذه النقطة للمستوى الرأسى خ ض تكون فى ا على رٓ واذا انتسبت للمستوى الرأسى خَ ضَ تكون على عمود على خَ ضَ وعلى بعد منه اَ = اٗ فتكون النقطة اَ نقطة من رٓ

ولو اريد حل المسئلة بتغيير المستوى الافقى لزم ان يؤخذ خط الارض الجديد موازيا للاثر رٓ فيوجد بكيفية مشابهة للكيفية المذكورة نقطة من نقط الاثر الافقى الجديد

(٥٥)

(المسئلة الحادية عشر) اذا كان المطلوب جعل مستو موازيا لاحد مستويى

المسقط يقال
ان المستوى الموازى لاحد مستويى المسقط يكون بالضرورة عمودا على الآخر وحينئذ يلزم لحل هذه المسئلة ان يبتدء بجعل المستوى المفروض عمودا على احد مستويى المسقط كما فى (بند ٥٢) ثم يجعل موازيا للمستوى الآخر فاذا اريد مثلا ان يجعل المستوى المفروض وهو م موازيا للمستوى الراسى فاليجعل اولا عمودا على المستوى الافقى ثم يغير المستوى الرأسى باخذ خط الارض الجديد موازيا للاثر ق٢ كما فى (سادسا من بند ٣٣) واما اذا اريد جعل المستوى م موازيا للمستوى الافقى فاليجعل اولا عمودا على المستوى الرأسى ثم يغير المستوى الافقى باخذ خط الارض الجديد موازيا للاثر ر٢ كما فى (سابعا من بند ٣٣) ومن المعلوم انه لا يوجد فى التغيير الثانى اثر المستوى حتى يبحث عنه

(٥٦)

وقبل الشروع فى حل مسئلة دوران الاشكال حول محور نشرع فى ثلاث قواعد واضحة لها وقع عظيم فنقول
(اولا) ان كل شكل فى مستو مواز لاحد مستويى المسقط ينسقط على هذا المستوى وينطبق على شكل مثله وبيان ذلك انك اذا انزلت من نهايتى مستقيم اعمدة على مستوى المسقط يتكون معك شكل متوازى الاضلاع قائم يكون مسقطه الضلع المقابل للمستقيم المنسقط فكل شكل يحدد بخطوط مستقيمة متناهية فى الصغر
(وثانيا) ان كل شكل كائن فى مستو عمود على احد مستويى المسقط ينسقط عليه فى اثر المستوى المشتمل عليه لان الاعمدة النازلة من كل نقطة من الشكل المذكور لا تخرج عن المستوى المذكور
(وثالثا) انه متى دار شكل حول محور يدور ايضا مسقطه على المستوى العمودى على المحور المذكور حول اثر المحور ببقائه دائما كما هو واما مسقطه على مستو آخر فيتغير فى اى وقت من اوقات الحركة اذا ثبت هذا امكن

تدوير شكل حول محور عمودعلى احد مستويى المسقط او موازله اوعلى اى اتجاه كان ثم بعد تدوير الشكل الفراغى تتغير مواضع اجزائه المختلفة والحق ان يقال انه صار شكلا آخر مساويا للاول نبحث عن مساقطه ولاجل ذلك نسم رموز النقط والخطوط والمستويات دون اسس رموز مستويى المسقط

(٥٧)

(المسئلة الثانية عشر) اذا كان المطلوب تدوير نقطة حول محور رأسى بقدر زاوية معلومة وايجاد مسقطيها فى وضعها الجديد يقال

لنفرض كافى (الشكل ٤٥) ان النقطة المفروضة هى م وان المحور الرأسى هو ا فاذا انزلنا من النقطة م عمودا على المحور يكون افقيا وتسقط بالضرورة انسقاطا افقيا رٓ بمقداره الاصلى انظر (اولا من نمرة ٥٦) واما مسقطه الرأسى رَ فيكون موازيا لخط الارض خ ض انظر (ثانيا من نمرة ١٧) فاذا دورنا الجملة بقى العمود ر دائما عمودا على المحور ا وعلى طوله الاصلى ورسم بالضرورة دائرة تكون فى مستوعمودعلى ا اوافقى ومركزها على المحور ومسقطها الافقى جٓ دائرة مساوية لها مركزها فى آ ونصف قطرها يساوى رٓ ومسقطها الرأسى جَ مستقيم موازلخط الارض خ ض وحيث ان النقطة م لاتخرج عن المحيط المذكور يكون مسقطاها على جٓ و جَ فاذا فرضنا ان النقطة م تدور حول ا بمقدار الزاوية اِ على اتجاه السهم فَ صار نصف القطر ر فى وضع رَ فيحدث رَ مع ر الزاوية اِ وحيث انه لابد وان يتكون من المسقطين الافقيين عين الزاوية المذكورة يكفى ان يمد رٓ بحيث يحدث مع رٓ الزاوية اِ فتكون نقطة تقابل المستقيم المذكور مع جٓ المسقط الافقى مٓ للنقطة م بعد

الدوران واما مسقطها الرأسى فحيث انه يجب ان يكون على المسقط الرأسى للدائرة ج يكون فى نقطة مَ ولو حصل الدوران فى جهة عكس المذكورة كما يظهر ذلك من السهم فَ لصار نصف القطر ر فى رً والنقطة م فى مً

(٥٨)

(المسئلة الثالثة عشر) اذا كان المطلوب تدوير نقطة بقدر زاوية معلومة حول محور عمود على المستوى الرأسى يقال

ان هذه المسئلة كما فى (الشكل ٥٥) لا تخالف ما قبلها فى شئ سوى ان الدائرة المرسومة هنا بالنقطة م كائنة فى مستو مواز للمستوى الرأسى بحيث ان الزاوية المفروضة ا لابد وان تكون حادثة من المسقطين الرأسيين رَ و رً اللذين هما مسقطا نصفى قطرى الدائرة المذكورة المارة بالنقطتين مَ و مً

(٥٩)

(المسئلة الرابعة عشر) اذا كان المطلوب دوران مستقيم بقدر زاوية معلومة حول محور رأسى او عمود على المستوى الرأسى يقال

ان المستقيم المذكور يمكن ان يشغل ثلاثة اوضاع مختلفة بالنسبة للمحور ولنذكر ذلك فنقول

(اولا) قد يكون المستقيم موازيا للمحور فيرسم سطحا اسطوانيا ذا قاعدة مستديرة كما هو معلوم فى الهندسة الاصلية

(وثانيا) قد يقطعه فى نقطة فيرسم حينئذ سطحا مخروطيا ذا قاعدة مستديرة كما هو معلوم ايضا من الهندسة الاصلية

(وثالثا) قد لا يكون كائنا معه فى مستو واحد فيرسم سطحا يسمى بسطح القطع الزائد الدائر ذى الطية وسنبينه ولنشرح هذه الاحوال الثلاثة فنقول

(الاولى) ان يفرض ان المحور الرأسى هو ا كما فى (الشكل ٥٦) وان المستقيم الموازى له هو و الذى هو بالضرورة رأسى فتكون جميع نقط

المستقيم

المستقيم و والدائرة حول ا باقية على البعد الكائن بينها وبين المحور المذكور فحينئذ يكون و و ا متوازيين دائما ويرسم حينئذ الاثر الافقى للمستقيم و الزاوية اِ وبذلك يصير المستقيم و فى وَ

(الحالة الثانية) ان يفرض ان المحور الرأسى ا كما فى (الشكل ٥٧) وان المستقيم القاطع له فى نقطة م هو و فنى دور المستقيم و بقدر الزاوية اِ حول المحور ا فلابد وان يستمر مارا من النقطة م ويكفى حينئذ لمعرفة الوضع الجديد لهذا المستقيم معرفة تامة ان يعين الموضع الذى شغلته نقطة من نقطه فتأول المسئلة حينئذ الى تدوير احدى نقط المستقيم و حول المحور ا والاحسن ان ينتخب من نقط هذا المستقيم اثره الافقى ا ان كان موجودا فى حدود الرسم لان الدائرة ج التى يرسمها تكون فى المستوى الافقى ومسقطها الرأسى بالضرورة على خط الارض كما ان مسقط النقطة اَ يكون كذلك فاذا اوصلنا هذه النقطة بالنقطة م حدث المستقيم وَ ومن حيث ان الاثر الرأسى ـ يخرج مدة الحركة من المستوى الرأسى لا يكون وضع الاثر الرأسى الجديد جَ الوضع الحادث للنقطة ـ ولذا رمزنا له برمز آخر

(الحالة الثالثة) ان يفرض ان المحور الرأسى هو ا كما فى (الشكل ٥٨) وان المستقيم الذى ليس معه فى مستو واحد هو و فلاجل معرفة وضع المستقيم المذكور بعد دورانه حول المحور ا بقدر زاوية معلومة اِ يكفى بالضرورة تعيين الوضعين الجديدين لنقطتين من نقط المستقيم المذكور كما هو معلوم ولنفرضهما عليه م و ﻫ فيرسمان مدة الدوران قوسى دائرتين ج و جَ فى مستويين عمودين على المحور وموازيين بالضرورة للمستوى الافقى فتصير حينئذ النقطة م فى مَ و ﻫ فى ﻫَ ولعدم رسم الزاوية اِ بعد دوران النقطة مَ كما علم ذلك من (بند ٥٧) يعد نصف القطر المار من ﻫ الى ر ويؤخذ قوس رس = م مَ ويرسم

المستقيم سـ ا َ فيقطع هذا المستقيم الدائرة جَ في النقطة دَ ومن ذلك ينتج دَ

وتختصر العمليات باخذ نقطتين مسقطاهما الافقيان على بعد واحد من اَ لان الدوائر التي ترسمها هاتان النقطتان متحدة المسقط الافقي فلو اخذنا مثلا النقطتين ا و م لاجرى على احديهما وهي م ما اجرى عليها قبل في (نمرة ٥٧) ولايجادا لنقطة اَ نأخذ على الدائرة جَ او جَ البعد اا َ = م م

ثم انه يمكن انتخاب النقطتين بكيفية خاصة بواسطتها تحل المسئلة وهي ان ينزل من اَ عمود ن على وَ يقطعه في النقطة عَ التي هي المسقط الافقي للنقطة ع من نقط المستقيم و ثم نفرض ان جملة المستقيم و والمسقط الافقي وَ والرأسي ن تدور حول المحور بقدر الزاوية ا فيصير الرأسي في نَ صانعا مع ن الزاوية ا ويبقى المستقيم وَ مدة الدوران عمودا على ن ومسقطا افقيا للمستقيم و في جميع اوضاعه كما في (نالثامن بند ٥٦) فحينئذ اذا مددنا وَ عمودا على نَ او مماسا للدائرة جَ يحدث معنا المسقط الافقي للمستقيم و بعد الدوران ونقطة اخرى عَ من المسقط الرأسي فاذا علم اتجاه هذا المسقط او نقطة ثانية منه امكن رسمه ويمكن ايجاد النقطة اَ بجعل النقطة ا في اَ على وَ برسم قوس دائرة من اَ معتبرة مركزا ومن المعلوم انه يمكن انتخاب اى نقطة غير النقطة ا

يمكن حل المسئلة التي الغرض منها دوران مستقيم حول محور عمود على

المستوى

المستوى الرأسي بهذه الكيفية ثم ينبغي ان نجرى على المستوى الرأسي العمليات التي اجريت على المستوى الافقي وبالعكس

(٦٠)

(المسئلة الخامسة عشر) اذا كان المطلوب دوران مستو بقدر زاوية معلومة حول محور رأسي يقال

ان الوضع الجديد للمستوى المفروض يعلم اذا علم وضع المستقيمين الكائنين على المستوى المذكور والاحسن ان ينتخب من المستقيمات مستقيمان افقيان ويؤخذ الاثر الافقي للمستوى بدل احدهما لكونه لا يخرج مدة الحركة عن المستوى الافقي فاذا انزلنا من النقطة أَ كما في (الشكل ٥٩) عمودا ن على قَ فانه يقابل الاثر المذكور في النقطة ع التي ترسم مدة الدوران دائرة ج يكون الاثر الافقي مماسا لها دائما وحيث ان المستقيم المذكور يصير في الوضع نَ الصانع مع ن الزاوية المفروضة ا تكون النقطة ع في عَ واذا اخذنا للدائرة ج مماسا في النقطة عَ كان هو الاثر الافقي قَ للمستوى م بعد الدوران وانتسبت النقطة بَ التي يقابل فيها الاثر المذكور خط الارض للاثر الرأسي الجديد للمستوى المذكور ثم نستعمل لايجاد نقطة ثانية منه افقيا ط من المستوى م فيبقى مدة الدوران على بعد واحد من المستوى الافقي فيكون بالضرورة مسقطه الرأسي على خط واحد مواز لخط الارض خ ض دائما واما مسقطه الافقي فيبقى موازيا للاثر الافقي للمستوى فحينئذ ط يقطع المستقيم ن في النقطة كَ المنتقلة في كَ على نَ فاذا امررنا من هذه النقطة المستقيم طَ موازيا للاثر قَ يكون هو المسقط الافقي للخط الافقي ط بعد الدوران كما في (ثالثا من بند ٥٦) وتكون النقطة سَ التي يقطع فيها طَ المستوى الرأسي النقطة الثانية المطلوبة من الاثر رَ فاذا اوصلنا

بين ـَ و بَ نجد الاثر المذكور
وكان يمكن بدل انزال العمود ن على ق َم ان نبحث عن الوضعين الجديدين لنقطتين حيث ما اتفق لكن يكون في العمليات تطويل ولو انتخبت النقطتان المذكورتان على بعد واحد من النقطة اَ فقد اخذنا اقفيا ما ط وكان يمكن اختصار الشكل لو فرضنا الافقى المار بالنقطة التى يقابل فيها المحور ا المستوى م فيكون مسقطه الافقى مارا بالنقطة اَ
فلو لم يقابل الاثر الافقى قَ خط الارض فى حدود الرسم لما حدثت النقطة بَ من الاثر الرأسى فنجبر على استعمال مستقيم آخر يستحسن انتخابه افقيا ونبحث عن اثره الرأسى بعد الدوران فيحدث لنا نقطة من رَ اذا وصلت بنقطة ـَ يحدث لنا الاثر المطلوب
ويمكن ان تحل المسئلة ايضا باخذ محور عمود على المستوى الرأسى ولا تستعمل فى هذه الحالة الا رأسيات المستوى

(٦١)

(المسئلة السادسة عشر) اذا كان المطلوب جعل مستقيم فى وضع مواز لاحد مستويى المسقط يقال
انه يمكن كما فى (الشكل ٦٠) بدل دوران المستقيم بقدر زاوية معلومة ان يطلب تدويره حتى يصير فى وضع معين بالنسبة لمستويى المسقط فاذا اريد مثلا دوران المستقيم و حول المحور الرأسى ا حتى يصير موازيا للمستوى الرأسى يكون فى هذا الوضع مسقطه الافقى موازيا لخط الارض انظر (نالثامن بند ١٧) ويكفى حينئذ معرفة احدى نقطه ويسهل معرفة انه يجب ان يستعمل هنا الحال الاخير المقرر فى (نالثامن بند ٥٩) فننزل من النقطة اَ عمودا على وَ يقابله فى النقطة عَ التى هى المسقط الافقى للنقطة ع من المستقيم و فاذا تصورنا الآن الجملة المتحصلة من

المستقيم و ومن مسقطه الافقى وً ومن الرأسى النازل من النقطة ع ومن المستقيم ن ودورناها حول المحور ا لبقيت المستقيمات الاربع على وضع متناسب فيكون وً اما عمودا على نَ او مماسا للدائرة المرسومة من اً معتبرة مركزا بالنصف قطر ن وموازيا فى هذه الحالة الثانية لخط الارض خ ض وتصير النقطة ع فى عَ على ارتفاع واحد فوق المستوى الافقى وكذلك تصير النقطة ا فى اَ وبذلك يصير وً المسقط الرأسى للمستقيم فى حالة وضعه الجديد

وحيث ان نقط المستقيم ترسم اقواس دوائر افقية يتضح انه ينتج من الشكل الزاوية ا المرسومة بالنصف قطر ن والتى تدور بقدرها اجزاء الشكل الباقية اذا وجدت خطوط اخرى تابعة لحركة المستقيم و

(٦٢)

واذا لم يعلم المحور ا من قبل ينتخب مارا بنقطة من المستقيم و لما فى ذلك من اختصار الشكل ولننبه على انا مجبورون فى جعل المستقيم و موازيا للمستوى الرأسى على انتخاب المحور رأسيا ومن المعلوم ان المسئلة تنحل فى هذه الحالة كما ذكروا ما لو كان المحور عمودا على المستوى الرأسى لرسمت جميع نقط المستقيم و دوائر موازية للمستوى الرأسى وكان لها بالضرورة بعد واحد عن المستوى المذكور فلا تكون جميع نقط و بعد الدوران على بعد واحد عن المستوى الرأسى ولا يكون المستقيم المذكور موازيا لهذا المستوى بالضرورة ولا يمكن بما ذكر جعل المستقيم و فى وضع موازٍ للمستوى الافقى الا بحركة دوران حول محور عمود على المستوى الرأسى

(٦٣)

(المسئلة السابعة عشر) اذا كان المطلوب جعل مستقيم فى وضع عمود على احد مستويى المسقط يقال

متى كان مستقيم عمودا على احد مستويى المسقط كما فى (الشكل ٦١) يكون

بالضرورة موازيا للآخر وحينئذ يلزم لجعل مستقيم موازيا للمستوى الرأسى ان يدور ذلك المستقيم حول محور رأسى كما فى (بند ٦٢) لكن بجميع نقط المستقيم مدة هذه الحركة تبقى على بعد واحد من المحور فلا يمكن ان يوازيه بالضرورة اصلا وذلك لان كل مستقيم دائر حول محور عمود على المستوى الرأسى لا يمكن ان يكون موازيا له ان لم يكن كذلك قبل الدوران فيستحيل حينئذ جعل مستقيم رأسيا لدورانه بحركة بسيطة جدا حول محور واحد لكن باول حركة حول محور رأسى ا يجعل المستقيم و فى وضع كوضع وَ موازٍ للمستوى الرأسى كما فى (بند ٦١) ثم يجعل هذا المستقيم بثانى حركة دوران حول المحور ب العمود على المستوى الرأسى فى وضع رأسى كوضع وً لان المسقط وُ يشغل مدة الدوران الثانى جميع الاوضاع المماسة للدائرة جَ فلابد ان يبقى فى وقت من اوقات الحركة برهة صغيرة عمودا على خ ض فيكون المستقيم وً حينئذ رأسيا كما فى (خامسا من بند ١٧)

ولاجل جعل المستقيم المفروض فى وضع عمود على المستوى الرأسى يلزم ان يجعل اولا موازيا للمستوى الافقى بتدويره حول محور عمود على المستوى الرأسى وان يجعل فى الوضع المطلوب بحركة دوران اخرى حول محور رأسى

تنبيه يمكن ان يحصل من العملية زاويتان اِ و بِ حادثتان من دوران المستقيم و حول المحورين فلو وجدت خطوط اخرى او نقط كذلك تابعة للمستقيم فى هذه الحركات للزم دورانها بمقادير زوايا متساوية

(٦٤)

*(المسئلة الثامنة عشر) اذا كان المطلوب جعل مستو فى وضع عمود على احد مستويى المسقط يقال

لنفرض كما فى (الشكل ٦٢) ان المستوى هو م وان المحور الرأسى هو ا وان المطلوب دوران المستوى م حول المحور ا حتى يصير عمودا على

المستوى الرأسي فيكون اثره الافقي في وضعه الجديد عمودا على خ ض ولو انزلنا من النقطة اَ عمودا كالعمود ن على قَ وقابله في النقطة ر لرسمت هذه النقطة دائرة كدائرة ج يمسها دائما الاثر الافقي للمستوى ويصير العمود ن موازيا خ ض اما في نَ واما في نً بحسب كون الدوران من اليمين الى اليسار او بالعكس ثم اذا رسمنا مماسا للدائرة ج عمودا على خ ض نجد قَ او قً ولايجاد الاثر الرأسي ننبه على ان المحور ا يقطع المستوى م في نقطة غير متغيرة مدة الدوران ومسقطها الرأسي على الاثر الرأسي الجديد للمستوى كما في (ثانيا من بند ٥٦) فاذا رسمنا افقيا كالافقي ط للمستوى م مقابلا للمحور في النقطة م تكون النقطة مُ احدى نقط الاثر الرأسي المطلوب ونقطة عَ او عً التي يقابل فيها الاثر الافقي خط الارض خ ض نقطة ثانية له وبذلك يتعين الاثر رَ او رً

ولو اريد جعل المستوى عمودا على المستوى الافقي للزم تدويره حول محور عمود على المستوى الرأسي

(٦٥)

(المسئلة التاسعة عشر) اذا كان المطلوب جعل مستو في وضع عمود على خط الارض يقال

ان المستوى في وضعه الجديد عمود على مستويي المسقط معا كما في (الشكل ٦٣) وحيث شوهد انه لم يمكن جعله عمودا على المستوى الافقي بحركة دوران حول المحور الرأسي كما تقدم لنا ذلك في (بند ٦٤) لا يمكن حل مسئلتنا هذه الا بتدويرين احدهما حول المحور الرأسي ا لجعل المستوى م في وضع كالوضع مَ عمود على المستوى الرأسي للمسقط فقط والآخر حول محور كالمحور ب عمود على المستوى الرأسي للمسقط لجعل المستوى

مَ في الوضع مً اى الوضع العمودى على المستوى الافقى وحيث ان وضع المستوى مَ بالنسبة للمستوى الرأسى للمسقط لا يتغير فى التدوير الثانى كمافى (ثالثامن بند ٥٦) يكون المستوى مً عمودا على مستويى المسقط معا فيكون عمودا بالضرورة على خط الارض ويختصر الشكل بامرار المحورين بالنقطة م التى هى احدى نقط المستوى المعلوم م

(٦٦)

(المسئلة العشرون) اذا كان المطلوب جعل مستو فى وضع مواز لخط الارض يقال

يمكن كمافى (الشكل ٦٤) حل المسئلة بتدوير المستوى م حول المحور الرأسى ا حتى يصير اثره الافقى موازيا خ ض انظر (ثامنامن بند ٣٣) ثم لايجاد الاثر الرأسى الذى يجب ان يكون موازيا ايضا خ ض لا يصح ان يستعمل افقى من افقيات المستوى كما هو معلوم لان المستقيم يصير بعد الدوران موازيا خ ض ولا يقابل بالضرورة المستوى الرأسى لكن يبحث عن النقطة م التى هى تقابل المحور ا بالمستوى م وهذه النقطة ثابتة فاذا امررنا منها فى المستوى م المستقيم و الذى لم يرسم فى الشكل غير مسقطه الافقى و ق فلا بد وان يستمر مارا بالنقطة م نفسها ويصير اثره الافقى ا فى النقطة اَ كما يصير المستقيم و فى الوضع وَ الذى فيه اثره الرأسى هو النقطة سَ فحينئذ اذا امررنا من هذه النقطة موازيا للخط خ ض كان هو الاثر المطلوب رمَ

ومن المعلوم انه يصح ان يستعمل بدل الاثر ا نقطة اخرى من المستقيم و

(٦٧)

(المسئلة الحادية والعشرون) اذا كان المطلوب جعل مستو فى وضع موازلاحد مستويى المسقط يقال

ان المستوى الموازى للمستوى الرأسى يكون ايضا عمودا على المستوى الافقى واثره الافقى موازيا لخط الارض فيلزم اولا جعل المستوى المفروض م

عمودا

عموداعلى المستوى الافقى بحركة دوران حول محور عمود على المستوى الرأسى كما فى (بند ٦٤) ثم يجعل بحركة دوران ثانية حول محور رأسى موازيا للمستوى الرأسى

ولجعل مستو فى وضع مواز للمستوى الافقى يجعل اولا عموداعلى المستوى الرأسى بحركة دوران حول محور رأسى ثم يجعل بحركة دوران اخرى حول محور عمود على المستوى الرأسى موازيا للمستوى الافقى

(٦٨)

ويمكن بحركات دوران كالحركات السابقة جعل اى مستو فى وضع به يكون اثره الافقى مثلا موازيا لمستقيم معلوم فى المستوى الافقى كما يصح تعيين حد الحركة اللازم اجراؤها على المستوى المذكور

(٦٩)

ويمكن حل جميع المسائل الهندسية الوصفية بواسطة تغييرات مستويى المسقط وبحركات دوران حول محور عمود على احد مستويى المسقط وهذا فى الحقيقة يرجع للتغييرات وذلك لان تغيير المستوى الرأسى للمسقط مثلا يرجع بالضرورة لدوران المستوى الرأسى القديم حول محور رأسى حتى يصير فى الوضع الجديد المطلوب وضعه فيه غاية ما فيه ان الفرق بين هاتين الطريقتين الاصليتين ان الذى يدور فى الاولى حول محور عمود على المستوى الآخر ليصير فى وضع لائق بالنسبة للشكل المراد اسقاطه هو احد مستويى المسقط وان الذى يدور فى الثانية حول محور كالاول ليصير فى وضع لائق بالنسبة لمستويى المسقط هو الشكل نفسه ومن هنا ينتج ان المسائل تحل غالبا بتغييرات مستويى المسقط او بحركات دوران اوبهما معا ومع ذلك فيشاهد ان فى استعمال احديهما دون الاخرى اختصارا وسهولة فى بعض الاحيان وسنذكر مسائل لا يمكن حلها الا باحدى هذه الطرق

ويشاهد مما سبق ان الاخصر فى جعل مستو فى وضع مواز لخط الارض تغيير المستوى لا حركة الدوران لانها تستلزم استعمال مستقيم لا حاجة له فى الاولى لكن يختار استعمال حركة الدوران عن استعمال تغيير

مستويى المسقط عند انتخاب المحاور انتخابا مستحسنا لجعل مستوفى وضع عمود على خط الارض فالمسئلة المقررة فى (بند ٦٨) لايمكن حلها بتغييرات المستوى بالضرورة

(٧٠)

وقد يضطر غالبا فى المسائل العملية الى دوران شكل حول محور ليس عمودا على احد مستويى المسقط لكنه فى العادة مواز لاحدهما والغالب ان يكون فى احد هذين المستويين وتحل هذه المسائل ايضا بتغييرات المستويات وبحركات الدوران حول المحاور العمودية على احد مستويى المسقط

(٧١)

(المسئلة الثانية والعشرون) اذا كان المراد تدوير نقطة او مستقيم بمقدار زاوية معلومة حول محور موازلاحد مستويى المسقط يقال

ليفرض ان ا مثلا محور افقى مائل بالنسبة للمستوى الرأسى كما فى (الشكل ٦٥) وان المراد تدوير النقطة م او المستقيم و بمقدار زاوية معلومة إ حول المحور المذكور فترسم النقطة م وجميع نقط المستقيم و اقواس دائرة كلها فى مستويات عمودية على المحور ا فتكون بالضرورة رأسية وتسقط انسقاطا رأسيا بدوائرمساوية لها اذا كان المستوى الرأسى للمستقيم عمودا على المحور ا ولذا يغيراولا المستوى الرأسى ويختار آخر عمود على ا فيؤل الحال الى تدوير النقطة م والمستقيم و حول محور عمود على المستوى الرأسى للمسقط وقد تقدم لنا فى (بندى ٥٨ و ٥٩) كيفية ايجاد مسقطى النقطة مَ والمستقيم وَ على المستويين اللذين يتقاطعان فى خَضَ لكن يلزم نسبة النقطة والمستقيم الى مستويى المسقط القديمين فيكفى لذلك ان تنزل من النقطة مُ عمود على خَض وان نأخذ

وُمَ = وُمْ و ـبـِ = ـبـَُ

فيحدث المسقط الرأسى لنقطة ثانية من المستقيم وَ وبهذا يتعين المستقيم

تعينا

تعينا كاملا وكذلك النقطة م

(٧٢)

ثم ان الجزء الاول من المسئلة مبني على جعل المحور ا عمودا على احد مستويي المسقط ومن المعلوم انه كان يمكن الوصول لذلك بحركة دوران حول محور رأسي كما في (بند ٦٣) لكن ما تبعناه من العمليات سهل جدا كما لا يخفى ذلك لتوصيلها المطلوب بلا واسطة

اذا اريد تدوير النقطة او المستقيم حول محور موازٍ للمستوى الرأسي يتنبه الى ان الدوائر الحادثة من دوران كل نقطة اعمدة على هذا المحور فتكون بالضرورة اعمدة على المستوى الرأسي وبهذا يتوصل اولا الى جعل هذا المحور رأسيا بأخذ مستوٍ افقي جديد يكون عمودا عليه لان هذه الدوائر تنسقط كلها على هذا المستوى الجديد بدوائر مثلها

(٧٣)

(المسئلة الثالثة والعشرون) اذا كان المطلوب تدوير مستوٍ بقدر زاوية معلومة حول محور موازٍ لاحد مستويي المسقط يقال

ليفرض كما في (الشكل ٦٦) ان المحور ا موازٍ للمستوى الرأسي ومائل بالنسبة للمستوى الافقي ثم يبحث عن ايجاد اثري المستوى م بعد دورانه حول المحور ا بمقدار زاوية معلومة فجميع نقط المستوى م ترسم مدة الحركة اقواس دوائر كائنة في مستويات اعمدة على المحور وتنسقط كلها بدوائر مثلها اذا كان المستوى الافقي عمودا على ا ولذا نغير اولا المستوى الافقي ونجعله عمودا على ا ولا بد ان يكون حينئذ خط الارض خَ ضَ عمودا على اَ وان يكون المسقط الافقي للمحور ا نفس النقطة اَ متباعدة عن خَ ضَ بمقدار مساوٍ لبعد اً عن خ ض ولايجاد قَ نمد رَ حتى يتلاقى مع خَ ضَ في النقطة وَ ثم نعين نقطة ثانية كالنقطة بَ بواسطة الرأسي ط للمستوى م فاذا انزلنا من ا عمودا اع

على قَ مَ ورسمنا قوس دائرة مركزها أ نَ ونصف قطرها هو أ عَ نَ ورسمنا أ عَ بحيث يصنع مع أ عَ نَ الزاوية المفروضة إ ثم رسمنا من عَ مماسا لقوس الدائرة المرسومة نجد الاثر الافقى قَ مَ للمستوى فى وضعه الجديد ومن ذلك يستخرج الاثر الرأسى رَ مَ بواسطة افقى ب للمستوى تعلم منه النقطة ج فيتحصل معنا الاثر الافقى قَ مَ للمستوى مَ على المستوى القديم بعد رَ مَ الى غ ض ان امكن ذلك ثم نعين نقطة اخرى كالنقطة دَ بواسطة الرأسى هَ للمستوى مَ

ولدوران المستوى حول محور موازٍ للمستوى الافقى يلزم اولا ان يؤخذ مستو جديد رأسى عمودا على هذا المحور ويمكن بدل التحديد بالزاوية ان يجعل المستقيم او المستوى فى وضع معين

(٧٤)

(المسئلة الرابعة والعشرون) اذا كان المطلوب تدوير نقطة او مستقيم بقدر زاوية معلومة حول محور ما يقال

ليكن المحور أ كما فى (الشكل ٦٧) معلوما بمسقطيه أ نَ و أ رَ والنقطة م معلومة بمسقطيها ايضا م نَ و م رَ والمستقيم و معلوما ايضا بمسقطيه و نَ و و رَ فيلزم ايجاد مسقطى المستقيم اللذين هما و نِ و و رِ للمستقيم و والمسقطين م نِ و م رِ للنقطة م بعد تدوير و و م بمقدار الزاوية إ حول المحور أ ففى مدة الدوران ترسم النقطة م وجميع نقط المستقيم و اقواس دائرة كائنة فى مستويات اعمدة على المحور أ تنسقط بدوائر متساوية اذا كان المحور أ عمودا على احد مستويى المسقط فيلزم حينئذ جعله فى هذا الوضع بانتخاب مستو جديد للمسقط عمودا على أ لكن لا يصير المستوى المذكور عمودا على مستو من المستويين المنسوب اليهما الشكل

الا ن

الآن فيضطر الى تغيير المستوى مرتين بان تأخذ

(اولا) مستويا رأسيا جديدا موازيا للمحور ا ولاجل السهولة والاختصار في ذلك ينتخب المستوى المسقط افقيا لهذا المحور وبذلك يكون خط الارض الجديد هو المسقط اَ وحيث ان المساقط الافقية اَ و مَ و وَ لا تتغير تكون المساقط الرأسية الجديدة اً و مً و وً على المستوى الرأسي الجديد انظر (بند ٤٤ و ٤٦) وبذلك يؤل الحال الى تدوير النقطة م والمستقيم و حول المحور ا الموازى لاحد مستويى المسقط اى الى المسئلة المتقدم حلها في (بند ٧١) ثم يغير الآن المستوى الافقى بان يجعل خً ضً عمودا على المحور ا فيكون مسقط المحور الافقى نفس النقطة اَ وحيث ان المسقطين الرأسيين مً و وً لا يتغيران يكون المسقطات الافقيان عينى م و و ثم لتدوير م والمستقيم و حول المحور ا الذى هو الآن عمود على المستوى الافقى يلزم ان يوصل بين اَ و مَ ويجعل هذا المستقيم نصف قطر ترسم به دائرة تقطع وَ فى نقطة ثانية كَ ثم تصنع الزاوية ا بواسطة المستقيم اَ مَ فيتحصل نقطة مَ و يجعل كَ كَ = مَ مَ يتحصل معنا نقطة ثانية من وَ ولكون المسقطين مً و كً يوجدان على خطين موازيين لخط الارض خً ضً ومارين بالمسقطين مَ و كَ يتحصل معنا وً فيلزم الآن تغيير المستوى الافقى وانتخاب خَ ضَ خطا ارضيا بشرط ان يؤخذ مَ خلف هذا الخط و كَ امامه كوضعى مَ و كَ بالنسبة الى خً ضً انظر (بند ٤٣)

ومن هذا ينتج وَ ومنه ينتج وً انظر (بند ٤٦)

(المسئلة الخامسة والعشرون) اذا كان المطلوب تدوير مستو بقدر زاوية معلومة حول محور ما يقال

ليفرض كما فى (الشكل ٦٨) ان المحور ا معلوم بمسقطيه اً و اَ وان المستوى م معلوم ايضا باثريه ق م و ر م والمطلوب تدوير المستوى م بقدر زاوية معلومة ل حول المحور ا ففى مدة الدوران ترسم جميع نقط المستوى م اقواس دائرة فى مستويات اعمدة على ا وبذلك لاتكون موازية لاحد مستويى المسقط ولا اعمدة عليه فقد آل الامر اولا الى تغيير المستوى الرأسى كما فى المسئلة المتقدمة فحينئذ يؤخذ المستوى الجديد موازيا للمحور او مارا بالمحور نفسه وهو اخصر فينطبق خط الارض خَ ضَ على اً ثم لايجاد وضع المحور على هذا المستوى يبحث عن وضعى نقطتين من نقطه ا و م فيتحصل المحور ا وحيث ان الاثر ق م لايتغير يعين الاثر الرأسى ر م بافقى ب من المستوى ثم يغير المستوى الافقى بانتخابه عمودا على المحور فيكون خط الارض خً ضً عمودا على ا والمسقط الافقى للمحور هو عين اً فلا يتغير الاثر الرأسى ر م ويتحصل الاثر الافقى ق م بواسطة الرأسى ط للمستوى ثم يلزم تدوير المستوى م المعلوم باثريه ق م و ر م حول المحور ا الذى هو الآن عمود على المستوى الافقى للمسقط بان ننزل اً ع عمودا على ق م ونرسم الزاوية ل ثم نرسم قوس دائرة بجعل اً مركزا فيتحصل معنا النقطة عَ وباخذ ق م مماسا فى هذه النقطة للدائرة ج يحدث الاثر الافقى للمستوى فى وضعه الجديد ويقابل الاثر الرأسى ر م المحور فى نقطة ه ثابتة مدة الدوران ومنتسبة بالضرورة الى الاثر

الرأسى رَ ايضاثم نغيرالآن المستوى الافقى بان نأخذ غ ضَ خطا ارضيا فيتعين الاثرالافقى تَ بواسطةالرأسى رَ ثم نغيرايضا المستوى الرأسى بان نأخذ غ ض خطاارضيا فنجدالاثرالرأسى رَ بواسطةافقى سَ

(٧٦)

اذا علم شكل مستوفى الفراغ كان من المهم معرفة هيئته الحقيقية فيلزم لذلك جعل المستوى المحتوى على ذلك الشكل فى وضع موازلاحد مستويى المسقط انظر (اولا من بند ٥٦) ويتوصل الى ذلك بعمليتين مختلفتين هما

(اولا) ان يؤخذ مستو جديد للمسقط مواز لمستوى الشكل المذكور او يعتبر اختصارا هذا المستوى عينه مستويا جديدا للمسقط لكن اذا لم يكن هذا المستوى عمودا على احد المستويين الاصليين يجب البدؤ بجعله فى هذا الوضع الخاص

(وثانيا) ان يدور مستوى الشكل المذكور حول محور وينتخب محورا فى العادة احد اثريه وتسمى العملية حينئذ عملية الانطباق وحيث ان هذه الحركة حاصلة حول محور مواز لاحد مستويى المسقط احتيج فى ذلك الى عمليتين انظر (بند ٧٣) فيتحصل من ذلك انه اذا اريد ايجاد هيئة الشكل الحقيقية لاى شكل كائن فى مستو ما وجب اجراء عمليتين الغرض من اولاهما جعل مستوى الشكل عمودا على احد مستويى المسقط ومن الثانية جعله منطبقا على المستوى الآخر للمسقط او جعله اقل ما هنالك موازياله وكلتا هاتين العمليتين يمكن اجراؤها اما بتغيير مستو او بحركة دوران ومن ذلك يتحصل اربع طرق لحل هذه المسئلة هى

(اولا) ان تحل بتغييرى المستويين

(وثانيا) بتغيير المستوى ثم حركة دوران

(وثالثا) بحركة دوران ثم بتغيير المستوى

(ورابعا) بحركتى دوران

ومن المعلوم ان هذه الطرق قد انحلت حلا كافيا فيما سلف ولنشرع الآن في بيان تطبيقها على حل المسائل الاربع الآتية التي توصلنا الى مسئلة العكس وهي ان يكون المعلوم وضع نقطة على المستوى المنطبق او المعتبر مستويا للمسقط والمطلوب معرفة مسقطيها على مستويين معلومين عمودين على بعضهما

(٧٧)

(المسئلة السادسة والعشرون) اذا اريد رسم مثلث متساوى الاضلاع على مستقيم معلوم يقال

ليفرض كما في (الشكل ٦٩) ان المستوى المراد اجراء العملية المطلوبة عليه م ومن المعلوم ان المستقيم ا ب لايكون معلوما الا بمسقطه الافقى اَ بَ وبشرط وجوده في المستوى م حيث يتعين به مسقطه الرأسى اُ بُ انظر (بند ٢٨) والاحسن ان يقال من حيث ان المستقيم محدود بالنقطتين ا و ب يبحث عن مسقطي هاتين النقطتين الرأسيين كما في (بند ٢٩) بان يستعمل لذلك افقيان من المستوى م اذا تقرر ذلك فلا يمكن اجراء العملية المطلوبة الا بعد جعل المستوى م منطبقا على احد مستويي المسقط وتستعمل في ذلك الطريقة الاولى انظر (بند ٧٦) اعنى تغييري المستويين وذلك بان يجعل المستوى م افقيا للمسقط فيلزم ان ينتخب اولا مستو رأسى جديد عمودا على المستوى م فيكون خط الارض خَ ضَ بالضرورة عمودا على قَ م انظر (وابعامن بند ٣٣) ولاجل ايجاد رَ م يستعمل افقيان قد رسما لايجاد اُ و بُ ثم يجعل المستوى م مستويا افقيا للمسقط فيصير تقاطعه بالمستوى الرأسى اى رَ م خط الارض الجديد خً ضً ويكون المسقطان الافقيان للنقطتين ا و ب هما عينهما وايجادهما يكون بالطرق المعلومة في (بند ٤٥)

وبعد ايجاد المستقيم ا ب يرسم المثلث المتساوى الاضلاع المطلوب ولمعرفة

مسقطى هذا المثلث على مستويى المسقط الاصليين ينبغى ان يتنبه الى انه لم يبق علينا بعد معرفة مساقط رأسى المثلث ا و ب الا معرفة مسقطى الرأس ج ويتوصل اليهما بتغييرى المستويين على عكس ما سبق اعنى ان ينتقل من المستويين المتقاطعين فى خً ضً الى المتقاطعين فى خَ ضَ بتغيير المستوى الافقى للمسقط ثم ينتقل من هذا الى الاصليين المتقاطعين فى خ ض بتغيير مستوى المسقط الرأسى

فلو اعتبرنا المستوى م مستويا رأسيا لكان الاليق تعيين اً و بً برأسيين من المستوى م ينفعان فيما بعد لايجاد الاثر قَ على مستوى المسقط الجديد الافقى العمود على المستوى م الذى كان يلزم اعتباره قبل اعتبار المستوى م مستويا رأسيا للمسقط

(٧٨)

(المسئلة السابعة والعشرون) اذا اريد ان يرسم على قاعدة معلومة الطول ا ب مناظرة للضلع اَ بَ مثلث ا ب ج مكافىء لمثلث معلوم اَ بَ جَ ورأسه فى ج على مستقيم معلوم الوضع يفرض ان المستوى كما فى (الشكل ٧٠) المراد اجراء جميع العمليات عليه م ومن حيث ان كلا من المستقيمين ا ب و الكائنين على المستوى م لا يعلم الا بمسقط واحد يستنتج المسقط الآخر بمقتضى (بند ٢٨) وحيث انه لا يمكن اجراء عمليات المسئلة الا بعد جعل المستوى م منطبقا على احد مستويى المسقط يفرض ان المطلوب انطباقه على المستوى الافقى وتستعمل فى ذلك الطريقة الثانية المقررة فى (بند ٧٦) وهى تغيير مستو ثم حركة دوران

ويلزم لاجل انطباق المستوى م على المستوى الافقى تدويره حول قَ معتبرا محورا لكن من حيث ان هذا المحور افقى يجب ان يجعل اولا عمودا على

المستوى الرأسي انظر (بند ٧٣) بان يغير المستوى الرأسي للمسقط فيؤخذ خَ ضَ عمودا على قَ مَ ويبحث عن رَ مَ الذى لابد وان يحتوى على اَ و بَ و دَ و وَ معا كما فى (ثانيا من بند ٥٦) وبعد انطباق المستوى م على المستوى الافقى ننبه على ان النقطة ا مثلا ترسم قوس دائرة ج موازية لمستوى المسقط الرأسى القاطع لمستوى المسقط الافقى فى خَ ضَ ومن حيث ان هذه النقطة لابد وان تصير على المستوى الافقى يكون مسقطها الرأسى حينئذ على خط الارض فى اَ فتكون النقطة نفسها بالضرورة فى اَ وتحصل ايضا النقطة الاخرى بَ والمستقيم وَ ثم يرسم المثلث المطلوب اَ بَ جَ على المستوى م المنطبق ثم لاجل معرفة مسقطى هذا المثلث على مستويى المسقط الاصليين ننبه على انه حيث ان الرأسين ا و ب معلومان وان الرأس الثالث موجود على المستقيم و لم يبق علينا الان نزل من الرأس جَ عمودا على قَ مَ فيقطع ذلك العمود المسقط وَ فى النقطة جً ومنه ينتج جً وبايصال مسقطى هذه النقطة ج بمساقط النقطتين ا و ب يتحصل مسقطا المثلث المطلوب ا ب ج ولو اريد انطباق المستوى م على المستوى الرأسى لكان يلزم اولا تغيير المستوى الافقى بجعل خط الارض الجديد عمودا على رَ مَ ثم تدوير المستوى م حول هذا الاثر الرأسى وكانت العمليات مشابهة للمذكورة آنفا

(٧٩)

(المسئلة الثامنة والعشرون) اذا اريد ان يرسم داخل محيط دائرة معلوم مخمس منتظم احدى رؤسه منطبقة على نقطة معلومة يقال ان محيط الدائرة كما فى (الشكل ٧١) يتعين بمركزه وبنقطة من المحيط اذا علم المستوى المحتوى عليه فاذا فرض ان المستوى المذكور هو م

وان المسقطين الافقيين وَ و اً للمركز و والنقطة ا معلومان يستنتج المسقطان الرأسيان انظر (بند ٢٩) بان يستعمل لذلك رأسيان و و أ للمستوى م ثم انه لا يمكن اجراء العمليات المطلوبة الا بعد انطباق المستوى م على احد مستويي المسقط ولاجل جعله في هذا الوضع تستعمل الطريقة الثالثة المقررة في (بند ٧٦) اعني حركة دوران ثم تغيير مستو فاذا اريد جعل المستوى م مستويا جديدا رأسيا للمسقط لزم جعله أولا عمودا على المستوى الافقي بتدويره حول محور عمود على المستوى الرأسي انظر (بند ٦٤) لحد ان يصير رأ في وضع رأً عمود على خ ض وحيث ان المحور اختياري يلزم ان يجعل مارا كما هو الاخصر بنقطة تقاطع الاثرين وهذا الاختيار يتعلق ضرورة بترتيب الشكل الخاص ثم لاجل ايجاد مساقط النقطتين و و ا بعد الدوران يمكن استعمال رأسيين قد رسما ولكن يمكن ايضا تبديل هذين الرأسيين بخطين اعظم ميلا للمستوى م بان نتصور مثلا في المستوى م من النقطة و خطا ط اعظم ميلا بالنسبة للمستوى الرأسي فيكون مسقطه الرأسي عمودا نازلا من وَ على رأً انظر (بند ٣٧) وقاطعا رأً في النقطة ع وهي الاثر الرأسي لهذا المستقيم الاعظم ميلا فتصير النقطة ع في النقطة عَ والمستقيم طَ يبقى عمودا على رأً وعلى طوله الاصلي كما في (ثالثا من بند ٥٦) فحينئذ اذا اخذنا عَ وً = ع وَ عمودا على رأً تكون النقطة وً مسقط النقطة و الرأسي في وضعها الجديد ويبقى مسقطها الافقي على بعد واحد من خ ض فيكون حينئذ في وً على المسقط الافقي للرأسي و من المستوى م الذي سبق استعماله لايجاد وً ويمكن بهذه الكيفية ايجاد المسقطين

أ و أً اونبه على ان النقط الثلاث نَ و وً و اً لابد وان توجد على قَمَ المعينة فيما سلف بالمسقط الرأسى نَ والمسقط الافقى وً ومن هنا يستخرج وً فيكون اً على قوس دائرة مرسوم من المركز نَ بنصف قطر نَ أ

ولنجعل الآن المستوى مَ مستويا رأسيا للمسقط فيصير اثره الافقى قَمَ خط الارض الجديد خَضَ فيحدث المسقطان الرأسيان للنقطتين اَ و وَ كافى (بند ٤٤) اللذان ليسا فى الواقع الا النقطتين نفسهما وباجراء العملية المعلومة وهى قسمة نصف القطر وَاَ فى النقطة سَ الى جزئين اكبرهما وسط متناسب بين الخط بتمامه وجزئه الاصغر فيكون اَ سَ ضلع المعشر فاذا زيد على هذا الضلع مثله بان جعل من اَ الى سَ يكون اَ سَ ضلع المخمس المطلوب وبعد رسم المخمس اَ سَ جَ دَ هَ يؤول الامر الى البحث عن ايجاد مسقطيه على مستويى المسقط الاصليين بعمليات عكس العمليات المتقدمة بان ننقل من مستويى المسقط المتقاطعين فى خَضَ الى المتقاطعين فى خ ض ويكون ذلك بتغيير المستوى الرأسى ثم ندور المستوى مَ حول المحور أ فى جهة مخالفة لجهة الدوران المبين بسهم القوس بقدر زاوية مساوية للزاوية فـ التى دارها المستوى فى العملية الاولى

فحيث ان النقطة سَ مثلا تنسقط انسقاطا افقيا فى سً على خَضَ يكون حينئذ مسقطها الرأسى سً باخذ سَ سً = سً سً على عمود نازل من سً على خ ض واذا جعل بعد ذلك المستوى مَ فى وضعه الاصلى م تحركت النقطة سَ تحركا موازيا للمستوى الرأسى للمسقط وصارت على الرأسى ب للمستوى م الذى يمر مسقطه الافقى بً بالنقطة سً بالضرورة وحينئذ يعلم ايضا بً اذا تقرر ذلك وجب ان يكون المسقط الرأسى

بَ على كل من بَ ومن قوس الدائرة المرسوم من المركز نَ بنصف قطر نَ بَ فيعلم المسقط حينئذ وبه يعرف بَ الواجب ان يكون على المسقط الافقى بَ وبهذه الكيفية توجد مساقط رؤس المخمس الباقية وبتوصيل هذه الرؤس ببعضها واحدة بعد الاخرى بمستقيمات يتحصل معنا مسقطا المخمس نفسه

فاذا اريد جعل مستوى الشكل مستويا افقيا للمسقط لزم اولا جعله فى وضع مَ عمودا على المستوى الرأسى بحركة دوران حول محور رأسى ثم جعل هذا المستوى مَ مستويا افقيا للمسقط وبهذا يصير رَ خطا ارضيا جديدا

(٨٠)

(المسئلة التاسعة والعشرون) اذا اريد ايجاد المركز ونصف قطر الدائرة المرسومة خارج مثلث معلوم يقال

يرسم كما فى (الشكل ٧٢) اولا اثر المستوى م الكائن عليه المثلث المعلوم ا ب ج كما فى (بند ٣٢) ثم يطبق المستوى م على المستوى الافقى للمسقط لامكان اجراء العمليات اللازمة لحل المسئلة بان تستعمل مثلا الطريقة الرابعة المقررة فى (بند ٧٦) اعنى حركتى دوران بان يجعل اولا المستوى م عمودا على المستوى الرأسى بحركة دوران اولى حول محور رأسى ا فيرسم الاثر قَ زاوية ف فيجب حينئذ ان ترسم النقط ا و ب و ج عين الزاوية التى رسمها الاثر ولذلك ترسم من النقطة اِ معتبرة مركزا بانصاف اقطار اِ اَ و اِ بَ و اِ جَ اقواس دوائر عليها تؤخذ بالابتداء من النقط اَ و بَ و جَ مقادير مساوية للمقادير المحصورة فى الزاوية فِ فتحصل حينئذ المساقط الافقية اَ و بَ و جَ واما المساقط الرأسية فتبقى على

ماكانت عليه من الارتفاع عن خط الارض خ ض وتوجد كلها على رَ وهذا

برهان على صحة العمليات ثم يدور المستوى مَ حول المحور ق لينطبق

على المستوى الافقى للمسقط وتصير المساقط الرأسية على خ ض فى النقط

أُ و بُ و جُ واما النقط نفسها اً و بً و جً فتكون على

مستقيمات موازية لخط الارض خ ض ومارة من المساقط الافقية اَ و

بَ و جَ كل مستقيم من مسقط اذا تم ذلك نرسم المركز وً والنصف قطر

وَاً للدائرة المرسومة خارج المثلث أ بً جً ولتحصيل مساقطها يدور

المستوى دورتين مساويتين للدورتين اللتين اجريتا قبل ذلك لكن الى جهة

عكس جهتيهما فبذلك تصير اولا النقطة وً فى النقطة وَ بدورانها حول

قَ ثم فى و بدورانها حول المحور ا فيحصل معنا المسقطان وَ اَ

وُ اُ لنصف قطر الدائرة المذكورة

واذا اريد انطباق المستوى م على المستوى الرأسى بتدويره حول اثره الرأسى

لزم اولا جعل هذا الاثر عمودا على المستوى الافقى بحركة دوران اولى حول محور

عمود على المستوى الرأسى

(الباب الثالث)

مسائل فى النقطة والمستقيم والمستوى

فى المستقيمات والمستويات الاعمدة على بعضها

(٨١)

مسقطا المستقيم العمود على مستو يكونان عمودين على اثرى المستوى كل مسقط

على نظيره لانه اذا اخذ المستوى المسقط افقيا للمستقيم مستويا رأسيا للمسقط

انطبق خط الارض على وَ وصار الاثر قَ عمودا عليه كما فى (رابعا من بند ٣٣) وصار ايضا وَ و رَ عمودين على بعضهما ويمكن ايضا اثبات هذه الدعوى النظرية بسهولة بواسطة حركة دوران لانه بتدوير جملة الشكل حول محور رأسى الى ان يصير المستوى م عمودا على المستوى الرأسى يكون حينئذ المستقيم و موازيا لهذا المستوى فعلى ذلك يكون وَ موازيا لخط الارض خ ض والاثر قَ عمودا عليه فحينئذ يكون وَ و قَ عمودين على بعضهما وبتدوير جملة الشكل حول محور عمود على المستوى الرأسى للمسقط الى ان يصير المستوى م عمودا على المستوى الافقى للمسقط يثبت ان وَ و رَ عمودان على بعضهما وبالجملة فهذا الاثبات يرجع للاول انظر (بند ٦٨) ويسهل رسم الشكل المتعلق بذلك كما يسهل رسم الاول

(٨٢)

(المسئلة الاولى) اذا كان المطلوب امرار مستقيم عمود على مستو معلوم من نقطة معلومة ع يقال

انه يكفى انزال عمودين من مسقطى النقطة المعلومة ع على اثرى المستوى المعلوم لكن اذا لم يكن المستوى معلوما باثريه وكان هذان الاثران خلف حدود الرسم وجب اجراء العملية هكذا

بان يفرض ان المستوى المعلوم كما فى (الشكل ٧٣) هو (ا ب) فيمر خط ما افقى ج فى هذا المستوى فيكون مسقطه الرأسى جَ موازيا لخط الارض خ ض وقاطعا اَ و بَ فى النقطتين اَ و ـَ وهما المسقطان الرأسيان للنقطتين ا و ـ فيحصل منهما بدون واسطة المسقطان الافقيان ثم يحصل ايضا جَ لكن جَ موازى للاثر الافقى للمستوى فاذا

انزلنا من المسقط ع عمودا على ج يكون ن المسقط الافقى للعمود المطلوب واذا امررنا ايضا رأسيا ط على المستوى (أ ب) حدث ن ثم اذا لم يكن لكل من الخطين الافقى والرأسى من المستوى مسقطان فى حدود الرسم يجب تغيير مستويى المسقط بان يجعل اولا مثلا المستوى الجديد الافقى المستوى المسقط رأسيا لاحد المستقيمين أ ثم ينتخب مستو جديد رأسى مارا بالمستقيم ب بحيث يكون المستقيمان أ و ب اثرين للمستوى المعلوم على مستويى المسقط الجديدين فينزل على هذين الاثرين حينئذ عمودين من المسقطين الجديدين للنقطة المعلومة ثم ينتقل من مسقطى هذا الرأسى على المستويين الجديدين الى مسقطيه على المستويين الاصليين

(٨٣)

(المسئلة الثانية) اذا كان المطلوب امرار مستو عمودى على مستقيم معلوم و من نقطة معلومة م يقال

من النقطة م كما فى (الشكل ٧٤) يمر الافقى ط للمستوى المطلوب م فيكون مسقطه الافقى بالضرورة موازيا للاثر الافقى للمستوى فحينئذ يكون ذلك المسقط عمودا على و ويكون الاثر الرأسى أ للافقى ط نقطة من الاثر الرأسى للمستوى م ولابد ان يكون الاثر الرأسى لهذا المستوى عمودا على و فاذا انزلنا من النقطة ع التى هى تقابل ذلك الاثر مع خ ض عمودا على و كان ذلك العمود هو الاثر المطلوب ق

فان لم يتقابل الاثر ر بخط الارض خ ض فى حدود الرسم عينت بلا واسطة نقطة من ق بان يمر من النقطة م الرأسى ج للمستوى م وقد يكون اثرا هذين المستقيمين ط و ج خارجين عن حدود الرسم ففى هذه الحالة يلزم اولا ان يتنبه الى انهما يكفيان فى تعيين المستوى

المطلوب

المطلوب بدون حاجة لايجاد اثر يهما لكن اذا اريد تحصيل جزئى اثرى المستوى الكائنين فى حدود الرسم امكن بواسطة الافقى ط والرأسى ج المارين من النقطة م تعيين جملة مستقيمات اخر غير متناهية كائنة كلها فى المستوى المطلوب بالتوصيل بين اى نقطتين من هذين المستقيمين احداهما يمكن ان تكون على بعد غير متناه

(٨٤)

(المسئلة الثالثة) اذا كان المطلوب امرار مستو عمود على مستو معلوم من مستقيم معلوم يقال

ليفرض ان المستقيم المعلوم و والمستوى المعلوم م فاذا انزلنا من نقطة ما من نقط و عمودا ن على المستوى م لايخرج عن المستوى المطلوب فيكون هذا المستوى معينا بالمستقيمين و و ن انظر (بند ٣١)

فاذا كان المستقيم و نفسه عمودا على المستوى م لايكون معنا الا مستقيم واحد ومن المعلوم ان كل مستو مار من مستقيم عمود على مستو آخر يكون عمودا على هذا المستوى فاذا اخذ بدل المستقيم و نقطة لم يتغير العمل

(٨٥)

(المسئلة الرابعة) اذا كان المطلوب امرار مستقيم عمود على مستقيم معلوم من نقطة معلومة يقال

اذا كانت النقطة المعلومة خارجة عن المستقيم المعلوم لايمكن ان ينزل من مثل هذه النقطة الا عمود واحد على المستقيم ويمكن حل المسئلة بعدة طرق هى ان يقال (اولا) من حيث ان المستقيم المعلوم و والنقطة المعلومة م كما فى (الشكل ٧٥) يعينان مستويا (و م) انظر (بند ٢٧) يمكن جعل ذلك المستوى احد مستويى المسقط او انطباقه على احد مستويى المسقط المتقاطعين فى خ ض باستعمال احدى الطرق الاربعة المقررة فى (بند ٧٦) ولننتخب الثانية منها بفرض تطبيق المستوى (و م) على المستوى الافقى للمسقط ويلزم لذلك اولا ان يؤخذ مستو جديد رأسى للمسقط عمود على المستوى (و م) بحيث

يكون خَضَ عمودا على الاثر الافقى لهذا المستوى بالضرورة ولا يلزم مع ذلك ايجاد هذا الاثر بل يكفى امرار افقى ط للمستوى (و م) من النقطة م فيلزم حينئذ ان يمر طَ من مَ ويكون موازيا للخط خ ض ويقابل وَ فى النقطة بَ ومنها يستنتج بً الذى يلزم ان يكون كائنا على وً فاذا اوصلنا بً بالمسقط مً حدث المسقط طً الذى يجب ان يكون خَضَ عمودا عليه ولاجل الاختصار ننتخب المستوى الرأسى الجديد للمسقط مارا من النقطة م ومن حيث ان هذه النقطة والمستقيم و يوجدان على مستو عمود على المستوى الجديد الرأسى للمسقط يوجد مسقطاهما الرأسيان م و وَ على مستقيم واحد ويجب ان يكون ايضا الاثر الرأسى رَ للمستوى م او (و م) واما قً فيجب ان يكون عمودا على خَضَ ويمكن ان يكون كائنا دائما فى حدود الرسم بوضع خط الارض الجديد وضعا لائقا فاذا دورنا بعد ذلك هذا المستوى حول قً المنطبق المستقيم و والنقطة م على وَ و مَ اى كل على نظيره فاذا انزل من النقطة مَ العمود نَ على المستقيم وَ قابل ذلك العمود وَ فى النقطة عَ وبارجاع هذه النقطة الى الوضع الاصلى للمستقيم و يحصل المسقطان عً و عَ فاذا اوصلنا مساقط النقطتين م و ع بخطين مستقيين كانا مسقطى العمود المطلوب وكان يصح اعتبار رً خطا ارضيا جديدا واستعمال الطريقة الاولى المذكورة فى (بند ٧٦) ويمكن ايضا استعمال احدى الطريقتين الاخريين لذلك

تنبيه *الطريقة التى سلكناها هنا اسهل الطرق المذكورة فى كتب هذا الفن لان الانسان قد يكون مجبورا فى هذه الطريقة الاخيرة على امرار مستقيم من النقطة م قاطع للمستقيم و اوموازله كما يكون مجبورا ايضا على ايجاد اثرى المستوى المعين بهذين المستقيمين قبل اجراء الانطباق

(وثانيا) من حيث ان المستقيم المطلوب ن يقطع المستقيم و فى النقطة

ع التي منها يمكن امرار مستقيم آخر نَ عمود على المستقيم و المذكور فيكون المستوى (ن نَ) عمودا على و ويقطعه فى النقطة ع فبهذا يتوصل الى امرار مستو عمود على مستقيم و من النقطة م كما فى (بند ٨٣) والى البحث عن نقطة تقابل هذا المستوى بالمستقيم و فاذا اوصلنا نقطة التقابل ع بالنقطة المعلومة م تحصل معنا المستقيم المطلوب لكن هذه الطريقة المذكورة دائما فى الكتب منفردة تستدعى حل مسئلة تتعلق بعدة مسائل سيأتى حلها واما المسئلة التى نحن بصددها فهنا هو محل حلها والحل الاول حينئذ هو المناسب لها حقيقة ومزيته ان يستنتج منه تطبيق جديد للاصول وهذا برهان آخر على عمومية تلك الاصول

(٨٦)

(المسئلة الخامسة) اذا كان معلوما مسقط افقى لمستقيم عمود على مستقيم معلوم فى نقطة معلومة والمطلوب ايجاد مسقطه الرأسى يقال

اذا كانت النقطة المعلومة كما فى (الشكل ٧٦) على المستقيم المعلوم امكن فى مسئلتنا هذه امرار عدة اعمدة على هذا المستقيم غير محصورة لكن يختار منها معرفة ما كان معلوم المسقط الافقى ولنفرض حينئذ ان و هو المستقيم المعلوم و نٌ المسقط الافقى المعلوم للخط العمودى على المستقيم و المأخوذ من النقطة م ومن حيث ان المستقيم ن كائنا فى المستوى م العمود على المستقيم و فى النقطة م يتوصل بعد ايجاد اثرى هذا المستوى كما هو مبين فى (بند ٨٣) الى البحث عن المسقط الرأسى لمستقيم كائن فى مستو ومعلوم المسقط الافقى كما فى (بند ٢٨)

(فى تقاطع المستقيمات والمستويات)

(٨٧)

كل سطح يتولد على العموم من خط فراغى متحرك بطريقة معلومة وللسطح

عموماوجهان خارجي وداخلي ولا امتياز لاحدهما عن الآخر في هذا العلم لكن ينبغي تمييز احدهما عن الآخر فيما يتعلق بالصنايع

(٨٨)

كل سطحين مثل س و سَ يتقاطعان في خط لا يمكن ايجاده دائما بمجرد تولدهما بل لابد مع ذلك من تعيينه نقطة فنقطة ولهذا تؤخذ جملة سطوح متوالية مساعدة يقطع كل منها السطح المذكور س في خط كخط ج والسطح سَ في خط كخط جَ فيتقاطع الخطان الكائنان على سطح واحد مساعد هـ في نقطة م من التقاطع المطلوب للسطحين المذكورين س و سَ وينبغي ان يختار في كل حالة السطح المساعد هـ المذكور لطبيعته ووضعه بحيث تحصل مساقط تقاطعيه مع السطحين المعلومين بطريقة اسهل من الطريقة التي تحصل بها مسقطا تقاطع هذين السطحين نفسهما فاذا كان السطحان س و سَ مستويين فمن المعلوم ان السطوح المساعدة كالسطح هـ تكون بالضرورة مستوية ايضا واختيار هذه المستويات المساعدة يكون اولا بكيفية ان آثارها تقطع آثار المستويين المعلومين في حدود الرسم وثانيا ان تقاطعي المستوى المساعد مع المستويين المعلومين يتقاطعان في حدود الرسم

(٨٩)

(المسئلة السادسة) اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين آثارهما متقاطعة في حدود الرسم يقال

من المعلوم ان النقطتين ا و ب اللتين هما نقطتا تقاطع آثار المستويين المعلومين كما في (الشكل ٧٧) نقطتان من تقاطع المستويين المذكورين وهما ايضا اثراه انظر (بند ٢٨) وبهذا يسهل ايجاد مسقطي هذا المستقيم انظر (بند ١٤)

(٩٠)

(المسئلة السابعة) اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع ى للمستويين م و كَ اللذين اثراهما الافقيان متوازيان يقال

من المعلوم ان النقطة ـ التى هى نقطة تقاطع الاثرين الرأسيين للمستويين كما فى (الشكل ٧٨) اثر رأسى لتقاطع المستويين فيمر حينئذ ى بالمسقط ـ ويقابل بالضرورة الاثرين قَ و قَ في نقطة تقاطعهما اللانهائى ومن ثم يكون ى موازيا لهما ويمر كذلك المسقط ى ضرورة بالنقطة ـ ويقطع خ ض فى نقطة لانها أثبتة فيها النقطة ا ومن هنا يكون موازيا له كما ان ى لما كان موازيا للاثر قَ يكون المستقيم ى افقيا للمستوى م المشتمل عليه فحينئذ يكون المسقط ى موازيا بالضرورة للخط خ ض ثم لابد وان يكون خط التقاطع ى افقيا بالاولى لانه لو لم يكن كذلك لقطع المستوى الافقى فى نقطة ا مشتركة بين قَ و قَ فلا يكونان متوازيين وهذا خلف ويكون ايضا خط تقاطع المستويين المتوازيى الاثرين الرأسيين موازيا للمستوى الرأسى

(٩١)

(المسئلة الثامنة) اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين اتحد اثرا كل منهما وصارا مستقيما واحدا يقال

حيث ان الاثرين ا و ـ لهذا التقاطع كما فى (الشكل ٧٩) متحدان فى نقطة واحدة يكون التقاطع ى بالضرورة فى مستو عمود على خ ض وحينئذ يكون مسقطاه عمودين على خ ض ويكون معلوما منه ايضا نقطتان هما ا و ـ *تنبيه* يحصل من المستقيم ى ومستويى المسقط زوايا متساوية لان هذا المستقيم يحدث مع مسقطيه مثلثا متساوى الساقين

(٩٢)

(المسئلة التاسعة) اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع ى للمستويين م و كَ المتقاطع اثراهما الافقيان خلف حدود الرسم يقال ان المستويين المتوازيين مقطوعان بثالث فى مستقيمين متوازيين فلو رسم كما فى (الشكل ٨٠) مستو س موازللمستوى كَ لكان تقاطعه ط مع المستوى م موازيا للتقاطع ى للمستويين م و كَ لان النقطة ـ من هذا التقاطع معلومة فيلزم حينئذ اخذ خط موازللمسقط طً من النقطة ـً واخر موازللمسقط طُ من النقطة ـ انظر (بند ٢٤)

(٩٣)

(المسئلة العاشرة) اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع ى للمستويين م و كَ اللذين آثارهما الاربعة متقابلة فى نقطة واحدة ا من خط الارض يقال انه يجب كما فى (الشكل ٨١) اختيار المستوى المساعد س بحيث تتقاطع قً مع قَ و قُ كَ وكذلك رً مع رَ و رُ فى زوايا قائمة تقريبا فالمستوى س المذكور يقطع المستويين م و كَ فى مستقيمين أ و ب يتلاقيان فى النقطة م من التقاطع المطلوب ومع ذلك فهذا التقاطع يمر من النقطة ا بالضرورة فيتعين حينئذ تعيينا تاما بكل من هاتين النقطتين

(٩٤)

تنبيه يمكن حل هذه المسئلة بالمستوى المساعد ايا ما كان وضعه باعتبار هندسى فى غالب اوضاع المستوى ولا يمكن حلها باعتبار رسمى لانه حيث كانت خطوط الشكل غير رياضية ينبغى رسمها بشرط ان يكون تقاطعها صحيحا مضبوطا لا شك فيه والاحسن فى تمام هذا الشرط ان تصنع الخطوط المتقاطعة زاوية قريبة من الزاوية القائمة

(٩٥)

(المسئلة الحادية عشر) اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع ى للمستويين

م و كَ الموازيين لخط الارض يقال

اذا اخذ المستوى المساعد عموداعلى خط الارض خ ض كما في (الشكل ٨٢)

يصير بالضرورة مستويا جديدا راسيا عليه الاثران رَم و رَك وحيث ان

المستويين المذكورين م و كَ عمودان على هذا المستوى الجديد

الرأسي يكون تقاطعهما عمودا عليه ايضا فينسقط حينئذ هذا التقاطع

في يَ ويكون مسقطه الافقي يَ عمودا على خَضَ اوموازيا

خ ض ومع ذلك فالمستقيم ى يكون موازيا خ ض وكائنا فوق المستوى

الافقي بارتفاع ج ى فلو اخذ حينئذ وجَ = ج ى لحدثت

نقطة من المسقط الثاني يَ الموازي بالضرورة ايضا للخط خ ض

وكان يمكن ايضا ان يعتبر المستوى المساعد مستويا جديدا افقيا

للمسقط ويبحث عن الاثرين قَم و قَك

(٩٦)

(المسئلة الثانية عشر) اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع ى للمستويين

م و كَ اللذين لم تتقاطع اثارهما داخل حدود الرسم يقال

لحل هذه المسئلة عدة طرق هي

(اولا) ان يرسم كما في (الشكل ٨٣) المستوى كَ موازيا للمستوى

كَ ويرسم تقاطعه يَ مع المستوى م ويفرض ان رم و رك

ممتدان الى ان يتقاطعا في النقطة ب ويتوهم رأسي ب بَ فالمثلثان

م ب ل و م بَ ل متشابهان وكذلك م ب بَ و م بَ بَ وكذلك

م ب اَ و م بَ اَ ومن ذلك يحدث هذه المناسبات

م بَ : م ب :: م لَ : م ل و م بَ : م ب :: م بَ‌ق : م بق و

م بَ : م ب :: م اَر : م ار

وبحذف م بَ و م ب من هذه المتناسبات تكون هكذا

م لَ : م لا :: م بَ‌ق : م بق و م لَ : م ل :: م اَر : م ار

وبواسطة الحدين الرابعين من هاتين المتناسبتين تحدث النقطة بق من المسقط ىق وكذلك النقطة ار من ىر وحيث ان التقاطع ى مواز للتقاطع ىَ يكون معلوما بالضرورة ويمكن ابدال الحدين الرابعين من هاتين المتناسبتين بالمستويين الجديدين المساعدين كما تشاهد ذلك فى الطرق الآتية

(وثانيا) ان يؤخذ مستو تام مساعد مثل س يقطع المستوى م فى خط مستقيم ا والمستوى كَ فى مستقيم ب كما فى (الشكل ٨٤) فحيث ان هذين المستقيمين فى المستوى س يلزم ان يتقاطعا فى النقطة م من التقاطع ى للمستويين م و كَ وبأخذ مستو آخر مساعد مثل ص قاطعا للمستوى م فى خط مستقيم ج وللمستوى كَ فى مستقيم و توجد نقطة اخرى ن من هذا التقاطع فيتعين بها تعينا تاما لكن يسهل معرفة ان استعمال المستويات المساعدة اياما كانت لا يفيد دائما نقطا من التقاطع ى للمستويين م و كَ

(وثالثا) ان يؤخذ كما فى (الشكل ٨٥) المستوى المساعد س موازيا للمستوى الافقى وقاطعا للمستويين م و كَ فى افقيين ا و ب من هذين المستويين فيتقابل هذان الافقيان فى النقطة م من التقاطع المطلوب فلو اخذ مستو آخر مساعد مثل ص موازيا للمستوى

الرأسى لتقطع المستويين المذكورين م و كَ فى رأسيين و و هـ من هذين المستويين وهذان الرأسيان يتقابلان ايضا فى النقطة ى من التقاطع المذكور وبتوصيل النقطتين م و ى يحدث التقاطع ى المطلوب للمستويين المعلومين م و كَ

تنبيه اذا اخذ المستويان المساعدان س و ص ابعد ما يكون من خط الارض فالتقاطعات المساعدة تتقاطع فى نقط قريبة من خط الارض فينتج من ذلك انه لو كان النقطتان م و ى الكائنتان فى الشكل المتكلم عليه هنا خارج حدود الرسم لزم سلوك طريقة اخرى يأتى الكلام عليها فى (بند ٩٧)

(ورابعا) ان ينتخب المستوى المساعد س موازيا لخط الارض كما هو ممكن ايضا وقاطعا للمستويين م و كَ فى مستقيمين ا و اَ يتقاطع مسقطاهما الافقيان فى النقطة اَ من ى كما فى (الشكل ٨٦) ولما كان مسقطاهما الرأسيان لا يتقاطعان الا خارج حدود الرسم لم يرسما واذا اخذ مستو آخر مساعد مثل سَ نتج عنه تقاطعان جديدان ب و بَ يحدث منهما نقطة اخرى ـ من ى فيتعين حينئذ واذا انتخب ايضا مستويان جديدان مثل ص و صَ آثارهما الافقيان بعيدان كل البعد من خط الارض خ ض وكل منهما يقطع المستويين م و كَ بان يقطعهما الاول الذى هو ص فى المستقيمين و و وَ والآخر فى المستقيمين هـ و هَ التى تتقاطع مساقطها الرأسية داخل حدود الرسم حدث من ذلك نقطتان د و هـ من المسقط الرأسى ى فيتعين بهما ومن هنا يحدث التقاطع ى للمستويين م و كَ

(٩٧)

(المسئلة الثالثة عشر) اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين آثارهما تصنع مع خط الارض زوايا قريبة من القائمة يقال

ليكن كما فى (الشكل ٨٧) هذان المستويان م و كَ ويسهل فى هذه الحالة معرفة ان استعمال المستويات المساعدة المتقدمة لا يؤدى الى حل المسئلة لان المستوى الموازى للمستوى الرأسى يقطع المستويين م و كَ فى رأسيين لا يتقاطعان فى حدود الرسم وهذا ناشئ من كون المستويين م و كَ لا يتقاطعان الا بعد مسافة عظيمة الا ان جزء هذا التقاطع المجاور لاثره الافقى ينسقط انسقاطا رأسيا قريبا من خط الارض فاذا اختير مستو مساعد مار بخط الارض غ ض وقليل الميل جدا على المستوى الافقى قطع المستويين م و كَ فى مستقيين يقرب مسقطاهما الرأسيان من خط الارض ويتقاطعان بالضرورة فى حدود الرسم ومن هنا يتحصل نقطة من المسقط الرأسى للتقاطع المطلوب وباجراء مثل هذه العملية مع مستو جديد تنتج نقطة ثانية ايضا فيتم تعيين المسقط الرأسى بهما ويتعين المسقط الافقى بامرار مستويين بخط الارض صانعين مع المستوى الرأسى زاوية صغيرة جدا واجرى العمل على ماذكر فنقول

يؤخذ اولا مستو مثل س معين بخط الارض غ ض وبالنقطة سہ الموجودة قريبا من المستوى الافقى وبعيدا جدا عن المستوى الرأسى فيقطع المستويين م و كَ فى مستقيين مارين بالضرورة من النقطتين ع و كَ اللتين هما تقاطع المستويين المذكورين بخط الارض غ ض ولايجاد نقطة اخرى لكل من هذين المستقيين او التقاطعين يؤخذ مستو آخر مساعد مثل ر موازيا للمستوى الرأسى ومارا من النقطة سہ فيقطع بالضرورة المستوى س فى مستقيم ا موازلخط الارض كما يقطع مستويى م و كَ فى رأسيين ب و ج من هذين المستويين فيتقاطع المسقطان ا و ب فى النقطة ا من المسقط الرأسى و لتقاطع المستويين م و س لان النقطة ا كائنة على كل من المستقيين ا و ب من المستويين المذكورين ويمثل ذلك يتقاطع المستقيمان اَ و جَ فى النقطة دَ من

المسقط الرأسى هَ لتقاطع المستويين كَ و س ومن حيث ان المستقيمين و و هـ فى مستو واحد س فلا بد ان يتلاقيا فى النقطة م المعلوم مسقطها الرأسى مَ وهى من تقاطع المستويين م و كَ لان المستقيمين و و هـ من هذين المستويين ومن المعلوم ان هذا العمل لا يتعين به نقطة تما من ى ولذا لم يرسم فى الشكل المسقطان الافقيان وً و هً لتقاطع المستويين م و كَ مع المستوى س ويصح ايجاد نقطة اخرى من ى بواسطة المستوى سَ المار من خط الارض خ ض ومن النقطة سـ التى اختيرت متحدة المسقط الافقى مع النقطة سـ المتقدمة لما فى ذلك من كثير السهولة فيقطع المستوى ر المستوى المذكور فى المستقيم أ ومنه ينتج التقاطعان وَ و هَ للمستوى ر مع المستويين المذكورين م و كَ ثم ان هذان التقاطعان او المستقيمان قد يعينان المسقط الرأسى مَ للنقطة مَ من التقاطع ى الذى تعين بالكلية بهما ولاجل ايجاد المسقط الافقى يمر مستو ص من خ ض ومن نقطة صـ مختارة قريبة جدا من المستوى الرأسى وبعيدة جدا من المستوى الافقى فيقطع المستويين م و كَ فى مستقيمين خَ و ط يمكن ايجادهما كما تقدم باخذ مستو مساعد رَ موازيا للمستوى الافقى فالمسقطان الافقيان خً و طً اللذان لم يرسم غيرهما هنا لان المسقطين الرأسيين لا يتحصل منهما شئ كما هو معلوم يتقاطعان فى النقطة ثً التى هى مسقط افقى للنقطة ث من التقاطع ويتحصل نقطة اخرى ثً باستعمال مستو صَ مار من خط الارض خ ض ومن النقطة صـَ فيتم حينئذ تعيين التقاطع ى للمستويين م و كَ

ويمكن التعرض ايضا فى هذه المسئلة لعدة احوال اخر يسهل حلها بواسطة الطرق المستعملة فى الامثلة السابقة فيمكن مثلا ايجاد تقاطع مستويين احدهما موازلخط الارض والآخر اثراه متحدان فى مستقيم واحد وهكذا الى آخره

(٩٩)

(المسئلة الرابعة عشر) اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين معلوم كل واحد منهما باثره ونقطة منه يقال

ليكن كما فى (الشكل ٨٨) هذان المستويان م و كَ معلومين بالاثرين قَ و قً والنقطتين ع و كَ ولذلك عدة طرق هى

(اولا) انه يمكن ان يرسم الاثران الرأسيان للمستويين المذكورين بامرار مستقيم افقى للمستوى م من النقطة ع فيعلم منه نقطة من رً بامرار مستقيم افقى للمستوى كَ من النقطة كَ فينتج منه نقطة من رَ ويمكن امرار رأسيين للمستويين المذكورين من النقطتين ع و كَ فيكون رً و رَ حينئذ موازيين للمسقطين الرأسيين لهذين المستقيمين كل لنظيره ويمكن ايضا اخذ مستقيمين حيثما اتفق خارجين من النقطتين ع و كَ ومارين احدهما من نقطة من قً والاخرى من نقطة من قَ فيؤول الامر الى الطريقتين المتقدمتين

(وثانيا) انه يمكن حل المسئلة بالمستقيمات المعلومة التى فرضناها هنا بلا واسطة اخرى بان يوصل بين النقطتين ع و كَ بمستقيم و يقطع المستوى الافقى فى نقطة د ثم يمر بهذا المستقيم مستوما س واختر المستوى المسقط افقيا للمستقيم فيقطع المستوى س المستوى م فى مستقيم ب مار بالنقطة ع ويقطع المستوى كَ فى مستقيم ج مار بالنقطة كَ فيتقاطع هذان المستقيمان ب و ج فى نقطة م من التقاطع المطلوب

وهنالك نقطة اخرى ا وهى تقاطع الاثرين قَ ا و قَ كَ وبهما وبالنقطة المتقدمة يتم تعيين التقاطع المطلوب

(وثالثا) ان العملية المتقدمة اخصر من غيرها الا انها كافية فى ايجاد التقاطع المطلوب الا انه يمكن اخذ مستو ما س كما فى (الشكل ٨٩) ثم يقال ان هذا المستوى س لابد وان يشتمل فى جميع احواله على المستقيم و فيشتمل ايضا اثره الافقى على الاثر الافقى للمستقيم وهذا هو الشرط اللازم لهذا المستوى فيمكن حينئذ ان يمر من نقطة د مستقيم ما يعتبر اثرا قَ سَ للمستوى المساعد فيتحصل من هذا المستوى س النقطة م من التقاطع باجراء الاعمال المتقدمة فى الحالة السابقة وباخذ مستو آخر مساعد تتحصل نقطة ثانية من هذا التقاطع وبهما يتم تعيينه

(ورابعا) انه اذا كانت النقطة د خارج حدود الرسم امكن ايجاد التقاطع ى بواسطة اعمال الشكل ٨٨ واذا كانت النقطة ا خارج حدود الرسم امكن اجراء الاعمال التى فى الشكل ٨٩ لكن اذا كان هاتان النقطتان خارجتين عن حدود الرسم فلا يمكن ايجاد التقاطع باستعمال الطرق المتقدمة فينبغى فى هذه الحالة ان يتصور مستويان س و سَ ماران بالنقطتين ع و كَ كما فى (الشكل ٩٠) ومواز يان للمستوى الرأسى ويقطعهما بالمستوى م فى مستقيمين متوازيين يلزم بالضرورة ان يمر احدهما الذى هو تقاطع س و م بالنقطتين ا و ع والآخر بالنقطة اَ فيعلم حينئذ هذان المستقيمان ا و اَ وكذلك يقطع المستوى كَ للمستويين س و سَ فى مستقيمين متوازيين يلزم ضرورة ان يمر احدهما الذى هو تقاطع المستويين سَ و كَ بالنقطتين بَ و كَ والآخر بالنقطة ب وحينئذ يعلم التقاطعان ب و بَ لكن من حيث ان ا و ب موجودان فى مستو واحد س فلا بد ان يتقاطعا فى نقطة م من التقاطع ى المطلوب كما يتقاطع اَ و بَ فى نقطة اخرى مَ من هذا التقاطع ى

فحينئذ يتم تعيينه بهما ومن المعلوم ان الاعمال لا تختلف اذا امر مستويان رأسيان متوازيان ايا ما كانا من النقطتين ع و كَ ولا يلزم اصلا ان يكون المستويان المساعدان س و سَ موازيين للمستوى الرأسي للمسقط لانه لو كان كذلك لجبر الانسان على رسمهما في اتجاه غير الاتجاه الاول اذا كان النقطتان ع و كَ على بعد واحد من المستوى الرأسي للمسقط لكن يمكن جعل هذه الحالة آيلة الى احدى الاحوال الاول بتغيير المستوى الرأسي دون المستوى الافقي لانه لا تنتج عنه المعالم التي بها تحل المسئلة

(١٠٠)

(المسئلة الخامسة عشر) اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين معلومين بخطيهما الاعظمين ميلا بالنسبة لمستوى المسقط الافقي يقال

ليكن كما في (الشكل ٩١) م و كَ الخطين الاعظمين ميلا للمستويين م و كَ ولحل هذه المسئلة طريقتان هما

(اولا) ان يؤخذ المستوى المساعد افقيا مثل س فيقطع المستقيمين م و كَ في النقطتين ع و كَ انظر (ثانيا من ٥٦) كما انه يقطع المستويين في افقيين ا و ب مارين بالنقطتين المذكورتين لكن من حيث ان مٓ عمود على تٓ كما في (بند ٣٧) يكون عمودا بالضرورة على آ كما في (بند ٣٦) كما ان كٓ ايضا عمود على بٓ فيكون هذان الافقيان معينين تعينا كليا وحيث كانا في مستو واحد س فلا بد ان يتقاطعا في نقطة كالنقطة م من التقاطع ى للمستويين وباستعمال مستو آخر افقي سَ تعلم نقطة اخرى مَ من هذا التقاطع وحينئذ يكون معلوما

(وثانيا) ان يقال اذا كان مٓ و كٓ متوازيين كما في (الشكل ٩٢) يكون آ و بٓ متوازيين ايضا ولا ينتج منهما نقطة من نقط التقاطع لكن التقاطع ى يكون حينئذ افقيا كما في (بند ٩٠)

وكيفية معرفة نقطة منه ان يقطع المستويان المعلومان بكل من المستويين الافقيين س و سَ بان يقطع احدهما فى افقيين ا و ب والآخر فى افقيين اَ و بَ فيؤخذ اى نقطتين مثل ا و ب على ا و ب ويوصلان بالمستقيم ج ثم يرسم على الخطين اَ و بَ مستقيم جَ مواز للمستقيم ج وحينئذ يمكن اعتبار ج و جَ افقيين لمستو ثالث قاطع للمستوى م فى مستقيم و وللمستوى كَ فى مستقيم هـ فيتقاطع هذان المستقيمان و و هـ فى نقطة ة من التقاطع ى وباخذ عمود من سَ على مَ و كَ يتحصل بالضرورة ى ولا ترسم المساقط الرأسية للمستقيين و و هـ والنقطة س ولاجل ايجاد المسقط ىَ يقال من حيث انه يقابل المستقيمين م و كَ فى نقطتين معلوم مسقطاهما الافقيين صَ و نَ ينتج بالسهولة صَ و نَ فيتعين المسقط المذكور ىَ ويجب مع ذلك ان يكون هذا المسقط موازيا لخط الارض خ ض

(١٠١)

(المسئلة السادسة عشر) اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين معلومين باثريهما الافقيين والزاوية الحادثة من كل منهما مع المستوى الافقى يقال

من المعلوم كما فى (الشكل ٩٣) من مسئلة نظرية فى الهندسة الاصلية انه اذا كان مستو عمودا على المستوى الرأسى للمسقط تكون الزاوية الحادثة منه ومن المستوى الافقى مقيسة بالزاوية الحادثة عن اثره الرأسى مع خط الارض فاذا اخذ حينئذ مستو رأسى عمودا على المستوى م حدث من الاثر رَ لهذا المستوى مع خط الارض خَ ضَ الزاوية المعلومة ا واذا اخذ ايضا مستو رأسى عمودا على المستوى كَ يحدث من اثره رَ مع خط الارض

خ ضً الزاوية المعلومة ب وحيث كان المستويان المذكوران م و كَ منسوبان لمستو واحد افقى والى راسيين مختلفين امكن تغيير المستوى الرأسى لكل منهما وايجاد اثريهما رَ و رً كما فى (بند ٤٧) على مستو واحد رأسى خ ض ولكن هذا ليس ضروريا لانا اذا تصورنا مستويا افقيا س يكون اثراه على المستويين الرأسيين موازيين لخطى الارض خَ ضَ و خً ضً وعلى بعد واحد من هذين الخطين الارضيين ويقطع هذا المستوى المذكور س المستويين م و كَ فى افقيين أ و بَ وهذان الافقيان يتقاطعان فى نقطة م معلوم مسقطها الافقى م فبالتوصيل بين ا و مْ يحدث المسقط الافقى ىْ للتقاطع المطلوب للمستويين م و كَ وحيث علم ايضا المسقطان الرأسيان ىَ و ىً تعين التقاطع المطلوب

(١٠٢)

يمكن ايضا تنويع معالم المستويين المذكورين بان لا يفرضا معلومين بكيفية واحدة ومما تقدم يسهل معرفة التغيير الذى يلزم فى كل حالة من احوال طرق الحل التى ذكرناها هنا متتالية

(١٠٣)

الهندسة الاصلية والهندسة الوصفية تستمد احداهما من الاخرى بحيث توجد فى الغالب خواص معلومة من الهندسة الاصلية موصلة الى بعض خواص مجهولة فى الهندسة الوصفية وبالعكس فبمقتضى المسئلة الرابعة عشر كما فى (ثالثا من بند ٩٩) يقال كل مستو مساعد مثل س كما فى (الشكل ٨٩) ينتج منه نقطة م من التقاطع فتكون حينئذ جميع النقط الناتجة كالنقطة م على مستقيم بحيث لو اعتبر المسقط الافقى فقط لشوهد ان جميع المستقيمات مثل بْ و جْ تتقاطع فى نقط مثل النقطة مْ كائنة على مستقيم واحد مار بالنقطة ا ومن ذلك تنتج دعوى

نظرية

نظرية هى

اذا وجدت ثلاث مستقيمات و و م و ك كما فى (الشكل ٩٤)
متقاطعة اثنين اثنين وثلاث نقط د و ع و ك على مستقيم منهاملل
و وأمر من النقطة د خطوط $ت_١$ و $ت_٢$ و $ت_٣$ .... قاطعة
للمستقيمين م و ك ووصلت نقط المستقيم م الى النقطة ع بمستقيمات
$ب_١$ و $ب_٢$ و $ب_٣$ ..... ووصلت كذلك نقط المستقيم ك الى ك
بمستقيمات ايضا $ج_١$ و $ج_٢$ و $ج_٣$ .... تقاطع المستقيمان $ب_١$ و $ج_١$
والمستقيمان $ب_٢$ و $ج_٢$ والمستقيمان $ب_٣$ و $ج_٣$ .... فى النقط
$م_١$ و $م_٢$ و $م_٣$ .... التى هى والتقاطع ا للمستقيمين م و ك
على مستقيم واحد ى

ومن المعلوم انه يمكن اعتبار المستقيمات و و م و ى معالم للمسئلة
ونختار النقطة ع اصلا للخطوط القاطعة $ب_١$ و $ب_٢$ و $ب_٣$ .....
لاحد المستقيمين م فى النقط $ب_١$ و $ب_٢$ و $ب_٣$ .... وللاخرى ى فى النقط
$م_١$ و $م_٢$ و $م_٣$ .... وينتج منه ان نقط تقاطع المستقيمين $ج_١$ و $ت_١$
والمستقيمين $ج_٢$ و $ت_٢$ والمستقيمين $ج_٣$ و $ت_٣$ .... على خط مستقيم
مع النقطة ا ويمكن ايضا جعل المستقيمات و و ك و ى معالم والنقطة
ك اصلا للخطوط القاطعة $ج_١$ و $ج_٢$ و $ج_٣$ .... لاحد المستقيمين
ك فى النقط $ج_١$ و $ج_٢$ و $ج_٣$ .... وللاخرى ى فى النقط $م_١$ و $م_٢$ و $م_٣$ ....
فينتج منه ان نقط تقاطع المستقيمين $ب_١$ و $ت_١$ والمستقيمين $ب_٢$ و $ت_٢$
والمستقيمين $ب_٣$ و $ت_٣$ .... كائنة على مستقيم واحد م ماربالنقطة ا

يمكن ان يكون احدى النقط د و ع و كَ لانهائيا ولذلك ثلاث حالات وهى ان تقول

(اولا) اذا كانت النقطة د هى اللانهائية تكون الخطوط القاطعة ت١ و ت٢ و ت٣ ..... موازية للمستقيم و

(وثانيا) اذا كانت النقطة ع هى اللانهائية تكون الخطوط القاطعة ب١ و ب٢ و ب٣ ..... موازية ايضا للمستقيم و

(وثالثا) اذا كانت النقطة كَ هى اللانهائية تكون الخطوط القاطعة ج١ و ج٢ و ج٣ ..... موازية ايضا للمستقيم و

وينتج من هذه الاحوال الثلاثة دعوى نظرية نطبقها على الحالة الاولى كما فى (الشكل ٩٥) لزيادة الايضاح فنقول

اذا كان معنا ثلاث مستقيمات و و م و كَ متقاطعة اثنين اثنين ونقطتان ع و كَ على مستقيم منها مثل و ورسمت جملة موازيات للمستقيم و قاطعة للمستقيمين الآخرين م و كَ ووصلت نقط المستقيم م بالنقطة ع ونقط المستقيم كَ بالنقطة كَ يقال ان المستقيمين ب١ و ج١ والمستقيمين ب٢ و ج٢ والمستقيمين ب٣ و ج٣ ..... تتقاطع فى النقط م١ و م٢ و م٣ ..... الكائنة هى والتقاطع ا للمستقيمين م و كَ على مستقيم واحد ى وهذه الحالة تنتج من (شكلى ٨٦ و ٨٧) باعتبار ان العملية على مستو افقى

(١٠٥)

اذا كانت المستقيمات الثلاثة و و م و ى معلومة واختيرت النقطة ع اصلا للقواطع ب١ و ب٢ و ب٣ ..... ينتج ان نقط تقاطع المستقيمين ج١ و ت١ والمستقيمين ج٢ و ت٢ والمستقيمين ج٣ و ت٣ ..... والنقطة ا على مستقيم واحد واذا كانت المستقيمات و و كَ و ى معلومة

واختيرت النقطة كَ اصلا للخطوط القاطعة $ج_١$ و $ج_٢$ و $ج_٣$ .....
شوهدان المستقيمات $ب_{١٠}$ و $ت_١$ و $ب_{٢٠}$ و $ت_٢$ و $ب_{٣٠}$ و $ت_٣$ ...
تتقاطع فى نقط على مستقيم مار بالنقطة ا كل اثنين منها متفقين فى العلامة
يتقاطعان فى نقطة ومن ذلك تنتج دعوى نظرية هى ان تقول

اذا كان معنا ثلاثة مستقيمات و و م و ى ونقطتان ع و كَ
كائنتان على احد هذه المستقيمات وهو و وأمر من احدى هاتين
النقطتين وهى ع بجملة قواطع $ب_١$ و $ب_٢$ و $ب_٣$ ..... ثم وصلت
نقط تقاطع تلك القواطع مع المستقيم ى بالنقطة الاخرى كَ من
المستقيم و ثم امر من نقط تقاطع تلك القواطع مع المستقيم م خطوط
موازية للمستقيم و تقاطعت تلك الموازيات مثل ت والمستقيمات
مثل ج فى نقط على مستقيم مار بالنقطة ا التى هى تقاطع المستقيمين
م و ى

(١٠٦)

يمكن ان يستنتج من هذه الدعاوى عكسها فيقال

(اولا) اذا كان معنا كما فى (الشكل ٩٤) اربعة مستقيمات و و م
و كَ و ى ثلاثة منها متقابلة فى نقطة واحدة ا وكل منها يقطع
المستقيم الرابع ووصلت جميع نقط احد المستقيمات الثلاثة وهو ى بنقطتين
ع و كَ كائنتين على المستقيم الرابع يقال ان المستقيمات المارة من النقطة
ع تقطع المستقيم م والمستقيمات المارة من النقطة كَ تقطع المستقيم
كَ والمستقيم المار من النقطتين $ب_١$ و $ج_١$ والمستقيم المار من النقطتين
$ب_٢$ و $ج_٢$ والمستقيم المار من النقطتين $ب_٣$ و $ج_٣$ تقطع المستقيم و فى نقطة
واحدة د او توازيه كما فى (الشكل ٩٥)

واذا اوصلنا نقط المستقيم كَ بالنقطتين كَ و د ينتج ايضا ان جميع

المستقيمات $ب_١$ و $ب_٢$ و $ب_٣$ .... تتلاقى فى نقطة واحدة ع من المستقيم و واذا وصلنا ايضا نقط المستقيم م بالنقطتين ع و د ينتج ان جميع المستقيمات $ج_١$ و $ج_٢$ و $ج_٣$ .... تتقابل فى نقطـة واحدة كَ من المستقيم و

(وثانيا) اذا كان معنا ثلاثة مستقيمات م و كَ و ى خارجة من نقطة واحدة ا ونقطة د خارجة عن هذه المستقيمات وامر من النقطة د خطان قاطعان حيثما اتفق $ت_١$ و $ت_٢$ احدهما يقطع المستقيمين م و كَ فى النقطتين $ب_١$ و $ب_٢$ والآخر يقطعهما فى النقطتين $ج_١$ و $ج_٢$ ثم اخذنا ايضا نقطتين حيثما اتفق كالنقطتين $م_١$ و $م_٢$ على المستقيم الثالث ى ووصلناهما بنقط التقاطع المذكورة ينتج ان المستقيمين $ب_١$ و $ب_٢$ يتقاطعان فى نقطة ع وان المستقيمين $ج_١$ و $ج_٢$ يتقاطعان ايضا فى نقطة كَ وتكون النقط الثلاث د و ع و كَ كائنة على مستقيم واحد فلو فرض ان النقطـة ع هى التى أمر منها التقـاطعان $ب_١$ و $ب_٢$ لوجد النقطتان د و كَ مع النقطة ع على مستقيم واحد ولو فرض ان النقطة كَ هى التى أمر منها الخطان القاطعان $ج_١$ و $ج_٢$ لوجد النقطتان د و ع مع النقطة كَ على مستقيم واحد

(وثالثا) اذا كان معنا كما فى (الشكل ٩٥) ثلاثة مستقيمات م و كَ و ى تتقابل فى نقطة واحـدة ا ومستقيمان متوازيان $ت_١$ و $ت_٢$ قاطعان للمستقيمين م و كَ بان يقطع اولهما المستقيمين المذكورين فى نقطتين $ب_١$ و $ب_٢$ والآخر منهما يقطعهما فى النقطتين $ج_١$ و $ج_٢$ ووصل بين هذه النقط ونقطتين اخريين مأخوذتين بالاختيار

على المستقيم ى تقاطع المستقيان $ب_{1}$ و $ب_{2}$ فى نقطة ع والمستقيان $ج_{1}$ و $ج_{2}$ فى نقطة كَ وكان النقطتان ع و كَ على مستقيم و موازللمستقيين $ت_{1}$ و $ت_{2}$

(١٠٧)

اذا كان معنا مستقيان م و كَ كما فى (الشكل ٩٦) مقطوعان بجملة قواطع متوازية $ت_{1}$ و $ت_{2}$ و $ت_{3}$ .... وامر من النقط $ب_{1}$ و $ب_{2}$ و $ب_{3}$ .... ومن النقط $ج_{1}$ و $ج_{2}$ و $ج_{3}$ .... التى هى تقاطع تلك القواطع بالمستقيين م و كَ جملتا مستقيمات متوازية بان مر من النقط الاول $ب_{1}$ و $ب_{2}$ و $ب_{3}$ ..... ومن الثانية $ج_{1}$ و $ج_{1}$ و $ج_{2}$ ..... تقاطع المستقيان $ب_{1}$ و $ج_{1}$ والمستقيان $ب_{2}$ و $ج_{2}$ والمستقيان $ب_{3}$ و $ج_{3}$ فى نقط $م_{1}$ و $م_{2}$ و $م_{3}$... كائنة على مستقيم واحد مع النقطة ا التى هى تقاطع المستقيين م و كَ

وذلك انك لواعتبرت المستقيين م و كَ آثرين افقيين لمستويين والقواطع كالقاطع ت آثارا افقية لمستويات مساعدة متوازية وقاطعة للمستويين المعلومين فى مستقيمات مثل ب و ج لانتسبت هى والنقطة ا الى المسقط الافقى لتقاطع المستويين المعلومين وكانت حينئذ جميع تلك النقط على مستقيم واحد

(١٠٨)

وينتج مما ذكر دعوى نظرية عكس المتقدمة وهى ان تقول

اذا كان معنا ثلاثة مستقيمات م و كَ و ى متقابلة فى نقطة واحدة ا وأمر من جميع النقط $م_{1}$ و $م_{2}$ و $م_{3}$ .... الكائنة على ى جملتا مستقيمات متوازية $ب_{1}$ و $ب_{2}$ و $ب_{3}$.....

ج١ و ج٢ و ج٣ ... الجملة الاولى قطعت المستقيم م والثانية المستقيم ك في نقط بحيث تكون المستقيمات الحادثة من ايصال كل نقطتين منها كالنقطتين ب١ و ج١ والنقطتين ب٢ و ج٢ والنقطتين ب٣ و ج٣ ..... متوازية

(١٠٩)

(المسئلة السابعة عشر) اذا كان معنا مستقيمان م و ك متقابلان في نقطة خارج حدود الرسم ونقطة م والمطلوب امرار مستقيم من النقطة م مقابل للمستقيمين م و ك في نقطة واحدة يقال لحل هذه المسئلة حالتان نشرع فيهما فنقول

(اولا) يرسم كما في (الشكل ٩٧) مستقيم ت يقطع م و ك في النقطتين ب و ج ثم توصل احدى النقطتين ب و م بالاخرى واحدى النقطتين ج و م كذلك فيتحصل مستقيمان يقطعان المستقيمين ك و م في نقطتين ج١ و ب١ وبتوصيل احدى هاتين النقطتين بالاخرى يتحصل مستقيم ت١ مقابل للمستقيم ت في النقطة د ومن هذه النقطة د يرسم مستقيم ثالث ت٢ قاطع م و ك في نقطتين ب٢ و ج٢ وبتوصيل احدى النقطتين ب١ و ج٢ والنقطتين ب٢ و ج١ بالاخرى يتحصل مستقيمان يتقاطعان في نقطة م١ من المستقيم المطلوب وذلك لانه لو اعتبر الثلاثة مستقيمات م و ك و ت آثارا افقية لثلاثة مستويات مارة بنقطة واحدة فراغية مسقطها الافقي م لكان ب و ج المسقطين الافقيين لتقاطعي المستوى ت بالمستويين م و ك ولو اعتبرنا الآن النقطة ج١ مسقطا افقيا لنقطة من المستوى م وكذلك النقطة ب١ مسقطا افقيا لنقطة من نقط المستوى

ك وكذلك المستقيم ب اثرا افقيا لمستو آخر مساعد لقطع هذا
٢
المستوى المستويين المذكورين م و ك في مستقيمين مسقطاهما
الافقيان ب و ج وبذلك تكون النقطة م مسقطا افقيا لنقطة اخرى
٢ ١ ١
من تقاطع المستويين م و ك
ويمكن من النقطة د امرار جملة قواطع اخر مهما اريد وبادامة هذه العملية
نفسها تحصل جملة نقط م و م و م .... على مستقيم واحد
١ ٢ ٣
فتنتج بالسهولة دعوى نظرية جديدة متعلقة بالقواطع لا فائدة في ذكرها
هنا

(وثانيا) ينزل من النقطة م كما في (الشكل ٩٨) عمودان على المستقيمين م و ك يقطعانهما في النقطتين ب و ج ثم يوصل ما بين هاتين النقطتين ب و ج ويمد الخط بَ جَ موازيا للخط ب ج ثم يمد كذلك من النقطتين بَ و جَ المستقيمان مَ و كَ الموازيان للمستقيمين م و ك فيتقاطع هذان المستقيمان في نقطة مَ من نقط المستقيم المطلوب لانه لو اعتبر المستقيمان م و ك اثرين افقيين لمستويين والنقطة م مسقطا افقيا لنقطة من نقط تقاطعهما واعتبر ايضا م ب و م ج خطين ارضيين لآل الامر الى عملية المسئلة السادسة عشر من (بند ١٠١) فيكون الخطان مَ و كَ مسقطين لخطين افقيين من المستويين م و ك كائنين على ارتفاع واحد ومتقاطعين في نقطة مَ من المسقط الافقي لتقاطع المستويين م و ك

(١١٠)

(المسئلة الثامنة عشر) اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع المستقيم و مع المستوى م يقال

(اولا) اذا امر من المستقيم و كما في (الشكل ٩٩) مستو مساعد

س ويبحث عن تقاطعه ى مع المستوى م تكون النقطه سـ التى هى تقاطع المستقيمين ى و و هى النقطة المطلوبة

ولنميز من المستويات التى يمكن امرارها من المستقيم و سبعة يختار استعمالها دون غيرها الكيفية اوضاع الشكل وهى

(اولا) المستوى المسقط افقيا للمستقيم و

(وثانيا) المستوى المسقط رأسيا لذلك المستقيم

(وثالثا) المستوى الذى يكون فيه المستقيم و هو الخط الاعظم ميلا بالنسبة للمستوى الرأسى

(ورابعا) المستوى الذى يكون فيه و هو الخط الاعظم ميلا بالنسبة للمستوى الافقى

(وخامسا) المستوى المار من و الموازى لخط الارض

(وسادسا) المستوى الذى اثره الافقى مواز قَم

(وسابعا) المستوى الذى اثره الرأسى مواز رَم

وذلك لان تقاطعات هذه المستويات مع المستوى المعلوم م كلها تقطع المستقيم و المذكور فى نقطة واحدة سـ وهى النقطة المطلوبة ويختار من تلك المستويات المذكورة فى كل حالة مخصوصة المستوى الأليق وضعا من غيره بتلك الحالة ولا فائدة فى رسمها كلها فى الشكل لسهولة التمرن عليها

(وثانيا) اذا انتخب المستوى المساعد امكن ان يتقاطع المسقطان الافقيان ىً و وً والمسقطان الرأسيان ىَ و وَ فى زاويتين حادتين جدا ومنه يعلم حينئذ ان النقطتين سً و سَ ليستا تامتى التعيين فتكون النقطة سـ كذلك لكن يمكن كما هو الاولى دائما اختيار المستوى المساعد س بحيث يتقاطع ىً و وً مثلا فى زاوية قائمة او قريبة منها ولاجل ذلك يرسم فى المستوى م مستقيم ا بحيث يكون اً عمودا تقريبا على المستقيم وً وهذا ممكن دائما حيث يمكن رسم اً ثم يمر من نقطة م من المستقيم و مستقيم اَ موازا للمستقيم ا

ويعر مستو س من المستقيمين و , أ ويبحث عن التقاطع ى للمستويين م و س فتكون النقطة سـ التى هى تقاطع المستقيمين ى و و هى النقطة المطلوبة ولننبه على ان المستقيمين ى و ا لابدوان يكونامتوازيين وبهذا تتحقق صحة العمليات

(وثالثا) يمكن حل المسئلة ايضا بتغيير المستوى اوبحركة دوران لجعل المستوى م عمودا على احدمستويى المسقط انظر (بندى ٥٥ و ٦٧) لان تقاطعه حينئذمع و ينسقط على هذا المستوى فى تقاطع اثر المستوى مع مسقط المستقيم كمافى (ثانيا من بند ٥٦) ولنأخذ حينئذ مستويا جديدا رأسيا للمسقط عمودا على المستوى م كمافى (الشكل ١٠٠) فيكون خط الارض خَ ضَ عمودا على قَ ويشاهد ان المستقيمين رَ و و يتقاطعان فى سـَ التى منها يستنتج سـ ثم سـ اللذان هما مسقطا النقطة المطلوبة وكان يمكن اخذ مستوجديد افقى خَ ضَ عمودا على المستوى م فيكون المسقط سـ حينئذ هو تقاطع و , قَ

(تنبيـه) اذا اخذ خط الارض خَ ضَ فى اعلى فرخ الرسم توجد النقطة سـ فى اعلاه وبالعكس اى انه لواخذ خط الارض خَ ضَ فى اسفل فرخ الرسم لكانت النقطة سـ اسفله فعلى هذا لواخذ خط الارض الجديد فى اسفل فرخ الرسم ما امكن لتحصلت نقط تقاطع بعيدة جدا عن المستوى الافقى ولم توجد طريقة غيرهذه

ولواريد تغيير المستوى الافقى لكان يلزم حينئذ اختيار خط الارض الجديد عمودا على رَ وكونه فى اعلى فرخ الرسم ما امكن وكان يصح ايضا جعل المستوى م عمودا على المستوى الرأسى اوعلى المستوى الافقى بتدويره حول محور عمود على المستوى الرأسى اوالافقى بتحريك المستقيم فى كلتا الحالتين مع حركة المستوى المذكور

(١١١)

(المسئلة التاسعة عشر) اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستقيم مع مستو معلوم بمستقيم ونقطة يقال

(اولا) اذا فرض ان المستوى (م ع) معلوما بالمستقيم م والنقطة ع وان و المستقيم المعلوم كما فى (الشكل ١٠١) لزم كما فى (اولا من بند ١١٠) امرار مستو مساعد من المستقيم و والبحث عن تقاطعه مع المستوى م واختيار هذا المستوى مارا بالمستقيم و والنقطة ع فحينئذ تعلم النقطة ع من التقاطع ى ولايجاد نقطة اخرى منه يمد من النقطة ع مستقيمان مَ و وَ موازيان للمستقيمين م و و كل لنظيره فيكون المستويان حينئذ معلومين بخطوط متوازية ولو امر مستو افقى مساعد آخر س لقطع المستقيمات الاربعة فى النقط ب و بَ و د و دَ التى تعين التقاطعين ا و ب للمستوى س مع المستويين (م مَ) و (و وَ) ثم يتقابل التقاطعان ا و ب فى نقطة م من التقاطع ى الذى يتعين تعينا تاما ثم يقابل هذا المستقيم الاخير المستقيم و فى نقطة س وهى النقطة المطلوبة

(وثانيا) يمكن اخذ المستوى س موازيا للمستوى الرأسى او عمودا على احد مستويى المسقط وتحل هذه المسئلة بسهولة بان يؤخذ بدل المستوى المار بالمستقيم و المستوى المسقط له رأسيا كما يظهر ذلك فى حل المسئلة الاتية انظر (ثانيا من بند ١١٣)

(وثالثا) اذا كان احد المستقيمات المعلومة مثل م موازيا للمستوى الافقى يكون مُ موازيا لخط الارض خ ض فيكون موازيا بالضرورة الى رَ وحينئذ لا تكون النقطة ب معلومة لكن لا يخفى ان المستوى الافقى س فى هذه الحالة يقطع المستوى (م ع) فى خط افقى او موازٍ للمستقيم م يصير معينا لانه يمكن ايضا ايجاد النقطة بَ باخذ المستقيم مَ غير موازٍ للمستقيم م

بل مارا بالنقطة ع ونقطة اختيارية من م

(ورابعا) اذا اعتبر المستقيم م اثرا افقيا ق٠ للمستوى استعمل بدل المستقيم مَ مستقيم رأسى اوافقى من هذا المستوى فيختار المستوى س موازيا للمستوى الرأسى فاذا كان المستقيم م هو الخط الاعظم ميلا للمستوى كفى فى تعيينه انظر (بند ٣٨) ولا يلزم فى هذه الحالة استعمال النقطة ع ويختار بدل المستوى المار من المستقيم و المستوى الذى يكون فيه هذا المستقيم اعظم ميلا وهذا يرجع الى المسئلة المتقدم حلها فى (بند ١٠٠)

(١١٢)

ويمكن ايضا ايجاد تقاطع مستقيم مع مستو معلوم فى حالات مخصوصة كما اذا كان الاثران متحدين فى مستقيم واحد وكغير ذلك وهذه الاحوال يمكن حلها بنفس الطرق المذكورة

(١١٣)

(المسئلة العشرون) اذا كان المطلوب امرار مستقيم قاطع لمستقيمين معلومين من نقطة معلومة يقال

(اولا) يمكن من النقطة المعلومة ومن كل من المستقيمين المعلومين امرار مستو فيكون تقاطع هذين المستويين بالضرورة هو المستقيم المطلوب وبهذه الكيفية يؤول الامر الى حل المسئلة المتقدمة فى (بند ١١١) الذى يلزم فيه ان تكون ع مبينة للنقطة المعلومة فى (الشكل ١٠١) وان يكون م و و المستقيمين المعلومين و ى المستقيم المطلوب ولاجل صحة العملية يلزم ان يقطع مسقطا هذا المستقيم مساقط المستقيمين م و و فى النقط صَ و صٓ و سَ و سٓ السكائن كل اثنين منها على عمود واحد على خط الارض انظر (بند ٨)

(وثانيا) يمكن كما فى (الشكل ١٠٢) حل المسئلة بامرار مستو من النقطة المفروضة م ومن احد المستقيمين ا ثم يبحث عن تقاطع هذا المستوى

مع المستقيم الآخر ب ويحصُل تقاطعه مع المستوى (أ م) بامرار مستقيمين ط و ح من النقطة م ومن أخرين حيثما اتفق ــ و ا من المستقيم ا فيكونان فى المستوى المذكور ويقابلان المستوى الرأسى القائم من ب فى نقطتين ط و ح من التقاطع ر لهذين المستويين الذى يقابل المستقيم ب فى نقطة س من المستقيم و المطلوب لان هذا المستقيم لما كان له نقطتان س و م فى المستوى (أ م) كان محصورا فيه فيقابل بالضرورة المستقيم ا فى نقطة ص

(١١٤)

(تنبيه) كان يسهل ايجاد حلول أخر لبعض المسائل المتقدمة وتنويع معالم بعضها وفرض مسائل اخر لكن فيما ذكرناه من طرق الحل كفاية وسيأتى بعض هذه المسائل فى اثناء الكتاب

(فى زوايا المستقيمات والمستويات)

(١١٥)

(المسئلة الحادية والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الحادثة بين مستقيمين يقال

الزاوية الحادثة من مستقيمين هى الكمية التى بين انفراج هذين المستقيمين فى حالة امتدادهما فينتج

(اولا) انه يمكن حدوث زاوية من مستقيمين بدون ان يتقاطعا

(وثانيا) ان المستقيمين المتوازيين تكون بينهما زاوية تساوى صفرا

(وثالثا) ان الزاوية الحادثة من مستقيمين لا متقاطعين ولا متوازيين تساوى الزاوية الحادثة من مستقيمين موازيين لهذين المستقيمين المذكورين الممتدين من نقطة واحدة وحينئذ فلا يبحث دائما الا عن الزاوية الحادثة من مستقيمين متقاطعين

فان لم يكونا كذلك فتختار نقطة حيثما اتفق ويمد منها مستقيان آخران موازيان للمستقيمين المذكورين انظر (بند ٢٤) ثم يبحث عن الزاوية الحادثة من هذين الاخرين فيقال اذا كان هذان المستقيان ا و ب كما فى (الشكل ١٠٣) متقاطعين فى نقطة م عينا مستويا ك اثره الافقى ق ثم يطبق هذا المستوى ك على المستوى الافقى كما فى (بند ٧٦) بان يختار اختصار المستوى الجديد الرأسى مارا بالنقطة م فينطبق المستقيان ا و ب على اَ و بَ وتكون ام َ ـ هى الزاوية المطلوبة

وكان يمكن البحث عن الضلعين اَ و بَ بان يطبق المستويان المسقطان افقيا للمستقيمين ا و ب على المستوى الافقى ثم يرسم للمثلث ام َ ـ المعلوم منه اضلاعه الثلاثة ويلزم من ذلك ان تكون النقطتان مَ و م على مستقيم عمود على الاثر ق وكان يمكن ايضا جعل المستوى ك افقيا ورأسيا بواسطة احدى الطرق الاربع المقررة فى (بند ٧٦) ويسهل تركيب اشكال هذه العمليات بمقتضى ما تقدم

وليتنبه الى ان المستقيم ومَ = وم وتر مثلث قائم الزاوية فيه وم ضلع الزاوية القائمة فيكون ومَ > وم وحينئذ تكون الزاوية ام َ ـ التى هى زاوية المستقيمين اصغر من الزاوية ام ـ التى هى زاوية مسقطيهما

(١١٦)

(المسئلة الثانية والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد القاسم للزاوية الحادثة من مستقيمين الى قسمين متساويين يقال

يمكن حل هذه المسئلة بالبحث اولا عن الزاوية الحادثة من هذين المستقيمين انظر (بند ١١٥) ثم قسمة زاوية المستقيمين اَ و بَ الى قسمين متساويين كما فى (الشكل ١٠٣) وحينئذ يقابل القاسم الاثر ق فى نقطة هى بالضرورة الاثر الافقى للقاسم المطلوب وحيث ان هذا القاسم لا بد وان يمر

بالنقطة م يتعين تعينا تاما وقد يمكن ايجاد هذا القاسم ايضا بدون البحث عن ايجاد الزاوية وذلك ان يعتبر انه لو اخذ بعدان متساويان على المستقيمين ا و ب كما في (الشكل ١٠٤) بالابتداء من النقطة م لحدث مثلث متساوى الساقين فيكون المستقيم الواصل من النقطة م الى وسط قاعدة المثلث هو القاسم المطلوب

فلاجل حل المسئلة بهذه الكيفية يدور المستقيمان المعلومان ا و ب كل واحد على حدته حول محور رأسى مار بنقطة تقاطعهما م الى ان يصلا الى الوضعين اَ و بَ اللذين يصيران فيهما موازيين للمستوى الرأسى للمسقط انظر (بند ٦١) ثم يرسم من المركز مَ بنصف قطر حيثما اتفق قوس دائرة يقطع اَ و بَ فى هَ و دَ وبرجوع النقطتين هَ و دَ فى النقطتين ه و د على المستقيمين ا و ب بحركات دوران عكس الاولى حول نفس المحور المذكور يكون المستقيم هد المار من النقطة ه الى النقطة د ضرورة قاعدة للمثلث المتساوى الساقين فينسقط وسطه ق فى الوسطين قَ و قَ للمسقطين هدَ و هدَ فيكون المستقيم و الواصل بين النقطتين م و ق هو القاسم المطلوب

ومن المهم ان يلتفت الى ان حركتى المستقيمين المعلومين ا و ب لا تعلق لاحدهما بالاخرى والا فلا يكون هذان المستقيمان موازيين للمستوى الرأسى وانما احتيج لجعلهما فى هذا الوضع لامكان ان يؤخذ على احدهما طول م ه مساو للطول م د المأخوذ على الآخر

فاذا خرج النقطتان اَ و بَ معا او احداهما عن حدود الرسم اخذ مستو افقى مساعد يقطع المستقيمين ا و ب فى نقطتين ع و كَ بشرط ان يكون النقطتان عَ و كَ فى حدود الرسم فانهما فى هذا الوضع يستعملان ايضا لايجاد اَ و بَ ثم يكمل باقى العملية

تنبيه هذه العمليات تؤدي الى عدة تحقيقات

(١١٧)

(المسئلة الثالثة والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد الزاويتين الحادثتين من مستقيم مع مستويي المسقط يقال

الزاوية الحادثة من مستقيم مع مستو كما في (الشكل ١٠٥) هي الزاوية الحادثة من المستقيم المذكور مع مسقطه على المستوى فعلى هذا تكون الزاويتان المطلوبتان هما الزاويتان الحادثتان من المستقيم المفروض و مع مسقطيه $و^{ن}$ و $و^{ر}$ فيلزم حينئذ جعل المستويين المسقطين للمستقيم و منطبقين على احد مستويي المسقط او موازيين له ولاجل ذلك يمكن جعل هذين المستويين من اول وهلة مستويين جديدين للمسقط فتوجد الزاوية

$ب ا ب^{ن} = ا_{١}$ الحادثة من المستقيم و مع المستوى الافقي والزاوية

$ا ب ا^{ر} = ب_{٢}$ الحادثة عنه مع المستوى الرأسي ويمكن ايضا تدوير هذين

المستويين حول اثريهما $ب ب^{ن}$ أو $ا ا^{ر}$ الى ان ينطبقا فتوجد ايضا الزاويتان

$ب أ ب^{ن} = ا$ و $ا ب ا^{ر} = ب$ فاذا لم يكن اثرا المستقيم و في حدود الرسم اخذ نقطتان حيثما اتفق كنقطتي م و د كما في (الشكل ١٠٦) فيوجد بتغيير المستويين الزاويتان $م د ط = ا$ و $ل م_{١} د_{١} = ب$

ويصح ايضا ان ينزل من النقطتين م و د عمودان احدهما على المستوى الافقي والآخر على المستوى الرأسي ويدور حولهما المستويان $(و\ و^{ن})$ و $(و\ و^{ر})$ الى ان يصيرا موازيين للمستوى الرأسي او للمستوى الافقي فتحدث الزاويتان $م^{ر} د^{ر} ط^{ر} = ا$ و $د^{ن} م^{ن} ل^{ن} = ب$

(١١٨)

اذا احدث من مستقيم مع مستوى المسقط زاويتان متساويتان حدث ايضا من مسقطيه مع خط الارض زاويتان متساويتان وكان اثراه على بعد واحد من خط الارض خ ض وبيان ذلك اولا ان المثلثين ا ب ث و ب ا اُ كما في (الشكل ١٠٥) متساويان لان وتر احدهما مساو لوتر الآخر وفيهما زاويتين حادتين متساويتين فحينئذ ا ب = ب اُ و ب ث = ب ث = اا اُ = اا اُ فيكون بالضرورة المثلثان اا ث و ب اُ متساويين فينتج ان الزاوية ا ب اُ = ب ا ث

واذا قابل المستقيم خط الارض فالبرهان بعينه ولو كان مسقطاه في جهة واحدة من خ ض لانطبقا النظر (ثامنا من بند ٤٧)

(وثانيا) ان يقال ان هذه الحالة المخصوصة واضحة لان اى نقطة من المستقيم و تكون على بعد واحد من مستويى المسقط فينتج من ذلك تساوى المثلثين المناظرين للمثلثين المتقدمين فحينئذ يمكن دائما الرجوع الى هذه الحالة بان يؤخذ مثلا مستو جديد رأسي موازيا للمستوى القديم ومارا بالاثر الافقى ا للمستقيم فيقابل هذا المستقيم خط الارض وحينئذ يحدث عنه مع مستويى المسقط زاويتان متساويتان فحينئذ وَ و وَ يصنعان مع خط الارض خ ض زاوية واحدة وحيث كان وَ موازيا وَ و خَ ضَ موازيا خ ض يحدث من وَ و وَ مع خط الارض خ ض زاوية واحدة

(تنبيه) وَ و وَ يكونان متوازيين اذا لم ينفذ المستقيم و في الزاوية خ ع فاذا نفذ و فيها كانا غير متوازيين بالنسبة لخط الارض خ ض

(١١٩)

(المسئلة الرابعة والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الحادثة من مستقيم مع مستو يقال

(اولا) حيث كانت هذه الزاوية هى الحادثة عن المستقيم المعلوم مع مسقطه على المستوى المعلوم ينبغى حل المسئلة التى حلت بالنسبة للنقطة فى (بند ٤٨) بالنسبة للمستقيم المعلوم وبهذا يتوصل الى البحث عن الزاوية الحادثة من مستقيين انظر (بند ١١٥) وليتنبه الى ان هذه الطريقة ترجع الى جعل المستوى م افقيا اورأسيا ويكون ذلك بالطرق الاربع المقررة فى (بند ٧٦) مع فرض المستقيم و مرتبطا بالمستوى المذكور بحيث يمكن ايجاد مسقطيه على كل مستوجديد منتخب للمسقط وفرضه ايضا تابعا للمستوى المذكور فى حركات دورانه اذا حرك ورسما مع هذا المستوى دائما زاوية واحدة فحينئذ يؤول الامر الى البحث عن الزاوية الحادثة من مستقيم مع احد مستوى المسقط انظر (بند ١١٧) وقد يسهل تتبع جميع الاعمال على (الشكل ١٠٧)

(وثانيا) انه يمكن حل هذه المسئلة ايضا بطريقة اخرى وذلك ان تؤخذ نقطة ما م على المستقيم و ومنها ينزل عمود ن على المستوى م كافى (بند ٨٢) فتكون زاوية المستقيين و و ن هى تمام الزاوية الحادثة من المستقيم و مع المستوى م فيؤول الامر الى البحث عن الزاوية الحادثة من هذين المستقيين كمافى (بند ١١٥) وبعد ايجادها يؤخذ تمامها وهى الزاوية المطلوبة

(١٢٠)

(المسئلة الخامسة والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد زاويتين حادثتين من مستو مع مستوي المسقط يقال

الزاوية الحادثة من مستويين كمافى (الشكل ١٠٨) مقاسة بالزاوية الواقعة بين عمودين قائمين على خط تقاطع المستويين من نقطة واحدة منه

وكل منهما على مستو فينتج انه اذا كان المستوى المعلوم عمودا على المستوى الرأسى تكون الزاوية الحادثة منه مع المستوى الافقى مقيسة بزاوية اثره الرأسى مع خط الارض وكذلك اذا كان المستوى المعلوم عمودا على المستوى الافقى تكون الزاوية الحادثة منه مع المستوى الرأسى مقيسة بالضرورة بزاوية اثره الافقى مع خط الارض فحينئذ يكون حل المسئلة مبنيا على جعل المستوى المعلوم عمودا على المستوى الافقى ثم الرأسى للمسقط اما بتغيير المستوى كما فى (بند ٥٢) واما بحركة دوران كما فى (بند ٦٤) وبهاتين الطريقتين تعلم الزاوية ا الحادثة من المستوى م مع المستوى الافقى والزاوية ب الحادثة منه مع المستوى الرأسى ولا فائدة فى اطالة الكلام على العمليات لسهولة تتبعها على الشكل

(١٢١)

اذا انزلنا من أً أو أَ الرأسى نَ على رَ و نً على قً فبفرض رجوع المستوى الرأسى للمسقط الى وضعه العمودى على مستوى المسقط الافقى يكون نَ عمودا على المحور أَ فيكون عمودا على موازيه المار من النقطة رَ اوعلى قً فحينئذ يكون نَ عمودا على المستوى مَ ويكون نً ايضا عمودا على المحور أ فيكون عمودا على موازيه المار من النقطة رً اوعلى رً فيكون عمودا على المستوى مً فاذا ارجعنا المستويين مَ و مً الى وضعهما الانتهائى م انطبق العمودان نَ و نً وصارا مستقيما واحدا عمودا على المستوى م فيكون نَ = نً ومن ذلك ينتج ان رَ و قً يكونان مماسين للدائرة المرسومة من المركز أً أو أَ بنصف قطر يساوى نَ أو نً

(١٢٢)

اذا كان المستوى المعلوم يصنع زوايا متساوية مع مستويى المسقط يكون اثراه

متساوي الميل على خط الارض وبيان ذلك

(اولا) ان نختار نقطة مّا و على خط الارض خ ض كما في (الشكل ١٠٩) وينزل منها عمود ن على المستوى المعلوم م فيقابل هذا العمود المستوى المذكور في نقطة ـ فاذا انزل من هذه النقطة عمودان ـ ـ و ـ ـ على اثري المستوى م حدث في الفراغ مثلثان و ـ ـ و و ـ ـ متساويان لان فيهما ضلعا مشتركا وزاويتين متساويتين فيكون و ـ = و ـ والزاوية ـ و ـ = ـ و ـ ومنه يحدث زاوية ع و ـ = ع و ـ انظر (بند ١١٨) فحينئذ يكون المثلثان ع و ـ و ع و ـ متساويين فينتج بالضرورة ان الزاوية و ع ـ = و ع ـ وبحسب وقوع العمودين و ـ و و ـ على قَ و رَ في جهتين مختلفتين من خط الارض خ ض او في جهة واحدة منه يصنع الاثران زاويتين متساويتين مع جزء واحد من خط الارض او مع جزئين مختلفين منه وقد ينطبقان في الحالة الاخيرة واذا كان المستوى المعلوم موازيا لخط الارض يكون اثراه موازيين ايضا خ ض وعلى بعد واحد منه بحيث انهما لو وجدا في جهة واحدة منه لانطبقا على بعضهما

(وثانيا) ان يقال من الواضح في صورة ما اذا كان المستوى موازيا لخط الارض كما في (الشكل ١١٠) ان اثراه لا بد وان يوجدا على بعد واحد من خ ض لانه اذا مد في المستوى مَ عمود ا ج على خ ض لصار عمودا كذلك على كل من الاثرين قَ و رَ فيكون حينئذ المثلث الحادث ا و ج متساوي الساقين ومنه ينتج ا و = و ج اذا تقرر هذا يدور المستوى مَ حول ا ج الى ان يقطع خط الارض في نقطة منه ع فيكون المثلثان ا و ع و ج و ع متساويين لان فيهما زاويتين متساويتين محصورتين بين اضلاع متناظرة متساوية فتكون الزاوية ا ع و = ج ع و ويحدث ايضا من المستوى م مع مستوى المسقط زاويتان متساويتان

(١٢٣)

(المسئلة السادسة والعشرون) اذا كان المطلوب امرار مستو صانع زاوية معلومة ا مع المستوى الافقى من مستقيم معلوم يقال

اذا كان المستقيم المعلوم و كما فى (الشكل ١١١) يلزم ان يكون اثرا المستوى م المطلوب مارين بالاثرين ا و ب الافقى والرأسى للمستقيم و كل بنظيره اذا تقرر هذا يعد من النقطة ب محور رأسى ا ويفرض ان المستوى م دار حول هذا المحور الى ان صار عمودا على المستوى الرأسى فلا يزال اثره الرأسى رم ماراً بالنقطة ب حتى يصنع مع خ ض الزاوية ا وبرجوع المستوى المذكور الى وضعه المشغول به فى الفراغ ترسم النقطة ع التى هى تقاطع اثرى المستوى م على المستوى الافقى دائرة ج لا يزال الاثر قم مماساً لها فحينئذ اذا مد من النقطة ا مماس للدائرة ج كان هذا المماس هو الاثر قم للمستوى م ثم لا بد وان يمر رم بالنقطة ب ويقابل خط الارض خ ض فى عين النقطة التى قابله فيها الاثر قم

فاذا كان الاثر قم لا يقابل خط الارض خ ض فى حدود الرسم امكن ايجاد نقطة اخرى من رم بان تؤخذ نقطة ما على المستقيم و ويمد منها افقى للمستوى م

(تنبيه) لا يمكن حل هذه المسئلة بتغيير مستو وهذا يثبت ما قررناه فى آخر (بند ٦٩) ومع ذلك فلو كان المستقيم المعلوم اثرا افقيا للمستوى المطلوب لا مكن استعمال احدى الطريقتين بدون اختيار احداهما عن الاخرى لانه اولا لو اخذ محور ا اياما كان لرجعت النقطة ع فى ع ولزم رسم الاثر رم صانعا مع خ ض الزاوية ا ومنه تعلم نقطة ب من الاثر رم وثانيا لو اخذ مستو رأسى عمودا على قم لصنع الاثر الرأسى رم مع خط الارض خ ض الزاوية ا ثم بتغيير المستوى الرأسى وبجعل

خ ض خط الارض يا ينتج رَ

(١٢٤)

اذا فرض ان المستقيم و لا يقابل مستوى المسقط فى حدود الرسم كما فى (الشكل ١١٢) امكن ان يتصور فى المستوى المطلوب م خط اعظم ميلا ط مار بنقطة ما م من المستقيم و فاذا دوّر حول محور رأسى ا

مار بالنقطة م حتى وازى المستوى الرأسى صنع مسقطه الرأسى طَ مع خط الارض خ ض الزاوية ـا وجد اثره الافقى فى اَ وبرجوعه الى وضعه الاول يرسم هذا الاثر الدائرة ج وترسم نقطة اخرى ق مأخوذة حيثما اتفق على طَ دائرة جَ كائنة فى مستوافقى س قاطع للمستقيم و فى نقطة ـ منها يمر افقى ب من المستوى المطلوب م مماس للدائرة جَ المذكورة لان هذا الافقى لابد وان يمر بالنقطة ق التى هى نهاية نصف قطر الدائرة جَ وان يكون عمودا على الخط الاعظم ميلا ط القطر (بند ٣٧) فحينئذ يكون ونَ مماسا للدائره ج وموازيا بُ وقد يحصل لنا نقطتان ـ و ـ من الاثر الرأسى رَ بواسطة افقيين م و ر للمستوى م مارين بنقطتين حيثما اتفق م و ر من المستقيم و

(١٢٥)

(المسئلة السابعة والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد مستو مار من نقطة معلومة وصانع مع المستوى الافقى زاويه ـا ومع المستوى الرأسى زاوية ـب يقال

يؤخذ كما فى (الشكل ١٠٨) محورما ا على المستوى الرأسى ويدوّر المستوى المطلوب م حول هذا المحور حتى يصير عمودا على المستوى الرأسى فيصنع اثره الرأسى رَ مع خط الارض الزاوية ـا ثم يمد هذا الاثر من نقطة ما من خ ض فيحصل منه نقطة ـ من الاثر رَ واذا فرض

محور آخر اَ فى المستوى الافقى ودُوّر المستوى م حول المحور المذكور اَ حتى صار رأسيا فلابد وان يحدث من الاثر قً مع خ ض الزاوية ب ومع ذلك فلو انزل من النقطة ا أو اَ عمودان على الاثرين رً و قً لكانا متساويين انظر (بند ١٢١) فحينئذ يكون الاثر قً مماسا للدائرة المرسومة من المركز اَ بنصف القطر نَ ثم يقابل الاثر قً المحور اَ فى النقطة ا من الاثر الافقى قً فلو ارجع الآن المستوى مَ الى وضعه الاصلى لرسمت النقطة عَ التى هى تقاطع اثريه دائرة حول المركز اَ وحينئذ يدمن النقطة ا مماس لهذه الدائرة يكون هو الاثر المطلوب قً ومنه يتحصل رً الذى لابد وان يمر بالنقطة ب ولو ارجع ايضا المستوى مً الى الوضع م لرسمت النقطة كً التى هى تقاطع اثريه قوس دائرة يجب ان يكون الاثر رً مماسا له وبهذه الكيفية يتحصل معنا مستو يصنع مع مستويى المقسط الافقى والرأسى الزاويتين ا و ب فلم يبق علينا فى حل هذه المسئلة التى نحن بصددها الا امرار مستو موازٍ للمستوى م من النقطة المعلومة انظر (بند ٣٨)

(١٢٦)

(المسئلة الثامنة والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد الاثرين الرأسيين لمستويين معلوم اثراهما الافقيان والزاويتان الحادثتان منهما مع المستوى الافقى يقال

ليكن قً و قً الاثرين الافقيين المعلومين كما فى (الشكل ٩٣) فاذا اخذ مستو رأسى عمودا على المستوى م لزم ان يصنع الاثر الرأسى رً مع خط الارض خَ ضَ الزاوية ا واذا اخذ ايضا مستو آخر رأسى عمودا على المستوى كَ حدث من الاثر الرأسى رً مع خً ضً الزاوية ب فلم يبق علينا

الانسبة المستويين المعلومين م و كَ الى مستو واحد رأسى قاطع للافق في خ ض وحيث كان الاثران الافقيان قَ و قَ لا يتغيران يمكن ايجاد الاثرين الرأسيين رَ و رَ بواسطة استعمال افق مأخوذ على شكل من المستويين المذكورين الطو (بند ٤٧)

(١٢٧)

(المسئلة التاسعة والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين مستويين يقال

يمكن حل هذه المسئلة بطرق مختلفة نبين بعضها فنقول

(اولا) قد علمت كيفية ايجاد الزاوية الحادثة من مستو مع مستويى المسقط من (بند ١٢٠) فعلى هذا يمكن ان يؤول الامر الى هذه المسئلة بجعل احد المستويين المعلومين مستويا جديدا للمسقط او بتطبيقه على احد المستويين الاصليين وتحصيل ذلك يكون باستعمال احدى الطرق الاربع المعلومة في (بند ٧٦) ولم ابين هذا الحل هنا لاجل التمرن عليه مع كونه قد تقدم في هذا الكتاب عدة عمليات مثل هذه

(وثانيا) اذا كان المستويان المعلومان عمودين على احد مستويى المسقط فلا بد وان يحدث من اثريهما على المستوى المذكور زاوية مساوية للزاوية الحادثة من المستويين فحينئذ يكون تقاطع المستويين في هذه الصورة عمودا على مستويى المسقط ويكفى لجعل الشكل في هذا الوضع المخصوص جعل تقاطع المستويين عمودا على احد مستويى المسقط ويلزم لذلك تغييرا مستويين كما في (بند ٥١) او حركتا دوران كما في (بند ٦٣) او تغيير مستو ثم حركة دوران او حركة دوران ثم تغيير مستو وفي كل حالة يلزم اولا معرفة تقاطع المستويين وقد عرفت كيفية ايجاده فيما تقدم اذا تقرر هذا يقال اذا اريد اولا استعمال تغييرى مستويين كما في (الشكل ١١٣) فليكن م و كَ المستويين المعلومين باثارهما الافقيين والرأسيين قَ و رَ و قَ و رَ

و ى تقاطعهما المعلوم بمسقطيه ىً و ىَ ولجعل هذا التقاطع عمودا على المستوى الافقى يؤخذ اولا بدل المستوى الرأسى للمسقط الموازى للتقاطع ى المستوى المسقط افقيا لهذا المستقيم بحيث يكون خط الارض خَ ضَ عين المسقط ىً للتقاطع ولو بحث عن مسقط التقاطع ى على هذا المستوى الجديد لكان المسقط هو التقاطع بعينه ودل ايضا على رُ و رَ ثم يؤخذ مستو افقى عمودا على المستقيم ى فيصير بالضرورة خً ضً عمودا على ى ويكون مسقط المستقيم ى على هذا المستوى الجديد نقطة ىً من خط الارض الجديد مشتركة بين الاثرين الجديدين قً و قً ويلزم ايجاد نقطة اخرى من كل من هذين الاثرين فيستعمل لذلك رأسى م من المستوى م اثره الافقى م على المستوى القديم خَ ضَ على بعد م مَ من خط الارض هذا وحينئذ يكون اثره على المستوى الجديد الافقى خً ضً على بعد واحد بالضرورة من هذا الخط الارضى ايضا فيكون ذلك الاثر فى النقطة مَ المنتسبة الى قً انظر (بند ٢٨) ولو استعمل ايضا رأسى ط من المستوى كَ لتحصل منه نقطة طَ من الاثر قً ثم ان الزاوية ا الحادثة من الاثرين الافقيين قً و قً هى الزاوية المطلوبة الحادثة من المستويين م و كَ

(ثالثا) يمكن ابدال احد تغييرى المستويين بحركة دوران فيبدل التغيير الثانى كما فى (الشكل ١١٤) ويلزم فى هذه الحالة بعد ايجاد المستقيم ى الذى ينطبق على الاثرين رَ و رَ تدوير جملة الشكل حول محور ا عمود على المستوى الرأسى الى ان يصير ى رأسيا فلو فرض رأسى م من المستوى م ورأسى ط من المستوى كَ لبقيا دائما فى مدة الدوران على بعد واحد من المستوى الرأسى وبقى ايضا مسقطاهما الرأسيان على بعد واحد من المستقيم ى انظر (ثالثا من بند ٥٦) وليؤخذ فى هذا الشكل

المحور ا مارا بالاثر م للرأسى م فتنسب حينئذ هذه النقطة دائما الى الاثر الافقى للمستوى م وبانزال أصه عمودا على ى تشغل النقطة صه الوضع صه وتكون ايضا المسقط ى وبالوصل بين ى و م يحصل الاثر ق ويصير ايضا الرأسى ط فى طَ فيعين النقطة طَ أو سَ من الاثر ق الذى لابد وان يمر ايضا بالنقطة ى أو صه

فحينئذ تكون الزاوية الحادثة من المستقيين ق و ق مساوية للزاوية المطلوبة الحادثة من المستويين م و كَ

(ورابعا) يمكن عكس ما تقدم اى ابدال التغيير الاول للمستوى بحركة دوران ولسهولة تركيب الشكل على مقتضى هذه الحالة لم يرسم هنا

(وخامسا) يمكن حل المسئلة بحركتى دوران كما فى (الشكل ١١٥) فبواسطة حركة دوران اولى حول محور رأسى ا يختار مارا بالاثر الرأسى ب للتقاطع ى للمستويين م و كَ يجعل هذا التقاطع موازيا للمستوى الرأسى فينتقل ى فى ى على خ ض راسما زاوية ا ا اَ = فـ فحينئذ يجب ان ترسم جميع نقط المستويين م و كَ زوايا مساوية للزاوية فـ المذكورة وان يتحد الاثران ر و ر مع ى المعين بالنقطتين اَ و ب وان يمر الاثران ق و ق بالنقطة اَ ويمكن لاجل ايجاد نقطة اخرى انزال العمودين اَع و اَكَ على الاثرين ق و ق ثم يبحث عن الوضعين الجديدين للنقطتين ع و كَ فتوجد النقطة كَ بأخذ قوس كَكً مساو لقوس من محيطه وو محصورا فى الزاوية فـ فيحصل الاثر ق واما النقطة ع فحيث كانت فى هذا الشكل قريبة جدا من النقطة ا يكون نصفا القطرين اا و اع

متساويين تقريبا فيعسر حينئذ تعيين الوضع الجديد للنقطة عَ ولكن بجعل اَ مركزا واخذ نصف قطر حيثما اتفق اكبر من اَع يرسم قوس دائرة ج يقطع قَ في النقطة ع و ى في النقطة ج فيتعين وضع النقطة ع بعد الدوران باخذ ج جَ = ع عَ ويلزم ان يمر الاثر قَ بالنقطتين اَ و عَ

ثم ندور الآن جملة الشكل حول محور ب عمود على المستوى الرأسي حتى يصير التقاطع ىَ رأسيا وقد يختصر تركيب الشكل بمد هذا المحور من النقطة اَ فيصير المستقيم ىَ في الوضع ىً راسما زاوية ب يجب ان نرسمها جميع اجزاء المستويين مَ و كَ ويتحد الاثران الرأسيان رً و رً مع ىً ولايجاد الاثرين الافقيين قً و قً يستعمل رأسي لكل من المستويين وليكن مَ الرأسي المأخوذ في المستوى مَ و طَ الرأسي المأخوذ في المستوى كَ ونجعل بَ مركزا واخذ نصف قطر حيثما اتفق ترسم دائرة جَ تقطع مَ في النقطة مً و طَ في طً وبواسطة المسقطين الافقيين مَ و طَ للنقطتين مَ و طَ المفروضة اثرا افقيا للمستقيم طَ ثم اخذ مً و مً = طً طً = جَ جً المسقطان الرأسيان الجديدان يحدث مً و طً للنقطتين مَ و طَ ويتحصل من ذلك ايضا مسقطاهما الافقيان مً و طً وهما ايضا المسقطان مً و طً لرأسي المستويين ولم نرسم هذين المسقطين الاخيرين على الشكل لعدم تعقده ولعدم الاحتياج لذلك وحيث كان المستويان مً و كً الآن رأسيين لزم ان يمر اثراهما الافقيان قً و قً على التوالي بالنقطتين مً و طً وان يمرا ايضا بالنقطة اَ وحينئذ يتم تعيينهما فيحدث من الاثرين قً و قً

زاوية

زاوية ا بها تقاس الزاوية المطلوبة الحادثة من المستويين م و ك

(سادسا) ان الزاوية الحادثة من مستويين تقاس بالزاوية الواقعة بين عمودين قائمين على خط تقاطع المستويين من نقطة واحدة منه كل منهما في مستو فيكونان في مستو س عمود على ى كما في (الشكل ١١٦)

وحيث كان هذا المستوى اختياري بعد الاثر قَ عمودا على ى من نقطة ما منه فيقطع الاثرين قَم و قَك في النقطتين س و ص اللتين هما اثرا المستقيمين اللذين زاويتهما عين زاوية المستويين م و ك ولاجل تطبيق الطريقة المعتادة المتقدمة في (بند ١١٥) على هذه الحالة يؤخذ ى خطا ارضيا خَضَ ويبحث عن المستقيم ى على هذا المستوى الرأسي ومن حيث ان ر لابد وان يكون عمودا على ى يتحصل اما النقطة سَ وهي رأس الزاوية المطلوبة ا فاذا طبقت على النقطة سً كانت الزاوية المطلوبة هي س سً ص وبدل ايجاد الرأس سَ بتغيير مستو يمكن ايجادها بحركة دوران بان يدور الرأسي خَضَ حول اثره الرأسي ـ لينطبق فتنتقل النقطة ا الى اَ والنقطة و الى وَ والتقاطع ى الى يَ والعمود وسَ الى وَسً ثم يؤخذ وَرَ = وَسً و سسً = سر فتوجد النقطة سً ومنه تنتج الزاوية س سً ص

(تنبيه) طريقتنا هذه عين التي استعملها مؤلفوا كتب الهندسة الوصفية ولا فرق بينهما في شيء بل ربما علم بمقابلتهما ان الطريقة التي استعملناها توضحها وتسهل معرفتها

وقد يستحسن التنبيه على ان وسَ = وسً = وَسً ضلع من الزاوية القائمة في مثلث قائم الزاوية وسَا أو وَسًاَ وتره وا = وَاَ وينتج منه ان الرأس سً لابد ان تكون دائما بين و و ا فتكون

الزاوية سـ سً صـ > سـ ا صـ

(وسابعا) يشاهد من الطريقة المتقدمة ان الزاوية المطلوبة معلومة بالمثلث سـ سً صـ المعلوم منه الضلع سـ صـ ويمكن البحث عن الضلعين الاخرين بتطبيق المستويين م و ك وايجاد التقاطع ى على هذين التطبيقين وانزال عمودين على هذا التقاطع من النقطتين سـ و صـ فيتوصل الى رسم مثلث معلومة منه اضلاعه الثلاثة ويجب التفطن الى ان القوسين المرسومين من النقطتين سـ و صـ بجعل الضلعين الموجودين من المثلث نصفى قطر لابد وان يتقاطعا فى نقطة من المسقط ىً وسننتهز فرصة تتميم هذه العملية فى حل مسئلة اخرى

(وثامنا) اذا تقاطع مستويان بان يصنعان اربع زوايا اثنتان حادتان متساويتان واثنتان منفرجتان متساويتان والزاوية الحادة هى المسماة بزاوية المستويين مالم تعين الجهة التى تكون فيها هذه الزاوية محسوبة فعلى هذا اذا انزل من نقطة اختيارية عمودان على المستويين صنعا ايضا زاويتين حادتين وزاويتين منفرجتين كلاهما مساو لمجانسه من الزوايا الاربع الواقعة بين مستويين فيمكن حينئذ ايجاد زاوية المستويين بان ينزل عمودان من نقطة واحدة على كلا المستويين المفروضين كما فى (بند ٨٢) ثم يبحث عن الزاوية الواقعة بين هذين العمودين كما فى (بند ١١٥) وعلى اى حال فلو انزل من نقطة مأخوذة داخل زاوية زوجية عمودان على وجهى هذه الزاوية لحدث بينهما زاوية متممة للزاوية الزوجية

ولا تحتاج هذه الطريقة الاخيرة الى معرفة تقاطع المستويين الذى لا تنكر فائدته فى بعض الاحوال لانه ربما كان هذا التعيين مقتضيا لعمليات مشكلة جدا كما حصل ذلك فى بعض الاحوال

(١٢٨)

(المسئلة الثلاثون) اذا كان المطلوب قسمة الزاوية الواقعة بين مستويين الى قسمين متساويين يقال

(اولا) اذافرض وجود المستوى القاسم كما فى (الشكل ١١٦) كان مقطوعا بالمستوى س فى مستقيم سَ نَ عمود على التقاطع ى فى النقطة سَ وكان اثره الافقى على قَ وقاسما للزاوية ا او س سَ ص الى قسمين متساويين فينتج من ذلك انه يلزم بعد ايجاد الزاوية المنطبقة س سَ ص كما فى (سادسا من بند ١٢٧) قسمتها الى قسمين متساويين بمستقيم قاطع للاثر قَ فى نقطة نَ يجب ان يمر بها وبالنقطة ا الاثر الافقى للمستوى المطلوب س وان يمر بالنقطة ب اثره الرأسى

(وثانيا) اذا انطبق المستويان م و ك على المستوى الافقى كما فى (الشكل ١١٧) باستعمال الطريقة الثانية المعلومة فى (بند ٧٦) انتقل تقاطعهما ى فى يَ ثم فى يً فاذا فرض فى كل من المستويين م و ك مستقيم على بعد واحد من التقاطع ى صار المستقيم ا الكائن فى المستوى م فى اَ الموازى يَ بعد انطباق هذا المستوى وصار ايضا المستقيم ب فى بً الموازى يً بعد انطباق المستوى ك المشتمل على ب وقطع المستقيمان اَ و بً على التوالى الاثرين قَ و قَ فى نقطتين س و ص فحينئذ يكون س ص الاثر الافقى للمستوى (ا ب) واذا قسم س ص الى قسمين متساويين فى نقطة نَ لانتسبت هذه النقطة والنقطة ا الى الاثر الافقى قَ للمستوى القاسم س المشتمل زيادة عن ذلك على خط موازٍ لخط التقاطع ى ومار بالنقطة نَ ولهذا الحل كما هو ظاهر شدة مناسبة للحل الذى ذكر فى (بند ١١٦) لاجل ايجاد قاسم زاوية المستقيمين الى قسمين متساويين بدون البحث عنها وذلك ان النقطة هـ والنقطة د الكائنتين على المستقيمين على بعد واحد من نقطة تقاطعهما م فى حل (بند ١١٦) مبدلتان هنا بالمستقيمين ا و ب الكائنين فى المستويين على بعد واحد من تقاطعهما ى وان النقطة ن التى هى

د منتصف المستقيم هـ د هنالك مبدلة هنا بمستقيم كائن على المستوى (ا ب) وعلى بعد واحد من المستقيمين ا و ب

ويمكن ابدال المستقيمين ا و ب الموازيين ى بمستقيمين متساويى الميل على ى ومقابلين له فى نقطة واحدة وحينئذ فزاوية هذين المستقيمين والتقاطع ى يعينان المستوى القاسم وليست حالة الموازيين الا داخلة فى هذه الحالة

(وثالثا) ان العمودين القائمين على المستويين م و ك كما فى (ثامنا من بند ١٢٧) يمكن ان يبدا من نقطة واحدة من نقط تقاطعهما فاذا فرض وجود المستوى القاسم واقامة عمود عليه ايضا من النقطة المذكورة قسم هذا العمود زاوية عمودى المستويين الاصليين الى قسمين متساويين فحينئذ اذا بحث على القاسم لزاوية هذين العمودين كما فى (بند ١١٥) عين هذا القاسم والتقاطع ى للمستويين المعلومين المستوى القاسم المطلوب وليتنبه الى ان هذه المسئلة لا يمكن حلها الا بمعرفة تقاطع المستويين المعلومين

(١٢٩)

ولنتمم هذه المسائل المتوالية بذكر مسئلتين ينتج حلهما بدون واسطة من حل مسئلة ايجاد زاوية المستويين المقررة فى (سادسا من بند ١٢٧) فنقول

(المسئلة الحادية والثلاثون) اذا علم اثران انفيان لمستويين م و ك صانعان زاوية معلومة ا وعلم ايضا المسقط الافقى لتقاطعهما ى والمطلوب ايجاد اثريهما الرأسيين يقال

ليمد الاثر قَ كما فى (الشكل ١١٦) عمودا على المسقط الافقى ى فيقطع قَ و قَ فى النقطتين س و ص ويلزم لايجاد النقطة سَ ان يرسم على س ص قطع دائرة يحتوى على الزاوية ا فيقطع ى

فى النقطة سَ فاذا رسمت دائرة بجعل النقطة و مركزا وجعل وسَ نصف قطر ومن النقطة ا مد مماس ى لهذه الدائرة واقيم عمود ىَ ـ على ى واخذ ىَ ـ = ىَ ـ تحصلت النقطة ـ وهى نقطة تقابل الاثرين رَ و ر ومن البين ان الزاوية ـ لا يلزم ان تكون اصغر من سـ ا صـ فاذا كانت مساوية لها كان المستويان رأسيين ويشاهد ان لهذه المسئلة ايضا حلان من حيث انه يمكن مد خطين من النقطة ا مماسين للدائرة المذكورة

(١٣٠)

(المسئلة الثانية والثلاثون) اذا كان المطلوب امرار مستوكَ من مستقيم ى كائن على مستو معلوم م يصنع مع المستوى م زاوية ا يقال

يمد ىَ عمودا على ىَ كما فى (الشكل ١١٦) ويعين التقاطع ى على المستوى الرأسى خَصَ وينزل عمود وسـ على ى ويجعل وسَ = وسَ ويرسم سـ سَ ثم صـ سَ صانعا مع سـ سَ الزاوية ا وتنسب النقطة صـ الى الاثر قَ الذى يجب ان يمر ايضا بالنقطة ا ثم يمد الاثر رَ من النقطة كَ الى النقطة ـ ولهذه المسئلة ايضا حلان فانه يمكن رسم صـ سَ من كل من جهتى سـ سَ

(فى اقصر الابعاد)

(١٣١)

(المسئلة الثالثة والثلاثون) اذا كان المطلوب ايجاد اقصر بعد من نقطة الى اخرى يقال

هذا البعد مقيس بمستقيم هاتين النقطتين وبهذا يتوصل الى ايجاد الطول الحقيقى لجزء مستقيم محصور بين نقطتين معينين وحينئذ فقد

يكون اولا المسقط الرأسي مساويا للمستقيم الفراغي اذا كان هذا المستقيم موازيا للمستوى الرأسي انظر (اولا من بند ٥٦) ولذلك يؤخذ مستوجديد رأسي موازيا للمستقيم ولنختر المستوى المسقط له افقيا لما فيه من السهولة والاختصار فحينئذ لا يكون خط الارض خَ ضَ كما في (الشكل ١٠٦) سوى المسقط الافقي وَ للمستقيم و فاذا انزل على هذا الخط عمودان مَ م = وم و دَ د = ع دَ ووصل بين م و د يحدث لنا المستقيم و المطلوب واذا مد من النقطة د خط د ط موازيا للمسقط الافقي وَ حدث مثلث قائم الزاوية م د ط ضلعه د ط يساوي المسقط الافقي م دَ و م ط يساوي فاضل ارتفاع النقطتين م و د عن المستوى الافقي اويساوي ومَ ـ ع دَ انظر (اولا من بند ٥) ووتر المثلث المذكور هو مقدار طول المستقيم المطلوب ومن هنا ينتج رسم المستقيم المطلوب بسهولة

(وثانيا) قد يكون المستقيم و معلوما بمسقطه الافقي اذا كان موازيا للمستوى الافقي فيمكن حينئذ تغيير المستوى الافقي لجعله موازيا و وليختر لاجل السهولة المستوى المسقط رأسيا لهذا المستقيم فيكون خط الارض خَ ضَ متحدا مع وَ ويلزم ان يؤخذ على عمودين على هذا الخط مَ م = ومَ و دَ د = ع دَ وباخذ خط م ل مواز وَ يحدث مثلث قائم الزاوية م د ل وتره ايضا مقدار طول المستقيم و واحد ضلعي زاويته القائمة م ل مساو للمسقط الرأسي مَ دَ والآخر د ل مساو لفاضل بعدي النقطتين م و د عن المستوى الرأسي يعني مساو ع دَ ـ ومَ انظر (ثانيا من بند ٥)

(وثالثا) يمكن بدل جعل المستقيم و موازيا للمستوى الرأسي بتغيير

المستوى

المستوى الرأسى تدوير المستقيم حول محور رأسى الى ان يصل الى هذا الوضع كما فى (بند ٦١) وليختر لسهولة المحور مارا باحدى النقطتين المعلومتين م فيصير المستقيم حينئذ فى الوضع ﻫ وبعلم مقدار طوله الحقيقى بالمسقط ﻫَ

(ورابعا) يمكن جعل المستقيم ﻫ موازيا للمستوى الافقى بتدويره حول محور أ عمود على المستوى الرأسى وليختر مارا بالنقطة ﻫ وحينئذ يصير المستقيم ﻫ المذكور فى الوضع ﻫً ويعلم مقدار طوله الحقيقى بمسقطه الافقى ﻫً

وباستعمال الطرق الاربع المذكورة على نفس هذا الشكل يلزم ان يكون

م ﻫ = م ﻫ = م ﻫ = ﻫ م

(١٣٢)

(المسئلة الرابعة والثلاثون) اذا كان المطلوب ايجاد البعد بين اثرى مستقيم يقال

هذه المسئلة لا فرق بينها وبين المتقدمة ويكفى فى حلها اخذ النقطتين ا و ب بدل النقطتين م و ﻫ المأخوذتين اختيارا فى المسئلة المتقدمة وحينئذ فحل باستعمال نفس الطرق التى حلت بها المسئلة المتقدمة فيقال

(اولا) اذا اخذ المسقط ﻫً كما فى (الشكل ١٠٥) خطا ارضيا جديدا يوجد المستقيم ﻫ على هذا المستوى الجديد الرأسى وتنسب النقطة ا حينئذ الى هذا المستقيم

(وثانيا) اذا ابدل المستوى الافقى واخذ ﻫَ خطا ارضيا جديدا يوجد المستقيم ﻫ

(وثالثا) اذا دوّر المستقيم ﻫ حول المحور ا يصير فى الوضع ﻫ

(ورابعا) اذا دوّر المستقيم المذكور حول المحور أ يصير في الوضع و″ فينتج بالضرورة

أ ـ = اـ = أـ = اـ

وكل من هذه الخطوط الاربع يدل على طول المستقيم و

(١٣٣)

(المسئلة الخامسة والثلاثون) اذا كان المطلوب مد مستقيم معلوم الطول من نقطة م كائنة على مستو معلوم م الى الاثر الافقى لهذا المستوى يقال

اذا علم المسقط الافقى م للنقطة المفروضة كما فى (الشكل ١١٨) يستنتج منه مسقطها الرأسى م انظر (بند ٢٩) بان يمد من هذه النقطة افقى ط من المستوى م ثم يفرض اولا المستقيم و فى وضعه الاصلى ويدوّر حول محور رأسى أ حتى يوازى المستوى الرأسى فينسقط على هذا المستوى فى طوله الحقيقى ل انظر (اولا من بند ٥٦) ويبقى مسقطه الافقى فى رجوعه دائما على طول واحد يجب ان ينتهى بالاثر قَ فتكون النقطة ا التى يقابل فيها ذلك الاثر قَ الدائرة ج نقطة من المستقيم فيتعين وضعه حينئذ تعينا تاما ويوجد حل آخر فى ب ولو مست الدائرة ج الاثر قَ لم يكن للمسئلة الا حل واحد ولو كان المستقيم أ أ اقصر من العمود النازل من أ على قَ لم يكن للمسئلة حل اصلا

(وثانيا) قد يتفق كما فى (الشكل ١١٩) ان المستقيم ل المار من النقطة م لا يقابل خط الارض خ ض الا خارج حدود الرسم ولننبه فى هذه الحالة على انه يمكن تقسيم المستقيم و الى اجزاء متساوية وان يتصور امرار مستويات افقية من نقط المستقيم قاسمة جزء المحور أ المحصور بين النقطة م

والمستوى الافقى للمسقط الى اجزاء متساوية عدتها كعدة اجزاء المستقيم و وقاطعة للمستوى م فى افقيات متساوية البعد عن بعضها ثم يقسم ارتفاع النقطة م الى قسمين متساويين ويرسم مستوافقى س يقطع المستوى م فى افقى ر ونجرى بالنسبة لهذا الافقى العملية التى اجريت بالنسبة لخط الارض بان يؤخذ $\frac{1}{2}$ ل بالابتداء من النقطة مَ الى المسقط الرأسى رَ للافقى فتحصل المستقيمان و و ب الكافيان فى حل المسئلة

(وثانيا) يمكن حل المسئلة المذكورة بتطبيق المستوى م على المستوى الافقى كما فى (الشكل ١٢٠) او بجعل هذا المستوى احد مستويى المسقط وذلك باستعمال احدى الطرق الاربع المعلومة فى (بند ٧٦) ولنجرى هنا الطريقة الثانية ورسم اشكال الثلاث الباقية سهل فنقول

ان النقطة م تصير منطبقة فى مَ ونجعل هذه النقطة مركزا واخذ نصف قطر مساو للطول ل يرسم قوس دائرة يقطع نَمَ فى نقطتين س و ص بايصالهما بالنقطة مً نتحصل المسقطان الافقيان بً و وً للمستقيمين ب و و الكافيين فى حل المسئلة ويستنتج منهما المسقطان الرأسيان لهذين المستقيمين انظر (بند ٢٨)

(١٣٤)

ويمثل ذلك تحل مسئلة مد مستقيم معلوم الطول من نقطة م الى مستقيم معلوم الوضع فيكفى امرار مستو من المستقيم المعلوم والنقطة م وتطبيق هذا المستوى وايجاد النقطة م والمستقيم المعلوم عليه ثم رسم المستقيم المطلوب على هذا المستوى المنطبق ثم يرجع بعد ذلك الى مسقطى هذا المستقيم

وبمثل ذلك تحل مسئلة مد مستقيم من نقطة معلومة م بصنع زاوية معلومة مع الاثر الافقى او مع مستقيم تما من المستوى م

(١٣٥)

(المسئلة السادسة والثلاثون) اذا كان المطلوب ايجاد اقصر بعد بين نقطة ومستقيم يقال

ان هذا البعد كناية عن العمود النازل من النقطة المذكورة على المستقيم ثم يقال

(اولا) يمكن حل هذه المسئلة بامرار مستو م من المستقيم المعلوم و ومن النقطة المعلومة م وتطبيقه على المستوى الافقى انظر (بند ٧٦) ثم انزال عمود نَ من النقطة مَ على وَ فيكون هو البعد المطلوب فاذا اريد معرفة مسقطيه ارجعت النقطة سَ التى هى تقاطع العمود نَ مع وَ فى الوضع سَ على المستقيم و بحركة دوران عكس حركة دوران الانطباق

(وثانيا) يمكن بدل تطبيق المستوى (و م) كما فى (الشكل ١٢١) على المستوى الافقى تدويره حول احد افقياته حتى يصير افقيا ثم يمر الافقى من النقطة م وحينئذ يمر أ بالنقطة مَ ويوازى خ ض فيقابل وَ فى نقطة سَ ويستنتج من ذلك سً ثم أً ولاجل تدوير المستوى (و م) حول أ معتبرا محورا يلزم اولا ان يؤخذ مستو رأسى خَ ضَ عمودا على هذا المحور كما فى (بند ٧٣) فيوجد على هذا المستوى المسقطان مَ و وَ ومن الواضح ان النقطتين مَ و سَ يتحدان مع النقطة أَ التى هى المسقط الرأسى للمحور وان المستقيم أ أَ يصير الاثر الافقى قً ثم يُدوَّر المستقيم و حتى يصير افقيا ولا يتغير موضع النقطة سَ مدة الدوران فحينئذ يجب ان يكون مسقطه الرأسى موازيا خَ ضَ ومارا بالنقطة سَ ولايجاد المسقط الافقى يؤخذ على المستقيم و نقطة ما ى ترسم مدة الدوران دائرة ج وتصير فى الوضع ىَ وبايصال ىً الى سً يتحصل وً فاذا انزل الآن من النقطة م عمود على وً دل على المقدار الحقيقى للبعد الاقصر من النقطة م

الى المستقيم و فاذا اريد معرفة مسقطى هذا البعد الاقصر يقال ان العمود
المذكور يقابل وَ فى نقطة سَ ومنها ينتج سً بواسطة موازنة خط الارض
خَ ضَ ثم يحصل سُ وباتصال مسقطى النقطة س بمسقطى النقطة م
يحصل م س و م س وهما مسقطا البعد الاقصر الذى مقداره الحقيقى
م سَ

ولينتبه الى انه اذا اخذ على المستوى الرأسى خَ ضَ المسقطان الرأسيان
سَ و س للنقطتين سَ و س وجب لتحقيق الشكل ان يكون

م س = م س و ے س = ے س

(وثالثا) يمكن حل هذه المسئلة ايضا بتغييرى مستويين او حركتى دوران
ولذلك يتنبه الى انه اذا كان المستقيم و عمودا على المستوى الافقى كما فى
(الشكل ١٢٢) كان العمود ن افقيا ومساويا بالضرورة لمسقطه الافقى
النظر (اولا من بند ٥٦) فيلزم حينئذ جعل المستقيم المذكور فى هذا
الوضع الخاص به ويتوصل اليه اولا باخذ مستو رأسى موازيا و او مارا به
ثم اخذ مستو افقى عمودا على و فيكون نً البعد المطلوب وللرجوع الى
مسقطى المستقيم ن على المستويين الاصليين يتنبه الى ان نَ لا بدوان يكون
موازيا خَ ضَ فيقابل المستقيم و فى نقطة س مسقطها الافقى
سً ومنه ينتج سُ فيتحصل من ذلك نً و نَ ويسهل رسم شكل
حل هذه المسئلة بحركتى دوران او حركة دوران وتغيير مستو

(ورابعا) يمكن بعد تغيير المستوى الرأسى للمسقط لجعل المستقيم و
موازيا لهذا المستوى الجديد ان يلتفت الى ان العمود ن والمستقيم و حيث
كانا عمودين على بعضهما فى الفراغ وكان احدهما و موازيا للمستوى الرأسى
خَ ضَ يلزم ان يكون مسقطاهما الرأسيان نَ و و عمودين كذلك على

بعضهما فيمد حينئذ من النقطة م عمود نَ على و فيقابل المستقيم و في نقطة س مسقطها الافقي سً على وً ومسقطها الرأسي سَ على وَ ويوصل بين سً و مً وبين سَ و مَ فيتحصل المسقطان نً و نَ للبعد الاقصر المطلوب فلم يبق علينا الا معرفة طوله الحقيقي انظر (بند ١٣١)

(وخامسا) حيث كان العمود النازل من النقطة م على المستقيم و كافي (الشكل ١٢٣) كائنا في مستو م عمود على و ومار بالنقطة م يمكن رسم هذا المستوى كافي (بند ٨٣) وبالبحث عن التقاطع س للمستقيم و مع المستوى م كما في (بند ١١٠) والوصل بين س و م يتحصل المستقيم المطلوب الذي يوجد مقداره الحقيقي في نَ انظر (ثالثا من بند ١٣١)

ويمكن امرار المستوى المساعد من النقطة م فيكون تقاطعه ن مع المستوى م عين المستقيم المطلوب الذي جزؤه سم هو البعد الكائن بين النقطة م والمستقيم و فيكون الطول الحقيقي لهذا البعد نَ فاذا لم يكن اثرا المستوى س داخل حدود الرسم يعتبر هذا المستوى معلوما بالمستقيمين و و وَ فيبحث عن تقاطعه مع المستوى م انظر (بند ١١١)

(١٣٦)

(المسئلة السابعة والثلاثون) اذا كان المطلوب ايجاد اقصر بعد من نقطة الى مستو يقال

(اولا) ان هذا البعد يقاس بالعمود ن النازل من النقطة المعلومة م على المستوى المعلوم م فبناء على ذلك يكون المسقطان نً و نَ عمودين بالتوالي على قً و رً كما في (بند ٨١) وحينئذ يكونان

معلومين

معلومين وبالبحث عن التقاطع س للعمود ن والمستوى م كما في (بند ١١٠) بدل م س الذى هو جزء هذا المستقيم على البعد المطلوب ويرسم شكل ماذكر بالسهولة

(وثانيا) اذا كان المستوى م عمودا على المستوى الرأسي يكون المسقط الرأسي سً للنقطة سَ على رً انظر (ثانيا من بند ٥٦) ويكون ايضا العمود ن موازيا للمستوى الرأسي ومساويا بالضرورة لمسقطه الرأسي نً ولذلك يتوصل الى هذه الحالة المخصوصة بتغيير مستو رأسي كما هو واضح من الشكل ١٢٤

(وثالثا) يمكن ايضا ان يستعمل لذلك حركة دوران كما يدل عليه الشكل ١٢٥ الذى أمر فيه اختصار المحور ا بالنقطة المعلومة م ثم بالرجوع الى المسقطين الاولين يوجد سً و سَ كل على انفراده فيلزم حينئذ ان يكون هاتان النقطتان على عمود واحد على خط الارض غ ض انظر (بند ٨) وهذا برهان على صحة الاعمال

(١٣٧)

(المسئلة الثامنة والثلاثون) اذا كان المطلوب ايجاد اقصر بعد بين مستقيمين ليسا فى مستو واحد يقال

اذا كان احد المستقيمين ا كما فى (الشكل ١٢٦) عمودا على المستوى الافقي يكون البعد الاقصر ن افقيا ومساويا بالضرورة نَ ويكون زيادة على ذلك نَ فى هذه الحالة المخصوصة عمودا على بَ حيث كان ن عمودا على المستوى الرأسي الذى اثره الافقي بَ ويحصل هذا البعد الاقصر بالسهولة ويمكن ان يتوصل الى هذه الحالة المخصوصة باربع عمليات هى

(اولا) تغيير المستو

(وثانيا) تغيير مستو ثم حركة دوران

(وثالثا) حركة دوران ثم تغيير مستو

(ورابعا) حركتا دوران ولنذكر هذه الطرق على الترتيب فنقول

(اولا) ليكن ا و ب كما فى (الشكل ١٢٧) المستقيمين المطلوب ايجاد اقصر بعد بينهما فيختار لترجيع المستقيم ا ليصير فى وضعه المتقدم مستو آخر افقى عمودا على ا الا انه لا يكون عمودا على المستوى الرأسى ولذا يؤخذ اولا مستو جديد رأسى للمسقط موازيا لهذا المستقيم ا وليختر لاجل السهولة المستوى المسقط له وحينئذ يتحد خَ ضَ مع اً وينتج منه المسقطان الرأسيان ا و بً انظر (بند ٤٦) ثم يؤخذ مستو جديد افقى للمسقط عمودا على ا باخذ خً ضً عمودا على ا فيوجد اً و ب ثم ينزل من اً العمود نً على بً فيكون اقصر البعد المطلوب وينتهى على ا و ب بالنقطتين صـ و سـ اللتين تكون مساقطهما بالتوالى فى صـ و سـ وفى صـ و سـ وفى صـ و سـ ثم فى سـ و سـ ومن ذلك يتحصل نً و نَ

(وثانيا) يمكن بعد تغيير المستوى الرأسى للمسقط كما ذكر تدوير جملة الشكل حول محور عمود على هذا المستوى الرأسى حتى يصير المستقيم ا عمودا على المستوى الافقى ولاجل ذلك يليق مد محور الدوران من نقطة من المستقيم ا وحيث صار هذا المستقيم بعد رسم الزاوية ا فى وضعه الجديد اً يلزم تدوير المستقيم ب بقدر نفس الزاوية ا انظر (بند ٦١) ليصير فى الوضع بً فيكون العمود نً النازل من اً على بً البعد الاقصر المطلوب ويكون نَ موازيا خَ ضَ وتحصل منه نقطتان سَ و صَ يتقاطع فيهما البعد الاقصر بالمستقيمين بً و اً فبترجيع هاتين النقطتين على ب و ا فى النقطتين سـ و صـ يحصل المسقطان نً و نَ للبعد الاقصر

(وثالثا) اذا دُوِّر المستقيمان ا و ب حول محور رأسى قاطع ا حتى صار احدهما ا فى الوضع اَ موازيا للمستوى الرأسى يرسم زاوية اِ وبتدوير المستقيم ب بقدر هذه الزاوية ليصير فى الوضع بَ كما فى (بند ٥٩) ثم بانتخاب مستو جديد افقى للمسقط عمودا على اَ يلزم ان يكون غَ ضَ عمودا ايضا على اَ والمسقط الافقى لهذا المستقيم فى نقطة واحدة اَ ويتحصل ايضا بَ انظر (بند ٤٦) فيكون البعد الاقصر المطلوب حينئذ هو العمود نَ النازل من اَ على بَ وبعد ذلك يرجع كما تقدم الى ايجاد المسقطين نَ و نُ للمستقيم المذكور

(ورابعا) يمكن لاجل حل المسئلة بحركتى دوران ان يدوّر اولا المستقيمان ا و ب معا حول محور رأسى كما فى الحالة المتقدمة ثم يُدوّر كل من المستقيمين اَ و بَ حول محور عمود على المستوى الرأسى كما تقدم فى الحالة الرابعة

ومن البيّن انه يمكن ايضا تصيير المستقيم ا عمودا على المستوى الرأسى بجعله اوّلا موازيا للمستوى الافقى ويسهل رسم اشكال جميع هذه الاحوال

(وخامسا) يمكن ايضا حل المسئلة بدون احتياج الى ما سوى المستقيمين المفروضين فى وضعهما المفروض مع ابقاء مستويى المسقط الاصليين وذلك انه يلزم اولا الالتفات الى ما تقرر فى الهندسة الاصلية من انه يمكن دائما مدّ عمود على مستقيمين ا و ب كما فى (الشكل ١٢٨) ليسا فى مستو واحد وانه لا يمكن الا مد عمود واحد وان هذا العمود المشترك هو اقصر بعد من نقطة من ا الى نقطة من ب فقد شوهد ان العملية مبنية على مدّ مستقيم اَ من نقطة م من ب مواز ا وامرار مستو من اَ و ب مواز ا وانزال عمود ط من نقطة ما ە من ا على هذا المستوى (ب اَ) وامرار مستو آخر من المستقيمين

ا و ط والبحث عن التقاطع ى للمستويين (ب أ) و (أ ط)
وان يمد من النقطة س التى هى تقاطع ى و ب مستقيم ن يوازى
المستقيم ط ويقابل ا فى نقطة ص وهذا المستقيم ن هو قياس
البعد الاقصر المطلوب وكل تلك العمليات يلزم اجراؤها بواسطة
المساقط

وليكن ا و ب المستقيين المعلومين كما فى (الشكل ١٢٩) فتؤخذ
نقطة ما م على المستقيم ب ومنها يمد مستقيم أَ مواز ا فيكون
أً موازيا أ و أَ موازيا أ ويمر مستوم من أَ و ب فيمر
قً من الاثرين الافقيين اُ و بُ لهذين المستقيمين ويمر رً باثريهما
الرأسيين اِ و بِ ثم تؤخذ نقطة ما ه من ا وينزل من هذه النقطة
عمود ط على المستوى م فيكون طً عمودا على قً و طَ عمودا
على رً وبامرار مستوكَ بالمستقيمين ط و ا يمر قَ باثريهما
الافقيين ط و ا و رَ بالاثر الرأسى اِ وبالنقطة التى يقابل فيها
قَ خط الارض خض ومن حيث ان اثرى التقاطع ى للمستويين
المذكورين م و كَ فى ع و كَ يتعين ذلك التقاطع ومن حيث انه
مواز ا يلزم ان يكون ى موازيا أ و ىَ موازيا أَ اذا كانت
الاعمال صحيحة ثم يقطع هذا التقاطع ى المستقيم ب فى نقطة س منها يمد
المستقيم ن موازيا ط الى ان يتلاقى مع ا فى النقطة ص فيكون هو
البعد الاقصر المطلوب ويتحصل لنا مقداره الحقيقى بتدويره حول محور رأسى
مار بالنقطة ص حتى يصير فى الوضع نَ موازيا للمستوى الرأسى بحيث
يكون مقداره الحقيقى معلوما بالمسقط نً

وليست العملية العمومية المتقدمة ممكنة دائما لانه قد يتفق ان لا يكون لاثرى

المستوى م نقطة داخل حدود الرسم ولكن من حيث انه لا يحتاج الى الاثرين الا لامكان مد العمود ط على المستوى م يمكن ابدال ق بافقي ما يحصل بقطع المستقيمين ا و ب بمستوافقي وكذلك ابدال ر برأسي للمستوى يحصل ايضا بقطع هذين المستقيمين بمستو موازللمستوى الرأسي ويمكن ايضا اعتبار المستوى ك معينا تعينا كافيا بمستقيمين ا و ط الا انه قد يتفق خروج العمود المشترك عن حدود الرسم وحينئذ لا يمكن ايجاده الا بالرجوع الى الحالة الخصوصية المعتبرة اول الامر ويمكن باحدى الطرق الاربع الاولية زيادة على ذلك ايجاد البعد الاقصر بين مستقيمين مادام داخلا في حدود الرسم وذلك انه يمكن اختيار مستويي المسقط الجديدين او محوري الدوران بحيث تكون مساقط المستقيمين ا و ب واقعة في طرفي فرخ الرسم وهذه الطرق مختارة ايضا في اعتبار رسمي لانه لا يوجد في تغيير المستويات الا نقل الابعاد المأخوذة بانفتاحات البرجل وفي حركات الدوران الا كون الخطوط التي يجب رسمها تتقاطع على زوايا قائمة

(١٣٨)

(المسئلة التاسعة والثلاثون) اذا علم المستقيم ا والمسقط الافقي بً لمستقيم آخر ب والمسقط نً لاقصر بعد ن بين ا و ب وكان المطلوب ايجاد المسقطين الرأسيين بُ و نُ لمستقيمي ب و ن والمقدار الحقيقي للمستقيم ن يقال

حيث كان البعد الاقصر المذكور عمودا على المستقيم ا الذي يقابله في نقطة معلومة س يعين المسقط نُ بالطريقة المذكورة في (بند ٨٦) وحيث ان المستقيم المذكور ايضا لابد وان يكون عمودا على المستقيم ب الذي يقابله في نقطة معلومة ص يوجد المسقط بُ بالطريقة المذكورة وحيث كان الطرفان س و ص للبعد الاقصر ن بين المستقيمين ا و ب

معلومين يستنتج منهما المقدار الحقيقى لهذا البعد انظر (بند ١٣١)

(١٣٩)

(المسئلة الاربعون) اذا علم مستقيم ا والمسقط الافقى بً لمستقيم آخر ب والمقدار الحقيقى للبعد الاقصر ن بين المستقيين ا و ب والنقطة س التى يقابل فيها ن المستقيم المعلوم ا والمطلوب ايجاد المسقط الرأسى بُ للمستقيم ب ومسقطى البعد الاقصر ن يقال

من حيث ان المستقيم ن لابدان يكون عمودا على المستقيم ا كما فى (الشكل ١٣٠) يلزم ان يكون فى مستو م مار بالنقطة س وعمود على المستقيم ا المذكور انظر (بند ٨٥) فاذا طبق هذا المستوى م على المستوى الافقى صارت النقطة س فى الوضع سَ والمستقيم ن احد انصاف اقطار محيط الدائرة جَ المرسومة بجعل النقطة سَ مركزا والمقدار المعلوم للمستقيم ن نصف قطر واذا فرض المستقيم ن تابعا للمستوى م فى حركة الدوران علم وضعه ولزم ان يوجد اثره الافقى على جَ ويعلم منه وضع المستقيم نَ فتحصل حينئذ النقطة صَ ويستخرج منها النقطة ص ولكن حيث كانت هذه النقطة ص موجودة بالضرورة على المستقيم ب وعلى محيط الدائرة المنطبق فى جَ معا يبحث عن ايجاد المسقط جً للمحيط المذكور فيقطع بً فى نقطتين صً و رً وهما المسقطان الافقيان للنقطتين الكافيتين لحل المسئلة ويتحصل حينئذ المسقطان الافقيان نً و طً ويستخرج منهما المسقطان الرأسيان نُ و طُ ومنه يعلم صُ و رُ فلم يبق الا تعيين بُ بحيث يكون المستقيم ب المار بالنقطة س عمودا على ن او تعيين وُ بحيث يكون المستقيم و المار بالنقطة ر

عموداعلى ط انظر (بند ٨٦) ويكون المستقيمان ب و كافيين في الشرط الذى هو دلالة نفس المستقيم بن على مسقطهما الافقيين وكونهما على بعد معلوم من المستقيم ا

(١٤٠)

لايمكن رسم المنحنى جن هنا الا نقطة فنقطة ويتضح فيما سيأتى ان هذا المنحنى قطع ناقص فلايمكن حينئذ ان يقطع بن الا فى نقطتين

فاذا كانت النقطة س غير معلومة امكن اخذها على المستقيم ا فى اى وضع كان وبتكرار العملية المتقدمة لكل من الاوضاع تحصل جملة مستويات كالمستوى م متوازية ويحدث حينئذ من الدوائر كالدائرة ج المتساوية سطح اسطوانى مستدير محوره المستقيم ا وجميع نقط بن المحصورة فى المسقط الافقى لهذا السطح الاسطوانى يمكن ان تدل على النقطة صن وسنذكر حل هذه المسئلة فى محل آخر من هذا الكتاب بعد ذكر ما تتوقف عليه من معارف لا بد منها .

(الباب الرابع)

(فى الزوايا الثلاثية والاهرام)

(١٤١)

(مسئلة عامة) اذا كان المعلوم زاوية ثلاثية والمطلوب ايجاد الزوايا السطحية والزوايا الزوجية المركبة هى منها بعملية على مستو يقال

يؤخذ احد وجوه الزاوية الثلاثية المتحد مستويا افقيا للمسقط ثم تقطع هذه الزاوية بمستو ما رأسى بحيث يكون م و كَ مستويى الوجهين الاخرين و ى تقاطعهما كما فى (الشكل ١٣١) فتكون احدى الزوايا السطحية معلومة فى ا وتحصل الاخريان بانطباق الوجهين م و كَ على المستوى الافقى كما فى (بند ٧٦) ويختار المستويان الرأسيان الجديدان مارين بالاثر ـ للتقاطع ى بحيث يكون خط الارض خَ ضَ و خً ضً مارين بالمسقط ـ ويتنقل التقاطع ى فى ىَ و ىً على المستويين المنطبقين ولا يخفى ان اـَ = اـً حيث انهما يدلان على الجزء اـ من التقاطع ى فاذا رسم المستقيمان عـَ و كَـً دلا على الاثرين الرأسيين عـ و كَـ المعلوم مقدارهما الحقيقى ويلزم من ذلك ان يكون عـَ = عـ و كَـً = كَـ فحينئذ تحصل معنا الثلاث زوايا السطحية ا = ع ا كَ و ب = ع اـَ و ج = كَ اـً وحيث كان المستوى م عمودا على المستوى الرأسى خً ضً و كَ على المستوى الرأسى خَ ضَ تكون زاويتا هذين المستويين الحادثتان منهما مع المستوى الافقى او الزاويتان الزوجيتان ع و ـ معلومتين بالتوالى فى ـ ع ـ و ـ كَ ـ فلم يبق حينئذ الا البحث عن الزاوية ا الواقعة بين الوجهين ب و ج لكن هذه الزاوية مقيسة بزاوية العمودين الممتدين من نقطة واحدة من التقاطع ى احدهما فى المستوى م والاخر فى كَ فاذا وجد هذان العمودان على المستويين المنطبقين

فى حالة انطباقهما صارا عمودين كذلك على ى َ و ى ً فى نقطتين م َ و م ً على بعد واحد من ا فيقابلان الاثرين ق َ و ق ً فى النقطتين س و ص فاذا وصل بين هاتين النقطتين كان من الواضح ان المستقيم س ص يدل على الاثر الافقى للمستوى العمود على ى ويلزم حينئذ ان يكون عمودا على ى ً وبانطباق المستوى المذكور بتدويره حول اثره س ص لا تخرج رأس الزاوية المطلوبة عن المستوى الرأسى الذى يكون ى ً اثره وينطبق ضلعاها على مقدارهما الحقيقى فحينئذ لو جعل كل من النقطتين س و ص مركزا واخذ س م َ و ص م ً نصفى قطر ورسم قوسا دائرة لزم ان يتقاطعا فى نقطة سَ من ى ً اذا وصل بينها وبين النقطتين س و ص صار س سَ ص الزاوية المطلوبة اَ

(١٤٢)

اذا عرفت هذه المسئلة العامة يسهل عليك حل المسائل الخصوصية المختلفة المتعلقة بالزاوية الثلاثية وهى ستة ولنرمز للزوايا السطحية الثلاث بحروف ا و ب و ج وبحروف اَ و بَ و جَ للزوايا الثلاث الزوجية المقابلة لها كل لنظيرتها فتحدث الستة تراتيب التى صورتها هكذا

مجاهيل			معاليم			مجاهيل			معاليم		
ج	ب	ا	جَ	بَ	اَ	جَ	بَ	اَ	ج	ب	ا
جَ	ب	ا	ج	بَ	اَ	ج	بَ	اَ	جَ	ب	ا
بَ	ب	ا	ج	جَ	اَ	ج	جَ	اَ	بَ	ب	ا

وقد ترجع الاحوال الثلاثة الاخيرة الى الثلاثة الاولى بواسطة الزاوية الثلاثية المتممة ومن المعلوم انه اذا اخذت نقطة داخل زاوية ثلاثية وانزل منها اعمدة على اوجه هذه الزاوية وأمر بهذه المستقيمات مستويات حدثت زاوية اخرى ثلاثية زواياها السطحية متممة لمقابلاتها الزوجية فى الاولى وزواياها الزوجية متممة

لمقابلاتها السطحية فيها ايضا ولذا اطلق على هاتين الزاويتين الثلاثيتين اسم الزاويتين الثلاثيتين المتممتين فعلى هذا اذا رمز الى الزوايا السطحية فى الثانية بالحروف أَ و بَ و جَ والى الزوايا الزوجية فيها بالحروف اَ و بَ و جَ فيحدث

أَ = ١٨٠° ــ اَ و بَ = ١٨٠° ــ بَ و جَ = ١٨٠° ــ جَ

و اَ = ١٨٠° ــ ا و بَ = ١٨٠° ــ ب و جَ = ١٨٠° ــ ج

فحينئذ اذا علم مثلا اَ و بَ و جَ تحصلت الزوايا السطحية أَ و بَ و جَ وبواسطة هذه تتعين الزوايا اَ و بَ و جَ كما سنبينه ثم يحدث من هذه ا و ب و ج ومثل ذلك يعمل فى الحالتين الاخريين غير ان الحالة التى تفرض فيها الزوايا الثلاث الزوجية معلومة تخرج دون غيرها عن القواعد المذكورة آنفا وسنذكر طريقة حلها

(١٤٣)

(المسئلة الاولى) اذا كان المعلوم الثلاث زوايا السطحية المكونة للزاوية الثلاثية والمطلوب ايجاد الثلاث زوايا الزوجية يقال

(اولا) يؤخذ دائما مستوى احد الاوجه مستويا افقيا كما فى (الشكل ١٣٢) فيدل ضلعا الزاوية ا على الاثرين الافقيين قَم و قَر لمستويى الوجهين الاخرين اللذين يفرضان منطبقين على المستوى الافقى فى ب و ج احداهما فى احدى جهتى ا والاخرى فى الجهة الاخرى انظر (بند ١٤١) فيعلم تقاطعهما فى ىَ و ىً وتوجد نقطة ما ــ من هذا التقاطع على ىَ و ىً على بعد واحد من ا فاذا اخذ حينئذ اـَ = اـً ومد من النقطتين ـَ و ـً عمودان على قَم و قَر كانا هما الخطين الارضيين خَ ضَ و خً ضً كما تقدم فى المسئلة العامة انظر (بند ١٤١) وتقاطعا فى نقطة ـَ من ىَ وكانت النقطة ــ معلومة على المستويين الرأسيين فى ـَ و ـً لانها لابد ان توجد على

عمود على خط الارض خَضَ أو خَّضَّ قائم من النقطة ـَـ وعلى الدائرة المرسومة من المركز ـَـ بجعل ـَـ أو ـَـ نصف قطر ويلزم منه ان يكون ـَـ = ـَـ فقد آل الامر الى المسئلة العامة لانه يمكن ايجاد ر و ر على مستو مار أسى خ ض

(وثانيا) اذا تساوى زاويتان من الزوايا الثلاث السطحية لزم ان تكون الزاويتان الزوجيتان المقابلتان لهما متساويتين ايضا وذلك ان يؤخذ المستوى الافقى مستوى الزاوية الثالثة ا وترسم الزاويتان المتساويتا ب و ج فى كل جهتى ا كما تقدم ومن المعلوم فى فرضنا هذا ان المثلثين اعَ ـَـ و اكَّ ـَـ متساويان لان وترا احدهما مساو لوتر الآخر وفيهما زاويتين حادتين متساويتين فينتج ان ـَـعَ = ـَـكَ وان المثلثين القائمى الزواية عَ ـَـ و كَ ـَـ متساويان ايضا لان الضلع عَ ا = كَ ا والضلع ا ب = ا ـَـ فتكون حينئذ الزاوية = ج ـِـ

(وثالثا) اذا كان زيادة على ذلك الزاويتان المتساويتان ب و ج قائمتين لزم ان يكون الزاويتان الزوجيتان المقابلتان ـِـ و ج قائمتين ايضا لانه يسهل فى هذه الحالة مشاهدة كون خَضَ و خَّضَّ يتحدان على التوالى مع ىَ و ىً ومنه تتحد النقط ا و عَ و كَ و ـَـ وينتقل المستقيمان ـَـ ا و ـَـ ا على قَ و قَ بالتوالى وتوجد النقطتان ا و ا على نفس هذين المستقيمين فتكون بالضرورة الزاويتان ا عَ ـَـ = ا و ا كَ ـَـ = ـِـ قائمتين

(ورابعا) اذا كانت الثلاث زوايا ا و ب و ج متساوية كان الثلاث زوايا الزوجية المقابلة لها ا و ـِـ و ج متساوية ايضا لانه بسبب كون الزاوية ا = ب يتحصل ا = ـِـ ولكون ب = ج

يحدث بَ = جَ فينتج اَ = بَ = جَ

(وخامسا) اذا كانت الزوايا الثلاث ا و ب و ج قائمة لزم ان تكون الزوايا الثلاث اَ و بَ و جَ قائمة ايضا واثبات هذا كاثبات ما تقدم

(وسادسا) يسهل معرفة ان احدى الزوايا ا و ب و ج اذا كانت قائمة لا تعين شيأ في الزاوية المقابلة الزوجية

(١٤٤)

من المعلوم في الهندسة العادية ان الزوايا ا و ب و ج لا يمكن ان تكون ثلاث زوايا سطحية لزاوية ثلاثية الا اذا كان مجموعها اقل من اربع زوايا قائمة وكان كل منها اصغر من مجموع الزاويتين الاخريين وقد تحصلت هذه الشروط من العملية المتقدمة وبيان ذلك

(اولا) ان خطى الارض خَضَ و خً ضً كما في (الشكل ١٣١) لا يمكن في المسئلة العامة ان يتقاطعا الا في النقطة ـَ وان ىَ و ىً يتركان الزاوية ـَاـً دائما خارجة عن مجموع ا + ب + ج فيكون هذا المجموع حينئذ اصغر من اربع زوايا قائمة

(وثانيا) ان احدى الزوايا الثلاث ا اذا كان اكبر من مجموع الاثنتين الاخريين كانت النقطة ـَ خارج المحيطين وبناء عليه لا يمكن ان يقابل العمودان القائمان من هذه النقطة على خطى الارض هذين المحيطين ابدا

(١٤٥)

(المسئلة الثانية) اذا كان المعلوم زاويتين سطحيتين لزاوية ثلاثية والزاوية الزوجية المحصورة بينهما والمطلوب ايجاد الزاوية الثالثة السطحية والزاويتين الزوجيتين الاخريين يقال

يختار المستوى الافقي دائما مستوى احد الاوجه المعلومة ا ويفرض كما في (الشكل ١٣٢) الوجه الاخر المعلوم ب منطبقا حول الاثر قَمَ ويؤخذ خَضَ عمودا على قَ فيعلم الاثر رَمَ لانه لابد وان يصنع مع

خَ ضَ الزاوية الزوجية المعلومة ج فتنتقل حينئذ النقطة ى في رجوع المستوى م الى الوضع ا فيكون مسقطها الافقى ى ومن ذلك ينتج

ى فيؤول الامر الى المسئلة العامة انظر (بند ١٤١) لان الاثر ق معلوم واذا اخذ خط ارضى حيثما اتفق مارا بالنقطة ى تحصلت النقطة ى التى يمر بها الاثر ر

(١٤٦)

(المسئلة الثالثة) اذا كان المعلوم وجه زاوية ثلاثية والزاويتين الزوجيتين المجاورتين والمطلوب ايجاد الزاويتين السطحيتين الاخريين والزاوية الثالثة الزوجية يقال

يختار المستوى الافقى مستوى الوجه المعلوم ا كما فى (الشكل ١٣٣) فيكون ضلعا الزاوية ا الاثرين قَ و قً لمستويى الوجهين الاخرين اللذين ينسبان الى مستويين رأسيين خَ ضَ و خً ضً يكونان عمودين عليهما بالتوالى بحيث يصنع كل من الاثرين رَ و رً مع خط الارض المقابل له الزاويتين الزوجيتين المعلومتين ب و ج والغرض من هذه العملية ايجاد المسقط ى لتقاطع المستويين المذكورين وقد علمت طريقة ايجاده فى (بند ١٠١) فيؤول الامر حينئذ الى المسئلة العامة انظر (بند ١٤١)

(١٤٧)

(المسئلة الرابعة) اذا كان المعلوم وجهى زاوية ثلاثية والزاوية الزوجية المقابلة لاحدهما والمطلوب ايجاد الوجه الآخر والزاويتين الزوجيتين الاخريين يقال

يؤخذ المستوى الافقى كما فى (الشكل ١٣٤) مستوى الوجه المعلوم

ا المجاور للزاوية المعلومة ب ويؤخذ خَ ضَ عمودا على قَ
فيعلم حينئذ رَ ويؤخذ ايضا خَ ضَ عمودا على قَ فاذا فرض ان
المستوى م يدور حول قَ ليشغل الوضع الفراغى الذى يجب ان يشغله
تحركت نقطة ما سَ من ىَ فى المستوى الرأسى خَ ضَ راسمة قوس
دائرة جَ وصارت فى النقطة التى يقطع فيها المستوى كَ قوس الدائرة
المذكورة وهى نقطة يمكن تحصيلها بالبحث عن الاثر رَ انظر (بند ٤٧)
ويوجد على العموم نقطتان ب و ج يكون مسقطاهما الافقيان فى
سَ و ج وبعينان مسقطين افقيين ىَ و لَ لتقاطع المستويين
م و كَ فيوجد حينئذ زاويتان ثلاثيتان بواسطة هذه المعاليم
ولا يمكن الا ايجاد واحدة اذا كان الاثر رَ مماسا للدائرة جَ ولا يمكن
وجود هذه الزاوية اذا كان رَ لا يقابل الدائرة جَ

(١٤٨)

(المسئلة الخامسة) اذا كان المعلوم زاوية سطحية والزاوية الزوجية
المقابلة وزاوية زوجية مجاورة والمطلوب ايجاد الزاوية الثالثة الزوجية والزاويتين
السطحيتين الاخريين يقال

يؤخذ المستوى الافقى مستوى وجه مجهول ا كما فى (الشكل ١٣٥)
ويفرض المستوى م للوجه المعلوم ب منطبقا ويمد خَ ضَ عمودا
على قَ فتحدث من رَ مع خط الارض خَ ضَ الزاوية المعلومة ج
المجاورة للزاوية ب واذا فرض رجوع المستوى م الى وضعه
انتقلت النقطة سَ فى ب التى مسقطها الافقى سَ ومنه يعلم ىَ
ولايجاد قَ يفرض ان المستوى كَ يدور حول محور رأسى مار بالنقطة

آ حتى يصير عمودا على المستوى الرأسى خَ ضَ وفى هذا الوضع يصنع اثره الرأسى رَ مع خَ ضَ الزاوية ى المعلومة المقابلة للزاوية ب ويصير قَ عمودا على خَ ضَ فاذا فرض رجوع هذا المستوى الى وضعه ترسم النقطة كَ حول ى مجعولة مركزا قوس دائرة يكون الاثر الافقى قَ مماساله ومارا زيادة على ذلك بالنقطة ا فيتعين حينئذ وبهذا يؤول الامر الى المسئلة العامة انظر (بند ١٤١)

(١٤٩)

*(المسئلة السادسة) اذا كان المطلوب تحويل زاوية الى الافق يقال ان هذه العملية كما فى (الشكل ١٣٦) هى عملية الزاوية الثلاثية المعلومة زواياها الثلاث السطحية لكن يمكن ترتيب الشكل على وضع مخصوص وحيث علمت الزاوية الواقعة بين مستقيمين والزاويتان الحادثتان منهما مع المستقيم الرأسى فليكن ا رأس الزاوية و ن الرأسى المار بهذا الرأس و و احد المستقيمين الصانع مع ن الزاوية المعلومة ب ولنختر المستوى الرأسى للمسقط مستوى المستقيمين ن و و وليكن المستقيم الآخر هَ المنطبق على هذا المستوى الرأسى صانعا مع ن الزاوية المعلومة ج ولتصنع الزاوية داهً = أ الحادثة من المستقيمين ويؤخذ اهً = اهَ ثم يرسم قوسا دائرة بجعل آ مركزا و اهَ نصف قطر لاحدهما وجعل د مركزا و دهً نصف قطر للآخر فيتقاطعان فى ه وبايصال اه يحدث الضلع الثانى هـ من الزاوية المطلوبة ا وفيسهل تصور اسباب اجراء تلك العمليات بدون احتياج الى ايضاحها هنا

(١٥٠)

(المسئلة السابعة) اذا كان المطلوب رسم كرة داخل هرم مثلثى

بقال
تقسم الى قسمين متساويين كافى (بند ١٢٨) الثلاث زوايا الزوجية التى اضلاعها غير متلاقية فى رأس واحد ويكون مركز الكرة فى نقطة تقاطع المستويات القائمة ونصف قطرها بعد هذا المركز عن احد الاوجه انظر (بند ١٣٦)

(١٥١)

(المسئلة الثامنة) اذا كان المطلوب رسم كرة خارج هرم مثلثى يقال
تقام كافى (بند ٨٣) مستويات اعمدة على منتصف الاضلاع الثلاثة التى لا تكون على وجه واحد فتكون نقطة تقاطعها مركز الكرة المطلوبة ويتحصل نصف قطرها بايصال هذا المركز باحد الرؤس

(١٥٢)

(المسئلة التاسعة) اذا كان المطلوب رسم هرم مثلثى على مثلث حاد الزوايا معلوم وايجاد ارتفاعه يقال
يؤخذ مستوى المثلث المعلوم مستويا افقيا كافى (الشكل ١٤٧) ويجعل المستوى الرأسى مستويا عموديا على احد اضلاعه كالضلع ا ـ والمتصور الهرم مرسوما وانطبق على المستوى الافقى الوجه ـ ا ـ الذى يكون مستويه عمودا على المستوى الرأسى فيصير مرسوما داخل نصف دائرة قطرها ا ـ وحيث ان الضلع ـ ع عمود على هذا الوجه يكون موازيا للمستوى الرأسى ويلزم ان يكون مسقطه الافقى ـَ ع عمودا على ا ـ فحينئذ تنطبق النقطة ـ على ـَ والوجه ـ ا ـ على ـَ ا ـ فاذا فرضنا الآن ان هذا الوجه يرجع ثانيا الى وضعه رسمت النقطة ـَ قوس دائرة مركزه فى و على ا ـ والضلع ـ ع مماس بالضرورة له ورسم المسقط الافقى ـَ دائرة كالاولى يكون الضلع ـَ ع مماسا لها فحينئذ يكون هذا المماس ممكنا

دائما الا ان نصف القطر وسَ دائما اصغر من و ج فحينئذ يكون جَ خارج المحيط ويحصل كذلك المسقط سَ الذى منه ينتج سً ومن ذلك يعلم الهرم فاذا اوصلنا بين ا و سً حدث المسقط الافقى للضلع اسَ العمود على الوجه ب س ج وحينئذ يكون اسً عمودا على ب ج كما يكون ب سً عمودا على ا ج

وحيث ان ارتفاع الهرم معلوم فى مَ ع تصير الاوجه الثلاثة اذا طبقت مرسومة داخل انصاف دوائر اوتارها المجاورة لرأس واحد من المثلث متساوية

(١٥٣)

المسئلة المتقدمة توصلنا الى نتيجتين هما ان تقول

(اولا) انه يمكن دائما رسم هرم مثلثى على مثلث مّا حاد الزوايا مجعول قاعدة

(وثانيا) ان الاعمدة النازلة من رؤس مثلث مّا على الاضلاع المقابلة لها تتلاقى فى نقطة واحدة وقد برهنا على ذلك فيما اذا كان المثلث حاد الزوايا واما اذا كان المثلث منفرج الزوايا ا ب ج كما فى (الشكل ١٣٨) فانا اذا انزلنا من الرأسين ب و ج للزاويتين الحادتين عمودين على الضلعين المقابلين لهما تقاطعا بالضرورة فى النقطة د الخارجة عن المثلث ا ب ج وحدث منهما بالضرورة مثلث آخر ب ج د حاد الزوايا فيه المستقيمان ب جَ و ج بَ عمودان على الضلعين ج د و ب د فحينئذ يصير المستقيم دا عمودا ايضا على ب ج فحينئذ المستقيمات اَا و ب بَ و ج جَ النازلة من رؤس المثلث ا ب ج الثلاث اعمدة على الاضلاع المقابلة للرؤس تتلاقى فى نقطة واحدة د داخلة او خارجة بحسب كون المثلث حاد الزوايا او منفرجها

(١٥٤)

(المسئلة العاشرة) اذا كان المطلوب قطع هرم مثلثى قائم الزوايا السطحية بحيث يكون المقطع مثلثا حاد الزوايا معلوما يقال

اذا طبقنا وجوه الهرم الثلاثة المفروض فى (الشكل ١٣٩) فالنفرض ا و ب و ج المثلث الذى يكون المقطع مساويا له كما فى (الشكل ١٤٠) فيكون قاعدة لهرم مثلثى قائم الزوايا السطحية مصنوع فى رأس الهرم المفروض وانبسط ذلك الهرم فتحصل حينئذ الوجوه رَ اَ بَ و رَ اَ جَ و رَ بَ جَ التى تؤخذ على التوالى داخل المثلث سـ ا ب و سـ ا ج و سـ ب ج كما فى (الشكل ١٣٩) ثم اذا نقلت النقطتان اً و اً والنقطتان بً و بً والنقطتان جً و جً فى النقط ا و ب و ج الكائنة على مساقط الاضلاع الثلاث تحصل لنا المسقط الافقى لمثلث المقطع وبه يسهل ايجاد مسقطه الرأسى وحينئذ يتعين مستويه تعينا تاما ويمكن زيادة على ذلك ايجاد اثريه اذا اريد ذلك

(١٥٥)

(المسئلة الحادية عشر) اذا كان المطلوب قطع هرم مربعى قاعدته شبه منحرف بمستو بحيث يكون المقطع شكلا متوازى الاضلاع يقال

يؤخذ مستوى قاعدة الهرم التى هى ا ب ج د مستويا افقيا فلا يحتاج الى المستوى الرأسى ثم يمد ضلعا القاعدة الغير المتوازيين ا د و ب ج الى ان يتلاقيا فى النقطة و فيتقاطع مستويا الوجهين سـ ا د و سـ ب ج فى المستقيم و الذى يمر بالنقطتين سـ و و ويتقاطع ايضا مستويا الوجهين سـ ا ب و سـ ج د اللذين اثراهما الافقيان متوازيان فى افقى لهما مار من النقطة سـ اذا تقرر ذلك فالنرمز بالحرف م لمستوى القطع وحيث انه يقطع الوجهين سـ ا ب و سـ ج د فى مستقيمين متوازيين وموازيين بالضرورة لتقاطع مستويى هذين الوجهين يكون هذان المستقيمان

موازيين للخطين ا ب و ج د وللاثر ق فيلزم ان يكون الاثر ق موازيا للخط ا ب ويمكن زيادة على ذلك ان يؤخذ هذا الاثر كيف ما اتفق ثم ان المستوى م يقطع الوجهين س ا د و س ب ج في مستقيمين متوازيين وموازيين للمستقيم و ومادين من النقطتين س و ص فاذا مد حينئذ من هاتين النقطتين موازيان للمستقيم و يقطعان س ا و س ب و س ج و س د في النقط أ و ب و ج و د ووصل بين أ و ب وبين ج و د كان الشكل أ ب ج د هو المسقط الافقي للمقطع ويلزم ان يكون شكلا متوازي الاضلاع

وحيث ان الضلعين أ ب و أ د موازيان بالتوالي للخط ا ب وللمسقط و يلزم لاجل ان يكون متوازي الاضلاع أ ب ج د قائم الزوايا ان يكون و عمودا على ا ب ولاجل ان يكون المسقط أ و ب و ج و د شكلا معينا يلزم التنبه الى ان كل مستو مواز للمستوى م يقطع ايضا في هذه الحالة الهرم في شكل متوازي الاضلاع مسقطه الافقي شكل معين وحينئذ يمكن اخذ ا ب اثرا للمستوى القاطع كما في (الشكل ١٤٢) فيكون بالضرورة ا ب احد ضلعي المعين والاخر مساويا له ضرورة فبأخذ النقطة ا مركزا و ا ب نصف قطر يرسم محيط دائرة تؤخذ عليه النقطة د بالاختيار واذا مد من النقطة و مواز للمستقيم أ د قطع د د في نقطة ب وكان يمكن رسم المحيط المذكور بجعل النقطة ب مركزا ثم قد يكون المسقط أ ب ج د مربعا اذا كان د على المحيط المتقدم و و عمودا على ا ب

(١٥٦)

(المسئلة الثانية عشر) اذا كان المطلوب قطع هرم مربعي ذي قاعدة ما

بمستو بحيث يكون المقطع متوازى الاضلاع يقال

يؤخذ المستوى الافقى مستوى القاعدة ا ب ج د كما فى (الشكل ١٤٣)

ولا يرسم هذا المسقط الرأسى لسهولة ايجاده متى اريد ثم يمد الضلعان المتقابلان

ا ب و ج د الى ان يتلاقيا فى نقطة و وبالوصل بين النقطتين و و س

يتحصل المسقط الافقى ىٰ لتقاطع مستويى الوجهين س ا ب و س ج د

ثم يمد ايضا الضلعان المتقابلان ا د و ب ج الى ان يتلاقيا فى نقطة و

وبالوصل بين النقطتين و و س يتحصل المسقط الافقى ىٰ لتقاطع

مستويى الوجهين س ا د و س ب ج فيكون المستقيم و و

الاثر الافقى للمستوى (ى ىَ) أو س اذا تقرر هذا وجب ان يقطع

المستوى القاطع كل وجهين متقابلين من الاوجه المتقابلة فى مستقيمين

متوازيين وموازيين بالضرورة لتقاطعهما وان يكون هذا القاطع نفسه

موازيا للمستقيمين ى و ىَ معا وموازيا بالضرورة لمستويهما فيكون ق

حينئذ موازيا قَ ويمكن ان يؤخذ مستقيم مّا مستوف لهذا الشرط

ثم يمد من النقطتين سَ و ص اللتين هما تقاطع قَ بالمستقيمين

ا ب و ج د موازيان للمسقط ىٰ ويمد ايضا من النقطتين ق و ر

اللتين هما تقاطع قَ بالمستقيمين ا د و ب ج موازيان للمسقط ىٰ

فتتقاطع هذه المستقيمات فى نقط على مساقط الاضلاع يتحصل منها المسقط

الافقى اَ بَ جَ دَ للمقطع الذى يكون بالضرورة شكلا متوازى

الاضلاع

وقد يكون المسقط الافقى اَ بَ جَ دَ مستطيلا اذا كان المسقطان ىٰ و ىٰ

المتقاطعين عمودين على بعضهما اعنى اذا كانت النقطة سٰ كما فى

(الشكل ١٤٤)

(الشكل ١٤٤) موجودة على محيط الدائرة المرسوم على القطر و و

وقد يكون المسقط ا ب ج د شكلا معينا اذا كان المثلث و س و كما في (الشكل ١٤٥) متساوي الساقين واذا كانت النقطة س زيادة عن كون المثلث المذكور متساوي الساقين موجودة على محيط دائرة قطره و و يكون المسقط ا ب ج د مربعا

(الباب الخامس)

(فى انواع المساقط)

(١٥٧)

لم نعتبر فيما تقدم الا المساقط العمودية على مستويين عمودين على بعضهما ويمكن ان يراد دائما بمسقط نقطة على مستو النقطة التى يقابل فيها مستقيم ما مار بالنقطة المعلومة هذا المستوى لكن نوع المساقط المتقدم اكثر استعمالا ومع ذلك فقد تستعمل انواع مساقط اخر لا يعتبر فيها الا مستو واحد للمسقط وابسطها النوع الذى تتركب منه المستويات المنتسبة والموزونة وقد تتعين النقطة فى هذا النوع بمسقطها العمودى على مستو يسمى بمستوى الاقتران المختار عادة فوق جميع نقط الشكل المسقط وبعدد مكتوب بجوار مسقط النقطة يدل على البعد الكائن بينها وبين مستوى الاقتران ويسمى هذا العدد بمقدار بعد النقطة وتكون مقادير ابعاد النقط الكائنة اعلا مستوى الاقتران سالبة ويشاهد ان هذا النوع يرجع للمساقط العمودية لانه يمكن بواسطة مقدار بعد كل نقطة من نقط جملة الشكل المسقطة ايجاد مسقطه على مستو ما عمود على مستوى الاقتران وذلك باختيار خط ما ارضى وانزال عمود على هذا الخط من المسقط المعلوم لكل نقطة وان يؤخذ على هذا الخط فى الجهة المناسبة ابعاد مساوية لمقادير ابعاد هذه النقط انظر (بند ٥)

وقد يتعين المستقيم فى هذا النوع بمسقطى نقطتين من نقطه ومقدارى بعديهما انظر (بند ١٨) واما المستوى فيتعين بخطه الاعظم ميلا بالنسبة لمستوى الاقتران انظر (بند ٣٨) ويسمى هذا الخط بمقياس ميل المستوى

وهذا النوع كثير الاستعمال لاسيما فى الرسم المتعلق بالاستحكامات واشغال حفر وردم الطرق والخلجان وما اشبه ذلك

وحيث كان لا يتيسر فى العادة فرخ من ورق الرسم فيه كفاية لان يسع صورة الاجسام المرسومة كلها اى على حجمها الطبيعى تختصر الصور الى مقياس اختصارى معين يرسم فى الصور وتعد عليه المقادير الافقية وتبقى مقادير ابعاد النقط على حقيقتها دائما ما لم يرد عمل المسقط الرأسى للجسم فانها تصغر بتصغير الجسم على مقتضى مقياسه الاختصارى وسيشاهد مع ذلك انه لا يمكن فى بعض الاحيان تصغير المسقطين الافقى والرأسى بنسبة واحدة بسبب امور سيأتى ذكرها فيما بعد

(١٥٨)

المساقط المائلة هى المساقط التى تتعين بمستقيمات مائلة بالنسبة لمستوى المسقط ومتوازية كلها ولاجل امكان ايجاد مسقط النقطة المائل يلزم معرفة اتجاه وميل المستقيم المسقط لها بالنسبة لمستوى المسقط ويعين الاتجاه عادة بميله يعنى بالنسبة الواقعة بين ارتفاع وقاعدة المثلث القائم الزاوية الحادث من المستقيمين المسقطين للنقطة اسقاطا عموديا ومائلا ومن المستقيم الواصل بين المسقطين فينتج من ذلك ان النقطة تتعين بمسقطها العمودى والمائل على مستو واحد لان المسقط العمودى يعلم منه مستقيم توجد عليه النقطة المذكورة وبعد المسقطين مع النسبة المعلومة بين ارتفاع المثلث القائم الزاوية المذكور وقاعدته يتعين البعد بين النقطة ومستوى المسقط فاذا كانت الخطوط المسقطة مائلة بقدر ٤٥° على مستوى المسقط يكون المثلث القائم الزاوية متساوى الساقين وتكون قاعدته مساوية لارتفاعه فيكون بالضرورة البعد الكائن بين النقطة ومستوى المسقط مساويا للبعد الكائن بين مسقطيها

ويسمى هذا المسقط الثانى فى نظرى الظل بالظل الساقط من النقطة على مستوى المسقط الافقى المأخوذ عادة مستويا هندسيا واما المستوى الرأسى فيؤخذ فى القطوع والارتفاعات

وقد يتعين المستقيم ايضا بمسقطه العمودى ومسقط مائل على المستوى المذكور والمستوى بمسقطى خطه الاعظم ميلا واما ما يسمى بالمنظور العسكرى فليس

الامسقطا مائلا ويستعمل ايضا فى اشغال صناعة القناطر والجسور لايضاح تفاصيل اوصال اجزاء التراكيب الداخلية

(١٥٩)

ويطلق اسم المساقط الاسطوانية على المساقط العمودية والمائلة التى ذكرت آنفا وهنالك نوع آخر من المساقط يسمى بالمساقط المخروطية ويسمى ايضا بالمساقط المركزية اوالقطبية وفى هذا النوع تمر جميع المستقيمات المسقطة بنقطة واحدة ثابتة تسمى قطبا اومركز المساقط

ويستعمل فى هذا النوع مستويان قائما الزاوية يسمى احدهما بالمستوى الهندسى الذى تسقط عليه اسقاطا عموديا جملة الشكل والآخر بمستوى المنظور الذى يجرى عليه المسقط المخروطى أومنظور تلك الجملة ويطلق على خط الارض فى هذه الحالة اسم قاعدة مستوى المنظور

وتتعين اى نقطة فى الفراغ متى علم مسقطها العمودى على المستوى الهندسى ومنظورها وقاعدة مستوى المنظور ومركز المساقط اونقطة النظر ويمكن تعيين النقطة ايضا فى الفراغ بواسطة منظورها ومقدار بعدها عن المستوى الهندسى ومسقط نقطة النظر على مستوى المنظور وبعدها عنه ومقدار بعدها لانه يمكن بواسطة هذه المعالم معرفة مسقط النقطة على المستوى الهندسى وان مقدار بعد نقطة النظر قد يعين قاعدة مستوى المنظور

(١٦٠)

لكن اذا لم يكن المطلوب الانسب الوضع على مستو يمكن ان يفرض بجميع النقط والمستقيمات مسقط واحد ويبقى وضع الشكل فى الفراغ اختياريا وقد سبق استعمال هذا فى بعض مسائل من الباب الثالث من هذا الكتاب وظهرت عدة مؤلفات تتعلق بهذا الغرض

(فى المستويات المنتسبة والموزونة)

(١٦١)

هذا الفصل يحتوى على قياس الابعاد الافقية بمقياس اختصارى مقدر عليه المتر الواحد بهذا المقدار ٠٫٠١م كما فى (الشكل ١٦٤) واما عشر المتر فقدر عليه بواحد من الف من متر بحيث اذا اريد اخذ بعد اصغر من عشر المتر مثلا كواحد من مائة يرتب المقياس بهذه الكيفية بان يقام كما فى (الشكل ١٤٧) من احدى الطرفين ا للمستقيم اب عمود يؤخذ عليه بعد اختيارى عشر مرات ويمد من جميع النقط ١ و٢ و٣ ...... الى ١٠ خطوط موازية للمستقيم اب ثم يقسم الموازى الاخير الى اجزاء من الف من المتر مقدارها عشرة ثم يوصل بين ١ و١٠ وبين ٢ و ١َ وبين ٣ و ٢َ الى ١٠ و ٩َ من كل من الموازيين المتطرفين فيتضح ان جميع المستقيمات الحادثة كلها متوازية وان كل اثنين منها متتاليين يحصران على الخطوط الموازية للخط اب اجزاء مساوية ٠٫٠٠١م وان الاجزاء المنحصرة بين خطى ١٠ — ٩َ و ١٠ — ١٠َ من الخطوط الموازية للخط اب الممتدة من النقط ١ و ٢ و ٣ .... الى ١٠ مساوية بالتوالى ٠٫٠٠٠١م و ٠٫٠٠٠٢م و ٠٫٠٠٠٣م .... الى ٠٫٠٠٠٩م و ٠٫٠٠١م لانه اذا اعتبر الجزء اِ بَ محسوبا على الخط الموازى المار من النقطة ٧ يحدث من المثلثين المتشابهين ١٠ — اِ — بَ و ١٠ — ٩َ — ١٠َ هذه المتناسبة

١٠ — ١٠َ : ١٠ — بَ :: ٩َ — ١٠َ : اِ بَ

وحيث ان ١٠ — ١٠َ محتو على ١٠ اجزاء يحتوى المستقيم ١٠ — بَ على ٧ منها وان ٩َ — ١٠َ = ٠٫٠٠١م يمكن تحويل هذه المتناسبة الى هذه

١٠ : ٧ :: ٠٫٠٠١م : اِ بَ = ٠٫٠٠٠٧م

وبهذه الكيفية توجد مقادير الاجزاء المنحصرة على بقية الخطوط المتوازية اذا تقرر هذا يفرض انه اذا اريد ان يقدر على هذا المقياس طول يساوى ٦٤٫٧م يؤخذ على الخط الموازى اب المار من النقطة ٤ الطول بج د فيكون هو المستقيم المطلوب المحول الى المقياس المذكور لان

هذا المستقيم ج د يتركب من ج هـ = ٠٫٠٧م ومن د ى = ٠٫٠٠٦م ومن الجزء هـ ى = ٠٫٠٠٠٤م فيكون المجموع الذى هو ج د = ٠٫٠٧٦٤م هو المبين للطول المفروض ٧٫٦٤م على المقياس الاختصارى

(١٦٢)

(المسئلة الاولى) اذا كان المطلوب ايجاد مقدار بعد نقطة ما معلومة المسقط وعلى مستقيم معلوم يقال

يفرض المستوى المسقط للمستقيم المعلوم و على مستوى الاقتران المعتبر افقيا كما فى (الشكل ١٤٨) مستويا رأسيا للمسقط بحيث يكون وَ خط الارض خ ض ويوجد و بان يؤخذ على خطين عمودين على خ ض البعدان مَ م و مً مَ مساويين بالتوالى لمقدارى البعدين المعلومين صـ و صَـ للنقطتين م و مَ فباقامة العمود مً مَ يدل طوله بالضبط على مقدار البعد المطلوب صًـ للنقطة مً ثم لايجاد المقدار العددى بنسبة مقدارى البعدين المعلومين صـ و صَـ يمد م ل موازيا خ ص فيكون مَ ل = مً ط = مَ م = صـ فيحدث من المثلثين المتشابهين م ل مَ و م ط مً المتناسبة م ل : م ط :: ل مَ : ط مً أو

مَ مَ : م مً :: مَ مَ − مَ م : مً مً − مَ م أو

سَـ : سً :: صَـ − صـ : صًـ − صـ

ومنه يحدث

صًـ − صـ = سً (صَـ − صـ) / سَـ و

صًـ = صـ + سً (صَـ − صـ) / سَـ = [صـ (سَـ − سً) + صَـ سً] / سَـ

ولنفرض مثلا ان و هو المستقيم كما فى (الشكل ١٤٩) وان المطلوب

مقدار

مقدار بعد النقطة مً فيوضع على المقياس الاختصارى كما فى (الشكل ١٤٦) البعدان الافقيان مَ مَ و م مً وليفرض انهما وجدا مساويين بالتوالى ٠٫٠٢م و ٠٫٠١٥م وهذا يوصل الى الطولين الاصليين سَ = ٢م و سً = ١٫٥م انظر (بند ١٦١) ومن المعلوم ان معنا زيادة على ذلك صـ = ٥٫٢٠م و صَـ = ٩٫٦٠م فبوضع هذه المقادير فى القانون المتقدم يحدث

صً = (٥٫٢ × (٢ — ١٫٥) + ٩٫٦ × ١٫٥) ÷ ٢ = (٥٫٢ × ٠٫٥ + ٩٫٦ × ١٫٥) ÷ ٢

أو

= (٢٫٦٠ + ١٤٫٤٠) ÷ ٢ = ١٧ ÷ ٢

صً = ٨٫٥م

(١٦٣)

(المسئلة الثانية) اذا كان المطلوب ايجاد مسقط نقطة ما معلوم مقدار بعدها على مستقيم معلوم يقال

بعد رسم المستقيم وكما تقدم يؤخذ كما فى (الشكل ١٤٨) على مً مَ طول مً لً يساوى مقدار البعد المعلوم صً ثم يمد لً مً موازيا لخط الارض خ ض فتكون النقطة مً هى النقطة المطلوبة التى يكون مسقطها الافقى فى مً لكن لابد من ايجاد البعد الكائن بينها وبين النقطة مً ولذا يستخرج بعد تركيب هذه المناسبة

سـ : سً :: صَـ — صـ : صً — صـ كما تقدم

سً = سـ (صً — صـ) ÷ (صَـ — صـ)

واذا فرض مثلا كما فى (الشكل ١٥٠) ان و المستقيم المعلوم والمطلوب ايجاد نقطة عليه مقدار بعدها ٨م يقال بعد وضع البعد م مً على المقياس الاختصارى الذى هو شكل ١٤٦ يفرض ان هذا البعد وجد مساويا للعدد ٠٫٠٠٥م الموصل الى سً = ٠٫٥ انظر (بند ١٦١) ومن

المعلوم انه عنا زيادة عن ذلك صـ = ١٦،٣٠م و صَـ = ١٣،٧٠م
و صُـ = ٨م فينتج

صُـ ـ صـ = ٨م ـ ١٦،٣٠م = ـ ٨،٣٠م و

صَـ ـ صـ = ١٣،٧٠م ـ ١٦،٣٠م = ـ ٢،٦٠م

فبوضع هذه المقادير فى القانون المتقدم تزول العلامة ـ وكان يمكن التنحى عن هذه العلامة من اول الامر لانه لو فرض مقدار البعد صـ فى الشكل ١٤٨ اكبر من مقدار البعد صَـ ومن مقدار البعد صُـ لسهلت معرفة كون هذه الاعمال توصل الى هذا القانون سُـ = سَـ(صـ ـ صُـ) / (صـ ـ صَـ)

الذى يبدل فيه صـ ـ صُـ و صـ ـ صَـ بالمقادير الموجبة ٨،٣٠م و ٢،٦٠م ومنه ينتج حينئذ

سُ = (٨،٣٠ × ٠،٥) / ٢،٦٠ = ٤١٥ / ٢٦٠ = ٨٣ / ٥٢ = ١،٥٩٦١٥٣٨٤٦١٥٣

أو سـ = ١،٦٠م تقريبا فاذا حول هذا المقدار الى المقياس الاختصارى يصير ٠،٠١٦م وباخذه على المقياس المذكور ووضعه من مَ الى مُ فى جهة مقادير الابعاد المتنازلة تكون النقطة مُ هى النقطة المطلوبة

فاذا اريد ايجاد اثر المستقيم المذكور على مستوى الاقتران اى النقطة التى مقدار بعدها صفر يكفى جعل صُـ = ٠ ومنه ينتج سُ = ـ صـ سَـ / (صَـ ـ صـ)

وينبغى الاهتمام بجعل الابعاد السالبة فى جهة مضادة للجهة الموضوع فيها الابعاد الموجبة

(١٦٤)

(المسئلة الثالثة) اذا كان المطلوب ايجاد ميل مستقيم ما على مستوى الاقتران يقال

ان هذا الميل مقدر بالزاوية الحادثة من المستقيم المذكور مع مسقطه على هذا المستوى فيعلم حينئذ من الشكل ١٤٨ حيث يستنتج منه

طا ل م مَ = لمَ / لم = (صَـ ـ صـ) / سَـ

فاذا افرض ان الغرض ايجاد ميل المستقيم و المعلوم فى (الشكل ١٤٩)
يكون معنا صَ ــ صـ = ٤٠ر٤م و سَ = ٢م فحينئذ
اذا جعلت الزاوية ل م مَ = ا ـ و ظا ا = ٤٠ر٤م / ٢ = ٢٠ر٢م
يحدث

لوغا ظا ا = لوغا ٢٠ر٢م = ٠ر٣٤٢٤٢٢٧ =
لوغا ظا (٢٢ ٣٣ ٦٥) فينتج ا = ٢٢ ٣٣ ٦٥

(١٦٥)

(المسئلة الرابعة) اذا كان المطلوب ايجاد البعد بين نقطتين على مستقيم معلوم يقال

يحدث من المثلث القائم الزاوية م ل مَ كما فى (الشكل ١٤٨)

م مَ = $\sqrt{}$ م لَ٢ + ل مَ٢ أو و = $\sqrt{}$ سَ٢ + (صَ ــ صـ)٢

فاذا كان المطلوب الآن ايجاد البعد بين النقطتين م و مَ كما فى (الشكل ١٤٩)
يعلم من (بند ١٦٢) سَ = ٢م و صَ ــ صـ = ٤ر٤م
فاذا وضع هذان المقداران فى القانون حدث م مَ أو
و = $\sqrt{}$ ٢٢ + (٤ر٤)٢ = $\sqrt{}$ ٤ + ١٩ر٣٦ = $\sqrt{}$ ٢٣ر٣٦
أو

و = ٤ر٨٣٣٣

(١٦٦)

(المسئلة الخامسة) اذا كان المطلوب ايجاد نقطة بعيدة عن اخرى معلومة بمقدار معلوم على مستقيم معلوم يقال

اذا فرضت مً النقطة المطلوبة يلزم معرفة م مً أو سً و مً مً أو
صً وقد علم من (بند ١٦٢) صً ــ صـ = سً (صَ ــ صـ) / سَ
ثم يحدث من المثلث القائم الزاوية م مً ط

و٢ = سً٢ + (صً ــ صـ)٢ = سً٢ + سً٢ (صَ ــ صـ)٢ / سَ٢

$$= \frac{\text{سِ}^{2}\left[\text{سَ}^{2}+(\text{صَ}-\text{صـ})^{2}\right]}{\text{سَ}^{2}}$$ ومنه ينتج

$$\text{سِ}^{2} = \frac{\text{و}^{2}\,\text{سَ}^{2}}{\text{سَ}^{2}+(\text{صَ}-\text{صـ})^{2}}$$ فيكون $$\text{سِ} = \pm \frac{\text{و}\,\text{سَ}}{\sqrt{\text{سَ}^{2}+(\text{صَ}-\text{صـ})^{2}}}$$

ويستخرج من (بند ١٦٢) $$\text{صً} = \text{صـ} \pm \frac{\text{و}(\text{صَ}-\text{صـ})}{\sqrt{\text{سَ}^{2}+(\text{صَ}-\text{صـ})^{2}}}$$

فاذا كان المطلوب الان ان يؤخذ على المستقيم و كما فى (الشكل ١٥١) طول يساوى ٦م بالابتداء من النقطة م يفرض بعد نقل البعد الافقى مَ مَّ على المقياس الاختصارى كما فى (الشكل ١٤٦) ان هذا البعد وجد مساويا ٠٫٠٢٧م فيستخرج منه سَ = ٢٫٧٠م ومن المعلوم ان معنا زيادة عن ذلك صـ = ١٨م و صَ = ٢٥م فبأبدال تلك الحروف بمقاديرها فى القوانين المتقدمة يحدث

$$\text{سً} = \pm \frac{\text{٦}\times\text{٢٫٧}}{\sqrt{(\text{٢٫٧})^{2}+\text{٧}^{2}}} = \pm \frac{\text{١٦٫٢}}{\sqrt{\text{٥٦٫٢٩}}} =$$

$$= \pm \frac{\text{١٦٫٢}\sqrt{\text{٥٦٫٢٩}}}{\text{٥٦٫٢٩}} = \pm \frac{\sqrt{\text{١٤٧٧٨٫٣٧٦٦}}}{\text{٥٦٫٢٩}} =$$

$$= \pm \frac{\text{١٢١٥٦٫٦٣}}{\text{٥٦٫٢٩}} = \pm \text{٢٫١٥}$$ فاذا اخذ من كلتا جهتى م طول يساوى المقدار ٠٫٠٢١٥م المأخوذ بالمقياس الاختصارى كما فى (الشكل ١٤٧) تحصل نقطتان مً و مٌ هما المسقطان الافقيان للنقطتين المطلوبتين ومن حيث ان سً معلوم فلاجل ايجاد مقدارى البعدين صً و صٌ يستعمل هذا القانون

$$\text{صً} = \text{صـ} \pm \frac{\text{سً}(\text{صَ}-\text{صـ})}{\text{سَ}}$$ الذى يحدث منه

$$\text{صً} = \text{١٨}^{\text{م}} \pm \frac{\text{٢٫١٥}\times\text{٧}}{\text{٢٫٧}} = \text{١٨}^{\text{م}} \pm \frac{\text{١٥٫٠٥}}{\text{٢٫٧}} = \text{١٨} \pm \text{٥٫٥٧}$$

فيكون حينئذ مقدار بعد النقطة مً هو صً = ٢٣٫٥٧م ومقدار بعد النقطة مٌ هو صٌ = ١٢٫٤٣م بالتقريب فيكون للكمية سً مقداران متساويان ومختلفا الاشارة لانه يمكن اخذ النقطة مً من

كلتا جهتى م ن مقدارا ضرـه يقابلان بالتوالى هاتين النقطتين اللتين لابد وان يكون مقدارا بعديهما مختلفين

(١٦٧)

اذا توازى مستقيمان توازى مسقطاهما الافقيان بالضرورة وتزايدت مقادير ابعاد نقطهما فى جهة واحدة ويلزم ان يكون البعدان الافقيان لنقطتين من كل مستقيم متناسبين لفاضل مقدارى بعديهما انظر (بند ٢٢)

وبالعكس اى اذا توفرت هذه الشروط لابد وان يكون المستقيمان متوازيين فيسهل حينئذ مد مستقيم موازلآخر معلوم من نقطة معلومة

(١٦٨)

(المسئلة السادسة) اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين مستقيمين يقال

اذالم يتقاطع المستقيمان المفروضان يمد من نقطة ما موازيان لهما انظر (بند ١٦٧) فتكون الزاوية الواقعة بينهما هى الزاوية المطلوبة ولايجاد هذه الزاوية يمكن استعمال طريقتين نذكرهما فنقول

*(اولا) يؤخذ على المستقيمين ا و ب كما فى (الشكل ١٥٢) نقطتان متحدتا مقدارى البعدين ولذا يبحث على المستقيم ب عن النقطة ع التى يساوى مقدار بعدها مقدار البعد المعلوم للنقطة م من المستقيم ا فيكون المستقيم م ع حينئذ افقيا ومساويا لمسقطه م ع ن ن انظر (اولا من بند ٥٦) واذا بحث عن الطولين ع و م كما فى (بند ١٦٣) للجزءين د م و د ع من المستقيمين ا و ب علمت ثلاثة اضلاع المثلث د م ع فيمكن حينئذ ان يستخرج من ذلك الزاوية المطلوبة م د ع فاذا فرض ان المستقيم ا معلوم بالنقطة د التى مقدار بعدها (٥ر٣م) وبالنقطة م التى مقدار بعدها (٨ر٢م) وبالمسقط د م ن ن = ٠٣ر٠م وان المستقيم ب معلوم بالنقطة د التى مقدار بعدها (٥ر٣م) وبالنقطة ة التى مقدار بعدها (٢٤ر١م) وبالمسقط د ة ن ن = ٠٤٥ر٠م

يتحصل اولا النقطة ع′ بواسطة القانون المقررفي (بند ١٦٣) فيكون

$$\text{د ع}'' = \frac{٠,٠٤٥\,(٣,٥ - ٢,٨)}{٣,٥ - ١,٢٤} = \frac{٣,١٥}{٢,٢٦} = ٠,٠١٤\,\text{م}$$

بالتقريب ثم يحدث من القانون المقررفي (بند ١٦٥) $\text{ع} = \sqrt{٤ + ٠,٤٩} = ٢,١٢\,\text{م}$ و $\text{م} = \sqrt{١,٩٦ + ٠,٤٩} = ١,٥٦\,\text{م}$ و $\text{و} = ١,٤٠\,\text{م}$ ثم يستخرج من علم المثلثات هذان القانونان

$$\text{جتا}\ \tfrac{1}{2}\ \text{د} = \sqrt{\frac{\text{س}\,(\text{س} - \text{و})}{\text{م ع}}}$$

$$\text{و ظا}\ \tfrac{1}{2}\ \text{د} = \sqrt{\frac{(\text{س} - \text{م})\,(\text{س} - \text{ع})}{\text{س}\,(\text{س} - \text{و})}}$$

بجعل $\text{س} = \frac{\text{م} + \text{ن} + \text{و}}{2}$ وبوضع المقادير المتقدمة وهى $\text{م} = ١,٥٦\,\text{م}$ و $\text{ع} = ٢,١٢\,\text{م}$ و $\text{و} = ١,٤٠\,\text{م}$ فى القانون المذكور ينتج

$$\text{س} = \frac{١,٥٦ + ٢,١٢ + ١,٤٠}{٢} = ٢,٥٤\,\text{م}$$

فيكون $\text{س} - \text{م} = ٠,٩٨\,\text{م}$ و $\text{س} - \text{ن} = ٠,٤٢\,\text{م}$ و $\text{س} - \text{و} = ١,١٤\,\text{م}$ ومنه ينتج

$$\text{ظا}\ \tfrac{1}{2}\ \text{د} = \sqrt{\frac{٠,٩٨ \times ٠,٤٢}{٢,٥٤ \times ١,١٤}}$$

فينتج بالضرورة

$$\text{لوغا ظا}\ \tfrac{1}{2}\ \text{د} = \tfrac{1}{2}\ \text{لوغا}\ ٠,٩٨ + \tfrac{1}{2}\ \text{لوغا}\ ٠,٤٢ + \tfrac{1}{2}\ \text{تمام لوغا}\ ٢,٥٤\,\text{م} + \tfrac{1}{2}\ \text{تمام لوغا}\ ١,١٤\,\text{م} =$$

$$\bar{١},٩٩٥٦١٣٠٤ + \bar{١},٨١١٦٢٤٦٤ + ٤,٧٩٧٥٨٣١٤ + ٤,٩٧١٥٤٧٥٧ = ٩,٥٧٦٣٦٨٤ =$$

$$\text{لوغا ظا}\ (٢٠^\circ\ ٣٩'\ ٢٧'')\quad \text{فيكون د} = ٤١^\circ\ ١٨'\ ٥٤''$$

(وثانيا) يمكن اخذ طولين متساويين على الضلعين ا و ب من الزاوية المطلوبة ولذلك يؤخذ على ا نقطة م′ ويبحث عن الطول الحقيقي

للمستقيم د م انظر (بند ١٦٥) ثم نعين على بَ نقطة ةَ بحيث يكون د ة = د م انظر (بند ١٦٦) ويوصل مَ الى ةَ ويبحث ايضا عن الطول الحقيقى للمستقيم م ة فيعلم ثلاثة اضلاع المثلث د م ة وحينئذ تحسب الزاوية د بواسطة القوانين المستخرجة من حساب المثلثات ولم نطبق هذه الطريقة على مثال لسهولة التمرن عليها

(١٦٩)

(المسئلة السابعة) اذا كان مستو معلوما بمقياس ميله ومسقط نقطة منه والمطلوب ايجاد مقدار بعدها يقال

مقياس الميل كاف (الشكل ١٥٣) حيث كان معينا بمسقطه هَ وبمقدارى بعدى النقطتين م و ة اللذين هما (٥٤ر٣م) و (١٢ر٨م) وكانت المسافة مَ ةَ مساوية ٠٠٥ر٠م يبحث اولا عن النقطتين ع و ك اللتين مقدارا بعديهما بالتوالى العددان الصحيحان ٣ و ٨ انظر (بند ١٦٢) ثم تقاس المسافة ع ك وتقسم الى خمسة اجزاء متساوية ويكتب بجوار نقط هذه التقاسيم ٤ و ٥ و ٦ و ٧ وبهذا يسهل مد القسمة وايجاد اى نقطة اريد معرفتها لكن يمكن الاستغناء عن ذلك متى اريد ويكفى التنبيه الى ان النقطة س توجد على افق من المستوى الذى يكون مسقطه الافقى طَ عمودا على هَ ويقطع هـ فى نقطة ر يبحث عن مقدار بعدها انظر (بند ١٦٣) فيكون عين مقدار بعد النقطة س

وليفرض مثلا ان النقطة رَ قد وقعت بين النقطتين مَ و ةَ وان مَ رَ = ٠٣٦ر٠م ومعلوم فى القانون المقرر فى (بند ١٦٢) وهو

$$صً = ص + \frac{سً(صَ - ص)}{سَ}$$

ان ص = ٥٤ر٣م و صَ = ١٢ر٨م و سَ = ٥م و سً = ٦ر٣م فيكون

ضَ ـ ضـ = ٨,١٢م ـ ٣,٠٤م = ٤,٠٨م فيحدث حينئذ بالتبديل

ضَ = ٣,٠٤ + (٤,٠٨م × ٣,٠٦م) / ٥ = ٣,٠٤م + ٤,٠٨م × ٠,٧٢ = ٣,٠٤م + ٣,٢٩٧٦م فيكون حينئذ مقدار البعد المطلوب للنقطة سـ هو ضَ = ٦,٨٣٧٦م

ويرسم مقياس الميل لمستو بخطين متوازيين متقاربين جدا ويقسم دائما الى اجزاء متساوية بحيث تصنع مقادير ابعاد نقط التقاسيم سلسلة اعداد صحيحة لانه يسهل حينئذ ايجاد مقادير ابعاد عدة نقط المستوى المختلفة

(١٧٠)

(المسئلة الثامنة) اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين يقال ان هذه المسئلة قد تقدم حلها في (بند ١٠٠) باستعمال مسقطين فينبغي اجراء العمليات التي اجريت في حلها غاية ما فيه يعوض المساقط الرأسية بمقادير الابعاد فيقال

(اولا) اذا لم يكن المسقطان هـَ و هـِّ كما في (الشكل ١٥٤) لمقياسي الميل متوازيين يؤخذ نقطتان م و ى على هـ مقدارا بعديهما العددان الصحيحان ٨م و ٣م انظر (بند ١٦٣) ويقاس البعد الافقي م ىَّ الذي وجد مساويا ٠,٠٧٢م ويبحث على هـَ عن نقطتين مَ و ىَ متحدتين في مقداري بعديهما مع النقطتين الاوليين وهما ٨م و ٣م ويقاس البعد الافقي مَ ىِّ الذي وجد مساويا ٠,٠٤٣م ثم يمد من النقطتين م و مَ افقيان ط و طَ يتقاطعان في نقطة ط من التقاطع المطلوب مقدار بعدها (٨م) ويمد كذلك من النقطتين ى و ىَ افقيان آخران ح و حَ يتقاطعان في نقطة اخرى ح من التقاطع الذي تم تعيينه بهما مقدار بعدها (٣م)

(وثانيا) اذا كان المسقطان هـَ و هـِّ متوازيين كما في (الشكل ١٥٥) فلا يتقاطع حينئذ المستقيمان طَ و طِّ والمستقيمان حَ و حِّ الا ان المسقط ى

فى هذه الحالة يكون موازيا ط و طَ وماراولابدمن نقطة تقاطعهما اللانهائية ولايجاد نقطة منه يؤخذ على ط و طَ نقطتان حيثما اتفق ط و طَ يوصلان بمستقيم ا ثم يمد على ح و حَ مستقيم ب مواز ا فيصير هذان المستقيمان ا و ب افقيين لمستو ثالث قاطع للمستويين المفروضين فى مستقيمين ح ط و حَ طَ يتقاطعان فى نقطة س من التقاطع المطلوب فاذا مد الان من سَ موازللمساقط الافقية للافقيان كان هو ى ويمكن لايجاد مقدار بعد النقطة س حساب هذا المقدار على احد المستقيمين ح ط و حَ طَ ويمكن ايضا التنبيه على ان التقاطع ى حيث كان افقيا الابدان يقابل هـ و هَ فى نقطتين تحدث مقدار البعد وهذا المقدار هو عين مقدار النقطة س ايضا

(وثالثا) من البين انه اذا مد مستقيمان آخران كيف مااتفق كمستقيمى ا و ب امكن ايجاد عدة نقط كالنقطة س مهما اريد من التقاطع ى فحينئذ هذا الحل يليق ايضا بالحالة التى يصنع فيها المسقطان الافقيان هـ و هَ بدون ان يتوازيا زاوية صغيرة جدا بحيث لايمكن تلاقى المستقيمين ط و طَ والمستقيمين ح و حَ الا خارج حدود الرسم ويوجد كما تقدم فى الحالة الثانية نقطتان بالوصل بينهما يحدث ى ولايجاد مقدارى بعدى النقطتين س و سَ يمكن ان يمد من هاتين النقطتين افقيان لاحد المستويين ويبحث عن مقدارى بعدى النقطتين اللتين يقابل فيهما هذان الافقيان مقياس الميل

(١٧١)

(المسئلة التاسعة) اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستقيم مع مستو يقال

يمد من نقطة من المستقيم المعلوم و كما فى (الشكل ١٥٦) مستقيم مّا ط يعتبر افقيا لمستو مار بالمستقيم و ثم يمد فى المستوى المعلوم افقى ح

متحد مقدار البعد مع المستقيم ط فيكون كل من هذين المستقيمين
ط و ح فى مستو افقى ويتقاطعان فى نقطة س من تقاطع المستوى
المعلوم مع المستوى (وط) فاذا مد مستقيمان افقيان آخران طَ و حَ
متحد المقدار ايضا تقاطعا فى نقطة ثانية سَ من التقاطع ى الذى تم
تعيينه بهما والذى يقابل المستقيم و فى نقطة ن وهى النقطة المطلوبة

(١٧٢)

(المسئلة العاشرة) اذا كان المطلوب انزال عمود من نقطة معلومة على مستو معلوم يقال

حيث كان مسقط العمود عمودا على مسقط افقى المستوى لزم ان يكون موازيا هنَ وان تكون مقادير الابعاد زيادة عن ذلك فى جهة مضادة لجهة مقادير ابعاد مقياس الميل وان يكون ميلا هذين المستقيمين متممان لبعضهما وبيان ذلك ان يفرض من النقطة التى يقابل فيها العمود ن المستوى خط اعظم ميلا ا فيكون المستوى (ا ن) رأسيا فاذا اعتبر مستويا رأسيا للمسقط كما فى (الشكل ١٥٧) كان اَ و نَ على خط الارض خ ض وتقاطع المستقيمان ا و ن فى نقطة س وصارا عمودين على بعضهما فتكون الزاويتان الواقعتان بينهما وبين خ ض متممتين لبعضهما فينتج ظا ب = ظت ا لكن اذا انزل عمود س سَ على خ ض ومد الافقيان ال و ذكَ نتج ظت ا = ال/سل و ظا ب = سكَ/ذكَ ومنه ينتج

ال : سل :: سكَ : ذكَ

بحيث لو اخذ ذكَ = سل لتحصل سكَ = ال فحينئذ اذا اخذ على هنَ كما فى (الشكل ١٥٨) البعد مَمَ = ٢,٦٥م على مقتضى المقياس الاختصارى وكان فاضل مقدارى البعدين صَ ــ ص = ٥م واخذ بالمقياس المذكور البعد ععَ = ٥م

على

على نَ تحصل صبَ ـ صبَا = ٦٥ ر٢ م وينتج بالضرورة
صبَا = صبَ ـ ٦٥ ر٢ م = ١٨ ر٧ م ـ ٦٥ ر٢ م = ٥٣ ر٤ م

(١٧٣)

(المسئلة الحادية عشر) اذا كان المطلوب مد عمود من نقطة معلومة على مستقيم معلوم يقال

يمد اولا من النقطة ع مستو عمود على المستقيم المعلوم و فيكون مسقط مقياس ميله هـ موازيا وَ ثم يبحث عن التقاطع س للمستقيم و مع المستوى فيكون موقع العمود المطلوب ويكون هذا العمود حينئذ المستقيم الواصل من النقطة الحادثة س الى النقطة المعلومة ع

(١٧٤)

(المسئلة الثانية عشر) اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين مستقيم ومستو يقال

ينزل من نقطة من المستقيم عمود على المستوى انظر (بند ١٧٢) ثم يبحث عن الزاوية الحادثة من هذا العمود والمستقيم المعلوم انظر (بند ١٦٨) فتكون هي المتممة للزاوية المطلوبة انظر (ثانيا من بند ١١٩)

(١٧٥)

(المسئلة الثالثة عشر) اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين مستويين يقال

ينزل من نقطة اختيارية م عمودان ن و م على المستويين المعلومين انظر (بند ١٧٢) فتكون الزاوية الحادثة من هذين العمودين كما في (بند ١٦٨) هي قياس الزاوية الواقعة بين المستويين المذكورين انظر (ثامنا من بند ١٢٧)

(١٧٦)

(المسئلة الرابعة عشر) اذا كان المطلوب ان يمد من مستقيم معلوم مستو يصنع مع مستوى الاقتران زاوية معلومة يقال

ان ميل اى مستوعلى مستوى الاقتران يساوى ميل مقياس ميله وليكن مقدار الميل المعلوم للمستوى المطلوب على مستوى الاقتران $\frac{٥}{٤}$ فاذا مد من النقطة م كما فى (الشكل ١٥٩) خط اعظم ميلا فى المستوى المطلوب وفرض معرفة الاثر الافقى ا لهذا الخط الاعظم ميلا حدث مثلث ا م مَ فيه م مَ : ا مَ :: ٥ : ٤ ومن حيث ان م مَ = ١٣م يكون ا مَ = ١٠٫٤م فاذا حول هذا البعد الى المقياس المتفق عليه فى (بند ١٦١) صار ١٠٤٫٠م فيلزم حينئذ بجعل النقطة مَ مركزا واخذ نصف قطر يساوى ١٠٤٫٠م رسم محيط دائرة ومن المعلوم ان الاثر الافقى للمستوى لابد ان يمر بالاثرين الافقيين للمستقيم المعلوم والخط الاعظم ميلا وانه زيادة على ذلك لابد وان يكون عمودا على المسقط الافقى للخط الاعظم ميلا فيلزم ان يكون مماسا للدائرة المذكورة ومارا من الاثر الافقى للمستقيم و المعلوم لكنه قد يتفق وقوع هذا الاثر الافقى خارج حدود الرسم وان يكون نصف قطر الدائرة كبيرا الا انه يمكن ان يوضع الشكل على مستو موازلمستوى الاقتران وان ينتخب مثلا المستوى المار بالنقطة ى المساوى مقدار بعدها ٧م فحينئذ لا يكون مقدار بعد النقطة م المنتسبة الى هذا المستوى الجديد الا ١٣م ـ ٧م = ٦م وهذا هو ارتفاع المثلث القائم الزاوية وينتج من ذلك قاعدة هذا المثلث اوقطر الدائرة بواسطة هذه المناسبة

ب : ى :: ٤ : ٥ ومنه ينتج ب = $\frac{٤ى}{٥}$ = ٤٫٨٠م

ثم ان المستوى المار من النقطة ى يقطع المستوى المطلوب فى خط افقى يكون مسقطه الافقى عمودا على مسقط الخط الاعظم ميلا فاذا رسم بجعل النقطة مَ مركزا واخذ نصف قطر يساوى ٠٫٠٤٨م محيط دائرة ج ومد من النقطة ىَ خط مماس له فى النقطة عَ كان المستقيم مَ عَ مسقط

مقياس ميل المستوى المطلوب ويمكن ان يمد من النقطة ن̊ د خط آخر مماس للدائرة ج̊ وبالوصل بين نقطة التماس غ̊ والنقطة م̊ يحصل مسقط مقياس ميل مستو آخر يليق بحل المسئلة المفروضة

فاذا كانت النقطة ن̊ د على الدائرة اى اذا كان م ن̊ د يساوى ٤٨٠٤٨ م كان للمسئلة حل واحد وكان المستقيم و نفسه مقياس ميل المستوى لان ميل المستقيم و فى هذه الحالة يكون مبينا بهذه النسبة

$$\frac{٥}{٤} = \frac{٦٠}{٤٨} = \frac{١٣-٧}{٤,٨}$$

ولا حل للمسئلة اذا كانت النقطة ن̊ د داخل الدائرة او كان م ن̊ د اصغر من ٤٨٠٤٨ م لان ميل المستقيم و يكون حينئذ اكبر من $\frac{٥}{٤}$ فلا يمكن ايجاده بالضرورة على مستو يساوى مقدار خطه الاعظم ميلا على مستوى الاقتران ميلا مساويا $\frac{٥}{٤}$

(فى المساقط المائلة والظلال الساقطة)

(١٧٧)

اذا اسقطت نقطة فراغية اسقاطا عموديا ثم مائلا على مستو يكون المستقيم الواصل بين المسقطين بالضرورة المسقط العمودى للمستقيم المسقط للنقطة اسقاطا مائلا فاذا كان فى الفراغ عدة نقط وكانت المستقيمات المسقطات لها اسقاطا مائلا متوازية لزم ان تكون مساقطها متوازية ايضا ويكون حينئذ مسقطا كل نقطة من النقط المذكورة على مستقيمات كلها متوازية اذا تقرر هذا سهل بعد معرفة مسقطى مستقيم ومسقطى نقطة عليهما معرفة مسقطى اى نقطة من هذا المستقيم

ومن المعلوم ان اثر المستقيم على مستوى المسقط الذى يعتبر هنا افقيا لابد من وجوده على كلا مسقطى المستقيم ويكون بالضرورة فى النقطة التى يتقاطع

فيها هذان المسقطان

واذا كان المستقيم افقيا كان مسقطاه متوازيين واذا كان رأسيا آل مسقطه العمودى الى نقطة الا ان المسقط المائل يكون مستقيما مارا بهذه النقطة وموازيا للمستقيمين الواصلين بين مسقطى نقطة واحدة فاذا كان المستقيم موازيا للمستقيم المسقط اسقاطا مائلا لنقطة صار مسقطه المائل نقطة وكان مسقطه العمودى مستقيما مارا بهذه النقطة وموازيا للمستقيمين الواصلين بين مسقطى نقطة واحدة

ثم اذا كان مستقيمان متوازيين لزم ان يكون مسقطاهما المتحدا الاسم متوازيين ايضا

(١٧٨)

قد يكون الاثر الافقى لمستو عمودا على المسقط العمودى لخطه الاعظم ميلا ويكون مسقطا مستقيم افقى من المستوى المذكور موازيين للاثر المذكور انظر (بند ١٧٥) ويقتضى هذا تحل المسئلة الخامسة عشر

(المسئلة الخامسة عشر) اذا كان المعلوم المسقط العمودى لنقطة على مستو والمطلوب ايجاد مسقطها المائل او العكس يقال

(اولا) ليكن و كما فى (الشكل ١٦٠) الخط الاعظم ميلا لمستو و ا نقطة من هذا المستقيم فلا تتعين هذه النقطة فى الفراغ عادة الا متى علم ميل الخطوط المسقطة اسقاطا مائلا و سَ المسقط العمودى لنقطة س من المستوى ويمكن فرض الافقى ب مارا بالنقطة المعلومة وداخلا فى المستوى فيرسقطه الافقى بَ بالمسقط سَ ويكون عمودا على وَ وحيث كان المستقيمان ب و و موجودين فى مستو واحد لزم ان يتقاطعا فى نقطة م مسقطها العمودى فى مَ على تقاطع وَ و بَ فاذا مد حينئذ من مَ موازللاتجاه ا ا للخطوط المسقطة

اسقاطا مائلا كانت النقطة م^ظ التي يقابل فيها الموازي المذكور و^ظ المسقط المائل للنقطة م من المستقيم ب لكن حيث كان هذا المستقيم افقيا كان ب^ظ موازيا ب^ن انظر (بند ١٧٦) ثم حيث كانت النقطة س موجودة على المستقيم ب يمد من النقطة س^ن مواز ا ا^ن^ظ يقطع المستقيم ب^ظ في النقطة المطلوبة س^ظ

(وثانيا) اذا كان و هو الخط الاعظم ميلا للمستوى و ا نقطة من هذا المستقيم و س^ظ المسقط المائل لنقطة س كائنة على المستوى يمد من هذه النقطة س افق ب للمستوى فيكون مسقطا هذا الافق متوازيين ويكون المستقيم ب^ن عمودا على و^ن فيكون حينئذ ب^ظ عمودا ايضا على و^ن ومارا بالنقطة س^ظ وحيث كان المستقيمان ب و و في مستو واحد يلزم ان يتقاطعا في نقطة م مسقطها المائل م^ظ الذي هو تقاطع المستقيمين و^ظ و ب^ظ ومنه ينتج م^ن واذا مد من هذه النقطة مستقيم يوازي ب^ظ كان هذا المستقيم ب^ن ثم اذا امد من النقطة س^ظ مواز ا ا^ظ^ن قطع ب^ن في نقطة س^ن وهي النقطة المطلوبة

(١٧٩)

(المسئلة السادسة عشر) اذا علم المسقطان العموديان لنقطة ميل واتجاه المستقيمات المسقطة وكان المطلوب ايجاد المسقط المائل لهذه النقطة على المستوى الافقي يقال

يلزم ان يمد كما في (الشكل ١٦١) من النقطة المعلومة م مستقيم ب موازا للمستقيم المعلوم و انظر (بند ٢٤) ويبحث عن اثره الافقي فيكون هو المسقط م^ظ المطلوب ويمكن ايضا التوصل الى الحالة التي يكون فيها المستقيم و موازيا للمستوى الرأسي بتغيير مستو وانتخاب خط الارض الجديد مارا

بالنقطة مَ فحينئذ يكون المستقيم ب في المستوى الرأسي صانعا مع خَضَ زاوية كزاوية المستقيم و مع المستوى الافقي وقاطعا خَضَ في النقطة مَ المطلوبة

وهذا الحل الاخير هو الواجب استعماله متى فرضت النقطة م معلومة بمسقطها الافقي وبمقدار بعدها كما في (الشكل ١٦٢) وفرض المستقيم و ايضا معلوما بمسقطه الافقي وميله إ اومعلوما بمقداري بعدي نقطتين منه يمكن ان يستنتج منهما هذا الميل فحينئذ يمد من مَ المستقيم بَ موازيا للمستقيم وَ ويقام مَ م عمودا على بَ ومساويا لمقدار بعد النقطة م المختصر بالمقياس المتفق عليه اذا لم تكن الصورة على مقدارها الطبيعي التي وجدت عليه ويمد من النقطة م مستقيم ب يصنع مع بَ الزاوية إ فتكون النقطة مَ التي هي تقاطع ب و بَ المسقط المائل المطلوب

فاذا دل المستقيم و على اتجاه الشعاع الضوئي كانت هذه النقطة مَ هي الظل الساقط من النقطة م على المستوى الافقي ويتحصل كذلك ظلها الساقط على المستوى الرأسي

(١٨٠)

(المسئلة السابعة عشر) اذا علم مسقط نقطة وظلها الساقط وميل الشعاع الضوئي وكان المطلوب ايجاد مقدار بعدها يقال

اذا وصل كما في (الشكل ١٦٢) بين المسقطين مَ و مَ للنقطة م بمستقيم دل هذا المستقيم على المسقط العمودي للمستقيم ب المسقط اسقاطا مائلا للنقطة م فاذا مد حينئذ من النقطة مَ مستقيم ب صانع مع بَ الزاوية إ المساوية للميل المعلوم للشعاع الضوئي واقيم من

مَ

م عمود على ب ومد الى ان يتلاقى مع ب فى النقطة م كان المستقيم
م م مساويا مقدار البعد المطلوب للنقطة م

(١٨١)

(المسئلة الثامنة عشر) اذا كان المطلوب ايجاد الظل الساقط من شكل ما كثير السطوح على المستوى الافقى يقال

ليفرض ان المطلوب ايجاد الظل الساقط على المستوى الافقى لهرم ناقص مثلا غير متوازى القاعدتين كما فى (الشكل ١٦٣) ولنعتبر المستوى الافقى مستوى القاعدة ا ب ج د ه للهرم فيمكن ان تكون نقط المقطع معلومة بمسقطين عموديين او معلومة بمساقطها الافقية وبمقادير ابعادها وحيث كانت هذه المعالم الاخيرة موصلة بدون واسطة الى تعيين المسقط الرأسى يفرض الهرم الناقص معلوما بمسقطيه ويؤخذ زيادة على ذلك المستوى الرأسى عمودا على مستوى المقطع ويمكن التوصل الى هذه الحالة دائما باستعمال تغير مستو رأسى ثم يفرض المستقيم ر الذى هو اتجاه الاشعة الضوئية معلوما بمسقطه ر وميله ا على المستوى الافقى يتحصل مسقطه الرأسى رَ اذا تقرر هذا نعين المساقط المائلة للرؤوس اَ و بَ و جَ و دَ و هَ لقاعدة الهرم الناقص العليا انظر (بند ١٧٩) وبالوصل بينها بمستقيمات يتحصل المسقط المائل لهذه القاعدة العليا وبالوصل ايضا بين هذه المساقط والرؤس المناظرة لها المنتسبة الى القاعدة ا ب ج د ه تتحصل المساقط المائلة لاضلاع الهرم الناقص فمن ذلك تتحصل مساقط الاوجه المختلفة من هذا الشكل ولاجل ايجاد الظل الساقط من الهرم الناقص على المستوى الافقى ننبه اولا على ان جميع الاشعة الضوئية موازية ر فالمارة من بعض نقط الضلع بَ بَ تكون مستويا اثره الافقى بَ بَ فينتج ان بَ بَ هو الظل الساقط لهذا الضلع وان بَ اَ و ا اَ الظلان الساقطان من الضلعين بَ اَ و ا اَ وحيث كان المستقيم ا ب على المستوى الافقى يكون نفس ظله الساقط

فينتج بالضرورة من هنا ان الظل الساقط لاى نقطة من الوجه ا ب بَ اَ
ظ ظ
يكون فى ذى الاربعة اضلاع ا ب بَ اَ اى يكون ذو الاربعة اضلاع هو
ظ ظ ظ ظ ظ ظ
الظل الساقط للوجه ا ب بَ اَ ويشاهد ايضا ان ا اَ هَ ه و ه هَ دَ د
ظ ظ ظ ظ
و د دَ جَ ج و ج جَ بَ ب هى الظلال الساقطة من الاوجه ا اَ هَ ه و
ظ ظ ظ ظ ظ
ه هَ دَ د و د دَ جَ ج و ج جَ بَ ب وان اَ بَ جَ دَ هَ هو الظل
الساقط من القاعدة العليا اَ بَ جَ دَ هَ ولكن حيث ان الظل الساقط يجب ان
يكون خارجا عن الهرم يكون من البين وجوده محصرا فى المسافة
ظ ظ ظ ظ
ب ا ج د دَ هَ اَ بَ ب مع طرح الاجزاء المحصورة فى القاعدة
ا ب ج د ه من ذوات الاربعة اضلاع المذكورة

الا انه يتعرض فى نظرى الظل زيادة على الظل الساقط للبحث عن معرفة اجزاء سطح الجسم المفروض التى تتلقى الاشعة الضوئية او المنيرة والاجزاء التى لا تقع عليها الاشعة الضوئية او المظللة ويتعرض بعد ذلك الى تعيين الخط الفاصل بين هذين النوعين من الاجزاء ويسمى هذا الخط بالخط الفارق بين الظل والضوء لكن يسهل فى مثالنا معرفة انه اذا مدت اشعة ضوئية من جميع نقط محيط الوجه
ب بَ جَ ج يتكون اربعة مستويات آثارها الافقية المستقيمات ب ج و
ظ ظ ظ ظ
بَ بَ و بَ جَ و ج جَ فكل شعاع ضوئى مار فى المسافة المحصورة بين الاربعة مستويات المذكورة يقابل الوجه ب بَ جَ ج فيكون هذا الوجه مضيئا وكذلك الوجهان ج جَ دَ د و اَ بَ جَ دَ هَ وحيث كانت الاشعة الضوئية الخارجة من نقط مختلفة من الضلعين ب بَ و بَ اَ مارة خارج الوجه ا ب بَ اَ كان هذا الوجه فى الظل وكذلك الوجهان الآخران ا اَ هَ ه و ه هَ دَ د ولهذا السبب جعلناها مظللة فالخط المنكسر ب بَ اَ هَ دَ د يكون الخط الفارق بين الظل والضوء للسطح المفروض

ولينتبه الى ان جملة المستويات المتكونة من الاشعة الضوئية الخارجة من

النقط

النقط المختلفة للخط المنكسر ب بَ أَ هَ دَ د والمستوى الافقى والوجهين
ب بَ جَ ج و ج جَ دَ د كلها تعين كثير السطوح السائر المستقيمات
ا اَ و هـ هَ و ج جَ و بَ ج و ج د ولهذا رسمت تلك الخطوط
منقطة واما الظل الساقط من الخط الفارق بين الظل والضوء فقد رسم ممتلئا
دون غيره وهذه هى كيفية التنقيط متى اريد حل مسئلة تتعلق بالظل الساقط
لكن اذا اريد حل مسئلة بسيطة متعلقة بالمساقط يلزم حيث كانت الخطوط الاخر
مساقط للخطوط المرئية ان ترسم هذه ممتلئة ايضا

(١٨٢)

اذا علم المسقط الافقى والظل الساقط لكثير السطوح على المستوى الافقى وكذا
ميل الاشعة الضوئية سهل ايجاد المسقط الرأسى لكثير السطوح اومقادير ابعاد
جميع رؤسه فيكون بالضرورة هذا الكثير السطوح معينا تعينا تاما بواسطة
هذه المعالم وليكن معلوما المسقط الافقى ا ب ج د هـ اَ بَ جَ دَ هَ لهرم ناقص
ذى خمسة اوجه و ب ا هـ د دَ هَ اَ بَ ب ظله الساقط على المستوى الافقى
و اِ ميل الشعاع الضوئى فيؤخذ ر موازيا ا اَ اوموازيا ب بَ ....
فيدل هذا المستقيم على المسقط الافقى للشعاع الضوئى ويعد ر صانعا مع
رَ الزاوية اِ فيكون هو الشعاع الضوئى فى المستوى الرأسى المسقط له
ويمكن ايجاد مسقطه الرأسى رَ على مستوما رأسى خ ض ثم
حيث كانت النقط بَ و اَ و هَ و دَ آثارا افقية للمستقيمات الموازية
ر المارة بالتوالى من الرؤس بَ و اَ و هَ و دَ للهرم الناقص
يقال اذا اسقطت هذه النقط على خط الارض فى بَ و اَ و هَ و دَ ومد
من هذه النقط خطوط توازى رَ كانت النقط بَ و اَ و هَ و دَ
فى تقاطعات هذه المستقيمات مع الخطوط الاعمدة على خ ض النازلة من النقط

سَ ق و أَ ق و رَ ق هَ ق و دَ ق ولايجاد الرأس الخامسة جَ ينبه على انه اذا علم
جَ ق وجد جَ ظ كما وجدت المساقط الرأسية للرؤس الاخرى ويمكن تحصيل
هذه النقطة جَ ظ لان من المعلوم ان المستقيمات أ أَ ظ و سـ سَ ظ و
د دَ ظ و هـ هَ ظ التي هي المساقط المائلة لاضلاع الهرم تتلاقى في النقطة سَ ظ
التي هي مسقط الرأس سَ لكثير السطوح المذكور وحينئذ لابد وان توجد
هذه النقطة جَ ظ على المستقيم ج سَ ظ وحيث كانت على خط يوازي ر ق
مار من جَ ق لزم ان توجد على تقاطع هذين الخطين وتكون النقطة سَ ظ
المعتبرة خارج حدود الرسم غالبا ولا تحصل النقطة جَ ظ المذكورة بواسطة
هذه الطريقة لكن في هذه الحالة يمد من جَ ق خط يوازي ج سـ مقابل
للخط سـ سَ ق في نقطة مـ ق فيكون المستقيم جَ ق مـ ق مسقطا افقيا
لمستقيم جَ مـ كائن في مستوى الوجه سـ ج جَ ومواز للخط سـ ج
ومسقطا الافقي من هذا المستوى بالضرورة فلو اخذ حينئذ المسقط المائل مـ ظ
للنقطة مـ كما في (بند ١٧٧) ومد من النقطة مـ ظ خط يوازي
مـ جَ ق او سـ ج ق كان هذا المستقيم المسقط المائل للخط مـ جَ
كما في (بند ١٧٧) واشتمل بالضرورة على النقطة جَ ظ الكائنة ايضا
على خط يوازي ر ق مار من النقطة جَ ق وبهذه الكيفية يوجد المسقط المائل
لاى رأس ليست على الخط الفارق بين الظل والضوء

﴿ في المساقط المخروطية وفي المنظور ﴾

(١٨٣)

اذا علمت نقطة ثابتة في الفراغ و ونقطة ما م يكون دم

خطا مسقطا للنقطة م وتكون النقطة التي يقابل فيها هذا الخط مستويا معلوما مسقطا مخروطيا او قطبيا للنقطة م حيث كانت النقطة و قطب هذا المسقط فاذا اسقط كذلك جميع نقط جسم كان المسقط المخروطي المتحصل حينئذ هو الظل الساقط من الجسم المذكور على مستوى المسقط اذا كانت النقطة و نقطة مضيئة او كان المسقط المذكور وهو منظور الجسم اذا كانت هذه النقطة عين الناظر ويلزم مع ذلك لايجاد الظل الساقط ان يكون الجسم المستضيء موضوعا بين النقطة المضيئة ومستوى المسقط والا فلا يكون الا مجرد مسقط مخروطي وقد ذكر في نظرى المنظوران المستوى الذى يقع عليه المسقط المخروطي ويسمى بمستوى المنظور يكون في العادة موضوعا بين الجسم وعين الناظر ولا مانع من وضعه وراء الجسم المسقط اسقاطا مخروطيا على هذا المستوى

(١٨٤)

وحيث كانت جميع المستقيمات المسقطة اسقاطا مخروطيا لجميع نقط جملة مارة بالقطب و فمن الواضح ان جميع المساقط العمودية لهذه المستقيمات على المستوى الهندسي المعتبر هنا افقيا تمر بالنقطة وَ انظر (بند ١٥٩) وتمر كل مساقطها على مستوى المنظور بالنقطة وُ التي هي اثر العمود النازل من النقطة و على هذا المستوى

والمسقطان الافقي والقطبي للنقطة م يكونان بحيث لو وصل بين مَ و وَ بمستقيم وُ لقابل هذا المستقيم قاعدة مستوى المنظور في م وقع العمود النازل من مُ على هذه القاعدة

(١٨٥)

المسقط المخروطي لمستقيم يكون مستقيما هو تقاطع مستوى المنظور مع المستوى المار بالمستقيم والنقطة و وحيث كانت جميع المستويات المسقطة المارة بالنقطة و متقاطعة ينتج حينئذ انه اذا فرض مستقيمان و و وَ

متوازيان تقاطع مستوياهما المسقطان لهما فى مستقيم ط يوازى و و وَ ويقابل مستوى المنظور فى نقطة ـ منها يرتقاطعا هذين المستويين مع مستوى المنظور فحينئذ يتقاطع المسقطان المخروطيان او منظورا المستقيمين المتوازيين ومهما كان عدد المستقيمات المتوازية فمستوياتها المسقطة تتقاطع كلها فى مستقيم واحد فقم حينئذ مناظير جميع هذه المستقيمات بنقطة واحدة ـ تسمى بنقطة التلاقى فاذا فرض عدة جمل مستقيمات متوازية كان لكل جملة منها نقطة تلاق

فاذا كانت المستقيمات المتوازية اعمدة على مستوى المنظور كان المستقيم ط عمودا ايضا على مستوى المنظور ولم تكن النقطة ـ مباينة للنقطة وَ بل هى نفسها واذا كانت هذه المستقيمات المفروضة موازية لمستوى المنظور كان المستقيم ط موازيا ايضا لهذا المستوى وصارت النقطة ـ منتقلة فيما لا نهاية له فحينئذ مناظير المستقيمات المتوازية والموازية لمستوى المنظور تكون متوازية واذا كانت المستقيمات المعلومة مائلة بقدر ٤٥° على مستوى المنظور صنع المستقيم ط ايضا زاوية قدرها ٤٥° مع مستوى المنظور وقابله فى نقطة ـ بحيث يكون المثلث وـ وَ القائم الزاوية فى وَ متساوى الساقين فيه وَـ = ووَ ثم اذا كانت المستقيمات المتوازية المذكورة فى هذه الحالة افقية كان المستقيم ط افقيا ايضا وكانت نقطة التلاقى ـ والنقطة وَ على مواز واحد لقاعدة مستوى المنظور فتكون نقطة التلاقى فى هذه الحالة مسماة بنقطة البعد ويوجد نقطتا بعد احداهما فى احدى جهتى النقطة وَ والاخرى فى الجهة الاخرى المقابلة لها

(١٨٦)

يتعين المستوى غير المنتهى باثريه على المستوى الهندسى وعلى مستوى المنظور كما نبينه فى حل المسئلة التاسعة عشر

(المسئلة التاسعة عشر) اذا علم المسقط العمودى لنقطة كائنة

على مستو معلوم باثر يه وكان المطلوب ايجاد مسقطها المخروطى او العكس يقال

(اولا) ليكن قَ و مَ اثرين لمستو ر و مَ مسقط نقطة من هذا المستوى على المستوى الهندسى كما فى (الشكل ١٦٤)

فيمر من النقطة س هذه افقى و من المستوى ر فيكون مسقطه وَ موازيا قَ ويقابل مستوى المنظور فى نقطة ا من وَ ويكفى فى ايجاد المسقط الثانى للمستقيم و ايجاد نقطة تلاقى افقيات المستوى ر ومن المعلوم ان احد هذه الافقيات وهو وَ يوجد مع النقطة و على مستو افقى ومسقطه وَ يوازى بالضرورة خ ض ويقابل مستوى المنظور فى النقطة اَ المسقطة فى اَ ومنه ينتج وَ ثم يتقاطع المستويان المسقطان للمستقيمين و و وَ فى مستقيم ط موازلهما ومن حيث انه يمر بالنقطة و يلزم ان يكون كله فى مستوى (وَ و) فاذا مد حينئذ طَ موازيا وَ و طَ موازيا خ ض كان الاثر ـ لهذا المستقيم نقطة التلاقى المطلوبة ثم بالوصل بين النقطين ا و ـ بمستقيم ينتج وَ واذا وصل الآن بين ـ و سَ بمستقيم ب ومد هذا المستقيم الى النقطة اِ من خ ض واقيم من هذه النقطة عمود على خ ض الى نقطة تقابله مع وَ يحصل المسقط سَ المطلوب

(تنبيه) اذا وصل بين النقطتين وَ و مَ بمستقيم بَ كان المستقيمان بَ و بَ المسقطين العمودين على المستوى الهندسى وعلى مستوى المنظور للمستقيم ب المسقط اسقاطا مخروطيا للنقطة س

(وثانيا) اذا علمت النقطة سَ فلاجل ايجاد سَ يمد من

النقطة س هذه افق و للمستوى ر فيلزم ان يمر وَ بنقطة تلاقى المساقط القطبية لافقيات المستوى وتحصل هذه النقطة كما سبق ثم بالوصل بين مَ و ﺳ ينتج المسقط المخروطى وَ للافق المذكور فيقابل م فى النقطة ا التى هى اثر المستقيم و على مستوى المنظور وباسقاط هذه النقطة على قاعدة مستوى المنظور فى النقطة اَ ومد خط يوازى ق منها يحصل و فتحصل النقطة المطلوبة سَ على هذا المستقيم بل وعلى المسقط الافقى للمستقيم ب المار من النقطة و الى النقطة س لكن هذا المستقيم يقابل مستوى المنظور فى النقطة سَ المنسقطة على غ ض فى اِ وبالوصل بين اِ و وَ يحصل مستقيم يقطع وَ بالضرورة فى النقطة سَ المطلوبة

(١٨٧)

(المسئلة العشرون) اذا علم المسقطان العموديان لنقطة ومسقطا القطب وكان المطلوب ايجاد المسقط المخروطى للنقطة الاولى على مستو معلوم يقال ليكن و القطب و م النقطة المعلومة كما فى (الشكل ١٦٥) ويفرض مستوى المنظور عمودا على خط الارض ومنطبقا على المستوى الافقى فيلزم ان يكون مسقط القطب عمودا دائما على مستوى المنظور ويستعمل لايجاده فى النقطة وَ تغير مستو رأسى انظر (بند ٤٤) وبهذا تؤول المسئلة الى مد المستقيم وم والبحث عن اثره على مستوى المنظور فيكون المسقط الافقى لهذا الاثر المساوى مقدار ارتفاعه الرأسى ءاَ النقطة اَ فاذا اقيم حينئذ من النقطة اِ عمود على غ ض واخذ اِمَ = ءاِ نتجت النقطة المطلوبة مَ

فاذا كانت النقطتان و م معلومتين بمسقطيهما الافقيين وبمقدارى بعديهما يبحث على المستقيم و م عن مقدار بعد النقطة التى تنسقط

فى النقطة أَ انظر (بند ١٦٢) ويؤخذ أم مساويا للمقدار المذكور فيحصل المطلوب

(١٨٨)

(المسئلة الحادية والعشرون) اذا علم مسقطان افقى ومخروطى لنقطة ومسقطا القطب وكان المطلوب ايجاد المسقط الرأسى للنقطة يقال

مستوى المنظور هو مستوى رأسى اسقط عليه المستقيم وم انسقاطا عموديا انظر (اولا من بند ١٨٦) وحيث علم المسقطان الافقيان وَ و أَ لنقطتين من هذا المستقيم ومقدار ارتفاعهما وَوَ و أم يقال اذا انزل حينئذ من وَ و أَ عمودان على خ ض واخذ وو = وَو و ا = ام ووصل بين و ا لا يبقى الا انزال عمود من النقطة م على خ ض فيقطع ب فى النقطة المطلوبة م

(١٨٩)

(المسئلة الثانية والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد منظور كثير سطوح يقال

ليكن المطلوب منظور كثير السطوح المبين فى (الشكل ١٦٦) المركب من متوازى السطوح القائم الرأسى والمركب فوقه هرم مربع فيفرض مستوى المنظور عموداً على خ ض ثم يطبق على المستوى الرأسى بتدويره حول اثره الرأسى ر وهذا يرجع الى اعتبار المستوى الرأسى مستويا هندسيا ثم يبحث لاجل ايجاد المنظور المطلوب عن مسقط نقطة النظر على مستوى المنظور بان ينزل من النقطة و على المستوى م عمود يقطعه فى النقطة وَ ثم تبقى هذه النقطة وَ عند دوران المستوى م حول ر بالضرورة على بعد واحد نر وَ من المستوى الافقى وعلى بعد واحد نر وَ من المحود ر

فيؤخذ حينئذ على وو بعد وو = نو فينتج لنا النقطة و المطلوبة
ويشاهد ان هذا يرجع الى ان يرسم بجعل النقطة ن مركزا واخذ نصف قطر
نو قوس دائرة يقطع خ ض فى النقطة ا وان يقام من هذه النقطة
عمود على خ ض الى نقطة تقابله مع وو وتحصل جميع النقط الاخرى
بهذه الكيفية واما النقطة و فيمكن تحصيلها باستعمال مجرد تغيير مستو وافق
مع اعتبار را خطا ارضيا جديدا

ثم ان المستقيم وا يقابل مستوى المنظور فى نقطة ا تحصل مثل النقطة
و على مستوى المنظور بان يمد من ا خط يوازى خ ض ويؤخذ
اا = نا وتحصل ايضا جميع النقط الاخرى ب و ج .... من
المنظور بالكيفية المارة فيصير المستقيم اب بعد ايجاد المنظورين ا و ب
للنقطتين ا و ب منظور المستقيم اب وكذا يقال فى المستقيمات الباقية
فيحصل حينئذ ا ب ج د وهو منظور القاعدة السفلى لمتوازى السطوح
و ا ب ف ه و ب ج ح ف و ج د ب ح و ا د ب ه وهى منظورات
الاوجه الاربعة الجانبية الرأسية و ه ف ح ب وهو منظور القاعدة
العليا و ب ط ل م وهو منظور قاعدة الهرم و س ب ط و س ل ط
و س ل م و س م ب وهى منظورات الاوجه الاربعة

ومن المعلوم ان الناظر الواقف فى النقطة و لايشاهد الا الوجه ا ب ف ه
من متوازى السطوح وتخفى عنه جميع الاضلاع التى لا تنسب لهذا الوجه
المذكور ولذلك رسمت بخطوط نقطية على الشكل واما الهرمى فمن المعلوم ان
الضلع س ب منه ظاهر والضلع س ل مخبأ بالكلية لكن الضلعان
س ط و س م يشاهدان فوق نقطتى تقاطعهما مع المستوى (ه ف و)

اللتين لم نبين الا مسقطيهما الرأسيين دَ و كَ ويوجد منظوراهما بالضرورة فى النقطتين دَ و كَ اللتين هما تقاطعا المستقيمين سَم و سَ لَ مع هَ فَ

ولننبه ايضا على انه حيث كانت المستقيمات ا ب و ج د و هف و ح ى افقية وموازية لمستوى المنظور تكون منظوراتها اَ بَ و جَ دَ و هَ فَ و حَ ىَ موازية لخط الارض خ ض انظر (بند ١٨٥) وانه حيث كانت المستقيمات اد و ب ج و هى و ف ح اعمدة على مستوى المنظور يلزم ان تتقابل منظوراتها اَ دَ و بَ جَ و هَ ىَ و فَ حَ فى النقطة وَ فيلزم من ذلك ان تكون النقط ىَ و لَ و وَ على مستقيم واحد ومن المعلوم ان الاضلاع ى ط و طل و لم و م ى لقاعدة الهرم مائلة بمقدار ٤٥° على مستوى المنظور وان الاضلاع المقابلة لها متوازية فاذا اخذ حينئذ وَ رَ = وو بحيث تكون النقطة رَ نقطة البعد يلزم ان يتقابل المنظوران ىَ مَ و طَ لَ للضلعين ى م و طل فى النقطة رَ وان يتقابل المنظوران ىَ طَ و لَ مَ للضلعين الآخرين فى نقطة اخرى رَ كائنة فى الجهة الاخرى من النقطة وَ وعلى بعد منها يساوى وَ رَ

ولنتمم ماذكر بهذا التنبيه وذلك انه يمكن ان يتوهم من كل نقطة اريد ايجاد منظورها افقيان احدهما عمود على مستوى المنظور والآخر مائل عليه بمقدار ٤٥° ويمدا الى نقطتى تقابلهما بمستوى المنظور ومن المعلوم ان هاتين النقطتين تنتسبان لمنظورى هذين الافقيين كل واحدة لواحد فاذا وصلت حينئذ اولى النقطتين بالنقطة وَ والاخرى بنقطة البعد المقابلة لها حدث مستقيمان

يتقابلان فى منظور النقطة المعلومة ومن البين ان هـذه الطريقة المستعملة فى ايجـاد منظور اى نقطة اسرع من غيرها فى ايجاد المنظور

(١٩٠)

لاجـل وضوح الشـكل عادة لا يرسم المنظور فى الموضع الذى وضعناه فيـه هنـا بل يفرض مسـتوى المنظور قبل انطبـاقه منقولا الى بعـد ما اختيـارى او يؤخـذ على مسـتوى المنظور محوران احدهـما عمود على الآخر او يؤخـذ اثراه وينسب بعـدا كل نقطـة من المنظور الى المحورين المذكـورين فى اى محل اريد وسيتضح ذلك اتضاحا تاما فى المسئلة الثالثة والعشرون

(المسئلة الثالثة والعشرون) اذا كان المطلوب ايجاد منظور كثير السطوح ومنظور ظله الساقط على المستوى الافقى يقال

حيث كان مسقطا كثير السطوح معلومين كما فى (الشكل ١٦٧) ومسقطا الشعاع الضوئى كذلك يوجد اولا الظل الساقط انظر (بند ١٨١) والخط الفارق بين الضوء والظل ومنه تعلم الاوجه المضيئة والاوجه المظلمة اذا تقرر هذا يقال ليكن مستوى المنظور م عمودا على غ ض ويرسل من النقطة البصرية و اشعة بصرية الى جميع رؤس كثير السطوح المفروض فتقابل هذه الاشعة مسـتوى المنظور م فى نقط تعين مواضعها بانتسابها الى محورين قائمين احدهما على الآخر وموجودين فى المستوى المذكور ويختار للاختصار اثرا هذا المستوى بان يرمز بالحرف س للمحور الافقى قَ‌ٓم وبالحرف ص للمحور الرأسى رَ‌ٓم ويرسم الشكل الكائن فى مسـتوى المنظور م اى منظور كثير السطوح منفردا فاذا مد من النقطة و الافقيـان وَ‌ٔن و وَ‌ٔن مائلان على قَ‌ٓم بمقدار ٤٥° قطعا هذا الاثر فى نقطتين رَ‌ٔن و رَ‌ٔن وهـما المسقطان الافقيـان لنقطتى البعـد فبعد رسم المحورين س و ص يؤخذ رَمرَ‌ٓم =

ن ر و ويقام من النقطة و عمود على س ويؤخذ و و = و و فتحصل نقطة المنظر ثم يمد من النقطة و خط يوازى س ويؤخذ و ر = و ر = و و فتحصل لنا نقطة البعد

اذا تقرر هذا يعتبر اولا الوجه ا ب ج د الذى يعتمد عليه كثير السطوح موجودا على المستوى الافقى ولاجل ايجاد منظور نقطة يفرض من هذه النقطة مستقيمان احدهما عمود على مستوى المنظور والآخر مائل عليه بمقدار ٤٥° فيمر منظور المستقيم الاول بالنقطة و ويمر منظور الثانى بالنقطة ر ويقطع المستقيم الاول ايضا مستوى المنظور فى نقطة متباعدة عن النقطة ن بمقدار ا ا ويقطعه الثانى فى نقطة متباعدة عن ن بمقدار ن ا ومعلوم ان هذين المستقيمين فى مستوى افقى فاذا اخذ على المحور س طول ن ا = ا ا وطول ن ا = ن ا ومد المستقيمان ا و و ا ر تقاطعا فى النقطة ا التى هى منظور النقطة ا ويقطع المستقيم و ب مستوى المنظور فى نقطة ب متباعدة عن المحور ص بمقدار ن ب وعن المحور س بمقدار ن ب فاذا اخذ حينئذ ن ب = ن ب واقيم على س العمود ب ب = ن ب كانت النقطة ب منظور النقطة ب ولاجل ايجاد النقطة ج يؤخذ ن ج = ن ج ويوصل بين ج و و فيكون المستقيم الحادث منظور عمود نازل من النقطة ج على مستوى المنظور ثم يقطع المستقيم و ج مستوى المنظور فى نقطة ج مرتفعة بمقدار ن ج فاذا اخذ حينئذ ن ج = ن ج ومد من النقطة ج مستقيم يوازى س قطع ج و فى النقطة

جَ المطلوبة واما النقطة دً فحيث كان المستقيم ج د افقيا وموازيا لمستوى المنظور توجد فى تقاطع هذا الافق بعينه مع المستقيم دً و الذى هو منظور عمود نازل على مستوى المنظور المار من النقطة د

وبالانتقال الى الوجه ج د ه ف ح تحصل الرؤس الثلاثة ه و ف و ح كما حصل منظور النقطة ب

واما الرأس ب من الوجه ب ح ج ب فقد مددنا لاجل ايجاده افقيين ب جَ و ب جَ مائلين بمقدار ٤٥° على مستوى المنظور فمنظوراهما على التوالى بنقطتى البعد رً و رً وتقابلا فى النقطة بً المطلوبة ولاجل تحصيل منظور ب جَ ينبغى ان يؤخذ على المحور ص بالابتداء من النقطة نً طول يساوى نَ ب ويمد من النقطة المتحصلة خط يوازى المحور س ويؤخذ على هذا الموازى الى خلف طول يساوى نَ جَ ثم توصل هذه النقطة الاخيرة بالنقطة رً لكن اذا فرض ان جملة التركيب تهبط هبوطا رأسيا بمقدار نَ ب يلزم اخذ نَ جَ = نَ جَ و رَ رً = نَ ب ووصل جً و رً ببعضهما فلم يبق حينئذ الا ان يمد من النقطة ر خط يوازى رَ جً ويوجد بهذه الكيفية منظور ب جً فهذان المنظوران يتقاطعان فى النقطة بً

وحيث صارت منظورات رؤس الوجه الثلاث ا د ه معلومة وكانت جميع الاوجه الاخر متقابلة فى الرأس س لم يبق علينا الا ايجاد منظور هذا الرأس من كثير السطوح ولننبه لذلك على ان المستقيم وس يقطع مستوى المنظور فى نقطة سَ يساوى مقدار ارتفاعها الرأسى نَ سَ فاذا اخذ نً سً = نَ سَ ومد من النقطة مً خط يوازى س اشتمل هذا الموازى

على سمَ ثم يفرض من النقطة سـ عمود على مستوى المنظور فيقطعه في نقطة بعداها عن المحورين س و ص هما فِ سـَ و فِ سـَ فاذا اخذ حينئذ زآ = فِ سـَ ومد من النقطة فَ خط يوازى س واخذ فَ فِ = فِ سـَ ووصل بين فِ و ق حدث مستقيم يشتمل ايضا على سـَ وهى النقطة المطلوبة

فلم يبق بعد ايجاد منظورات جميع رؤس كثير السطوح الا الوصل بينهما بمستقيمات لاجل ايجاد المنظور المطلوب ولاجل ايجاد منظور الظل الساقط ا سـ ف ح ج دا يحصل منظور النقطة سـ بأن يؤخذ اولا المنظور سـ و لعمود على مستوى المنظور نازل من هذه النقطة كما سبق اجراء هذا العمل المرار العديدة ثم يتنبه الى ان المستقيم وسـ يقطع مستوى المنظور في نقطة سـ متباعدة عن المحور ص بمقدار نرسـ فيلزم البحث على سـ و عن النقطة الموجودة على هذا البعد من المحور ص فتحصل ضرورة بأخذ نرسـ = نرسـ ومد خط من النقطة سـ يوازى ص فيقطع سـ و في النقطة المطلوبة التى كان يلزم ان يرمز لها بالرمز سـ على مقتضى الاصطلاح المتقدم والاسهل ان يرمز لها بالرمز سـ فقط وتحصل كذلك النقطة ف بالتنبيه على ان الخط سـ ق لابد ان يوازى المحور س وبالجملة فقد وجدنا النقطة ح بهذه الكيفية

وقد نوعنا في هذا الشكل الطرق المستعملة في ايجاد منظورات جميع رؤس كثير السطوح لايضاح كيفية الوصول اليها مع ابقاء انتخاب الطرق

للراسم ليستعمل الانسب منها بحسب مايقتضيه رأيه فى كل حالة مخصوصة

(١٩١)

وقد بقيت تنبيهات لازمة فى كيفية تنقيط الشكل نذكرها فنقول

لينتبه اولا الى ان مسقطى اى جسم عند الناظر الواقف فى نقطة غير نهائية هما منظورا هذا الجسم بعينه وان شئت قلت ان كل مسقط هو الظل الساقط حين تكون الاشعة الضوئية اعمدة على مستوى المسقط اذا تقرر هذا تكون اوجه كثير السطوح المتلاقية فى النقطة س مرئية دون غيرها للناظر الواقف على بعد غير محدود على خط عمود على المستوى الافقى فيلزم حينئذ ان تكون المستقيمات المحصلة لمحيط هذه الاوجه على المسقط الافقى ممتلئة وان يكون ماعداها من المستقيمات نقطيا وان يكون الخط المنكسر ا ب ح ف ه ا عند هذا الناظر هو المحيط الظاهرى لكثير السطوح

ويشاهد بالسهولة ان المحيط الظاهرى بالنسبة للناظر الواقف على بعد غير محدود على عمود المستوى الرأسى هو الخط المنكسر ا س ف ه د ا فحينئذ يكون هذا المحيط والمستقيمات س ا و س ه و ا ه ممتلئة

وتنقيط هذين المسقطين يكون بلا شك للاجزاء المخبأة بمستويى المسقط وهذا يجبرنا على ان نرسم بخطوط نقطية بعض الاجزاء التى تكلمنا قريبا على وجوب رسمها ممتلئة ثم ان الاصول المتقدمة المطبقة على جميع الاجسام التى نعتبرها فى اثناء هذا الكتاب تتمم جميع مايخص تنقيط مساقط الاشكال الفراغية التى يراد بيانها وقد اسلفنا الكلام على الجزء السهل منها انظر (بند ١٦١)

واما من جهة الظلال فكثير السطوح يسقط ظلا على الجزء
ظ ظ ظ
ا د ح ح ف س ا من المستوى الافقى بحيث لو ازيل الجسم وبقى الظل كانت صورته كما فى (الشكل ١٦٨) لكن قد يخفى الجسم عن الناظر المشاهد للمسقط

الافقى جزءا من هذا الظل فيظهر له فى صورة اه ف ط ح ف ب ا ولذلك لم يظلل الا هذا الجزء من المستوى ويسهل فى الاوجه المظللة معرفة كون الخط المنكسر ا ب ج ح ف ب ا هو الخط الفارق بين الظل والضوء وينتج حينئذ ان الاوجه ا ب ج د و ج د ه ف ح و ه ف ب و ا د ه و ا ه ب كائنة فى الظل الا ان الناظر المشاهد للمسقط الافقى لا يرى الا الوجهين ب ه ف و ب ا ه ولذلك لم يظلل الا هما على المسقط الافقى ولذا اهتممنا بتوجيه الخطوط الظلية الى جهتين مختلفتين ومن المعلوم ان الناظر لا يرى من المسقط الرأسى الا الاوجه ب ه ف و ا د ه و ب ا ه التى يلزم حينئذ تظليلها دون غيرها على المسقط الرأسى

واما من جهة المنظور فيقال من البين عند الناظر الواقف فى النقطة و ان المحيط الظاهرى لكثير السطوح هو ا ب ح ب ه د ا فلا يرى هذا الناظر حينئذ الا الاوجه ب ا ب و ب ب ح و ب ا ه و ا د ه التى منها الاولان مستنيران والآخران مظللان والمستقيمات المكونة لمحيط هذه الاوجه الاربعة ممثلة دون غيرها ثم انه يلزم تظليل جزء منظور الظل الساقط الكائن خارج منظور كثير السطوح

(١٩٢)

منتصفا الضلعين المتوازيين ونقطة تقابل القطرين ونقطة تقابل الضلعين الغير المتوازيين فى شبه المنحرف تكون على خط مستقيم انظر (شكل ١٦٩) ويتضح ذلك فى شبه المنحرف المتساوى الساقين اَ بَ جَ د لان المثلثين ا ب جَ و د ب تَ متساويان فيكون ا ب وَ و وَ ب تَ متساويين ايضا فحينئذ يقسم ب وَ الزاوية تَ ب ا الى قسمين متساويين ويمر بالضرورة بمنتصفى ا ب و د ج لكن يمكن اعتبار شبه منحرف ما ا ب ج د مسقطا عموديا اوماثلا لشبه منحرف متساوى الساقين منطبق على اَ بَ جَ د فيكون

القطرين اج و سـد منتصفى القطرين اج و سـد ويكون المستقيم
سـو مسقط سـوَ وتكون النقطتان هـ و ح مسقطين للنقطتين
هَ و حَ وحيث كان هاتان النقطتان منتصفى اَ و دجَ وكان مسقط
نقطة منتصف مستقيم فى كل نوع من المساقط الاسطوانية هو نقطه منتصف
مسقط هذا المستقيم تكون النقطتان هـ و ح حينئذ منتصفى
المستقيمين اب و ج د

ويستنتج من هنا طريقة قسمة مستقيم وزاوية اوقوس الى قسمين متساويين
واقامة خط عمود على منتصف مستقيم ما

تم الجزء الاول من هذا الكتاب المستطاب بعون الله الملك الوهاب
وكان الفراغ من تمام طبعه بدار الطباعة العامره
المنشأة ببولاق مصر القاهره ادام الله عز منشيها
ومشيد مبانيها صاحب السعادة الابدية
والهمة العصرية والفخر العلى الحاج محمد
على وذلك فى عقب جمادى الاولى
سنة ١٢٦١ من الهجرة النبوية
على صاحبها افضل
الصلاة وازكى
التحية
تم