

(3425)

অসমীয়া ক্ষেত্ৰ জ্যামিতি

অর্থাৎ

ইউক্লিডৰ প্ৰথম খণ্ড।

লোকচৰণ।

তাৰিখ. —————— মং ২৭৬

টীকা আৰু অতিবিক্ত প্ৰতিজ্ঞাৰে সৈতে

মুন্সী ছাথাৱত আলী কৰ্ত্তৃক প্ৰণীত

আৰু

শ্ৰীশিবনাথ ভট্টাচাৰ্য দ্বাৰা প্ৰকাশিত।

ডিক্ৰিগড়।

৪১৩৪/মা:পু:

১৯-৪, ল৯

চতুদিশ তাৰ্ক্যবণ।

(3425)

কলিকতা,

৬নং কলেজ-স্কোৰাৰ, সাম্য-প্ৰেছত,

শ্ৰীদেবেন্দ্ৰনাথ বন্দ্যোপাধ্যায় দ্বাৰা মুদ্ৰিত।

১৯২৯।

মূল্য ॥০/০ দহ অনা মাথোন

৮২৩৪/অ

২০২৭/১

PREFACE.

THE want of a book of Geometry in Assamese has long been felt in our schools of Assam. Experience has taught me that the majority of the boys of Gauhati Schools especially in lower classes, feel a good deal of difficulty in understanding their lessons of Geometry, notwithstanding the frequent explanations they receive from their teachers. Consequently their knowledge of this subject is very limited and their progress extremely slow. This result is chiefly due to there being no Geometry in Assamese. The very slight acquaintance with English and Bengali which the boys of the lower classes generally have, makes it most difficult for them thoroughly to understand such a subject written in a foreign language.

It is with the view of meeting this want that I now offer this small treatise to the public. The text is an Assamese translation of Euclid to which copious notes and some extra propositions have been added. I trust it will prove useful.

While no pains have been spared to make it easy and intelligible to those for whom it is intended. I believe the book, as it is, is still imperfect. Any alterations suggested would therefore be most thankfully received and considered. Should this little work serve its purpose, the labour bestowed upon it, would not be considered vain.

In conclusion I beg to acknowledge with gratitude the kind assistance lent me by Baboo Manik Chandra Barooah, Baboo Hem Chandra Barooah, the two respectable members of the I. C. P. I. Gauhati and Baboo Gonavi Ram Barooah, the Secretary to the Text B. Committee, Nowgong, in the preparation of this Book. I beg also to thank the Text Book Committee for fixing this treatise as a class book in village schools of Assam.

GAUHATI, DEC, 8, 1881.

S. ALI.

We have at the request of the author, Munshi Sakhawat Ali, 4th master of the Gauhati Zilla School examined his "Elements of Geometry in Assamese."

Although not quite free from defects, yet, being the first attempt of its kind, it is deserving

of praise and will, we trust, prove useful to those who, owing to their ignorance of the language, are unable to study original geometrical works in English. As attempts of this kind deserve encouragement and support, we beg to recommend the book to the educational authorities in Assam for introduction into our vernacular schools.

GAUHATI, } (Sd) MANICK CHANDRA BAROOAH.
4th April, 1881. } HEM CHANDRA BAROOAH.
 Members L. C. P. I.

OPINION OF THE COMMITTEE.

EUCLID Book I. IN ASSAMESE.

* * *

Demonstrations correct. The price should not exceed 8 annas at the most. The English portion and the glossary may be omitted, if they interfere with the price of the book. The author to be requested to give easy educations or exercises at the end of the book. Such words as অতিজ্ঞা, বিন্দু &c may be used instead of অসঙ্গ, ফুট &c. These words have been accepted by the educated portion of the people of India.

* * *

Nowgong, } (*Sd*) GONAVIRAM BAROOAH
27th August, 1881, } *Secretary*
 } *A. V. Text Book Committee.*

PREFACE 2.

It is to be noticed here that the second edition of Assamese Geometry has undergone a thorough revision ; and necessary corrections

have been made of the errors that had occurred in the first edition.

GAUHATI, } S. ALI.
May, 1881. } High School.

The third edition is also carefully revised and due corrections have been made.

GAUHATI, } S. ALI.
15th. April, 1897. } Govt. High School.

In this fourth edition of Assamese Geometry necessary corrections are made after thorough revision.

S. ALI.
Late 4th. Master,
Gauhati Collegiate School.

In this edition necessary corrections are made of the errors that occurred in the previous either in print or in original contents, by oversight.

Gauhati, 8th. January, 1913. S. ALI.

This eleventh edition is carefully revised.

25th. March, 1914. S. ALI.

উপক্রমণিকা ।

— :: —

যি শাস্ত্রে সমান থলত অঁকা আকৃতিব অর্থাৎ দীঘল আক
পুতল থকা ক্ষেত্রে মাথোন আকাব আক পরিমাণব বিচার
করে, সেই শাস্ত্রের নাম ক্ষেত্র জ্যামিতি ।

ক্ষেত্র জ্যামিতি এবাব খণ্ডে বিভক্ত । প্রথম খণ্ডত আঠ-
চলিশটা প্রতিজ্ঞা আছে ; আক সেই বিলাক তিনি অংশে
বিভাজ্য ।

১ম প্রতিজ্ঞাব পৰা ছাবিশ প্রতিজ্ঞালৈকে প্রথম অংশ ।
প্রথম অংশত বেখা, কোণ আক ত্রিভুজ এই কেই বিধির
আলোচনা কৰা হৈছে ।

সাতাইশ প্রতিজ্ঞাব পৰা চৌক্রিশ প্রতিজ্ঞালৈকে দ্বিতীয়
অংশ আক তাত সমান্তরাল সবল বেখা আক সমান্তরাল
ক্ষেত্রের বিষয় উল্লেখ আছে ।

পঁয়ত্রিশ প্রতিজ্ঞাব পৰা আঠচলিশ প্রতিজ্ঞালৈকে তৃতীয়
অংশ ; তাত, সমান্তরাল ক্ষেত্র আক ত্রিভুজৰ পৰম্পৰ সঞ্চক
আক তুল্যতা দেখুৱা গৈছে ।

সংজ্ঞা, স্বীকার্য, স্বতঃসিদ্ধ এই তিনোৰ সাহায্যে সৈতে,
প্রতিজ্ঞাবোৰ প্রমাণ হয় ।

সংজ্ঞা, শব্দ, ক্ষেত্র সম্পর্কে কেতবোৰ আৱশ্যকীয় বণ্ন।

স্বীকার্য, বিনা প্ৰমাণে মানি লোৱা প্ৰতিজ্ঞা।

স্বতঃসিদ্ধ, যিবোৰ সত্যই প্ৰমাণৰ প্ৰয়োজন না বাখে,
এনেই সঁচা বুলি প্ৰতীয়মান হয়।

সংজ্ঞাবোৰে পৰিমাণ, স্বীকাৰ্যে অঙ্কন আৰু স্বতঃসিদ্ধে
উপপত্তি সিদ্ধি কৰে।

প্রতিজ্ঞা ।

—००—

প্রতিজ্ঞা শব্দে সাধ্য নির্দেশ ; অর্থাৎ সাধন করিব লিগিয়া বিষয়ৰ নিকপণ । প্রতিজ্ঞা তুবিধি সম্পাদ্য আৰু উপপাদ্য ।

কোনো ক্ৰিয়া সম্পাদন কৰা অর্থাৎ ক্ষেত্ৰসম্পর্কে কোনো বেখাদি টনা বা কোনো ক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা যি প্রতিজ্ঞাৰ উদ্দেশ্য, তাক সম্পাদ্য বোলে ।

কোনো সত্যপ্ৰমাণ কৰা যি প্রতিজ্ঞাৰ উদ্দেশ্য, তাক উপপাদ্য বোলে ।

প্রায় প্ৰত্যেক প্রতিজ্ঞাই ছয় ভাগে বিভক্ত ।

১। সাধাৰণ স্মৃতি । যেনে, এটা নিকপিত সীমাবান সৱল বেখাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভূজ অঙ্কিত কৰিব লাগিব (১ম প্র) ।

২। বিশেষ স্মৃতি । যেনে, কখ এটা নিকপিত সৱল বেখা, তাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভূজ সাজিব লাগিব । (১ম প্র)

৩। ক্ৰিয়া সম্পাদন বা অঙ্কন । যেনে, ক বিন্দু কেন্দ্ৰ ধৰি কখ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই খগৰ নামে এট বৃত্ত আঁকা ইত্যাদি (১ম প্র)

৪। অবধারণ। যেনে, এতিয়া কথগ এটা সমবাল্ল
ত্রিভুজ হ'ব। (১ম প্র)।

৫। উপপত্তি বা প্রমাণ। যেনে, ক, খগঘ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ,
এতেকে কথ আৰু কগ দুয়ো সমান ইত্যাদি। (১ম প্র)।

৬। সিদ্ধান্ত। যেনে, অতএব এটা নিকপিত সীমাবান
সৰল বেখাৰ ওপৰত এটা সমবাল্ল ত্রিভুজ ইত্যাদি। (১ম প্র)।

সম্পাদ্য প্রতিজ্ঞাবোৰ স্বাভাৱিকে দুই অংশ বিশিষ্ট। দত্ত
অর্থাৎ যি দিয়া থাকে; উদ্দেশ্য অর্থাৎ যিটো নিষ্পাদন কৰিব
লাগে।

উপপাদ্য প্রতিজ্ঞাও দুই অংশ বিশিষ্ট; পূৰ্ব পক্ষ অর্থাৎ
পোনে যি কল্পনা কৰি লোৱা হয়; সিদ্ধান্ত অর্থাৎ শেষত যি
সত্য বুলি মীমাংসা হয়।

যি যি হেতু দৰ্শায় কোনো সত্য নিকপণ কৰা হয়, তাক
উপপত্তি বা প্রমাণ বোলে।

উপপত্তি দ্রবিধ। সৰল বা অন্ধয়ী, আৰু বক্তৃ বা
ব্যতিৰেকী।

যি উপপত্তিবে, পূৰ্ব পক্ষৰ পৰা ক্ৰমাগত হেতু দৰ্শায় সত্য
সিদ্ধান্ত কৰা হয়, তাক সৰল বা অন্ধয়ী উপপত্তি বোলে।

যি উপপত্তিবে সিদ্ধান্তৰ বিপৰীত কোনো বিষয় সঁচা বুলি
মানি লই আৰু তাক যুক্তিৰ সৈতে অসন্তৱ প্ৰমাণ কৰি, পূৰ্ব
সিদ্ধান্তই যে সত্য শেষত গৈ সাব্যস্থ কৰা হয়, তাক বক্তৃ বা
ব্যতিৰেকী উপপত্তি বোলে।

କୋନ ପ୍ରତିଜ୍ଞା ସମ୍ପ୍ରମାଣ ହଲେ, ତାବ ପରା ଯି ସତ୍ୟ ସହଜେ
ଅଭ୍ୟୁତ୍ତ ହୟ, ତାବ ନାମ ଅଭ୍ୟୁମାନ ।

ଦୁଟା ପ୍ରତିଜ୍ଞାବ ମାଜିତ, ଯଦି ଏଟାବ ପୂର୍ବପଙ୍କ ଆନଟୋବ
ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଆକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତଟୋ ପୂର୍ବପଙ୍କ ହୟ, ତେନେହିଲେ ସେଇ-
ବିଲାକକ ବିପରୀତ ପ୍ରତିଜ୍ଞା ବୋଲେ ।

ଜ୍ୟାମିତି ସମ୍ପର୍କେ ସାଙ୍କେତିକ ଚିଙ୍କ ।

∴ କାରଣ ବୁଜାଯ	△ ତ୍ରିଭୁଜ ବୁଜାଯ
∴ ଏତେକେ „	= ସମାନ „
+ ଯୋଗ „	- ବିଯୋଗ „



অসমীয়া ভাষাৰ ক্ষেত্ৰ জ্যামিতি।

প্ৰথম খণ্ড।

সংজ্ঞা।

—ঃঃঃ—

বেখা আৰু কোণ।

- ১। যাৰ স্থিতি আছে কিন্তু বিস্তাৰ আৰু অংশ নাই,
তাক বিন্দু বোলা যায়।
- ২। যাৰ দীঘ আছে পুতল নাই, তাক বেখা বোলা যায়।
- ৩। বেখাৰ মূৰেই বিন্দু।

४। यि बेखा छुट्टी मूऱ्ह विन्दुब माजत पोन है स्थिति करे, ताक सबल बेखा बोले ।

(क) एटा वा छुट्टी मूऱ्हे छुट्टा आखब दि सबल बेखाब नाम थ'वा ।

(ख) यि बेखा छुट्टी मूऱ्ह विन्दुब माजत पोन है नाथाके, ताक बक्र वा बैंका बेखा बोले ।

५। याब दीघ आक पुतल माथोन आछे, ताक ध्वातल बोले ।

६। ध्वातलब काणेहि' बेखा ।

७। यि ध्वातलब ओपरत छुट्टी विन्दु लगलगाइ सबल बेखा टानिले, सबल बेखाटो सेहि ध्वातले सैते सम्पूर्णकपे संलग्न है थाके, ताक समध्वातल बोले ।

८। समध्वातलब ओपरत, छुट्टी पोनब छुट्टा सबल बेखा आहि मिल ह'ले सेहि मिलन स्तलक चुक वा कोण बोले यदि बेखा छुट्टा, एटा बेखा है नपरे ।

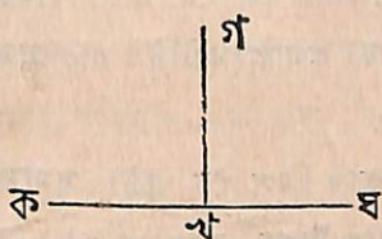
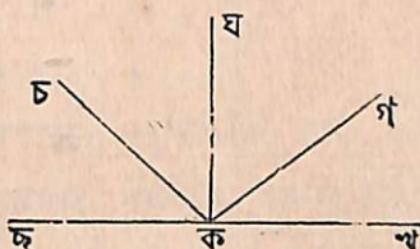
९। समध्वातलब ओपरत, छुट्टी पोनब छुट्टा सबल बेखा आहि मिल ह'ले सेहि मिलन स्तलक सबल बैथिक कोण बोले यदि सबल बेखा छुट्टा, एटा सबल बेखा है नपरे ।

(क) यि विन्दुत एटा कोण थाके, तात एटा आखब दि सेहि कोणब नाम थ'व पाबा ।

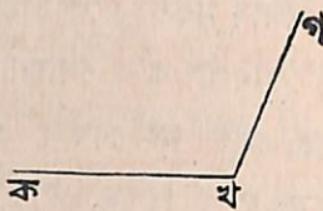
(ख) यि विन्दुत एटातकै अधिक कोण थाके, सेहि विन्दुत एटा आक यि यि बेखा मिल है सेहि कोणबोब

ক'বিছে, সেই সেই বেখাৰ মূৰত একোটাকৈ আখব দিবা আৰু
মাতিবৰ সময়ত যি কোণটো ক'ব খোজা, সেই কোণ যি দুই
বেখা মিলি ক'বিছে, সেই দুই বেখাৰ এটাৰ মূৰব আখবটো
পোনে বিন্দুৰ আখব তাৰ পাছে, বাকী আখবটো শেষত
মাতিবা।

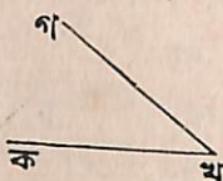
এই চাইটা কোণৰ মাজত সেৱা হাতব গোটাই মূৰব
কোণটো ক'ব খুজিলে খ ক গ বা গ ক খ তাৰ বাঁও হাতবটো
ক'ব খোজা যাদ গ ক ঘ বা
ঘ ক গ তাৰ বাঁও হাতবটো
ঘ ক চ বা চ ক ঘ ; নিচেই
বাঁও মূৰবটো হ'লে চ ক ছ
বা ছ ক চ বুলি মাতিব লাগে।



১০। এটা সৰল বেখা আন এটা সৰল বেখাৰ ওপৰত
থিয় হৈ দুয়ো ফালে যি দুই কোণ কৰে, যদি দুয়ো সমান হয়,
তেন্তে সেই প্ৰতি কোণক সমকোণ আৰু থিয় বেখাটোক তাৰ
লম্ব বোলে। যেনে, ক খ গ বা ঘ খ গ সমকোণ; গ খ তাৰ
লম্ব।



১১। সমকোণতকৈ বহল কোণৰ নাম বৃহৎ কোণ ।



১২। সমকোণতকৈ ঠেক কোণৰ নাম সূক্ষ্ম কোণ ।

(ক) দুটা কোণ মিল হৈ এটা সমকোণৰ তুল্য হ'লে
সিহতক পৰম্পৰৰ কমপ্লিমেণ্টবি বা সমকোণ-পূৰক কেঁ...
বোলা যায় ।

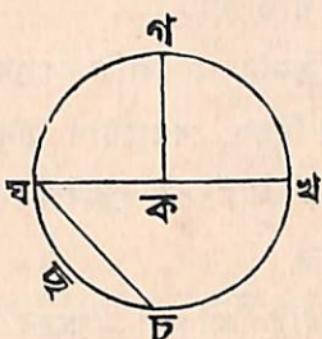
(খ) দুটা কোণ মিল হৈ দুটা সমকোণৰ তুল্য হ'লে,
সিহতক দ্বিসমকোণ-পূৰক কোণ বোলা যায় ।

১৩। বন্ধুৰ অন্তক সীমা বোলে ।

১৪। এটা বা অধিক সীমাই আগুৰা খলক ক্ষেত্ৰ বোলে ।
যেনে, বৃত্ত, বৃত্তার্দ্ধ, ত্ৰিভুজ, চতুভুজ ইত্যাদি ।

১৫। সমধৰাতলৰ যি ক্ষেত্ৰ এটা বেঁকা বেখাৰে আগুৰা
থাকে আৰু যাৰ ভিতৰত এনে এটা বিন্দু থাকে যে, তাৰ পৰা

আগুন্তবা বেখালৈ যিমান সবল বেখা টানা ঘায় সকলবোৰ
সমান হয়, সেই ক্ষেত্ৰক বৃত্ত বোলে । যেনে খ গ ঘ ।



(ক) বৃত্তৰ সীমা বেখাৰ নাম পৰিধি ।

১৬। বৃত্তৰ যি অন্তৰস্থ বিন্দুৰ পৰা পৰিধিলৈ ঢুটা বা
অধিক সবল বেখা টানিলে সকলবোৰ পৰম্পৰ সমান হয়,
তাৰ নাম কেন্দ্ৰ ।

(ক) বৃত্তৰ কেন্দ্ৰৰ পৰা ব্যাসাৰ্দ্ধ টানি পৰিধিক সমানে
৩৬০ অংশ কৰিলে, কেন্দ্ৰৰ চাৰিও ফালে যিবোৰ কোণ উৎপন্ন
হয়, সেই প্ৰতি কোণৰ পৰিমাণ এক এক ডিগ্ৰী । এনে ৯০
ডিগ্ৰীয়ে এক সমকোণ ।

১৭। যি সবল বেখা কেন্দ্ৰ ভেদ কৰি ঢুয়ো ফালে
পৰিধিক স্পৰ্শ কৰেগৈ, তাক ব্যাস বোলে । যেনে খ ঘ ।

(ক) কেন্দ্ৰৰ পৰা পৰিধিলৈ টনা বেখাৰ নাম ব্যাসাৰ্দ্ধ ।
যেনে ক গ ।

১৮। যি ক্ষেত্ৰক ব্যাসে আৰু ব্যাসে কটা পৰিধিৰ এক
খণ্ডে আগুন্তবি থাকে, তাক বৃত্তাৰ্দ্ধ বোলা ঘায় । যেনে খ গ ঘ ।

୧୯। ଯି କ୍ଷେତ୍ରକ ଏଟା ସବଲ ବେଖାଇ ଆକ ମେହି ସବଲ ବେଖାଇ କଟା ପରିଧିବ ଏକ ଖଣ୍ଡେ ଆଗ୍ନିବ ଥାକେ, ତାକ ବୃତ୍ତାଂଶ ବୋଲା ଯାଯ । ଯେନେ ସଂଛଚ ।

(କ) ପରିଧିତ ତିନଟା ଆଖବାଦି ବୃତ୍ତବ ନାମ ଥ ବା ବୃତ୍ତାର୍ଦ୍ଦ ଆକ ବୃତ୍ତାଂଶବ ନାମ ବାଖିଲେ, ବେଖାଟୋର ଦୁମ୍ବେ ଦୁଟା ପରିଧିତ ଏଟା ଆଖବ ଦିବା ଆକ ମାତିବବ ବେଲିକା ପୋନେ ସ'ବ ପରା ଇଚ୍ଛା ତ'ବ ପରା ମାତିବା ।

୨୦। ସବଲ ବେଖାଇ ଆଗ୍ନବା କ୍ଷେତ୍ରବ ନାମ ସବଲ ବୈଧିକ କ୍ଷେତ୍ର । ଯେନେ, ତ୍ରିଭୁଜ, ଚତୁର୍ଭୁଜ, ବହୁଭୁଜ ।

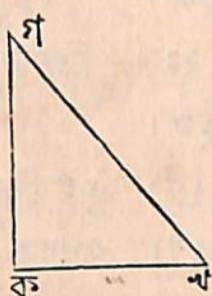
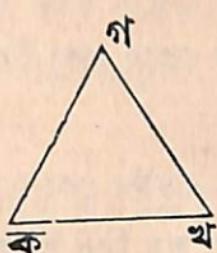
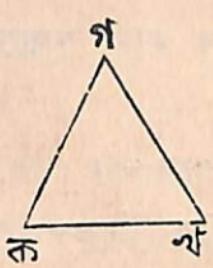
୨୧। ତିନଟା ସବଲ ବେଖାଇ ଆଗ୍ନବା କ୍ଷେତ୍ରବ ନାମ ତ୍ରିଭୁଜ ।

୨୨। ଚାଇଟା ସବଲ ବେଖାଇ ଆଗ୍ନବା କ୍ଷେତ୍ରବ ନାମ ଚତୁର୍ଭୁଜ ।

୨୩। ଚାଇଟାତକେ ବେଶି ସବଲ ବେଖାଇ ଆଗ୍ନବା କ୍ଷେତ୍ରବ ନାମ ବହୁଭୁଜ । ଯେନେ, ପଞ୍ଚଭୁଜ, ଷଢଭୁଜ, ସପ୍ତଭୁଜ ଇତ୍ୟାଦି ।

(କ) ତ୍ରିଭୁଜ, ଚତୁର୍ଭୁଜ ଆକ ବହୁଭୁଜବ ନାମ ଥିଲେ କୋଣେ ପତି ଆଖବ ଦି ପୋନେ ସ'ବ ପରା ମନ ଯାଯ ତ'ବ ପରା ମାତିବା : ସମାନ୍ତରାଳ କ୍ଷେତ୍ରବ ସମ୍ମୁଖବ ଦୁଇ ଚୁକେ ଆଖବ ଦି ଆକ ତ୍ରିଭୁଜତ ଏଟା ଆଖବ ଦି ମାତିଲେଓ ହୁଁ ।

ତ୍ରିଭୁଜ ।

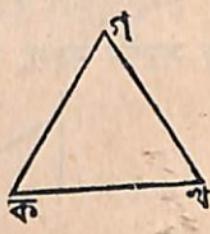
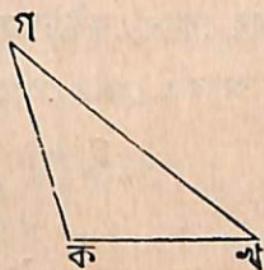
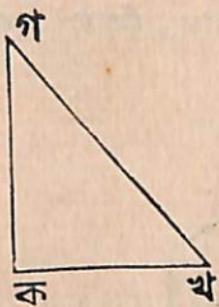


୨୪ । ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋ ଭୁଜ ସମାନ ହ'ଲେ ସମବାହ୍ ତ୍ରିଭୁଜ ବୋଲେ ।

୨୫ । ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ଭୁଜ ସମାନ ହ'ଲେ ସମଦ୍ଵିବାହ୍ ତ୍ରିଭୁଜ ବୋଲେ ।

୨୬ । ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋ ଭୁଜ ଅସମାନ ହ'ଲେ ବିସମବାହ୍ ତ୍ରିଭୁଜ ବୋଲେ ।

(କ) ଏହି ତିନଟା ତ୍ରିଭୁଜର ଭୁଜ ଅନୁସାରେ ନାମ ।



୨୭ । ଏହି ସମକୋଣ ଥକା ତ୍ରିଭୁଜର ନାମ ସମକୋଣି ତ୍ରିଭୁଜ ।

(କ) ସମକୋଣି ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣର ସମ୍ମୁଖୀ ଭୁଜର ନାମ କର ।

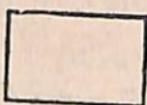
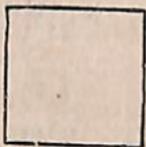
২৮। এটা বৃহৎ কোণ থকা ত্রিভুজের নাম বৃহৎকোণি
ত্রিভুজ।

২৯। তিনটা সূক্ষ্ম কোণ থকা ত্রিভুজের নাম সূক্ষ্মকোণি
ত্রিভুজ।

(ক) এই তিনটা ত্রিভুজের কোণ অনুসারে নাম।

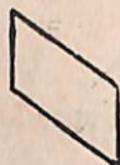
(খ) ওপরত কোরা ছয় বিধি বাজে আৰু ত্রিভুজ নাই।

চতুর্ভুজ।



৩০। যি চতুর্ভুজের চারিও ভুজ সমান, আৰু চারিও
কোণ সমকোণ তাক বৰ্গক্ষেত্ৰ বোলে।

৩১। যি চতুর্ভুজের কোণ কেইটা সমকোণ, কিন্তু সকল
ভুজ সমান নহয়, তাক আয়ত ক্ষেত্ৰ বোলে।



৩২। যি চতুর্ভুজের ভুজবোৰ সমান, কিন্তু কোণ কেইটা
সমকোণ নহয়, তাক বন্ধস বোলে।

୩୩ । ଯି ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମ୍ମୁଖର ଭୂଜବୋବ ସମାନ, କିନ୍ତୁ
କୋଣବୋବ ସମକୋଣ ନହଯ, ତାକ ବନ୍ଦେଡ ବୋଲେ ।

୩୪ । ଇଯାର ବାଜେ ଆନ ଚତୁର୍ଭୁଜ କ୍ଷେତ୍ରକ ବିଷମ ଚତୁର୍ଭୁଜ
ବୋଲେ ।

(କ) ଯି ସବଳ ବେଖାଇ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମ୍ମୁଖର କୋଣ ସଂଲଗ୍ନ
କରେ, ତାକ ଶ୍ରଗତି ବୋଲା ଯାଯ ।

୩୫ । ଯି ସବଳ ବେଖାବୋବ ଏକେ ସମ୍ବଧବାତଳର ଓପରତ
ଥାକି, ଦୁରୋ ପୋନେ ଯିମାନ କି ଦୂରୈଲେ ବଢ଼ୋରା ଯାଯ, କେତିଆଓ
ନିମିଲେ, ସେଇବୋରକ ସମାନ୍ତବାଲ ସବଳ ବେଖା ବୋଲେ ।

(କ) ଯି ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମ୍ମୁଖର ଭୂଜ ସମାନ୍ତବାଲ, ତାକ ସମାନ୍ତ-
ବାଲ କ୍ଷେତ୍ର ବୋଲେ ।

(ଖ) ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର, ଆଯତ, ବସ୍ତ୍ର ଆକ ବନ୍ଦେଡ କ୍ଷେତ୍ରବୋବ
ନମାନ୍ତବାଲ କ୍ଷେତ୍ର । ତାତ ବାଜେ ଆକ ସମାନ୍ତବାଲ କ୍ଷେତ୍ର ନାହିଁ ।

ସ୍ଵୀକାର୍ଯ୍ୟ ।

ମାନି ଲୋରା ଯାଓକ ।

୧ । ଏଟା ବିନ୍ଦୁର ପରା ଆନ ଏଟା ବିନ୍ଦୁଲୈ ସବଳ ବେଖା
ଟାନିବ ପାବି ।

୨ । ସୌମୀବାନ କୋନୋ ସବଳ ବେଖା ଯିମାନ ଦୂରୈ ଇଚ୍ଛା
ତିମାନ ଦୂରୈଲେ ପୋନେ ପୋନେ ବଢ଼ାବ ପାବି ।

৩। কোনো এটা বিন্দু কেন্দ্র ধৰি যিমান দূৰৈ ইচ্ছা
সিমান দূৰৈলৈ ব্যাসার্ধ লই বৃত্ত অঙ্কিত কৰিব পাৰি ।

স্বতঃসিদ্ধ ।

১। যি যি বস্তু প্ৰত্যেকে কোনো এক বস্তুৰ সমান,
সেই সেই বস্তুৰ পৰম্পৰ সমান ।

২। সমান বস্তুৰে সৈতে সমান বস্তু যোগ দিলে
গোটেইটো সমান হয় ।

৩। সমান বস্তুৰপৰা সমান বস্তু বাদ দিলে বাঁকী সমান
থাকে ।

৪। সমান বস্তুৰে সৈতে অসমান বস্তু যোগ দিলে
গোটেইটো অসমান হয় ।

৫। অসমান বস্তুৰপৰা সমান বস্তু বাদ দিলে বাঁকী
অসমান থাকে ।

৬। যি যি বস্তু প্ৰত্যেকে কোনো এক বস্তুৰ তুণ্ডণ, সেই
সেই বস্তু পৰম্পৰ সমান ।

৭। যি যি বস্তু প্ৰত্যেকে কোনো এক বস্তুৰ অৰ্ধ, সেই
সেই বস্তু পৰম্পৰ সমান ।

৮। যি যি বস্তু বহলে মিলে অৰ্থাৎ ছয়ো এখান ঠাই
সম্পূর্ণ কৈ জুবি থাকে, সেই সেই বস্তু সমান ।

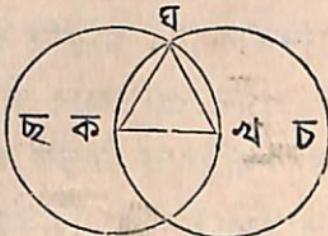
- ୯। ଗୋଟାଇଟୋ ବନ୍ଦ ଅଂଶତକେ ଡାଙ୍ଗର ।
 ୧୦। ଦୁଇ ସବଲ ବେଖାଇ ଏଥିନ ଠାଇ ଆଣ୍ଟିବିବ ନୋରାବେ ।
 ୧୧। ସକଳ ସମକୋଣ ପରମ୍ପର ସମାନ ।
 ୧୨। ଏଟା ସବଲ ବେଖା, ଆନ ଦୁଇ ସବଲ ବେଖାବ ଓପରତ ପରି
 ଯଦି ଏକେ ଫାଲର ଭିତର କୋଣ ଦୁଟାକ ଦୁଇ ସମକୋଣତକେ
 ସର୍କ କରେ, ତେନେହ'ଲେ ସେଇ ଦୁଇ ସବଲ ବେଖା ବଢାଲେ, ଯି ଫାଲର
 ଭିତର କୋଣ ଦୁଟା ଦୁଇ ସମକୋଣତକେ ସର୍କ ସେଇ ଫାଲେ ମିଳ
 ହ'ବ ।
-

୧ମ ପ୍ରତିଞ୍ଜା—ସମ୍ପାଦ୍ତ ।

ଆକୃତି ୨ ବିଧ ।

—ଟା ନିକପିତ ସୌମ୍ୟାବାନ ସବଲ ବେଖାବ ଓପରତ ଏଟା ସମବାହ ତ୍ରିଭୁଜ
 ଅନ୍ତରେ କରିବ ଲାଗିବ ।

କ ଖ ଏଟା ନିକପିତ
 ସବଲ ବେଖା, ତାର ଓପରତ
 ଏଟା ସମବାହ ତ୍ରିଭୁଜ
 ଅନ୍ତରେ କରିବ ଲାଗିବ । କ ବିନ୍ଦୁ
 କେନ୍ଦ୍ର ଧରି କ ଖ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଦ ଲାଇ ଖ ଘ ଛ ନାମେ ଏଟା ବୃତ୍ତ ଅଂକ ।
 ଆକୋ ଖ ବିନ୍ଦୁ କେନ୍ଦ୍ର ଧରି ଖ କ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଦ ଲାଇ କ ଘ ଚ ନାମେ



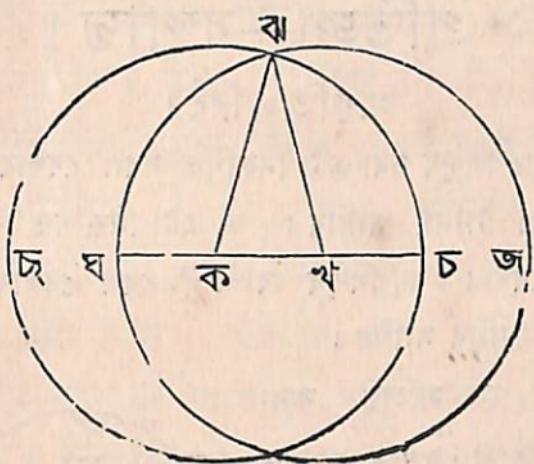
আক এটা বৃত্ত আঁকা (৩ স্বী)। ঘ বিন্দুত হয়ে
বৃত্ত কটাকচি করিছে ; ঘ বিন্দুৰ পৰা ঘ ক আক ঘ খ নামে
হৃষ্টা সৰল বেখা ক আক খ বিন্দুলৈ টানা (১ স্বী)। এতিয়া,
ক খ ঘ এটা সমবাহু ত্ৰিভূজ হ'ব ।

কাৰণ, ক, খ ঘ ছ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ, এতেকে ক খ আক ক ঘ
পৰম্পৰ সমান (১৫ সং) খ, ক ঘ চ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ, এতেকে
ক খ আক খ ঘ পৰম্পৰ সমান (১৫ সং) সুতৰাং ক ঘ আক খ ঘ
প্ৰত্যেকে ক খ সৰল বেখাৰ সমান ; কিন্তু যি যি বস্তু প্ৰত্যেকে
কোনো এক বস্তুৰ সমান, সেই সেই বস্তু পৰম্পৰ সমান
(১ স্ব) ; এতেকে ক ঘ, খ ঘ সৰল বেখাৰ সমান আক ক
ঘ, ক খ, খ ঘ তিনোটা সৰল বেখাৰ পৰম্পৰ সমান । সুতৰাং
ক খ ঘ এটা সমবাহু ত্ৰিভূজ ; আক তাক নিকপণকৈ
দিয়া ক খ সৰল বেখাৰ ওপৰত অঁকা হ'ল । অতএব এটা
নিকপিত সীমাবান সৰল বেখাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভূজ
ইতাদি ।

(ক) ক খ সৰল বেখাৰ আনফালে ক খ গ নামে ত্ৰিভূজ
আঁকিলে দ্বিতীয় বিধি আকৃতি হ'ব ।

(খ) প্ৰথম প্ৰতিজ্ঞাৰ সাহায্য লই ভূমিৰ দুগুণ ভুজে
সৈতে এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভূজ আঁকিব পাৰি ।

১ম প্ৰতিজ্ঞাত অঁকা ত্ৰিভূজটোৰ ক খ ভূমি ঘ আক চ
লৈ বঢ়াই দিয়া যেনে এই আকৃতিত আছে । এতিয়া ক চ
আক খ ঘ প্ৰত্যেকে ক খ ভূমিৰ দুগুণ হৈছে ।



ক, কেন্দ্র ধৰি ক চ ব্যাসার্দ্ধ লই চ ঝ বৃত্ত আঁকা
(৩ স্বী); খ কেন্দ্র কৰি খ ঘ ব্যাসার্দ্ধ লই ঘ ঝ জ বৃত্ত আঁকা;
হয়ে বৃত্ত ঝ বিন্দুত কটাকচি কৰিছে; ঝ, ক আৰু ঝ, খ
লগাই দিয়া।

এতিয়া ক খ ঝ এনে এটা সমদ্বিবাহু, ত্রিভুজ হ'ব যে,
তাৰ ক ঝ আৰু খ ঝ ভূজ প্রত্যেকে ক খ ভূমিব দুণ্ডুণ।

ক খ=ক ঝ (১৫ নং); ∴ ক চ=২ ক খ
(ক্রিয়া); ∴ ক ঝ=২ ক খ।

∴ খ ঘ=খ ঝ (১৫ সং); ∴ খ ঘ=২ ক খ
(ক্রিয়া); ∴ খ ঝ=২ ক খ

(গ) এইবিলাক সম্পাদ্ধ প্রতিজ্ঞা।

১, ২, ৩, ৯, ১০, ১১, ১২, ২২, ২৩, ৩১, ৪২, ৮৮, ৮৫, ৮৬।

୨ ପ୍ରତିଭା—ସମ୍ପାଦ୍ତ ।

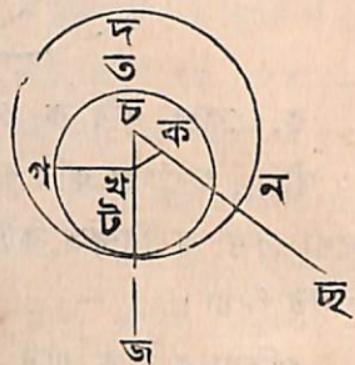
ଆକୃତି ୮ ବିଧ ।

ଏଟା ନିକପିତ ବିନ୍ଦୁର ପରା ଏଟା ନିକପିତ ସବଳ ବେଖାର ସମାନ କରି
ଏଟା ସବଳ ବେଖା ଟାନିବ ଲାଗିବ । କ, ଏଟା ନିକପିତ ବିନ୍ଦୁ, ଥ ଗ ଏଟା
ନିକପିତ ସବଳ ବେଖା । କ, ବିନ୍ଦୁର ପରା ଥ ଗ ସବଳ ବେଖାର ସମାନ କରି
ଏଟା ସବଳ ବେଖା ଟାନିବ ଲାଗିବ ।

କ ଆକ ଥ ସଂଲଗ୍ନ କରା

(୧ ସ୍ଵୀ) । କ ଥ ବେଖାର ଓପରତ
କ ଥ ଚ ନାମେ ଏଟା ସମବାହ୍ ତ୍ରିଭୁଜ
ମାଜା (୧ ଥି) । ଚକ ଆକ ଚ
ଥ ଭୁଜ ଛ ଆକ ଜ ଲୈ ବଢାଇ
ଦିଯା (୨ ସ୍ଵୀ) । ଥ, କେନ୍ଦ୍ର କରି
ଥ ଗ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଦି ଲାଇ ଗ ତ ଟ ନାମେ
ଏଟା ବୃତ୍ତ ଆକା (୩ ସ୍ଵୀ) । ଚ ଜ ବେଖା ଟ ବିନ୍ଦୁତ କଟା ଗଲ ;
ଆକୌ ଚ କେନ୍ଦ୍ର କରି, ଚ ଟ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଦି ଲାଇ ଟ ଦନ ନାମେ ଆକ
ଏଟା ବୃତ୍ତ ଆକା (୩ ସ୍ଵୀ) । ଚ ଛ ବେଖା ନ ବିନ୍ଦୁତ କଟା
ଗଲ । ଏତିଯା କ ନ ସବଳ ବେଖା ଥ ଗ ସବଳ ବେଖାର ସମାନ ହ'ବ ।

କାବଣ ଥ, ଗ ତ ଟ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ; ଏତେକେ ଥ ଗ ଆକ ଥ ଟ
ପରମ୍ପର ସମାନ (୧୫ ସଂ) । ଚ, ଟ ଦନ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର, ଏତେକେ
ଚ ଟ ଆକ ଚ ନ ପରମ୍ପର ସମାନ (୧୫ ସଂ) । ଆକ ତାହଁତର
ଅଂଶ ଚ କ ଆକ ଚ ଥ ସମାନ ଆଛେ (୨୪ ସଂ), ଏତେକେ ବାଁକାଈ
କ ନ ଆକ ଥ ଟ ସମାନ (୩ ସଂ) । କିନ୍ତୁ ପୂର୍ବେ ଦେଖୁରା ହେଛେ



ঘে, খ গ বেখা খ ট বেখাৰ সমান, স্তুতবাং ক ন আৰু খ গ
প্ৰত্যেকে খ ট বেখাৰ সমান। কিন্তু যি যি বস্তু প্ৰত্যেকে
কোনো এক বস্তুৰ সমান সিহঁত পৰম্পৰ সমান (১ স্ব),
স্তুতবাং ক ন বেখা খ গ বেখাৰ সমান। এতেকে ক
নিকপিত বিন্দুৰ পৰা খ গ নিকপিত বেখাৰ সমান কৰি
ক ন বেখা টনা হ'ল। অতএব এটা নিকপিত বিন্দুৰ পৰা
এটা নিকপিত সৰল বেখাৰ সমান কৰি ইত্যাদি।

(ক) চ ক আৰু চ খ ভুজ আগৈয়ে বঢ়াই নিদি পেলায়
গ ত ট বৃত্ত আঁকি এটালে, ট লৈ, চ খ আৰু ট দ ন বৃত্ত
আঁকি এটালে ন লৈ, চ ক বঢ়াই দি ক্ৰিয়া কৰিলেও হয়।

(খ) বাঁকী সাত বিধি আৰুতি অঙ্গিত কৰিব খুজিলে :

১ম। দিয়া বিন্দুটো দিয়া বেখাৰ যি মূৰে হওক
লগাই দিব।

২য়। দিয়া বিন্দুৰ পৰা দিয়া বেখাৰ এমূৰলৈ টনা সৰল
বেখাৰ তলে বা ওপৰে সমবাহু ত্ৰিভুজ আঁকিব।

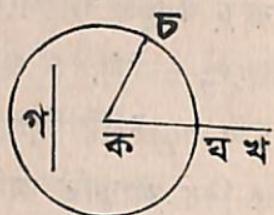
৩য়। ত্ৰিভুজৰ বাহু দুটা ওপৰৰ ফালেই হওক বা তলৰ
ফালেই হওক বঢ়াই দিয়া।

৩ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

আকৃতি ২ বিধি।

ছ'টা সৰল বেখা নিকপিত আছে, এটা ডাঙ্গৰ এটা সক। ডাঙ্গৰ-
টোৰ সকটোৰ সমান কৰি এক খণ্ড কাটিব লাগিব।

ক খ আৰু গ ছ'টা নিকপিত সৰল বেখা। ক খ বেখা, গ
বেখাতকৈ ডাঙ্গৰ; গ বেখাৰ সমান কৰি ক খ বেখাৰ এক খণ্ড
কাটিব লাগিব।



জ

গ বেখাৰ সমান কৰি ক বিন্দুৰ পৰা ক চ টানা (২ প্ৰ)
আৰু ক বিন্দু কেন্দ্ৰ কৰি ক চ ব্যাসাৰ্ক লই চ জ ঘ নামে
বৃত্ত অঙ্কিত কৰা (৩ স্বী) ক খ বেখা ঘ বিন্দুত কটা
গ'ল। এতিয়া ক ঘ, গ বেখাৰ সমান হ'ব।

কাৰণ ক, চ জ ঘ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ; এতেকে ক চ আৰু ক ঘ
পৰম্পৰাৰ সমান (১৫ সং)। কিন্তু ক চ, গ বেখাৰ সমান কৰি
টোনি লোৱা হৈছে, এতেকে ক ঘ আৰু গ প্ৰত্যেকে ক চ
বেখাৰ সমান; সুতৰাং ক ঘ আৰু গ পৰম্পৰাৰ সমান (১ স্ব)।
এতেকে ক খ ডাঙ্গৰ বেখাৰ পৰা গ সক বেখাৰ সমান কৰি
এক খণ্ড কটা হ'ল। অতএব ছ'টা সৰল বেখা ইত্যাদি।

(କ) ଏହି ପ୍ରତିଜ୍ଞାର ସାହାଯ୍ୟେବେ ଦୁଟା ନିର୍କପିତ ସରଲ ବେଖା ବେଖାର ଯୋଗ ଆକୁ ବିଯୋଗ ଫଳର ସମାନ ଏଟା ସରଲ ବେଖା ଟାନିବ ପାବି ।

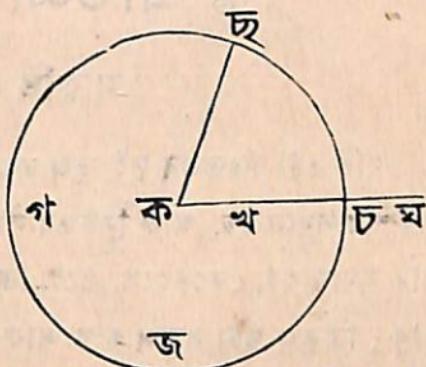
(୧ମ) କ ଖ, ଆକୁ ଗ ଦୁଟା ନିର୍କପିତ ସରଲ ବେଖା । ଦୁଇକେ ଯୋଗ କରିଲେ ଯିମାନ ଦୀଘଳ ହ'ବ, ସିମାନ ଦୀଘଳ ଏଟା ସରଲ ବେଖା ଟାନିବ ଲାଗିବ ।

କ ଖ, ସଲୈ ବଡ଼ାଇ
ଦି, ଗ ବେଖାର ସମାନ
କବି ଖ ଚ କାଟି ଲୋରା ।
କ କେନ୍ଦ୍ର କବି କ ଚ
ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଦ ଲହି ଚ ଜ ଛ
ଆଂକା (୩ ସ୍ଵୀ) କ, ଛ,
ସଂଲଗ୍ନ କରଁ । ∴ କଛ =

କଚ (୧୫ ସଂ) । କିନ୍ତୁ କଚ = କଥ + ଖଚ, ବା ଖଗ + ଗ ;
∴ କଛ = କଥ + ଗ ।

୨ୟ । କଘ ଆକୁ ଗ ଜାନିବା ନିର୍କପିତ ସରଲ ବେଖା । କଘ
ଆକୁ ଗ ଦୁଇବୋ ମାଜତ ବାଦ କାଟିଲେ ଯିମାନ ବାକୀ ଥାକେ,
ସିମାନ ଦୀଘଳ ଏଟା ସରଲ ବେଖା ଟାନିବ ଲାଗେ ।

କଘ ଜାନିବା ଗ ବେଖାତକେ ଡାଙ୍କର । ଗ ବେଖାର ସମାନ କବି
ଚଘ କାଟି ଲୋରା । କ, କେନ୍ଦ୍ର କବି କ ଚ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଦ ଲହି ଚଜଛ
ବୃତ୍ତ ଆଂକା ; (୩ ସ୍ଵୀ) କ ଛ ସଂଲଗ୍ନ କରଁ ।



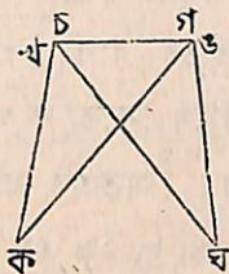
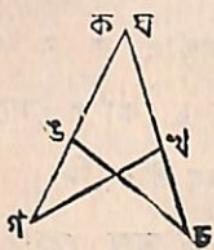
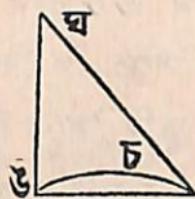
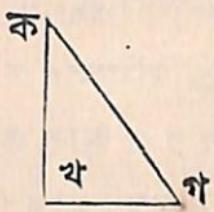
କହ—କଚ (୧୫ ସଂ) କିନ୍ତୁ କଚ—କଘ—ଘଚ ବା କଘ—ଗ ;
 ∴ କହ—କଘ—ଗ ।

୪ ପ୍ରତିଜ୍ଞା—ଉପପାଦ୍ର ।

ଆକୃତି ନାନାବିଧ ।

ଯଦି ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ଭୁଜ କ୍ରମେ ଆନ ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ଭୁଜେସିତେ ପରମ୍ପର ନମାନ ହୟ, ଆକ ସିଇତିବ ସମାନ ସମାନ ଭୁଜର ମଧ୍ୟବତୀ କୋଣଓ ସମାନ ହୟ, ତେନେହଲେ, ଦୁଇଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି ଅର୍ଥାଏ ତୃତୀୟ ଭୁଜ ସମାନ ହ'ବ ; ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଟା ସମାନ ହ'ବ ଆକ ସମାନ ସମାନ ଭୁଜର ସମ୍ମୁଖର ବାଁକୀ କୋଣବୋବେ ପରମ୍ପର ସମାନ ହ'ବ ।

କ ଖ ଗ ଆକ ସ ଉ ଚ ଦୁଟା ତ୍ରିଭୁଜ । କ ଖ ଗ ତ୍ରିଭୁଜର କ ଖ ଆକ କ ଗ ଭୁଜ, ସ ଉ ଚ ତ୍ରିଭୁଜର ସ ଉ ଆକ ସ ଚ ଭୁଜେସିତେ କ୍ରମେ ଅର୍ଥାଏ କ ଖ ଭୁଜ, ସ ଉ ଭୁଜେସିତେ କ ଗ ଭୁଜ ସ ଚ ଭୁଜେସିତେ ସମାନ ; ଆକ ଖ କ ଗ କୋଣ ଉ ସ ଚ କୋଣର ସମାନ । ଏତିଯା ଖ ଗ ଭୂମି ଉ ଚ ଭୂମିର ଆକ କ ଖ ଗ ତ୍ରିଭୁଜ, ସ ଉ ଚ ତ୍ରିଭୁଜର ସମାନ ହ'ବ ; ଆକ ସମାନ ସମାନ ଭୁଜର ସମ୍ମୁଖର ବାଁକୀ କ ଖ ଗ କୋଣ ସ ଉ ଚ କୋଣେ ସିତେ କ ଗ ଖ କୋଣ ସ ଚ ଉ କୋଣେ ସିତେ ସମାନ ହ'ବ ।



কাবণ, যদি ক খ গ ত্রিভুজ ঘ ও চ ত্রিভুজের ওপরত
 এনেদৰে বখা যায়, যেন ক বিন্দু ঘ বিন্দু সৈতে আৰু ক খ
 ভুজ ঘ ও চ ভুজে সৈতে মিলি পৰে, তেন্তে খ বিন্দু ও বিন্দু
 সৈতে মিলিব। কিয়নো ক খ ভুজ ঘ ও ভুজের সমান (কল্পনা)।
 ক খ ভুজ ঘ ও ভুজে সৈতে মিলিলে ক গ ভুজ ঘ চ ভুজের
 ওপৰত পৰিব। কিয়নো খ ক গ কোণ ও ঘ চ কোণের
 সমান (কল্পনা); আৰু গ বিন্দু ও চ বিন্দু সৈতে মিল হ'ব,
 যে হেতুক ক গ ভুজ ঘ চ ভুজের সমান (কল্পনা)। খ বিন্দু
 ও বিন্দু সৈতে মিলিব বুলি আগৈয়ে দেখুৱা হৈছে; এতেকে

খ গ ভূমি ও চ ভূমি সৈতে মিল হ'ব। কিয়নো খ বিন্দু
ও বিন্দু সৈতে, গ বিন্দু চ বিন্দু সৈতে মিলিলেও খ গ ভূমি
যদি ও চ ভূমি সৈতে নিমিলে, তেনেহলে খ গ আক ও চ দুয়ো
বেখাই এখন ঠাই আগ্রহিব। কিন্তু এমে সম্ভব নহয় (১০ স্ব),
স্থতবাং খ গ ভূমি ও চ ভূমি সৈতে মিলিবই মিলিব, আক
সমান হ'ব (স্ব ৮), আক ক খ গ গোটেই ত্রিভুজটো ঘ ও চ
গোটেই ত্রিভুজে সৈতে মিলি যাব আক সমান হ'ব। তাত
বাজে সিঁতব বাঁকী কোণবিলাকও অর্থাৎ ক খ গ কোণ
ঘ ও চ কোণে সৈতে, ক গ খ কোণ ঘ চ ও কোণে সৈতে মিলি
সমান হ'ব। অতএব, যদি এটা ত্রিভুজব ইত্যাদি।

(ক) ৪, ৮, ২৬ এই তিনি প্রতিজ্ঞাই ভুজ কোণ, কালি
তিনো পদে ত্রিভুজব সমানতা প্রমাণ করে। তাত বাজে
আন যি যি প্রতিজ্ঞাত ত্রিভুজব সমানতাব বিষয় উল্লেখ
আছে; সিহতে ত্রিভুজব কালিৰ সমানতা মাথোন প্রমাণ
করে।

(খ) এইবিলাক উপপাদ্য প্রতিজ্ঞা।

৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ১৩, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২০, ২১,
২৪, ২৫, ২৬, ২৭, ২৮, ২৯, ৩০, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৫, ৩৬, ৩৭,
৩৮, ৩৯, ৪০, ৪১, ৪৩, ৪৭, ৪৮।

৫ প্রতিজ্ঞা—উপপাত্তি ।

আকৃতি নানাবিধি ।

সমদ্বিবাহ ত্রিভুজ ভূমির সংলগ্ন কোণ দুটা পরস্পর সমান ; আকৃতি সমান ভুজ দুটা বঢ়ালে ভূমির আনফালে সংলগ্ন কোণবিন্যাকও সমান হ'ব ।

ক খ গ এটা সমদ্বিবাহ ত্রিভুজ । তার ক খ আকৃতি গ ভুজ পরস্পর সমান ; এই সমান ভুজ দুটা চ আকৃতি ছ বিন্দুলৈ বঢ়ারা যাওক । এতিয়া ক খ গ কোণ ক গ খ কোণ আকৃতি গ খ চ কোণ খ গ ছ কোণ সমান হ'ব ।

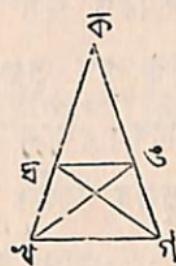
ক চ বেখাব মাজত জ নামে
 এটা বিন্দু লই ক ছ বেখাব পৰা
 ক জ বেখাব সমান কবি ক ট
 কাটি লোরা (৩ প্র) গ, জ আকৃ
 খ, ট লগাই দিয়া (১ স্বী)
 এতিয়া, — জ বেখা ক ট বেখাব
 সমান (ক্রয়া); আকৃতি খ
 বেখা ক গ বেখাব সমান (কলনা); এতেকে ক জ গ
 ত্রিভুজৰ ক জ আকৃতি ক গ ভুজ ক্রমে ক ট খ ত্রিভুজৰ ক ট
 আকৃতি ক খ ভুজে সৈতে সমান আকৃতি এই সমান সমান
 ভুজৰ মধ্যবর্তী জ ক ট কোণটো দুইবো ত্রিভুজৰ সামান্য
 কোণ; অর্থাৎ সেই একে কোণেই দুয়ো ত্রিভুজৰ সমান



সমান ভুজৰ মাজত আছে; এতেকে সিহতব গ জ আৰ
 খ ট ভূমি দুটা সমান, (৪ প্র)। ক জ গ আৰ ক ট খ
 ত্ৰিভুজ দুটাও সমান ; আৰ সমান সমান ভুজৰ সমুখৰ বাঁকী
 কোণবোৰ অৰ্থাৎ ক গ জ কোণ ক খ ট কোণৰ ক জ গ
 কোণ ক ট খ কোণৰ সমান। আকো গোটেই ক জ বেখাটো
 গোটেই ক ট বেখাৰ সমান। আৰ সিহতব অংশ ক খ
 আৰ ক গ পৰম্পৰ সমান আছে ; সুতৰাং বাঁকী খ জ আৰ
 গ ট সমান (৩ স্ব)। গ জ বেখা খ ট বেখাৰ সমান বুলি
 পূৰ্বে প্ৰমাণ কৰা হৈছে ; এই কাৰণে খ জ গ ত্ৰিভুজৰ খ জ
 আৰ জ গ ভুজ গ ট খ ত্ৰিভুজৰ গ ট আৰ ট খ ভুজ পৰম্পৰ
 সমান ; আৰ সিহতব মধ্যবন্তী খ জ গ ত্ৰিভুজ গ ট খ ত্ৰিভুজৰ
 সমান ; আৰ সিহতব সমান সমান ভুজৰ সমুখৰ কোণ-
 বিলাকও, অৰ্থাৎ জ খ গ কোণ ট খ গ কোণৰ আৰ জ গ খ
 কোণ ট খ গ কোণৰ সমান (৪ প্র)। পূৰ্বে প্ৰমাণ হৈছে
 যে, ক খ ট গোটেই কোণটো ক গ জ গোটেই কোণটোৰ
 সমান, এতিয়া, আকো সিহতব অংশ গ খ ট, খ গ জ কোণ
 দুটা সমান বুলি দেখুৱা গ'ল, এতেকে এই অংশ দুটা, গোটেই
 কোণ দুটাৰ পৰা বাদ কাটিলে বাঁকী ক খ গ আৰ ক গ খ
 কোণ সমান থাকে, আৰ এই দুটাই ভূমিত সংলগ্ন কোণ।
 জ খ গ কোণ ট গ খ কোণৰ সমান যে তাক আগৈয়ে দেখুৱা
 হৈছে ; আৰ সিহতব ভূমিৰ আন ফালে সংলগ্ন কোণ।
 অতএব সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

এই প্রতিজ্ঞার প্রথম অংশ অর্থাৎ ভূমিত সংলগ্ন কোণ
সমান যে তাক আৰু দুই মতে প্ৰমাণ কৰা যায়।

১ম। সমান ভূজ দুটা বঢ়াই নিৰ্দিয়াকৈ ক খ বেখাৰ
মাজত ঘ বিন্দু লই ক ঘ
বেখাৰ সমান কৰি ক উ
কাটি লোৱা (৩ প্ৰ)।
ঘ আৰু উ, উ আৰু খ, ঘ
আৰু গ সংলগ্ন কৰা।



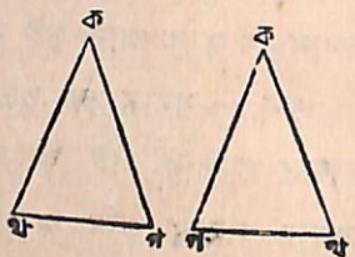
$\therefore \text{কখ} = \text{কগ}$ (কল্পনা), $\text{কঘ} = \text{কউ}$ (ক্ৰিয়া) $\therefore \text{কখ} +$
 $\text{কউ} = \text{কগ} + \text{কঘ}$; খকগ কোণ হয়ে ত্ৰিভুজৰ সামান্য;
 $\therefore \text{খউ} = \text{গঘ}$ $\therefore \triangle \text{কখউ} = \triangle \text{কগঘ}$ \therefore বাঁকী কখউ কোণ =
 কগঘ কোণ (৪ প্ৰ)। আকো ঘঙখ আৰু উঘগ ত্ৰিভুজৰ
 ঘখ = উগ, খউ = গঘ \therefore ঘখ + খউ = উগ + গঘ; \therefore ঘখউ
 কোণ = উগঘ কোণ; $\therefore \triangle \text{ঘঙখ} = \triangle \text{উঘগ}$; \therefore বাঁকী উঘখ
 কোণ = ঘঙগ কোণ; আৰু বাঁকী ঘঙখ কোণ = উঘগ কোণ
 (৪ প্ৰ); \therefore আৰু উঘগ এই সমান কোণ দুটা গোটেই উঘখ
 আৰু ঘঙগ কোণৰ পৰা বাদ দিলে বাঁকী খঘগ কোণ = গঘখ
 কোণ; আকো খঘগ আৰু গঘখ ত্ৰিভুজৰ খঘ = উগ, খউ = গঘ
 + খঘ + ঘঘ = গঘ + খখ, আৰু খঘগ কোণ = গঘখ কোণ,
 $\therefore \triangle \text{ঘঘখ} = \triangle \text{উখগ}$ \therefore বাঁকী ঘঘগ বা কখগ কোণ =
 উগখ বা কখগ কোণ (৪ প্ৰ)।

২য়। ওপৰত বাখি পেলায়।

ভাব কৰা কথগ সমন্বিত ত্রিভুজটো যি ঠাইত আছে তাৰ
পৰা জানিবা তুলি ল'লা ; এতিয়া
এনেদৰে আকো সেই ঠাইত বাখা ;
যেনে কথ ভুজ ঠিক কগ ভুজ থকা
ঠাইত পৰে আৰু কগ ভুজ ঠিক কথ
থকা ঠাইত পৰে ; যেনে লগৰ আকৃতিটোত দেখুৱা আছে।
কথ ভুজ কগ ভুজৰ ঠাইত পৰিলে খ বিন্দু গ বিন্দু থকা ঠাইত
পৰি মিলি যাব ; কাৰণ সমন্বিত ত্রিভুজৰ দুই ভুজ সমান।
সেই লেখিয়া কথ ভুজ কথ ভুজৰ ঠাইত পৰিলে গ বিন্দু খ
বিন্দুৰ ঠাইত পৰি মিল হ'ব। আৰু সেই কাৰণে খগ ভূমি
গখ ভূমিৰ ঠাইত মিল হৈ পৰিব। কিয়নো, খগ ভূমি
গখ ভূমিৰ লগত মিলি নপৰিলে, অৱশ্য বেঁকাই পৰিব
আৰু সিহত হয়ো অখন ঠাই আগুবিব ; কিন্তু দুটা
সৰল বেখাই এখন ঠাই আগুবিব নোৱাৰে, (১০ স্ব) ;
এতেকে খগ ভূমি গখ ভূমি ঠাইত পৰি মিলি যাব, আৰু
সিহত মিলি গ'লে কথগ কোণ কগখ কোণে সৈতে আৰু
কগখ কোণ কথগ কোণে সৈতে মিলিব, আৰু মিলি
সমান হ'ব।

অরূমান। সমন্বিত ত্রিভুজ সমান কোণি অৰ্থাৎ যি
ত্রিভুজৰ তিনি ভুজ সমান তাৰ তিনো কোণ সমান।

∴ কথ=কগ, ∴ কথগ কোণ=কগখ কোণ (৫ প্র) ;
∴ কথ=খগ ∴ খগ কোণ=খগক কোণ সেই মতে কগ=



গথ, . . . গকথ কোণ=কথগ কোণ স্বতৰাং তিনো কোণ
পৰম্পৰ সমান।

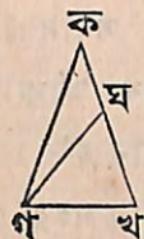
৬ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি দুই বিধ।

কোনো ত্রিভুজৰ দুটা কোণ সমান হ'লে সেই সমান কোণ দুটাৰ
সমুথৰ ভূজ দুটাও সমান হ'ব।

কথগ এটা ত্রিভুজ। তাৰ কথগ কোণ কগথ কোণৰ
সমান; এতেকে কথ ভূজ কগ ভূজৰ সমান হ'ব।

কাৰণ, যদি সিহত সমান নহয়
বুলি কোৱা তেন্তে দুইবো মাজত
এটা ডাঙৰ হ'ব। যদি এনে সন্তুষ্ট,
কথ ভূজ জানিবা কগ ভূজতকৈ



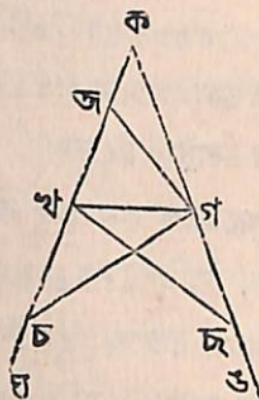
ডাঙৰ অংশ ভূজৰ পৰা কগ ভূজৰ সমান কৰি ঘথ কাটি লোৱা
(৩ শ্ৰেণী) ; এ আৰু গ লগাই দিয়া।

এতিয়া, কথগ আৰু ঘথগ ত্রিভুজ দুটাৰ কগ ভূজ ঘথ
ভূজৰ সমান (ক্ৰিয়া)। খগ দুয়ো ত্রিভুজৰ সামান্য ভূজ,
এতেকে ঘথ আৰু খগ ভূজ কগ আৰু গথ ভূজে সৈতে সমান;
ঘথগ কোণ কগথ কোণৰ সমান (কল্পনা) ; স্বতৰাং কথ ভূজ
ঘগ ভূমিৰ সমান (৪ প্র)। আৰু কথগ ত্রিভুজ ঘথগ ত্রিভুজৰ

সমান। কিন্তু ঘথগ ত্রিভুজটো কখগ ত্রিভুজৰ এক অংশহে আৰু অংশ গোটেইটো বস্তুৰ সমান হ'ব নোৱাৰে (৯ স্ব); এতেকে কখ ভুজ কগ ভুজৰ অসমান নহয় অর্থাৎ সমান। অতএব, কোনো ত্রিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) যেতিয়া ভুজ ছটা বঢ়াই দিলে ভূমিৰ আন ফালে সংলগ্ন কোণ সমান হয়, তেতিয়াও ত্রিভুজৰ ছই ভুজ সমান হ'ব।

কখগ ত্রিভুজৰ কখ
ভুজ, ঘলৈ, কগ ভুজ
ওলৈ বঢ়াই দিয়া।
গথগ কোণ খগঙ
কোণৰ সমান।
এতেকে, কখ আৰু
কগ ভুজ সমান হ'ব।



যদি সমান নহয়, তেন্তে এটা ডাঙৰ হ'ব। কখ, জানিবা,
কগ ভুজতকৈ ডাঙৰ। জখ বেখা কগ বেখাৰ সমান কৰি
লই জ আৰু গ লগাই দিয়া। খয় বেখাৰ মাজত চ বিন্দু
লই পেলায় খচ বেখাৰ সমান কৰি গছ কাটি লোৱা (৩ প্র)
খ, ছ আৰু গ, চ লগাই দিয়া।

এতিয়া $\text{খচ} = \text{গছ}$ (ক্ৰিয়া)। খগ, খগচ আৰু গথছ
ত্রিভুজৰ সামান্য ভুজ $\therefore \text{খচ} + \text{খগ} = \text{গছ} + \text{খগ}, \therefore \triangle \text{খগছ} =$
 $\triangle \text{খগখ কোণ (কল্পনা), } \text{চগ} + \text{খছ} \text{ (৪ প্র)} \therefore \triangle \text{খগছ} =$

△ গথছ ; বাঁকী খচগ কোণ, = গছখ কোণ, আকৌ জখ + খচ
 অর্থাৎ জচ=কগ+গছ অর্থাৎ কচ, চগ=খছ, ∴ জচ+চগ
 = কছ+ছখ, জচগ কোণ=কছখ কোণ, ∴ ভূমি জগ=ভূমি কথ,
 ∴ △ জচগ = △ কছখ (৪) ; এতিয়া জচগ ত্রিভুজৰ পৰা খগচ, আৰু কছখ ত্রিভুজৰ পৰা গথছ এই
 সমান সমান বস্তু বাদ দিয়া। বাদ দিলে বাঁকী △ জথগ
 = △ কথগ। কিন্তু জথগ ত্রিভুজ কথগ ত্রিভুজৰ এক অংশ।
 আৰু অংশ গোটেইটো বস্তুৰ সমান হোৱা অসম্ভব (৯ ষ্ট)।
 এতেকে কথ ভূজ কগ ভূজৰ অসমান নহয় অর্থাৎ সমান।

অনুমান। সমান কোণি ত্রিভুজ সমবাহুক অর্থাৎ যি
 ত্রিভুজৰ তিনি কোণ সমান তাৰ তিনো ভূজ সমান।

যেহেতুক, কথগ কোণ=কগখ কোণ ∴ কথ=কগ,
 ∴ কথগ কোণ=খকগ কোণ ∴ কগ=খগ, ∴ কগখ কোণ
 = খকগ কোণ .. খক=খগ ; প্ৰত্যেকে তিনো ভূজ পৰম্পৰ
 সমান।

(খ) ৬ প্ৰতিজ্ঞা বক্ৰ বা ব্যতিৰেকী প্ৰমাণৰ প্ৰথম
 দৃষ্টান্ত : -ই বিলাক প্ৰতিজ্ঞাৰ প্ৰমাণ বক্ৰ। ৬, ৮, ১৪,
 ১৯, ২৫, ২৯, ৩৯, ৪৯।

(গ) ৬ প্ৰতিজ্ঞাটো ৫ প্ৰতিজ্ঞাৰ বিপৰীত অর্থাৎ
 ওভোটা। উপপাদ্য প্ৰতিজ্ঞাৰ হে বিপৰীত প্ৰতিজ্ঞা আছে।

এইবোৰ বিপৰীত প্ৰতিজ্ঞা।

৪ প্ৰতিজ্ঞাৰ বিপৰীত ৮

৫ প্রতিজ্ঞাব বিপরীত ৬

১৩	"	"	১৪
১২	স্বতঃসিদ্ধব	"	১৭
১৫	প্রতিজ্ঞাব	"	দিয়ানাই
১৮	"	"	১৯
২৪	"	"	২৫
২৭	প্রতিজ্ঞাব বিপরীত	২৯	
২৮	"	"	২৯
৩৪	"	"	দিয়ানাই
৩৭	"	"	৩৯
৩৮	"	"	৪০
৪	"	"	দিয়ানাই
৪৭	"	"	৪৮

৭ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

প্রমাণ তিনি বিধি ।

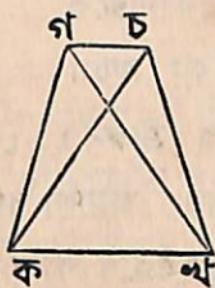
একে ভূমির ওপরত একে ফালে এনে দুই ত্রিভুজ হ'ব নোরাবে,
যাব ভূমির এমূলে সংলগ্ন ভূজ দুটা পরম্পর সমান আৰু ভূমিৰ আন
মূলে সংলগ্ন ভূজ দুটাও পরম্পর সমান ।

যদি কোৱা হ'ব পাবে তেন্তে, কথ একে ভূমিৰ ওপরত
একে ফালে কখণ আৰু কখচ নামে এনেকুৱা দুটা ত্রিভুজ হওক,

যাৰ কথ ভূমিৰ ক মূৰে সংলগ্ন কগ, আৰু কচ ভূজ যেন পৰম্পৰ
সমান আৰু খ মূৰে সংলগ্ন খগ, খচ ভূজ দৃটাৰ পৰম্পৰ সমান !
গ আৰু চ সংলগ্ন কৰা ।

১ম প্ৰমাণ । যেতিয়া দুয়ো ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ অৰ্থাৎ মূৰ
কোণ, দুইবো বাহিৰে পৰে । যেনে এই আকৃতিত আছে ।

কগচ এটা ত্ৰিভুজ । তাৰ কগ আৰু কচ ভূজ পৰম্পৰ



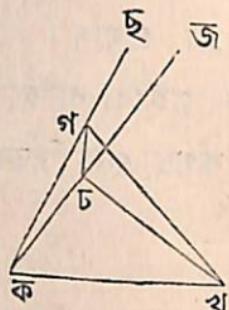
সমান (কল্পনা) । এতেকে কগচ কোণ কচগ কোণৰ সমান
(৫ প্ৰ) । কিন্তু কগচ কোণ খগচ কোণতকৈ ডাঙৰ (৯ ষ্ট) ।
সুতৰাং কচগ কোণও খগচ কোণতকৈ ডাঙৰ ; তেন্তে খচগ
কোণ খগচ কোণতকৈ অতি ডাঙৰ । আকৈ খগচ এটা ত্ৰিভুজ,
তাৰ কগ আৰু খচ ভূজ পৰম্পৰ সমান (কল্পনা) সুতৰাং
খগচ কোণ খচগ কোণৰ সমান (৫ প্ৰ) । কি খচগ কোণ
খগচ কোণতকৈ ডাঙৰ বুলি ওপৰত প্ৰমাণ কৰা হৈছে ;
এতেকে কচগ কোণ খগচ কোণতকৈ ডাঙৰো আৰু তাৰ
সমানো এনে অসম্ভৱ । অতএব একে ভূমিৰ ওপৰত ইত্যাদি ।

২য় প্ৰমাণ । যেতিয়া এটা, ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ কোণ আনটোৰ
ভিতৰত পৰে, যেনে এই আকৃতিত আছে ।

କଚ ଆକ କଗ ଭୁଜ ଜ ଆକ ଛ ବିନ୍ଦୁଲେ ବଢାଇ ଦି, ଚ ଆକ ଗ ସଂଲଗ୍ନ କବା ।

ଏତିଯା, କଚ ଆକ କଗ ଭୁଜ ପରମ୍ପର ସମାନ । (କଳନା)

ଏତେକେ, ଗଚ ଭୂମିର ଆନ ଫାଲେ
ସଂଲଗ୍ନ ଛଗଚ ଆକ ଜଚଗ କୋଣ
ପରମ୍ପର ସମାନ (୫ ପ୍ର) କିନ୍ତୁ
ଛଗଚ କୋଣ ଖଗଚ କୋଣତକେ
ଡାଙ୍ଗର (୯ ସ୍ଵ) ସ୍ଵତବାଂ ଜଚଗ



କୋଣ ଓ ଖଗଚ କୋଣତକେ ଡାଙ୍ଗର । ତେଣେ ଖଚଗ କୋଣ ଖଗଚ
କୋଣତକେ ଅତି ଡାଙ୍ଗର । ଆକୋ ଖଗ ଭୁଜ ଖଚ ଭୁଜର ସମାନ
(କଳନା) ଅତଏବ, ଖଚଗ କୋଣ ଖଗଚ କୋଣର ସମାନ (୫ ପ୍ର) ।
କିନ୍ତୁ ଖଚଗ ଖଗଚ କୋଣତକେ ଡାଙ୍ଗର ବୁଲି ପୂର୍ବେ ପ୍ରମାଣ ହୈଛେ,
ଏତେକେ ଖଚଗ କୋଣ ଖଗଚ କୋଣତକେ ଏବେଲି ଡାଙ୍ଗର, ଏବେଲି
ତାର ସମାନ ଏନେ କେତିଯାଓ ହ'ବ ନୋରାବେ । ଅତଏବ ଏକେ
ଭୂମିର ଓପରତ ଇତ୍ୟାଦି ।

୩ୟ ପ୍ରମାଣ । ଯେତିଯା ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷ କୋଣ ଆନଟୋ
ତ୍ରିଭୁଜର ଭୁଜତ ପରେ । ଇଯାତ ସ୍ପଷ୍ଟ ଦେଖା ଯାଯ ଯେ, କଥଚ
ତ୍ରିଭୁଜର କଚ ଭୁଜ କଥଗ ତ୍ରିଭୁଜର କଗ ଭୁଜର ଏକ ଅଂଶତେ ।
ସ୍ଵତବାଂ କଚ ଭୁଜ କଗ ଭୁଜେତେ ସମାନ ହୋରା ଅତି ଅସ୍ତ୍ରର
କଥା (୯ ସ୍ଵ) । ଅତଏବ ଏକେ ଭୂମିର ଓପରତ ଇତ୍ୟାଦି ।

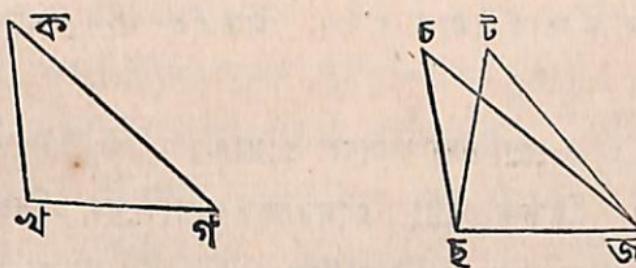
(କ) ୭ ପ୍ରତିଜ୍ଞାବ ବ୍ୟରହାବ ୮ ପ୍ରତିଜ୍ଞାବ ବାଜେ ଆନ
କିତୋ ଦେଖା ନେଯାଯ ।

৮ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

আকৃতি নানাবিধ ।

যদি এটা ত্রিভুজের ছয়ই ভুজ ক্রমে আন এটা ত্রিভুজের ছয়ই ভুজেসৈতে সমান হয়, আর সিহতব ভূমিও যদি সমান হয়, তেন্তে সেই ছয়ই ত্রিভুজের সমান সমান ভুজের মধ্যবর্তী কোণও সমান হব ।

কথগ আর চছজ দুটা ত্রিভুজ । সিহতব কথ আর কগ ভুজ ক্রমে চছ আর চজ ভুজেসৈতে অর্থাৎ কথ ভুজ চছ ভুজে



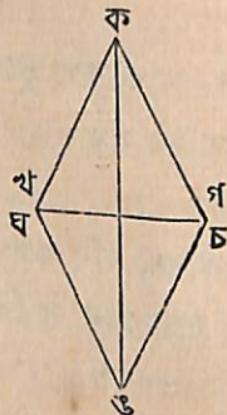
সৈতে \therefore ক কগ ভুজ চজ ভুজে সৈতে সমান ; আর খগ ভূমি ছজ ভূমির সমান । এতিয়া খকগ কোণ ছচজ কোণের সমান হ'ব ।

কাবণ, যদি কথগ ত্রিভুজ ছচজ ত্রিভুজের ওপরত এনেদেবে বাখা যায় যেন, খ বিন্দু ছ বিন্দুর ওপরত আর খগ বেখা ছজ বেখাৰ ওপৰত পৰে তেনেহলে গ বিন্দু জ বিন্দুসৈতে মিলিব ।
কাবণ, খগ ভূমি ছজ ভূমির সমান (কল্পনা) ; খগ ভূমি ছজ

ভূমি সৈতে মিলিলে কখ আৰু কগ ভূজ ক্রমে চছ আৰু চজ ভূজে সৈতে মিলিলি যাব। কিয়নো খগ ভূমি ছজ ভূমি সৈতে মিলিলে, কখ আৰু কগ ভূজ চছ আৰু চজ ভূজে সৈতে নিমিলি যদি, টছ আৰু টজ যি ভাজে আছে সেই ভাজে পৰে; তেন্তে একে ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে এনে ঢটা ত্ৰিভূজ হ'ব, যাব ভূমিৰ এমূৰে সংলগ্ন ভূজ ঢটা পৰম্পৰ সমান আৰু ভূমিৰ আন মূৰে সংলগ্ন ভূজ ঢটা পৰম্পৰ সমান। কিন্তু তেনে হব নোৱাৰে (৭ প্র)। এতেকে, খগ ভূমি ছজ ভূমি সৈতে মিলিলে কখ আৰু কগ ভূজ চছ আৰু চজ ভূজে সৈতে অৱশ্যই মিলিব। সুতৰাং খকগ কোণও ছচজ কোণে সৈতে মিলিব আৰু তাৰ সমান হ'ব। অতএব যদি এটা ত্ৰিভূজৰ ইত্যাদি ।

(ক) ৮ প্ৰতিভাৰ সৰল প্ৰমাণ ।

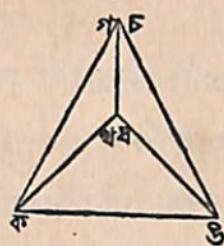
১ম। ত্ৰিভূজ ঢটা এনেদৰে বাখা যেন সিহতৰ ভূমি মিলি যায়। আৰু এটাৰ শীৰ্ষ কোণ ভূমিৰ ওপৰ ফালে আৰু আনটোৰ শীৰ্ষ কোণ তাৰ তলফালে পৰে; আৰু সমান সমান ভূজ একেহাতে থাকে; যেনে এই আকৃতিত আছে। ক আৰু উলগাই দিয়া ।



\therefore কখ = ঘঙ বা খঙ \therefore খকঙ কোণ = খঙক কোণ (৫ প্র)

আকৌ কগ = চঙ বা গঙ ; ∴ গকঙ কোণ = গঙক কোণ
(৫ প্র) ; ∴ খকগ কোণ = খঙগ কোণ (২ স্ব) ।

২য় । ত্রিভুজ দুটা এনেদিবে বাখা,
যেন সিহতব ভূমি মিলি যায় ; মূৰ
কোণ দুটা তললৈ নামি সমান
সমান ভুজ একে বিন্দুৰ পৰা ওলমি
থাকে । যেনে এই আকৃতিত আছে ।
ক আক ও লগাই দিয়া ।



∴ কগ = চঙ বা গঙ ; ∴ গকঙ কোণ = গঙক কোণ
(৫ প্র) আকৌ কখ = ঘঙ বা খঙ ; ∴ খকঙ কোণ = খঙক
কোণ (৫ প্র) । এতেকে গকঙ কোণ - খকঙ কোণ = ।
কোণ - খঙক কোণ, অর্থাৎ গকখ কোণ = চঙখ কোণ ।

৩য় । ত্রিভুজ দুটা এনেকুৱাকৈ পৰম্পৰ
লগাই বাখা যেন সিহতব ভূমি মিল থায়
আক মূৰ কোণ ভূমিৰ ওপৰে আক তলে
পৰে আন সমান সমান ভুজ ভূমিৰ একে মূৰে
থাকে যেনে এই আকৃতিত আছে ।



∴ কখ = ঘঙ বা খঙ ; ∴ খকঙ কোণ = খঙক কোণ
(৫ প্র) ।

৯ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধ।

এটা নিকপিত সবল বৈধিক কোণ কাটি সমানে দুই খণ্ড
কবিব লাগিব।

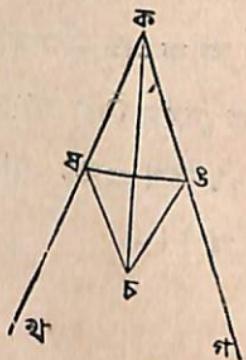
~~খকগ~~ এটা সবল বৈধিক কোণ। ইয়াক কাটি সমানে
দুই খণ্ড কবিব লাগিব।

কথ সবল বেখাত, ঘ নামে এটা বিন্দু লই, কঘ সবল
বেখাব সমান কবি কথ কাটি লোরা (৩ প্র)। ঘ আক উ^১
লগাই দিয়া। ঘঙ্গ সবল বেখাব যি ফাল, ক বিন্দুৰ পৰা দূৰৈ,
সেই ফালে ঘঙ্গ সবল বেখাব ওপৰত, ঘচঙ্গ নামে এটা সমবাহু
ত্রিভুজ অঙ্কিত কৰা। (১ম প্র) ক আক চ লগাই দিয়া।

এতিয়া, কচ সবল বেখাব দ্বাৰাই খকগ কোণটো সমানে
দুই খণ্ড হ'ব। কাৰণ, কঘচ আক কঙ্চ ত্রিভুজ দুটাৰ কঘ
আক কঙ্চ ভুজ সমান (ক্ৰিয়া)।

কচ দুয়ো ত্রিভুজৰ সামান্য ভুজ ;
কঘ আক কচ ভুজ, ক্ৰমে কঙ্চ
আক কচ ভুজে সৈতে সমান,
আক ঘচ ভূমি ও ভূমিৰ সমান
আছে। (২৪ সং)। এতেকে

ঘকচ কোণ ও কচ কোণৰ সমান (৮ প্র)। অতএব, খকগ



সবল বৈধিক কোণটোক, সমানে হই খণ্ড করি কটা হ'ল।
অতএব, এটা নিষ্পিত সবল বৈধিক কোণ ইত্যাদি।

(ক) “ঘঙ্গ সবল বেখাব যি ফাল ক বিন্দুৰ পৰা দূৰৈ,
সেই ফালে” এই কথা কই লোৱাৰ তাৎপৰ্য্য যে, ঘচঙ্গ ত্ৰিভুজ,
দিয়া কোণটো থকা ফালে অঙ্কিত কৰিলে, ত্ৰিভুজটোৰ মূৰ,
কোণটোৰ মূৰে সৈতে মিল থাব পাৰে আৰু মিল থালে সেই
ক্ৰিয়া দ্বাৰাই প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ নহ’ব। ৪১৩৪/অ:

(খ) যদি ঘচঙ্গ ত্ৰিভুজ, দিয়া কোণ থকা ফালে অঙ্কিত
কৰা যায় আৰু অঙ্কিত কৰিলে সিহতৰ মূৰ ছুটা যদি মিলি
নেয়ায় ; তেন্তে ত্ৰিভুজটো সেই ফালে অঙ্কিত কৰি প্ৰমাণ
~~৪১৩৭/ভ:~~

(গ) ৯ প্ৰতিজ্ঞাৰ সাহায্যেৰে, সবল বৈধিক কোণক
৪, ৮, ১৬, ৩২, এই লেখিয়া সমান খণ্ড কৰিব পাৰা যায়।

খকগ সবল বৈধিক কোণটো সমান চাৰি খণ্ড কৰি কাটিব
লাগিলে প্ৰথমে, তাক কচ সবল বেখাৰে খকচ আৰু গকচ, এই
হই সময়ে— খণ্ড কৰা। কচ সবল বেখাৰ মাজত ট বিন্দু লই,
কট, সবল বেখাৰ সমান কৰি কঘ আৰু কঙ কাটি লোৱা।
(৩ প্র)। ট, ঘ আৰু ট, উ লগাই দিয়া, আৰু টঘ, টঙ সবল
বেখাৰ ওপৰত, ক্ৰমে টছঘ আৰু টজঙ নামে সমবাহু ত্ৰিভুজ
অঙ্কিত কৰা (১ প্র)। কচ আৰু কজ লগাই দি, প্ৰতিজ্ঞাৰ
প্ৰমাণ মতে প্ৰমাণ কৰা।

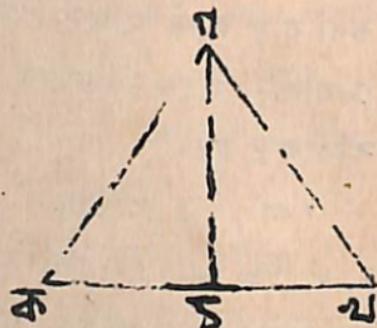
୧୦ ପ୍ରତିଜ୍ଞା—ସମ୍ପାଦ୍ୟ ।

ଆକୃତି ଦୁଇ ବିଧ ।

ଏଟା ନିକପିତ ସୀମାବାନ ସବଲ ବେଖା କାଟି, ସମାନେ ଦୁଇ ଖଣ୍ଡ କବିବ ଲାଗିବ ।

କଥ ଏଟା ନିକପିତ ସବଲ ବେଖା, ତାକ, ସମାନେ ଦୁଇ ଖଣ୍ଡ କବି କାଟିବ ଲାଗିବ ।

କଥ ସବଲ ବେଖାର ଓପରତ କଥଗ ନାମେ ଏଟା ସମବାହ୍ନ ତ୍ରିଭୂଜ ଅଙ୍କିତ କବା (୧ ପ୍ର) । ଆକ
କଗଥ କୋଣଟୋ ଗଚ ସବଲ ବେଖାରେ
କାଟି, ସମାନେ ଦୁଇ ଖଣ୍ଡ କବା
(୯ ପ୍ର); ଗଚ ସବଲ ବେଖା କଥ
ସବଲ ବେଖାର ଲଗତ ଚ ବିନ୍ଦୁତ
ମିଳିଛେ । ଏତିଯା, କଥ ସବଲ
ବେଖା ଚ ବିନ୍ଦୁତ ସମାନେ ଦୁଇ ଖଣ୍ଡ ହ'ବ ।



କାରଣ କଗଚ ଆକ ଖଗଚ ତ୍ରିଭୂଜର କଗ ଆକ ଖଗ ଭୂଜ ସମାନ (୨୪ ମୁଦ୍ରା) । ଗଚ, ହୟୋ ତ୍ରିଭୂଜର ସାମାନ୍ୟ ଭୂଜ; କଗ ଆକ ଗଚ ଭୂଜ, କ୍ରମେ ଖଗ ଆକ ଗଚ ଭୂଜେ ସୈତେ ସମାନ ଆକ କଗଚ କୋଣ ଖଗଚ କୋଣର ସମାନ (କ୍ରିୟା) ଏତେକେ, କଚ ଭୂମି ଖଚ ଭୂମିର ସମାନ (୪ ପ୍ର) । ଶୁତବାଂ କଥ ବେଖାକ ଚ ବିନ୍ଦୁତ ସମାନ ଦୁଇ ଖଣ୍ଡ କବି କଟା ହ'ଲ ଅତରେ, ଏଟା ନିକପିତ ସୀମାବାନ ସବଲ ବେଖା ଇତ୍ୟାଦି ।

(ক) ১০ প্রতিজ্ঞাব সাহায্যের কোনো সীমাবান
সবল বেখাক ৪, ৮, ১৬, ৩২, এই লেখিয়া সমান খণ্ড করি
কাটিব পাবা যায় ।

কথ এটা সবল বেখা । তাক সমান চাবি খণ্ড করিব
লাগিলে, কথ সবল বেখাটোক প্রথমে ঘ বিন্দুত সমানে
ছই অংশ কৰা । কঘ সবল বেখার ওপৰত কঙ্ঘ আৰু খঘ
সবল বেখার ওপৰত খচঘ সমবাহু ত্ৰিভুজ আঁকা (১ প্র) ।
কঙ্ঘ আৰু খচঘ কোণ ছুটা উচ আৰু চজ সবল বেখাবে
সমানে ছই খণ্ড করি লোৱা (৯ প্র) । এতিয়া, প্রতিজ্ঞাব
প্ৰমাণে প্ৰমাণ কৰা ।

১১ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য ।

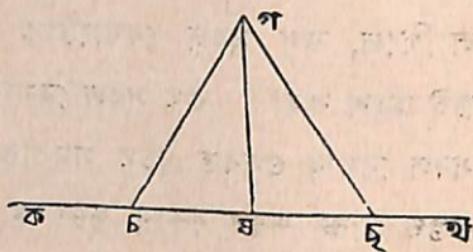
আকৃতি ছই বিধ ।

কোনো নিকপিত সবল বেখার কোনো নিকপিত বিন্দুৰ
পৰা, সেই সবল বেখার ওপৰত এটা লম্ব টানিব
লাগিব ।

কথ এটা নিকপিত সবল বেখা ; আৰু ঘ তাৰ নিকপিত

ବିନ୍ଦୁ । ସ ବିନ୍ଦୁର ପରାକଥ ସବଲ ବେଖାର ଓପରତ, ଏଟା ଲଞ୍ଚ
ଟାନିବ ଲାଗିବ ।

କଷ ବେଖାର ମାଜତ ଚ ବିନ୍ଦୁ ଲଈ ସଚ ବେଖାର ସମାନ କବି
ଘଛ କାଟି ଲୋରା (୩ ପ୍ର) । ଚହ ବେଖାର ଓପରତ, ଚଗଛ ନାମେ,
ଏଟା ସମବାହ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜ
ଅନ୍ଧିତ କବା (୧ ପ୍ର) । ସ
ଆକ ଗ ଲଗାଇ ଦିଯା
ଏତିଯା, ଗସ ସବଲ ବେଖା,
କଥ ସବଲ ବେଖାର ଲଞ୍ଚ ହ'ବ ।



କାବଣ ସଚଗ ଆକ ସଚଗ ତ୍ରିଭୁଜର ସଚ ଆକ ସଚ ଭୁଜ
ପରମ୍ପର ସମାନ (କ୍ରିୟା) । ସଗ, ହ୍ୟୋ ତ୍ରିଭୁଜର ସାମାନ୍ୟ ଭୁଜ ;
ସଚ ଆକ ସଗ ଭୁଜ କ୍ରମେ ସଚ ଆକ ସଗ ଭୁଜର ସମାନ ; ଗଚ
ଭୂମି ଗଚ ଭୂମିର ସମାନ ଆଛେ (୨୪ ସଂ) । ଏତେକେ ଚଦଗ
କୋଣ ଛସଗ କୋଣର ସମାନ (୮ ପ୍ର) ; କିନ୍ତୁ ଏଟା ସବଲ ବେଖା,
ଆନ ଏଟା ସବଲ ବେଖାର ଓପରତ ଥିଯି ହେ, ହ୍ୟୋ ଫାଲେ ଯି
ହୁଇ କୋଣ କରେ, ସିହତ ସଦି ସମାନ ହୟ, ତେଣେ, ଥିଯ ବେଖାଟୋକ
ଆନ ବେଖାଟୋର ଲଞ୍ଚ ବୋଲେ (୧୦ ସଂ) । ଏତେକେ, କଥ ସବଲ
ବେଖାର ଗସ ଲଞ୍ଚ ; ଆକ ତାକ, କଥ ବେଖାର ସ ନିକପିତ ବିନ୍ଦୁର
ପରା ଟନା ହ'ଲ । ଅବଏବ, କୋନୋ ନିକପିତ ସବଲ ବେଖାର
ଇତ୍ୟାଦି ।

ଅନୁମାନ । ହୁଇ ସବଲ ବେଖାର କୋନୋ ଏକ ଅଂଶ ସାମାନ୍ୟ
ହ'ବ ନୋରାବେ ।

যদি কোরা হ'ব পাবে, তেনেহ'লে, কখগ আক কখচ
জানিবা, দুটা সবল বেখা, আক কখ, সিহতৰ সামান্য অংশ
অর্থাৎ এই অংশটো জানিবা,
ছয়ো সবল বেখাৰ উমুহতিয়া।

ছ
ক
খ
ন

খ বিন্দুৰ পৰা কখ সবল বেখাৰ
ওপৰত, খছ লম্ব টানা। (১১ প্র)।

এতিয়া, কখগ এটা সবল বেখা (কলনা) খছ তাৰ
লম্ব ; এতেকে, কখছ কোণ গখছ কোণৰ সমান (১০ সং) ;
সেই মতে কখচ এটা সবল বেখা, খছ তাৰ লম্ব, এতেকে,
কখছ কোণ চখছ কোণৰ সমান (১০ সং)। কখছ কোণ
গখছ কোণৰ সমান বুলি ওপৰত দেখুৱা হৈছে, স্বতৰাং
গখছ কোণ চখছ কোণৰ সমান (১ স্ব)। কিন্তু, চখছ
কোণ গখছ কোণৰ অংশ মাত্ৰ ; আক অংশ গোটেই
বস্তুটোৰ সমান হোৱা অসম্ভৱ (৯ স্ব)। এতেকে কখ,
কখগ আক কখচ দুয়ো সবল বেখাৰ সামান্য অংশ নহয়।

(ব) যদি নিকপিত বিন্দুটো নিকপিত সবল বেখাৰ
এমূৰে থাকে, তেন্তে সবল বেখাটো সেই মূৰে বঢ়াই লই
কৃয়া কৰিব লাগিব।

(খ) কোনো এটা বিন্দুৰ পৰা কোনো এটা বেখালৈ,
দুটা সমান সবল বেখা টানিব লাগিব।

কখ বেখাৰ ওপৰত গঘ লম্ব টানা (১১ প্র) ; কঘ বেখাৰ
ভিতৰত চ বিন্দু লই ঘছ বেখা চঘ বেখাৰ সমান কৰি লোৱা

(৩ প্র)। গ, চ আক গ, ছ সংলগ্ন করা; এতিয়া গ বিন্দুর পরা, টনা গচ আক গছ পরস্পর সমান হব।

∴ চঘ=ছঘ (ক্রিয়া) ; ∴ চঘ+গঘ=চঘ+গঘ, ∴
চঘগ কোণ=ছঘগ কোণ (১০ সং) ; ∴ গচ=গছ (৪ প্র)।

১২ প্রতিভা—সম্পাদ্য ।

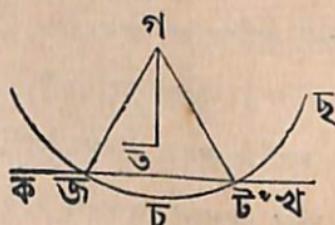
আকৃতি দ্রষ্ট বিধ ।

এটা নিকপিত অসীম সৰল বেখাৰ ওপৰত তাৰ বহিঃস্থ
কোনো এক নিকপিত বিন্দুৰ পৰা এটা টানিব লাগিব।

কথ এটা নিকপিত অসীম সৰল বেখা, তাক যিমান দূৰৈ
ইচ্ছা সিমান দূৰৈলৈ দুয়ো পোনে বঢ়াব পাৰি। আক গ,
তাৰ বহিঃস্থ নিকপিত বিন্দু। গ বিন্দুৰ পৰা কথ সৰল
বেখাৰ ওপৰত এটা লম্ব টানিব লাগিব।

কথ সৰল বেখাৰ তলৰ ফালে চ বুলি এটা বিন্দু লোৱা।
গ কেন্দ্ৰ কৰি গচ ব্যাসাৰ্দি লই, ছটজ নামে এটা বৃত্ত আঁকা
(৩ স্ব)।

জ আক ট বিন্দুত, কথ কটা পৰিল। জট বেখা, ত
বিন্দুত সমানে দুই খণ্ড কৰা
(১০ প্র)। গ আক ত লগাই
দিয়া। এতিয়া, গ ত, ক খ সৰল
বেখাৰ লম্ব হ'ব। গ, জ আক
গ, ট সংলগ্ন কৰা।



কাবণ, জতগ আৰু টতগ দুটা ত্ৰিভুজ। সিহতৰ জত
আৰু টত ভুজ পৰম্পৰ সমান (ক্ৰিয়া) তগ, দুয়ো ত্ৰিভুজৰ
সামান্য ভুজ ; জত আৰু তগ ভুজ ক্ৰমে টত আৰু তগ ভুজে
সৈতে সমান আৰু জগ ভূমি, টগ ভূমিৰ সমান (১৫ সং)।
এতেকে, জতগ কোণ টতগ কোণৰ সমান (৮ প্র)। কিন্তু
এটা সৰল ৰেখা আন এটা সৰল ৰেখাৰ ওপৰত থিয় হলে
যদি তাৰ দুয়ো ফালে হোৱা কোণ দুটা পৰম্পৰ সমান হয়,
তেন্তে সেই প্ৰতি কোণক সমকোণ, আৰু থিয় ৰেখাটোক তাৰ
লম্ব বোলে (১০ সং)। অতএব, গত লম্ব আৰু তাক, গ
নিষ্কপিত বিন্দুৰ পৰা কখ নিষ্কপিত ৰেখাৰ ওপৰত টোনা হ'ল।

(ক) নিষ্কপিত সৰল ৰেখাটো “অসীম” বোলাৰ অভি-
প্ৰায়ে যে, তেনে মুৰুলিলে, বৃত্ত আঁকি বৰ বেলিয়া, তাক,
বঢ়াবৰ প্ৰয়োজন হ'ব পাৰে।

(খ) কোনো সৰল ৰেখাই সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ মূৰ
কোণ সমানে দুই খণ্ড কৰিলে, তাৰ ভূমিকো সমানে দুই খণ্ড
কৰিব আৰু ভূমিৰ লম্ব হ'ব।

∴ কখ=কগ (২৪ সং); ∴ কখ+কঘ=কগ+কঘ,
∴ খকঘ কোণ=গকঘ কোণ (কল্পনা); ∴ খঘ=গঘ (৪ প্র);
∴ কঘখ কোণ=কঘগ কোণ; ∴ কঘ লম্ব (১০ সং)।

(গ) কোনো সৰল ৰেখাই, সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ ভূমি
সমানে দুই খণ্ড কৰিলে, তাৰ মূৰ কোণক সমানে দুই খণ্ড
কৰিব আৰু সেই ৰেখাটো ভূমিৰ লম্ব হ'ব।

.. কথ = কগ ; ∴ কথ + কঘ = কগ + কঘ ; ∴ খঘ =
গঘ (কঘনা) ; খকঘ কোণ = গকঘ কোণ (৮ প্র) ; ∴, কঘখ
কোণ = কঘগ কোণ (৪ প্র) ; ∴ কঘ লম্ব (১০ সং) ।

(ঘ) কোনো ত্রিভুজৰ মূৰ কোণৰ পৰা লম্ব টানিলে, সেই
লম্বে যদি, ত্রিভুজৰ ভূমি, সমানে ছই খণ্ড কৰে ; তেন্তে
ত্রিভুজটো সমদ্বিবাহুক ।

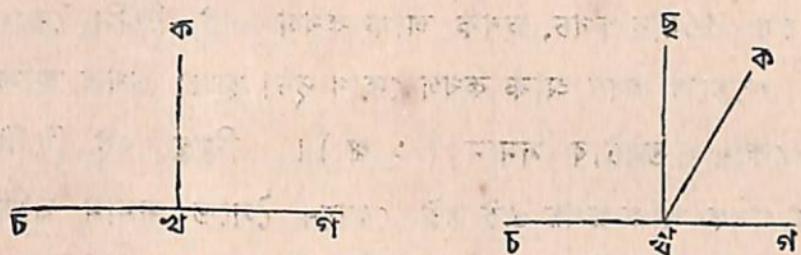
∴ খঘ = গঘ ; ∴ খঘ + কঘ = গঘ + কঘ ; ∴ কঘখ
কোণ = কঘগ কোণ ; ∴ কথ = কগ (৪ প্র) ; ∴ কথঘ
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (২৪ সং) ।

১৩ প্রতিজ্ঞা উপপাদ্য ।

আকৃতি দুই বিধ ।

এটা সৰল বেখা আন এটা সৰল বেখা সৈতে সংলগ্ন হৈ,
একেফালে যি দুই কোণ কৰে, সিঁত্ত প্রত্যেকে এক সমকোণ
হ'ব, নাইবা দয়ো মিলি দুই সমকোণৰ সমান হ'ব ।

কথ সৰল বেখা গচ সৰল বেখাই সৈতে সংলগ্ন হৈ, একে-
ফালে, কথগ আৰু কথচ, এই দুই কোণ কৰিছে, সিঁত্ত গোটে
একেটা সমকোণ হ'ব, নাইবা দয়ো মিলি দুই সমকোণৰ
সমান হ'ব ।



কাবণ, কখগ কোণ যদি কখচ কোণৰ সমান; তেন্তে
সিঁত গোটে একোটো সমকোণ (১০ সং)। যদি সমান
নহয়, তেন্তে কখ, পোণৰ আকৃতিত যি ভাবে থিয় হৈ আছে
তেনে ভাবে নাথাকি, লগৰ আকৃতিত থকা ভাবে থাকিব।
খ বিন্দুৰ পৰা গচ সৰল বেখাৰ ওপৰত খছ লম্ব টানা
(১১ প্ৰ)।

এতিয়া, গথছ আৰু চথছ কোণ ঢুটা প্ৰত্যেকে সমকোণ
(১১ সং)। আৰু গথছ গোটাই কোণটো কখগ আৰু কথছ,
এই ঢুই কোণৰ সমান। ছথচ কোণটো সেই সমান সমান
কোণে সৈতে যোগ কৰা, অৰ্থাৎ এবাৰ গথছ কোণে সৈতে,
এবাৰ কথগ আৰু কথছ এই ঢুই কোণে সৈতে; গথছ কোণে
সৈতে যোগ কৰিলে গথছ আৰু ছথচ কোণ হয়; কখগ আৰু
কথছ এই ঢুইয়ো সৈতে যোগ কৰিলে কখগ, কথছ আৰু ছথচ
কোণ হয়, এতেকে গথছ আৰু ছথচ কোণ ঢুটা কখগ, কথছ
আৰু ছথচ এই তিনি কোণৰ সমান (২ স্ব); আকো
গোটেই কথচ কোণটো ছথচ আৰু ছথক কোণ ঢুটাৰ সমান;
পূৰ্বৰ লেখিয়াকৈ কখগ কোণ, এই সমান সমান কোণে সৈতে
যোগ কৰা; যোগ কৰিলে এবাৰ কথচ আৰু কথগ এই ঢুই

কোণ হয় ; এবাব ছখচ, ছখক আৰু কখগ এই তিনি কোণ হয়। এতেকে কখচ আৰু কখগ কোণ দুটা ছখচ, ছখক আৰু কখগ কোণ তিনটাৰ সমান (২ স্ব)। কিন্তু এই তিনি কোণই গখচ আৰু ছখচ এই দুই কোণে সৈতে সমান বুলি ওপৰত প্ৰমাণ কৰা হৈছে। আৰু যি যি বস্তু কোনো এক বস্তুৰ সমান, সেই সেই বস্তু পৰম্পৰ সমান, সুতৰাং গখচ আৰু ছখচ এই দুই কোণ, কখচ আৰু কখগ এই দুই কোণে সৈতে সমান (১ স্ব) ; কিন্তু গখচ আৰু ছখচ কোণ দুটা প্ৰত্যেকে সমকোণ ; এতেকে কখচ আৰু কখগ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান। অতএব, এটা সৰল বেখা আৰু এটা সৰল বেখা সৈতে ইত্যাদি।

১৪ প্ৰতিভা—উপপাদ্য।

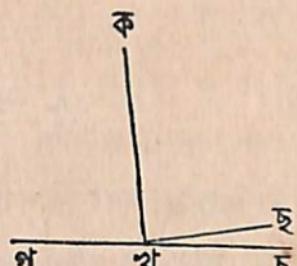
আকৃতি দুই বিধি।

এটা সৰল বেখাৰ কোনো বিন্দুত তাৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা দুটা সৰল বেখা আহি সম্মিলিত হ'লে যদি দোতিৰ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান হয়, তেন্তে সেই দুই সৰল বেখা একে সৰল বেখা হৈ থাকিব, কিন্তু দুয়ো একেটা সৰল বেখা হ'ব।

কখ সৰল বেখাৰ খ বিন্দুত গখ আৰু চখ দুটা সৰল বেখা বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি মিলিছেহি, আৰু মিলি পেলায়

কথগ কথচ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে। খগ আৰু খচ একে সৰল বেখা হৈ থাকিব।

কাৰণ, যদি কোৱা কথ আৰু খচ একে সৰল বেখা হৈ নাথাকে, তেন্তে খছ জানিবা খগ সৈতে একে সৰল বেখা হৈ আছে; যদি এনে সন্তুষ্ট হয়, তেনেহ'লে কথ সৰল বেখা গথছ সৰল বেখাই সৈতে একে ফালে কথগ আৰু কথছ কোণ কৰিছে;



এই দুই কোণ লগলাগি দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্র) ; কিন্তু কথগ আৰু কথচ কোণও দুই সমকোণৰ সমান বুলি কল্পনা কৰা গৈছে। এতেকে কথগ আৰু কথছ কোণ একত্ৰ কথগ আৰু কথচ কোণৰ সমান। এই দুই সমান বস্তুৰ পৰা কথগ কোণ বাদ দিয়া ; কিয়নো কথগ, দুইবো সামান্য কোণ। বাদ দিলে বাঁকী কথচ কোণ বাঁকী কথছ কোণৰ সমান থাকিব (৩ স্ব) ; কিন্তু সক বস্তু ডাঙৰ বস্তুৰ সমান কেতিয়াও হ'ব নোৱা:: এতেকে খগ সৈতে খছ একে সৰল বেখাই থকা নাই। সেই মতে, প্ৰমাণ কৰা যায় যে, খচ বাজে আন কোনো বেখা খগ সৰল বেখাৰ লগত একে সৰল বেখা হৈ থাকিব নোৱাৰে। সুতৰাং খগ আৰু খচ একে বেখা হৈ আছে। অথবা কগ আৰু খচ একেটা সৰল বেখাহে। অতএব এটা সৰল বেখাৰ কোনো বিন্দুত ইত্যাদি।

(ক) “তাৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা” এনে বোলাৰ কাৰণ

এই যে, ছটা ভিন্ন সবল বেখা সেই বিন্দুত সম্মিলিত হৈ দাতিব
কোণ ছটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিব পাৰে, কিন্তু তেতিয়া
সিঁত একে সবল বেখা হৈ থাকিব নহয় ।

১৫ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

দুই সবল বেখা পৰম্পৰ কটাকঠি কৰিলে, ছেদ বিন্দুত
মূৰামূৰি হৈ থকা কোণবোৰ পৰম্পৰ সমান হ'ব ।

কথ আৰু ঘঙ্গ ছটা সবল বেখা ; দুয়ো ক বিন্দুত কটাকঠি
কৰিছে ; এতিয়া গকঘ কোণ খকঙ্গ কোণৰ আৰু গকঙ্গ কোণ
খকঘ কোণৰ সমান হ'ব ।

কাৰণ, কগ সবল বেখা ঘকঙ্গ সবল বেখাই সৈতে লগলাগি
একে ফালৰ গকঘ আৰু গকঙ্গ কোণ ছটাক দুই সমকোণৰ
সমান কৰিছে, (১৩ প্র) ।

~~সেইদৰে কঙ্গ সবল বেখা খকগ~~
~~সবল বেখাই সৈতে সংযুক্ত হৈ~~
~~গকঙ্গ আৰু খকঙ্গ কোণ ছটাক~~

দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে, (১৩ প্র) ; এতেকে গকঘ
আৰু গকঙ্গ কোণ, একত্ৰ গকঙ্গ আৰু গকখ কোণৰ সমান ।
এই সমান সমান বস্তুৰ পৰা গকঙ্গ সামান্য কোণ বাদ দিয়া ;
সুতৰাং বাঁকী গকঘ কোণ বাঁকী খকঙ্গ কোণৰ সমান ;
(৩ স্ব) ; আকো, কঙ্গ সবল বেখা খক গ সবল বেখাই সৈতে

লগলাগি গকঙ্ক আৰু খকঙ্ক কোণ ছুটাক একত্ৰ দুই সম-
কোণৰ সমান অকিছে (১৩ প্র)। সেই মতে, কখ সৰল বেখা
ঘকঙ্ক সৰল বেখাই সৈতে সংলগ্ন হৈ খক় আৰু খকঙ্ক কোণ
ছুটাকো। দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে (১৩ প্র)। সুতৰাং
গকঙ্ক আৰু খকঙ্ক কোণ, একত্ৰ খক় আৰু খকঙ্ক কোণ
বাদ কাটিলে বাঁকী গকঙ্ক আৰু খকঙ্ক কোণ সমান থাকে
(৩ ষ্ট)। গক় ঘ আৰু খকঙ্ক কোণ পৰম্পৰ সমান যে,
পূৰ্বে প্ৰমাণ হৈছে। অতএব, দুই সৰল বেখা, ইত্যাদি।

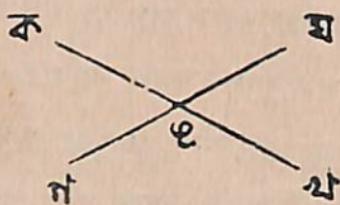
১ম অনুমান।

এই প্ৰতিজ্ঞাৰ পৰা স্পষ্ট বুজা যায় যে, দুটা সৰল বেখা
কোনো বিন্দুত পৰম্পৰ কটাকচি কৰিলে, সেই বিন্দুত যিবোৰ
কোণ উৎপন্ন হয়, সেই আটাইবোৰ কোণ চাৰি সমকোণৰ
সমান।

কখ—ক গঘ সৰল বেখা ও বিন্দুত কটাকচি কৰি কঙঘ,
খঙঘ, খঙগ, কঙগ আৰু কোণ উৎপন্ন কৰিছে, এই আটাইবোৰ
কোণ চাৰি সমকোণৰ সমান।

কাৰণ, কঙ সৰল বেখা গঘ সৰল বেখাই সৈতে সংলগ্ন হৈ
কঙগ আৰু কঙঘ কোণ ছুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে
(১৩ প্র)। সেই মতে, খঙ আৰু গঘ সৰল বেখা সংলগ্ন
হৈ খঙগ আৰু খঙঘ কোণকো দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে

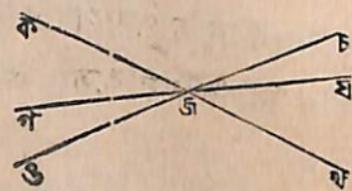
(১৩ প্র)। সুতৰাং কঙঘ, খঙঘ আৰু খঙগ, কঙগ এই আটাই কেইটা কোণ চাৰি সমকোণৰ সমান ।



২য় অনুমান ।

কোনো এক বিন্দুত যিমান কি সবল বেখা পৰম্পৰ কটাকঠি কৰি যিমান কি কোণ কৰোক, সেই সেই আটাইবিলাক কোণ চাইটা সমকোণৰ হে সমান ।

কথ, গঘ আৰু ঙচ এই তিনটা সবল বেখা জ বিন্দুতে কটাকঠি কৰি কজগ, গজঙ, খজঙ, খজঘ, ঘজঘ আৰু কজচ এইবোৰ কোণ কৰিছে ; এতেকে, এই আটাইবোৰ কোণ চাৰি সমকোণৰ হে সমান ।



কাৰণ, কজ সবল বেখা গজঘ সবল বেখাই সৈতে সংলগ্ন হৈ কজগ আৰু কজঘ কোণ কৰিছে ; এতেকে, মিহঁত দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্র)। আকো, খজ সবল বেখা গজঘ সবল বেখাই সৈতে সংযুক্ত হৈ গজখ আৰু খজঘ কোণক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে। (১৩ প্র)। সুতৰাং সেই আটাইবিলাক কোণ চাৰি সমকোণৰ সমান ।

১৫ প্রতিজ্ঞার বিপরীত প্রতিজ্ঞা ।

চাইটা সবল বেখা কোনো এক বিন্দুত সংযুক্ত হ'লে যদি মূরামূরি হৈ থকা কোণবিলাক পরস্পর সমান হয়, তেন্তে সেই বিন্দুৰ বিপরীত ফালৰ পৰা আহি সমিলিত হোৱা বেখাবোৰ একে সবল বেখা হৈ থাকিব।

কথ, কঙ, কগ আৰু কঘ এই চাইটা সবল বেখা ক বিন্দুত মিলি পেলায় মূরামূরি হৈ থকা গকঘ কোণ খকঙ কোণে সৈতে আৰু খকঘ কোণ গকঙ কোণে সৈতে সমান কৰিছে; এতেকে কঘ সবল বেখা কঙ সবল বেখা সৈতে আৰু কগ সবল বেখা কথ সবল বেখা সৈতে একে বেখা হৈ থাকিব।

কাৰণ গকঘ কোণ খকঙ কোণৰ আৰু খকঘ কোণ গকঙ কোণৰ সমান (কল্পনা)। এতেকে
 গকঘ আৰু গকঙ কোণ একত্ৰ
 খকঙ আৰু খকঘ বা গকঙ কোণৰ
 সমান। ... গকঘ আৰু গকঙ

ঘ
 ——————
 গ ক ঘ
 ——————
 ঙ

কোণ দুটা একত্ৰ দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্র) আৰু সিঁহতক কঘ আৰু কঙ সবল বেখা দুটা, বিপরীত ফালৰ পৰা আহি গক বেখাৰ ক বিন্দুত কৰিছে; এতেকে কঘ আৰু কঙ একে সবল বেখা হৈ আছে (১৪ প্র) সেই লেখিয়া, গকঙ আৰু খকঙ কোণ দুটাক কগ আৰু কথ সবল বেখা, বিপরীত ফালৰ পৰা আহি, কঙ বেখাৰ ক বিন্দুত কৰিছে; আৰু সিঁহত দুই সমকোণৰ সমান, এতেকে, কগ আৰু কথ

একে সবল বেখাই আছে। অতএব, চাইটা সবল বেখা ইত্যাদি।

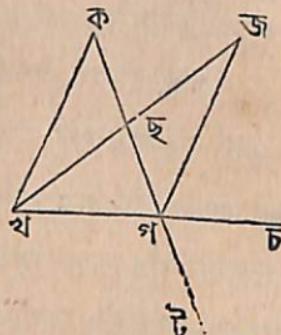
১৬ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধি।

কোনো ত্রিভুজৰ এক ভূজ বৃদ্ধি কৰিলে বহিঃস্থ কোণ ভিতৰৰ দূৰস্থ প্ৰতি কোণতকৈ ডাঙৰ হ'ব।

কথগ এটা ত্রিভুজ। তাৰ খগ ভূজ চলৈ বঢ়াই দিয়া। ইয়াত কগচ বহিঃস্থ কোণ, আৰু গকখ, কথগ কোণ ছুটা ভিতৰৰ দূৰৈত থকা কোণ। এতিয়া কগচ বহিঃস্থ কোণ, গকখ আৰু কথগ ভিতৰৰ দূৰস্থ প্ৰতি কোণতকৈ ডাঙৰ হ'ব।

কগ সবল বেখাক ছ
বিন্দুত সমানে ছই খণ্ড কৰা
(১০ প্র) ছখ লগাই দিয়া;
আৰু খছ, জ বঢ়াই দি ছজ
তাৰ সমান কৰি কাটি লোৱা
(৩ প্র) জ আৰু গ সংলগ্ন কৰা।



এতিয়া, কছ আৰু ছগ সবল বেখা খছ আৰু ছজ সবল বেখা পৰস্পৰ সমান (ক্ৰিয়া) ; কথছ ত্রিভুজৰ কছ আৰু খছ ভূজ ক্ৰমে জগছ ত্রিভুজৰ গছ আৰু ছজ ভূজে সৈতে সমান,

আৰু কছখ কোণ গচ্ছজ কোণৰ সমান (১৫ প্র)। সূতৰাং
কথ ভূমি জগ ভূমিৰ সমান (৪ প্র); কথছ আৰু জগছ
ত্ৰিভুজ ঢুটাও সমান আৰু সিহঁতৰ সমান সমান ভুজৰ সম্মুখস্থ
ছকখ বা গকখ বাঁকী কোণ জগছ বা জগক বাঁকী কোণৰ
সমান। কিন্তু কগচ কোণ জগক কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (৯ স্ব)
সূতৰাং কগচ কোণ গকখ কোণতকৈও ডাঙ্গৰ। এই দৰে, খগ
ভুজক দুই খণ্ড কৰি আৰু কগ ভুজ ট লৈ বঢ়াই দি, খগট
কোণ যে কথগ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ, তাক প্ৰমাণ কৰা যায় ;
কিন্তু খগট আৰু কগচ কোণ পৰম্পৰ সমান (১৫ প্র) ;
এতেকে, কগচ কোণ, কথগ কোণতকৈও ডাঙ্গৰ। অতএব,
কোনো, ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি ।

(ক) ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ সমকোণ বা বৃহৎ কোণ হ'লে
বাকী দুই কোণ প্ৰত্যেকে সূক্ষ্মকোণ হ'ব ।

ঐঃ ত্ৰিভুজৰ কথগ সমকোণ ; গখ ভুজ ঘ লৈ বঢ়াই
দিয়া :

∴ কথঘ কোণ = কথগ কোণ (১১ স্ব)। ∴ খকগ
কোণ, কথঘ কোণতকৈ সক (১৬) ∴ খকগ কোণ কথগ
কোণতকৈ সক। সেই কাৰণে, খকগ কোণ কথগ কোণতকৈ
সক। কিন্তু কথগ কোণ = ১ সমকোণ ; ∴ খকগ বা খগক
কোণ, ১ সমকোণতকৈ সক ।

কথগ ত্ৰিভুজ কথঘ বৃহৎ কোণ ; গখ, ভুজ ঘ লৈ বঢ়াই দি
কঙ তাৰ ওপৰত লম্ব টানা (১১ প্র)। ∴ কঙঘ কোণ =

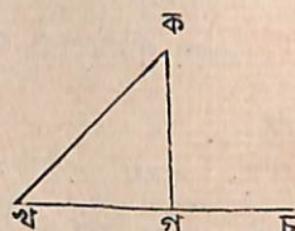
কঙ্গ কোণ (১০ সং) ; ∴ কথগ বা কথষ কোণ, খকগ বা কগখ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ। (১৬ প্র) ; আকৌ কঙ্গ কোণ, কথগ বা কথষ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (১৬ প্র)। ∴ কঙ্গ কোণ, খকগ বা খগক কোণতকৈ ডাঙ্গৰ ; কিন্তু কঙ্গ কোণ ১ সম-কোণ ; ∴ খকগ বা খগক কোণ ১ সমকোণতকৈ সকু।

১৭ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধ।

কোনো ত্রিভুজৰ যি দুই কোণ হওক, একত্র যোগে দুই সমকোণতকৈ সকু।

কথগ এটা ত্রিভুজ। তাৰ যি দুই কোণ ধৰা, একত্রে দুই সমকোণতকৈ সক হ'ব। খগ ভুজ চ লৈ বঢ়াই দিয়া।



এতিয়া, কথগ ত্রিভুজৰ কগচ বহিঃস্থ কোণ ; খকগ ভিতৰৰ দ্বৈত থকা কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (২৬ প্র) ; এই অসমান বস্তু দুটাৰ লগত কগখ কোণ যোগ কৰা ; এতেকে কগচ আৰু "কগখ কোণ খকগ আৰু কগখ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ ; কিন্তু কগচ আৰু কগখ কোণ, দুটা, দুই সমকোণৰ

সমান (১৩ প্র) ; স্মৃতবাং খকগ আৰু কগখ কোণ দুটা
দুই সমকোণতকৈ সক। সেই দৰে কখগ, খগক কোণ
একত্র আৰু গকখ, কখগ কোণ একত্র যে, দুই সমকোণৰ
সক তাকো প্ৰমাণ কৰা ঘাৱ। অতএব কোনো ত্ৰিভুজৰ
ইত্যাদি ।

(ক) ১৭ প্ৰতিজ্ঞাটো ১২ স্বতঃসিদ্ধৰ বিপৰীত ।
কিয়নো, ১২ স্বতঃসিদ্ধত লেখে যে, এটা সৰল বেখা আন
দুটা সৰল বেখাৰ ওপৰত পৰিলে একে ফালে থকা ভিতৰৰ
কোণ দুটা যদি দুই সমকোণতকৈ সক হয়, তেন্তে সেই
সৰল বেখা দুটা বঢ়ালে যি ফালৰ ভিতৰৰ কোণ দুই
সমকোণতকৈ সক, সেই ফালে মিল হ'ব। আৰু ১৭
প্ৰতিজ্ঞাৰ সূত্ৰত কোৱা ঘাৰ পাৰে যে, যদি এটা সৰল বেখা
আন দুটা সৰল বেখাই সৈতে কোনো দুই বিন্দুত সম্পৰ্কিত
হয়, অথবা সিহঁতৰ ওপৰত পাৰে আৰু সেই সৰল বেখা
দুটা যদি কোনো এক বিন্দুত মিলে গৈ; তেনেহলে, সেই
সৰল বেখাটো এই দুই সৰল বেখাই সৈতে মিলিছে একে
ফালে যি যি কোণ কৰে, সিহঁত দুই সমকোণতকৈ সক
হ'ব। ফলে এই কথাই ; কিয়নো, ১৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত
কগ সৰল বেখা কখ আৰু খগ সৰল বেখাই সৈতে ক আৰু
গ বিন্দুত মিলিছে ; সিহঁত দুয়ো আকো খ বিন্দুৰ মিল
হৈছে গৈ।

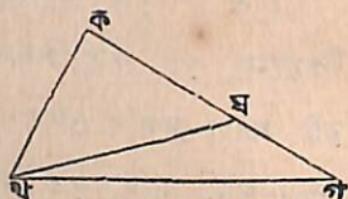
১৮- প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধি।

ত্রিভুজের ছুটা ভুজের মাজত যিটো ডাঙ্গৰ, তাৰ সম্মুখৰ
কোণটো সক ভুজের সম্মুখৰ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।

কথগ এটা ত্রিভুজ। তাৰ কগ

ভুজ কথ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ। এতিয়া
কগ ভুজের সম্মুখৰ কথগ কোণটো
কথ ভুজের সম্মুখৰ কগথ কোণতকৈ
ডাঙ্গৰ হ'ব।



কথ ভুজের সমান কবি কগ ভুজের পৰা কঘ কাটি লোৱা
(৩ প্ৰ) ; খ আৰু ঘ লগাই দিয়া।

এতিয়া, খগঘ এটা ত্রিভুজ ; তাৰ গঘ ভুজ ক লৈ বঢ়েৱা
আছে, আৰু কঘথ তাৰ বহিঃস্থ কোণ ; এতেকে কঘথ
বহিঃস্থ কোণ খগঘ দূৰস্থ ভিতৰৰ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (১৬ প্ৰ) ।
কিন্তু কঘথ কোণ কথঘ কোণের সমান, যে হেতুক কথঘ এটা
সমদ্বিবাহ ত্রিভুজ (৫ প্ৰ) ; স্বতৰাং কথঘ কোণও খগঘ
কোণতকৈ ডাঙ্গৰ ; এতেকে কথগ কোণ খগঘ বা কগথ
কোণতকৈ অতি ডাঙ্গৰ। অতএব ত্রিভুজের ছুটা ভুজের
মাজত, ইত্যাদি।

সক ভুজটো বঢ়াই দি পেলায়, ডাঙ্গৰ ভুজের সমান কবি
লইও প্রতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰিব পাৰি।

কথ সক ভুজটো বঢ়াই দি কথ, কগ ভুজৰ সমান কৰি
লোৱা (৫ প্র)। গ আৰু ঘ লগাই দিয়া।

∴ কঘ=কগ (ক্ৰিয়া) ∴ কঘগ কোণ=কগঘ কোণ
(৫ প্র)। কিন্তু কথগ কোণ কঘগ কোণতকৈ ডাঙৰ
১৬ প্র); ∴ কথগ কোণ কঘঘ কোণতকৈ ডাঙৰ ;
∴ কথগ কোণ কগখ কোণতকৈ ডাঙৰ ।

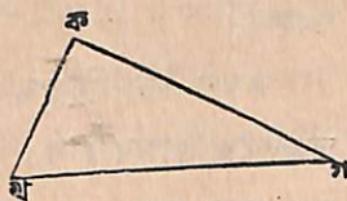
১৯ প্রতিভা—উপপাদ্য ।

ত্ৰিভুজৰ ছুটা কোণৰ মাজত যিটো ডাঙৰ তাৰ সমুখৰ
ভুজ, সক কোণটোৰ সমুখৰ ভুজতকৈ ডাঙৰ হ'ব।

কথগ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ কথগ কোণ, কগখ কোণতকৈ
ডাঙৰ ; এতেকে, কথগ কোণৰ সমুখৰ কগ ভুজ, কগখ কোণৰ
সমুখৰ কথ ভুজতকৈ ডাঙৰ হ'ব।

কাৰণ, যদি কগ ভুজ কথ ভুজ-
তকৈ ডাঙৰ নহয় বুলি কোৱা,
তেনেহলে, কগ ভুজ কথ ভুজৰ
সমান হ'ব ; নাইবা তাতকৈ সক

হ'ব ; কিন্তু কগ ভুজ কথ ভুজৰ সমান নহয় ; কিয়নো, তেনে
হোৱা হ'লে, কথগ কোণ, কগখ কোণৰ সমান হ'লহেতেন ;
কিন্তু কথগ কোণ কগখ কোণতকৈ ডাঙৰ (কল্পনা) ;



এতেকে, কগ ভুজ কখ ভুজব সমান নহয়। আৰু কগ ভুজ
কখ ভুজতকৈ সকও নহয়, কাৰণ, সক হোৱা হলে কখগ
কোণ কগখ কোণতকৈ সক হ'লহেতেন (১৮ প্র) ; কিন্তু
সক নহয় (কল্পনা) এতেকে, কগ ভুজ, কখ ভুজতকৈ সক
নহয় ; পূৰ্বে দেখুৱা হৈছে যে, কগ ভুজ কখ ভুজব সমান
নহয় ; সুতৰাং, কগ ভুজ কখ ভুজতকৈ ডাঙ্গব। অতএব
ত্ৰিভুজব ছুটা কোণৰ মাজত ইত্যাদি।

২০ প্রতিভা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধ।

ত্ৰিভুজব দুই ভুজ একত্ৰ যোগে তৃতীয় ভুজতকৈ
ডাঙ্গব।

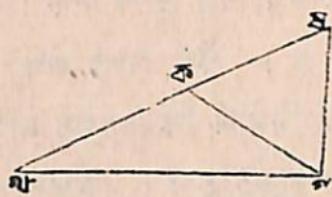
কথগ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ যি দুই ভুজ ধৰা একত্ৰে তৃতীয়
ভুজতকৈ ডাঙ্গব হ'ব। অর্থাৎ কখ আৰু কগ, খগ ভুজতকৈ,
কগ আৰু গক, কখ ভুজতকৈ কখ আৰু খগ, কগ ভুজতকৈ
ডাঙ্গব হ'ব।

খক ভুজ ঘ লৈ বঢ়াই দিয়া ; আৰু কগ ভুজব সমান কৰি
কষ কাটি লোৱা (৩ প্র), গ আৰু ঘ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কগ আক কঘ বেখা পৰম্পৰ সমান (ত্ৰিয়া) ; এতেকে, কগঘ কোণ কঘগ কোণৰ সমান (৫ প্ৰ)। কিন্তু খগঘ কোণ কঘঘ কোণতকৈ ডাঙৰ (৯ স্ব) ; সুতৰাং খগঘ কোণ কঘগ কোণতকৈও ডাঙৰ। আকো, খঘগ এটা ত্ৰিভুজ ; তাৰ খগঘ কোণ, খঘগ কোণতকৈ ডাঙৰ ; আক ডাঙৰ কোণৰ সম্মুখৰ ভুজ, সুক কোণৰ সম্মুখৰ ভুজতকৈ ডাঙৰ ; এতেকে, খঘ ভুজ, কগ ভুজতকৈ ডাঙৰ (১৭ প্ৰ)। কিন্তু খঘ ভুজ কথ আক কগ ভুজ ছুটাৰ সমান ; সুতৰাং কথ আক কগ ভুজ, খঘ ভুজতকৈ ডাঙৰ। এই দৰে, অবশিষ্ট কথ আক খঘ ভুজ, কগ ভুজতকৈ, কগ, আক খঘ ভুজ, কথ ভুজতকৈ ডাঙৰ প্ৰমাণ হয়। অতএব, ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজ ইত্যাদি ।

(ক) এই প্ৰতিজ্ঞাৰ সাহায্যেৰে প্ৰমাণ কৰিব পাৰিব যে, কোনো ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজৰ অন্তৰ, তৃতীয় ভুজতকৈ ন্যান। কথগ এটা ত্ৰিভুজ ; তাৰ কথ ভুজ যেন, কগ ভুজতকৈ ডাঙৰ। কগ ভুজৰ সমান কৰি কঘ কাটি লোৱা ; গ আক ঘ লগাই দিয়া ।

এতিয়া, কথ ভুজৰ পৰা, কগ ভুজৰ সমান অংশ কঘ বাদ কাটিলে বাকী খঘ থাকে ; এই খঘ বেখা খঘ ভুজতকৈ ন্যান হ'ব ।



.. কঘ—কগ আৰু কখ, কগ+খগ তকৈ সক
(২০ প্র)। .. কখ—কঘ, কগ+খগ—কগ তকৈ সক,
অর্থাৎ খঘ, খগ তকৈ সক (৫ ষ্ট)।

(খ) কখ আৰু কগ সবল বেখাৰ ক মূৰবিন্দু খগ সবল
বেখাৰ যিমান কি ওচৰত নাথাওক কিয়, সিহঁত ছয়ো, তাতকৈ
ডাঙৰ হ'বই হ'ব। অথবা যিমান কি দূৰে হওক, ছটা বিন্দু
লই সবল বেখা টানিলে সেই দূৰতা সকল দূৰতাতকৈ
ন্যূন।

২১ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

আকৃতি ৩ বিধি ।

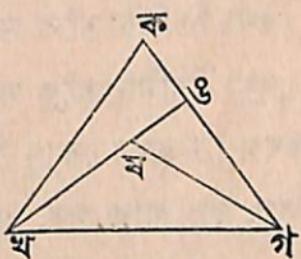
ত্ৰিভুজৰ কোনো এক ভুজৰ ছই মূৰ পৰা, যদি তাৰ
অন্তৰস্থ কোনো বিন্দুলৈ, ছটা সবল বেখা টানা যায়, তেন্তে
এই ছই সবল বেখা একত্ৰে ত্ৰিভুজৰ আন ছই ভুজতকৈ সক
হ'ব; কিন্তু সিহতৰ মধ্যবন্তী কোণ, ভুজ ছটাৰ মধ্যবন্তী
কোণতকৈ ডাঙৰ হ'ব।

কথগ এটা ত্ৰিভুজ। খগ ভুজৰ খ আৰু গ মূৰ পৰা,
তাৰ অন্তৰস্থ ঘ বিন্দু লৈ খঘ আৰু গঘ ছটা সবল বেখা টানা।
এই ছই সবল বেখা একত্ৰে, কথ আৰু কগ ভুজ ছটাতকৈ সক
হ'ব; কিন্তু খঘগ কোণতকৈ ডাঙৰ হ'ব।

খঘ বঢ়াই দিয়া ; আৰু খঘ বাঢ়ি যাই, কগ ভুজৰ ও
বিন্দুত মিলক গৈ ।

এতিয়া, কথঙ এটা ত্ৰিভুজ ;

তাৰ কথ আৰু কঙ ভুজ, খঙ^১
ভুজতকৈ ডাঙৰ (২০ প্ৰ) এই
হই অসমান বস্তুৰ লগত গণ



যোগ কৰা ; এতেকে, কথ আৰু কগ একত্ৰ, খঙ আৰু গঙ এই
ছটাতকৈ ডাঙৰ (৪ স্ব) । আকৌ গঘঙ এটা ত্ৰিভুজ, তাৰ
গঙ আৰু ঘঙ ভুজ, গঘ ভুজতকৈ ডাঙৰ (২০ প্ৰ) এই হই
অসমান বস্তুৰ লগত খঘ যোগ দিয়া ; এতেকে খঙ আৰু গঙ^২
একত্ৰে, গঘ আৰু খঘ এই ছটাতকৈ ডাঙৰ (৪ স্ব) । কিন্তু
কথ আৰু কগ এই ছটা খঙ আৰু গঙ এই ছটাতকৈ ডাঙৰ
বুলি উপৰত প্ৰমাণ হৈছে ; এতেকে, কথ আৰু কগ এই ছটা
খঘ ... ক গঘ এই ছটাতকৈ অতি ডাঙৰ ।

আকৌ গঘচ ত্ৰিভুজ ; তাৰ ওঘ ভুজ খ লৈ বঢ়োৱা আছে,
এতেকে, খঘগ বহিঃস্থ কোণ গঙখ দূৰস্থ ভিতৰৰ কোণতকৈ
ডাঙৰ (১৬ প্ৰ) ; সেই লেখিয়া কথঙ এটা ত্ৰিভুজ ; তাৰ
কঙ ভুজ গ লৈ বঢ়োৱা আছে, এতেকে খঙগ বহিঃস্থ কোণ,
খকগ দূৰস্থ ভিতৰৰ কোণতকৈ ডাঙৰ, (১৬ প্ৰ) ; কিন্তু খঘগ
কোণ, খঙগ কোণতকৈ যে ডাঙৰ তাক আগৈয়ে দেখুৱা
গৈছে ; এতেকে খঘগ কোণ খকগ কোণতকৈ অতি ডাঙৰ ।
অতএব ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি ।

(କ) କୋନୋ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ତିନିଟାଲେ, ତାବ ଅନ୍ତରଙ୍ଗ କୋନୋ ବିନ୍ଦୁର ପରା, ସବଳ ବେଖା ଟାନିଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂଜ ତିନିଟା, ସବଳ ବେଖା ତିନିଟାତକେ ଡାଙ୍ଗର ହ'ବ ; କିନ୍ତୁ ଭୂଜ ତିନିଟାର ଅର୍ଦ୍ଧ, ସବଳ ବେଖା ତିନିଟାତକେ ସକ ହ'ବ ।

କଥଗ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ତିନିଟାଲେ, ତାବ ଅନ୍ତରଙ୍ଗ ଘ ବିନ୍ଦୁର ପରା କଘ, ଖଘ ଆକ ଗଘ, ଏହି ତିନିଟା ସବଳ ବେଖା ଟାନା ।

∴ କଥ+କଗ, ଖଘ+ଗଘ ତକେ ଡାଙ୍ଗର (୨୧ ପ୍ର), ଆକୋ କଥ+ଖଗ, କଘ+ଗଘ ତକେ ଡାଙ୍ଗର (୨୧ ପ୍ର); ଆକୋ କଗ+ଖଗ, କଘ+ଖଘ ତକେ ଡାଙ୍ଗର (୨୧ ପ୍ର) ।

∴ ୨ କଥ+୨ କଗ+୨ ଖଗ, ୨ କଘ+୨ ଖଘ+୨ ଗଘ ତକେ ଡାଙ୍ଗର, ∴ କଥ+କଗ+ଖଗ, କଘ+ଖଘ+ଗଘ ତକେ ଡାଙ୍ଗର (୫ ସ୍ଵ) ।

∴ କଥ, କଘ+ଖଘ ତକେ ସକ (୨୦ ପ୍ର) । ଆକୋ କଗ, କଘ+ଗଘ ତକେ ସକ (୨୦ ପ୍ର) । ଆକୋ, ଖଗ, ଖଘ+ଗଥ ତକେ ସକ (୨୦ ପ୍ର) ∴ କଥ+କଗ+ଖଗ, ୨ କଘ+୨ ଖଘ+୨ ଗଘ ତକେ ସକ ; ∴ ଇ କଥ+ଇ କଗ+ଇ ଖଗ, କଘ+ଖଘ+ଗଘ ତକେ ସକ (୫ ସ୍ଵ) ।

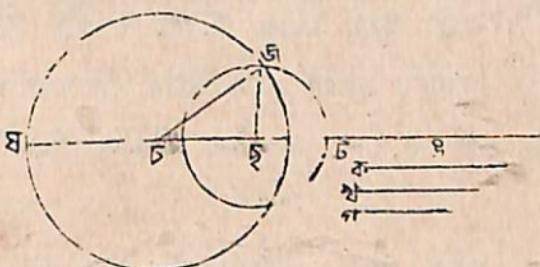
୧୨ ପ୍ରତିଜ୍ଞା—ଉପପାଦ୍ୟ ।

ଆକୃତି ୨ ବିଧ ।

ଏଣେ ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜ ଅକ୍ଷିତ କରିବ ଲାଗିବ, ଯେ ତାବ ଭୁଜ ତିନିଟା ଯେନ ତିନିଟା ନିର୍ଦ୍ଦିତ ସବଳ ବେଖାବ ସମାନ ହୟ ; କିନ୍ତୁ ମେହି ସବଳ ବେଖା ତିନିଟାର ଯି ଛଟା ଏକତ୍ର ଧରା, ତୃତୀୟଟୋତକୈ ଯେନ ଡାଙ୍ଗର ହୟ ।

କ, ଥ ଆକୁ ଗ ତିନିଟା ସବଳ ବେଖା । ସିଂହତବ ଯି ଛଟା ଏକତ୍ର ଲୋରା ତୃତୀୟଟୋତକୈ ଡାଙ୍ଗର, ଅର୍ଥାଏ କ, ଥ ଏକତ୍ରେ ଗ ବେଖାତକୈ, କ, ଗ ଏକତ୍ରେ ଥ ବେଖାତକୈ ଥ, ଗ ଏକତ୍ରେ କ ବେଖାତକୈ ଡାଙ୍ଗର ।

ଏତିଯା, ଏଣେ ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜ ସାଜିବ ଲାଗିବ ଯେନ, ତାବ ଭୁଜ ତିନିଟା କ, ଥ, ଗ ଏହି ବେଖା ତିନିଟାର ସମାନ ହୟ ।



ଘଣ୍ଡ ନାମେ ଏଟା ସବଳ ବେଖା ଟାନା । ଏହି ବେଖାଟୋ ଘ ବିନ୍ଦୁର ପୋନେ ସୌମାବାନ ଅର୍ଥାଏ ମେହି ପୋନେ ବାଢ଼ିବ ନୋରାବେ, କିନ୍ତୁ ଘ ବିନ୍ଦୁର ପୋନେ ଅସୌମ ଅର୍ଥାଏ ଏହି ପୋନେ ଯିମାନ ବଢ଼ୋରା ସିମାନ ବାଢ଼ିବ ।

କ ବେଖାବ ସମାନ କବି ସଚ, ଥ ବେଖାବ ସମାନ କବି ଚଛ, ଆକ
ଗ ବେଖାବ ସମାନ କବି ଛଟ, କାଟି ଲୋରା (୩ ପ୍ର) ; ଚ ବିନ୍ଦୁ
କେନ୍ଦ୍ର କବି ଚଘ ବ୍ୟାସାର୍ଧ ଲାଇ, ସଜବ ନାମେ ବୃତ୍ତ ଆକା (୩ ସ୍ଵୀ) ।
ଆକୋ ଛ ବିନ୍ଦୁ କେନ୍ଦ୍ର କବି, ଛଟ ବ୍ୟାସାର୍ଧ ଲାଇ, ଟଜବ ବୃତ୍ତ ଆକା
(୩ ସ୍ଵୀ) ; ଜ ବିନ୍ଦୁତ, ହୁଯୋ ବୃତ୍ତ କଟାକଟି କବିଛେ । ଚ, ଜ
ଆକ ଛ, ଜ ସଂଲଗ୍ନ କବା । ଏତିଯା, ଚଛଜ ତ୍ରିଭୁଜବ ଭୁଜ ତିନିଟା
କ, ଥ, ଗ ସବଳ ବେଖା ତିନିଟାବ ସମାନ ହ'ବ ।

କାବଣ, ଚ ବିନ୍ଦୁ ସଜବ ବୃତ୍ତବ କେନ୍ଦ୍ର, ଏତେକେ ଚଘ ଆକ ଚଜ
ସମାନ (୧୫ ସଂ) । କିନ୍ତୁ ଚଘ, କ ସୈତେ ସମାନ (କ୍ରିୟା) ।
ସୁତବାଂ ଚଜ, କ ସୈତେ ସମାନ । ଆକୋ, ଛ ବିନ୍ଦୁ ଟଜବ ବୃତ୍ତବ
କେନ୍ଦ୍ର ଏତେକେ ଛଟ ଆକ ଛଜ ସମାନ (୧୫ ସଂ) । କିନ୍ତୁ ଛଟ,
ଗ ସୈତେ ସମାନ (କ୍ରିୟା) ; ସୁତବାଂ ଛଜ, ଗ ସୈତେ ସମାନ ।
ଆକ ଚଛ, ଥ ସୈତେ ସମାନ କବି ଲୋରା ହେଛେ ; ଏତେକେ ଚଜ,
ଚଛ ଆକ ଛଜ ତିନୋଟା ଭୁଜ, କ୍ରମେ କ, ଥ, ଗ ଏଇ ତିନିଟା ସବଳ
ବେଖାବ ସମାନ । ଏତେକେ ଚଛଜ ଏନେ ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତିମ କବା
ହ'ଲ, ଯାବ ତିନି ଭୁଜ କ, ଥ, ଗ ଏଇ ତିନି ନିକପିତ ସବଳ
ବେଖାବ ସମାନ ।

(କ) ଚ, ଝ ଆକ ଛ, ଝ ବିନ୍ଦୁ ସଂଲଗ୍ନ କବିଲେ ଦ୍ଵିତୀୟ
ଆକୃତି ହ'ବ ।

(ଖ) ଗ ବେଖାତକୈ କ ଆକ ଥ ଡାଙ୍ଗବ ଧବି ଲୋରାବ ତାଂପର୍ୟ
ଏଇ ଯେ, ଚ କେନ୍ଦ୍ର କବି ଅଂକା ବୃତ୍ତଟୋ, ଛ କେନ୍ଦ୍ର କବି ଅଂକା ବୃତ୍ତବ
ଭିତରତ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣକୈ ନପରେ ଯେନ ; କ ବେଖାତକୈ ଥ ଆକ ଗ ଏଇ

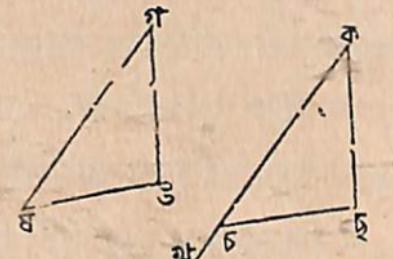
নিমিত্তে ডাঙ্গৰ বুলি লইছে যে, ছ কেন্দ্র কৰি অঁকা, বৃত্তটো চ কেন্দ্র কৰি অঁকা বৃত্তৰ ভিতৰত সম্পূর্ণকৈ নপবিব। আৰু খ বেখাতকৈ ক আৰু গ ডাঙ্গৰ ধৰি যে ল'লে, তাৰ অভিপ্ৰায় হয়ো বৃত্ত যেন সম্পূর্ণকৈ ছাইবো বাহিৰ হৈ নপৰে। কিয়নো তেনে দৰৰ আকৃতি হ'লে প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ নহ'ব।

১৩ প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

এটা নিষ্কপিত সৰল বেখাত কোনো নিষ্কপিত বিন্দুত, এটা নিষ্কপিত সৰল, বৈধিক কোণৰ সমান কৰি, এটা কোণ সাজিব লাগিব।

কথ এটা নিষ্কপিত সৰল বেখা, ক, তাৰ নিষ্কপিত বিন্দু আৰু ঘগঙ্গ, নিষ্কপিত সৰল বৈধিক কোণ। এতিয়া, কথ সৰল বেখাব ক বিন্দুত ঘগঙ্গ সৰল বৈধিক কোণৰ সমান কৰি এটা কোণ সাজিব লাগিব।

গঘ আৰু গঙ্গ সৰল বেখাত ঘ
আৰু উ দুটা বিন্দু লই দুইকো
সংলগ্ন কৰা (১ স্বী) কথ সৰল
বেখাব ওপৰত কচছ নামে এটা



ত্ৰিভুজ এনেদৰে সাজা যেন তাৰ কচ, চছ আৰু কছ ভুজ
তিনিটা ক্ৰমে গঘ, ঘগঙ্গ, গঘ সৰল বেখা তিনিটাৰ সমান হয়,

ଅର୍ଥାଏ କଚ, ଗଘ ସୈତେ, ଚହୁ, ସଙ୍ଗ ନୈତେ ଆକ କଚ, ଗଘ ସୈତେ (୨୨ ପ୍ର) ।

ଏତିଯା, କଚଛ ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜ । ତାବ କଚ ଆକ କଚ ଭୂଜ ପ୍ରତ୍ୟେକେ ଗଘଙ୍ଗ ତ୍ରିଭୁଜର ଗଘ ଆକ ଗଘ ଭୂଜର ସମାନ ; ଆକ ଚହ ଭୂମି ସଙ୍ଗ ଭୂମିର ସମାନ । ଏତେକେ, ଚକଚ କୋଣ ସଗଙ୍ଗ କୋଣର ସମାନ (୮ ପ୍ର) ଅତ୍ୟବେ, କଥ ନିକପିତ ବେଖାବ କ ନିକପିତ ବିନ୍ଦୁତ ସଗଙ୍ଗ ସବଲ ବୈଧିକ କୋଣର ସମାନ ଚକଚ କୋଣ ସଜା ହ'ଲ ।

୧୪ ପ୍ରତିଜ୍ଞା—ଉପପାଦ୍ୟ ।

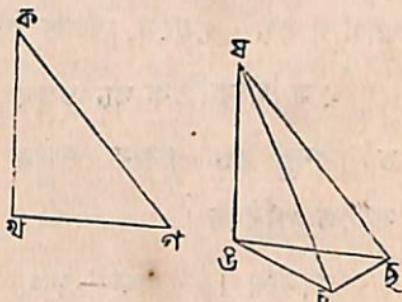
ପ୍ରମାଣ ଓ ବିଧ ।

ସଦି ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ଭୂଜ କ୍ରମେ ଆନ ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ଭୂଜେ ସୈତେ ସମାନ ହ୍ୟ, କିନ୍ତୁ ସଦି ଏଟାର ସମାନ ସମାନ ଭୂଜର ମଧ୍ୟବନ୍ଦୀ କୋଣ ଆନଟୋର ସମାନ ସମାନ ଭୂଜର ମଧ୍ୟବନ୍ଦୀ କୋଣତକେ ଡାଙ୍କର ହ୍ୟ, ତେଣେ ଯି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ଡାଙ୍କର, ତାବ ଭୂମି ଆନ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିତକେ ଡାଙ୍କର ହ'ବ ।

କଥଗ ଆକ ସଙ୍ଗ ଦୁଟା ତ୍ରିଭୁଜ । କଥଗ ତ୍ରିଭୁଜର କଥ ଆକ କଗ ଭୂଜ କ୍ରମେ, ସଙ୍ଗ ତ୍ରିଭୁଜର ସଙ୍ଗ ଆକ ସଙ୍ଗ ଭୂଜର ସମାନ, ଅର୍ଥାଏ କଥ ଭୂଜ ସଙ୍ଗ ଭୂଜେସୈତେ, ଆକ କଗ ଭୂଜ ସଙ୍ଗ ଭୂଜେସୈତେ

ସମାନ । କିନ୍ତୁ ଥକଗ କୋଣ ଓସଚ କୋଣତକେ ଡାଙ୍ଗର, ଏତେକେ, ଥଗ ଭୂମି ଓ ଉଚ୍ଚ ଭୂମିକେ ଡାଙ୍ଗର ହ'ବ ।

ସଙ୍ଗେ ତ୍ରିଭୁଜର ସଙ୍ଗ ଆକୁ ସଚ ଭୂଜ ଦୁଟାର ମାଜତ ସଙ୍ଗ ଜାନିବା ସଚ ଭୂଜତକେ ଡାଙ୍ଗର ନହ୍ୟ । ସଙ୍ଗ ଭୂଜର ସବିନ୍ଦୁତ ସଚ ଥକା ଫାଲେ ଥକଗ କୋଣର ସମାନ କବି ଓସଚ

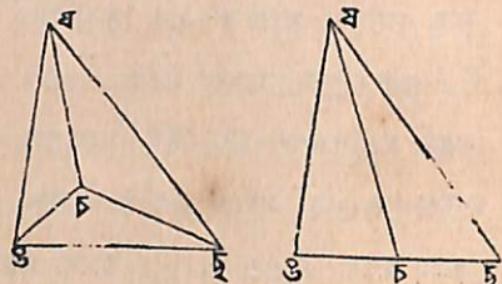


କୋଣ ସାଜା (୨୩ ପ୍ର), ଆକୁ ସଚ ବେଖାଟୋ ସଚ ବା କଗ ଭୂଜର ସମାନ କବି ଲୋରା (୩ ପ୍ର) । ଓ, ଛ ଆକୁ ଚ, ଛ ସଂଲଗ୍ନ କବା ।

ଏତିଆ, ସଙ୍ଗର ତ୍ରିଭୁଜର ସଙ୍ଗ ଆକୁ ସଚ ଭୂଜ କ୍ରମେ କଥଗ ତ୍ରିଭୁଜର କଥ ଆକୁ କଗ ଭୂଜର ସମାନ ; ଆକୁ ଓସଚ କୋଣ ଥକଗ କୋଣର ସମାନ (କ୍ରିୟା) ; ସୁତବାଂ ଓ ଉଚ୍ଚ ଭୂମି ଥଗ ଭୂମିର ସମାନ (୪ ପ୍ର), ଆକୈ ସଚଚ ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜ, ତାବେ ସଚ ଆକୁ ସଚ ଭୂଜ ପରମ୍ପରର ସମାନ (କ୍ରିୟା) । ଏତେକେ, ସଚଚ କୋଣ ସଚଚ କୋଣର ସମାନ (୫ ପ୍ର) । କିନ୍ତୁ ସଚଚ କୋଣ ଓ ଉଚ୍ଚ କୋଣତକେ ଡାଙ୍ଗର (୯ ସ୍ଵ) ; ସୁତବାଂ ସଚଚ କୋଣର ଓ ଉଚ୍ଚ କୋଣତକେ ଡାଙ୍ଗର । ଏତେକେ, ଉଚ୍ଚ କୋଣ ଓ ଉଚ୍ଚ କୋଣତକେ ଅତି ଡାଙ୍ଗର । ଆକୈ, ଉଚ୍ଚ ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜ, ତାବେ ଉଚ୍ଚ କୋଣ ଓ ଉଚ୍ଚ କୋଣତକେ ଡାଙ୍ଗର, ଆକୁ ଡାଙ୍ଗର କୋଣର ସମ୍ମୁଖର ଭୂଜର ଡାଙ୍ଗର ; ଏତେକେ, ଉଚ୍ଚ ଭୂଜ ଓ ଉଚ୍ଚ ଭୂଜତକେ ଡାଙ୍ଗର (୧୯ ପ୍ର) ; କିନ୍ତୁ ଉଚ୍ଚ ଆକୁ ଥଗ ସମାନ ବୁଲି ଆଗେ ଦେଖୁରା ଗିଛେ ; ସୁତବାଂ ଥଗ ଭୂମି ଓ ଉଚ୍ଚ ଭୂମିତକେ ଡାଙ୍ଗର । ଅତଏବ ଯଦି ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜର ଇତ୍ୟାଦି ।

(କ) “ସତ୍ର ଜାନିବା ସଚ ଭୁଜତକେ ଡାଙ୍ଗର ନହଯ” ଏଣେ
କ’ଇ ଲୋରାବ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ଏହି ଯେ, ତେଣେ ନକ’ଲେ ଆକୁ ଦୁଇ ବିଧ
ପ୍ରମାଣ ହୁଯ ; ଯେଣେ, ତଳତ ଦିଯା ହୈଛେ ।

୧ୟ ଆକୃତିକ ସଚ ଭୁଜବ
ଚ ବିନ୍ଦୁ ଓ ଚ ଭୁଜର ଓପର
କାଲେ ପରିବେ ।



ପ୍ରମାଣ । ସଚ + ଚତୁର୍ଥ,
ସଚ + ଚତୁର୍ଥ ତକେ ଡାଙ୍ଗର

(୨୧ ପ୍ର) ; କିନ୍ତୁ ସଚ = ସଚ (କ୍ରିୟା) । ∴ ସଚ + ଚତୁର୍ଥ = ସଚ,
ସଚ + ଚତୁର୍ଥ = ସଚ ତକେ ଡାଙ୍ଗର ; ଅର୍ଥାତ୍ ଉଚ୍ଚ, ଉଚ୍ଚ ତକେ ଡାଙ୍ଗର ।
୨ୟ ଆକୃତିତ ସଚ ଭୁଜର ଚ ବିନ୍ଦୁ ଉଚ୍ଚ ଭୁଜତ ପରିବେ ।

ପ୍ରମାଣ । ସ୍ପଷ୍ଟ ଦେଖା ଯାଏ ଯେ, ଉଚ୍ଚ, ଉଚ୍ଚ ଭୁଜର ସମାନ ଏକ
ଅଂଶ, ∴ ଉଚ୍ଚ, ଉଚ୍ଚ ତକେ ଡାଙ୍ଗର (୯ ସ୍ଵ) ।

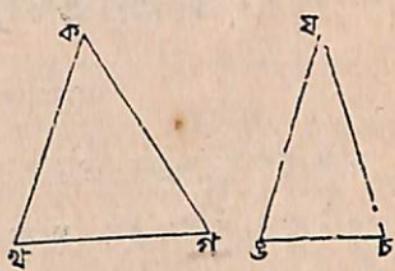
୧୫ ପ୍ରତିଜ୍ଞା—ଉପପାଦ୍ୟ ।

ଯଦି ଦୁଇ ତ୍ରିଭୁଜର ଏଟାବ ଦୁଇ ଭୁଜ କମେ ଆନଟୋବ ଦୁଇ
ଭୁଜେ ମୈତେ ସମାନ ହୁଯ, କିନ୍ତୁ ଯଦି ଏଟାବ ଭୂମି ଆନଟୋବ
ଭୂମିତକେ ଡାଙ୍ଗର ହୁଯ, ତେଣେ ଯି ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି ଡାଙ୍ଗର ତାବ
ସମାନ ସମାନ ଭୁଜର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ କୋଣର ଆନ ତ୍ରିଭୁଜର ସମାନ
ସମାନ ଭୁଜର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ କୋଣର ଡାଙ୍ଗର ହ’ବ ।

କଥଗ ଆକ ସଙ୍ଚ ଦୁଇ ତ୍ରିଭୁଜ । କଥଗ ତ୍ରିଭୁଜର କଥ ଆକ କଗ ଭୁଜ କ୍ରମେ ସଙ୍ଚ ତ୍ରିଭୁଜର ସଚ ଆକ ସଚ ଭୁଜେ ସୈତେ ସମାନ ଅର୍ଥାଏ କଥ, ସଙ୍ଚ ସୈତେ ଆକ କଗ, ସଚ ସୈତେ ସମାନ । କିନ୍ତୁ ଖଗ ଭୂମି ଓ ଭୂମିତାକେ ଡାଙ୍ଗର । ଏତେକେ, ଖକଗ କୋଣ ଓ ସଚ କୋଣତାକେ ଡାଙ୍ଗର ହ'ବ ।

କାବଣ, ସଦି କୋରା
କଥଗ କୋଣ ଓ ସଚ କୋଣ-
ତାକେ ଡାଙ୍ଗର ନହଯ, ତେଣେ
ହୟ ତାବ ସମାନ ହବ, ନାହିଁବା

ତାତାକେ ସକ ହ'ବ । କିନ୍ତୁ ଖକଗ କୋଣ ଓ ସଚ କୋଣର ସମାନ ନହଯ; କିମ୍ବା ସମାନ ହୋଇବା ହ'ଲେ ଖଗ ଭୂମି ଓ, ଭୂମିର ସମାନ ହ'ଲହେତେନ (୪ ପ୍ର) । କିନ୍ତୁ, ଖଗ ଭୂମି ଓ ଭୂମିତାକେ ଡାଙ୍ଗର (କଳାନା) ଏତେକେ ଖକଗ କୋଣ ଓ ସଚ କୋଣର ସମାନ ନହଯ । ଆକ ତାତାକେ ସକତ ନହଯ, କାବଣ, ତେଣେ ହୋଇବା ନହଯ । ହ'ଲେ ଖଗ ଭୂମି ଓ ଭୂମିତାକେ ସକ ହ'ଲହେତେନ (୨୪ ପ୍ର), କିନ୍ତୁ ଖଗ ଭୂମି ଓ ସଚ ଭୂମିତାକେ ସକ ନହଯ (କଳାନା); ଏତେକେ ଖକଗ କୋଣ ଓ ସଚ କୋଣତାକେ ସକ ନହଯ । ପ୍ରାର୍ବେ ଦେଖୁରା ହେଛେ ଯେ, ଖକଗ କୋଣ ଓ ସଚ କୋଣର ସମାନ ନହଯ; ସୁତବାଂ ଖକଗ କୋଣ ଓ ସଚ କୋଣତାକେ ଡାଙ୍ଗର । ଅତଏବ, ସଦି ଦୁଇ ତ୍ରିଭୁଜର ଇତ୍ୟାଦି ।



১৬ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

যদি দুই ত্রিভুজের এটাৰ দুই কোণ ক্ৰমে আনটোৰ দুই কোণে সৈতে সমান হয়, আৰু যদি এটা ২ ভুজও সমান হয়, অৰ্থাৎ সমান সমান কোণ দুটোৰ মধ্যস্থ ভুজ অথবা সিঁহতৰ সম্মুখস্থ এটা ২ ভুজ সমান হয়; তেন্তে এটা ত্রিভুজের অবশিষ্ট দুই ভুজ ক্ৰমে আনটোৰ অবশিষ্ট দুই ভুজের সমান হ'ব। আৰু তৃতীয় কোণ সমান হ'ব।

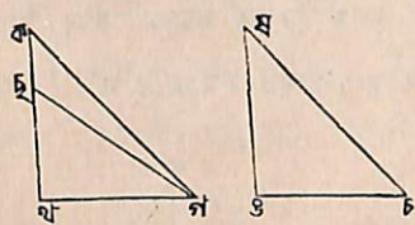
কথগ আৰু ঘঙ্গ দুই ত্রিভুজ। কথগ ত্রিভুজের কথগ আৰু কগখ কোণ দুটা ক্ৰমে, ঘঙ্গ ত্রিভুজের ঘঙ্গ আৰু ঘচঙ্গ কোণে সৈতে সমান আছে; অৰ্থাৎ কথগ কোণ ঘঙ্গ কোণে সৈতে সমান আছে; আৰু এটা এটা ভুজও সমান আছে। ১ম, যি ভুজ, সমান সমান কোণের মধ্যস্থ অৰ্থাৎ খগ আৰু ঘচ ভুজ সমান আছে বুলি ধৰা যাওক। এতিয়া, ত্রিভুজ দুটোৰ আন দুই ভুজ অৰ্থাৎ কথ, ঘঙ্গ সৈতে কগ, ঘচ সৈতে সমান হ'ব আৰু খকগ তৃতীয় কোণ, ঘঘচ তৃতীয় কোণের সমান হ'ব।

যদি কথ ভুজ, ঘঙ্গ
ভুজৰ সমান নহয় বুলি
কোৱা, তেনেহলে দুইবো
মাজত এটা ডাঙৰ হ'ব;

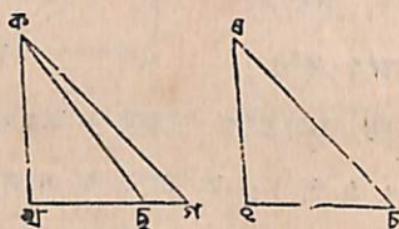
কথ, জানিবা ঘঙ্গ ভুজতকৈ ডাঙৰ; ঘঙ্গ ভুজৰ সমান কৰি
খছ কাটি লোৱা (৩ প্র) ; ছ আৰু গ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, ছখগ আৰু ঘঙ্গ দুটা ত্ৰিভুজ; সিহঁতৰ ছখ ভুজ
ঘঙ্গ সৈতে খগ ভুজ ও ঘঙ্গ সৈতে সমান; আৰু ছখগ কোণ খঙ্গ
কোণৰ সমান (কল্পনা)। এতেকে, ছগ ভূমি ঘচ ভূমিৰ
সমান (৪ প্র); আৰু সমান সমান ভুজৰ সম্মুখস্থ কোণ
সমান অর্থাৎ ছগখ কোণ ঘচও কোণৰ সমান। কিন্তু, কগখ
কোণ ঘচও কোণৰ সমান (কল্পনা)। এতেকে ছগখ কোণও
কগখ কোণৰ সমান (১ প্র); কিন্তু সক বস্তু যে, ডাঙৰ
বস্তুৰ সমান, এনে অসম্ভৱ। এতেকে, কথ আৰু ঘঙ্গ অসমান
নহয় অর্থাৎ কথ, ঘঙ্গ সমান। সুতৰাং কথগ আৰু ঘঙ্গ
ত্ৰিভুজৰ কথ ভুজ ঘঙ্গ ভুজ, খগ ভুজ ও ভুজৰ সমান আৰু
কথগ কোণ ঘঙ্গ কোণৰ সমান, অতএব কগ ভূমি ঘচ ভূমিৰ
সমান (৪ প্র)। আৰু খকগ তৃতীয় কোণ ও ঘচ তৃতীয়
কোণৰ সমান।

২য়, ত্ৰিভুজ দুটাৰ সমান সমান কোণৰ সম্মুখস্থ এটা ভুজ
অর্থাৎ কথ ভুজ ঘঙ্গ ভুজে সৈতে সমান সমান বুলি ধৰা
যাওক। পূৰ্বৰ দৰে কগ ভুজ ঘচ ভুজে সৈতে আৰু খগ ভুজ



ওচ ভুজে সৈতে সমান হ'ব, আৰু খকগ তৃতীয় কোণ ঘঢ়চ
তৃতীয় কোণৰ সমান হ'ব।



খগ ভুজ ওচ ভুজে সৈতে সমান নহয় বুলি যদি কোৱা,
তেন্তে ছটাৰ এটা নিশ্চয় ডাঙ্গৰ হ'ব। খগ জানিবা ওচ
ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ। খছ, ওচ ভুজৰ সমান কবি লই ক আৰু ছ
সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কছখ আৰু ঘচও ছটা ত্ৰিভুজ ; সিঁহঁতৰ কখ ভুজ
ঘও ভুজৰ, খছ ভুজ ওচ ভুজৰ সমান আৰু কখছ কোণ ঘঢ়চ
কোণৰ সমান (কল্পনা)। এতেকে, কছ ভূমি ঘচ ভূমিৰ
সমান (৪ প্র) ; আৰু সমান সমান ভুজৰ সম্মুখস্থ কছখ
কোণ আৰু ঘচও কোণ সমান। কিন্তু ঘচও কোণ কগখ
কোণৰ সমান (কল্পনা) সুতৰাং কগখ কোণ কছখ কোণৰও^১
সমান। কিন্তু কছখ কোণ কছগ ত্ৰিভুজৰ বহিঃস্থ কোণ ;
আৰু কগখ তাৰ দূৰস্থ ভিতৰ কোণ ; এতেকে, বহিঃস্থ কোণ
দূৰস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান হ'ব নোৱাৰে (১৬ প্র) ; সুতৰাং
খগ আৰু ওচ অসমান নহয় অৰ্থাৎ সিঁহঁত সমান। এতেকে,
কখগ আৰু ঘঢ়চ ত্ৰিভুজৰ, কখ, ঘও ভুজৰ, খগ, ওচ ভুজৰ

সমান ; আক সিহ্তব মধ্যবর্তী কথগ আক ষঙ্গ কোণ
সমান, সুতৰাং কগ ভূমি ঘচ ভূমিৰ সমান (৪ প্র)। আক
খকগ তৃতীয় কোণ ষঙ্গ তৃতীয় কোণৰ সমান। অতএব,
যদি দুই ত্রিভুজৰ ইত্যাদি ।

১৭ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

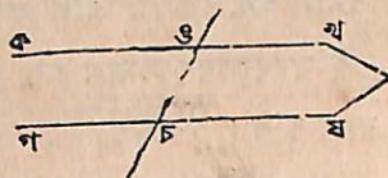
আকৃতি ২ বিধ ।

এটা সৰল বেখা আন দুটা সৰল বেখাৰ ওপৰত পৰিলে
যদি বিপর্যস্ত অর্থাৎ ওলোটা কোণ যোৰ সমান হয়, তেন্তে
সেই সৰল বেখা দুটা পৰম্পৰ সমান্তৰাল হ'ব।

ওচ সৰল বেখা কথ আক গঘ সৰল বেখা দুটাৰ ওপৰত
পৰি — আক ওচ ওলোটা কোণ দুটা পৰম্পৰ সমান
কৰিছে, এতেকে, কথ আক গঘ সমান্তৰাল হ'ব।

যদি বোলা, কথ আক গঘ
সমান্তৰাল নহয়, তেন্তে বঢ়ালে
সিহ্ত ক, গ মূৰেই হওক বা খ,
ঘ মূৰেই হওক এমূৰে নিশ্চয়
মিলিব। এনে যদি সম্ভৱ হয়, তেন্তে খ আক ঘ মূৰে বঢ়াই
দিয়া যাওক আক বাঢ়ি যাই সিহ্ত ছ বিন্দুত মিলি খাওক।

এতিয়া, ওচছ এটা ত্রিভুজ ; তাৰ ছও ভূজ, ক বিন্দুলৈ
বঢ়োৱা আছে, এতেকে, কওচ বহিঃস্থ কোণ ওচছ দূৰস্থ ভিতৰ



କୋଣତାକେ ଡାଙ୍ଗର (୧୬ ପ୍ର) । କିନ୍ତୁ କଞ୍ଚ କୋଣ ଓଚୁ କୋଣର
ସମାନ (କଳନା) ; ସୁତବାଂ କଞ୍ଚ କୋଣ ଓଚୁ କୋଣର ସମାନୋ
ଆକୁ ତାତାକେ ଡାଙ୍ଗରୋ ଏନେ ଅସନ୍ତର ; ଏତେକେ, କଥ ଆକୁ ଗୟ,
ବଢାଲେ ଖ, ଘ ମୂରେ ମିଳ ନାଖାଯ । ସେଇ ଲେଖିଯା କ, ଗ ମୂରେ
ବଢାଲେ ଯେ ମିଳ ହ'ବ ତେଣେଓ ନହଯ ; କିନ୍ତୁ ଯି ଯି ସବଲ ବେଖା
ଏକେ ସମ୍ବଦ୍ଧବାତଳତ ଆଛେ ଆକୁ ବଢ଼ୋରା ମାନେ କେତିଯାଓ ମିଳ
ନାଖାଯ, ସିହଁତକ ସମାନ୍ତବାଲ ବେଖା ବୋଲେ ; ସୁତବାଂ କଥ ଆକୁ
ଗୟ ପରମ୍ପର ସମାନ୍ତବାଲ । ଅତଏବ ଏଟା ସବଲ ବେଖା ଇତ୍ୟାଦି ।

୨୮ ପ୍ରତିଭା—ଉପପାଦ୍ୟ ।

ଏଟା ସବଲ ବେଖା ଆନ ଢଟା ସବଲ ବେଖାବ ଓପରତ ପରିଲେ
ଯଦି ସେଇ ବେଖାବ ଏକେ ଫାଲବ ବହିଃନ୍ତ କୋଣ ଦୂରତ୍ତ ଭିତର କୋଣର
ସମାନ ହୟ, କିମ୍ବା, ଏକେ ଫାଲବ ଭିତର କୋଣ ଢଟା ଏକତ୍ର ଯୋଗେ
ଦୁଇ ସମକୋଣର ସମାନ ହୟ, ତେଣେ, ସେଇ ଦୁଇ ସବଲ ବେଖା ସମାନ୍ତ-
ବାଲ ହ'ବ ।

ଓଚ ସବଲ ବେଖା କଥ ଆକୁ ଗୟ ସବଲ ବେଖା ଢଟାବ ଓପରତ
ପରି ଏକେ ଫାଲବ ଓଚିଥ ବହିଃନ୍ତ କୋଣଟୋକ ଛଜୟ ଦୂରତ୍ତ ଭିତର
କୋଣର ସମାନ କବିଛେ, କିମ୍ବା ଏକେ ଫାଲବ ଖଚଜ ଆକୁ ଛଜୟ
ଦୂରତ୍ତ ଭିତର କୋଣ ଢଟାକ ଏକତ୍ର ଯୋଗେ ଦୁଇ ସମକୋଣର ସମାନ
କବିଛେ ; ଏତିଯା, କଥ ଆକୁ ଗୟ ସମାନ୍ତବାଲ ହ'ବ ।

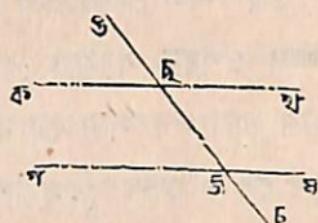
କାରଣ, ଖୁବ୍ କୋଣ ଛଜୟ
କୋଣର ସମାନ (କଲ୍ପନା) । ଆକ
ଖୁବ୍ କୋଣ କହକ କୋଣର ସମାନ
(୧୫ ପ୍ର) ; ଏତେକେ କଛଜ କୋଣ
ଛଜୟ କୋଣର ସମାନ (୧ ସ୍ଵ) ।

ଆକ ସିଂହିତ ବିପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କୋଣ ଏତେକେ, କଥ ଆକ ଗଦ ସମାନ୍ତରାଳ
(୨୭ ପ୍ର) ।

ଆକୋ ଖୁବ୍ ଆକ ଛଜୟ କୋଣ ଠୁଟା ଏକତ୍ରେ ତୁଟି ସମକୋଣର
ସମାନ (କଲ୍ପନା) । ଆକ କଛଜ, ଖୁବ୍ କୋଣର ଏକତ୍ରେ ତୁଟି
ସମକୋଣର ସମାନ (୧୦ ପ୍ର) । ଏତେକେ, ଖୁବ୍ ଛଜୟ କୋଣ
ଏକତ୍ରେ କଛଜ ଆକ ଖୁବ୍ କୋଣର ସମାନ । ଏଇ ତୁଟି ସମାନ
ବନ୍ଧୁର ପରା ଖୁବ୍ ସାମାନ୍ୟ କୋଣ ବାଦ ଦିଯା, ଶୁତରାଂ କଛଜ
ଅରଣ୍ଯିଷ୍ଟ କୋଣ ଛଜୟ ଅରଣ୍ଯିଷ୍ଟ କୋଣର ସମାନ (୩ ସ୍ଵ) ; ଆକ
ସିଂହିତ ବିପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କୋଣ ଏତେକେ, କଥ ଆକ ଗଦ ସମାନ୍ତରାଳ
(୨୭ ପ୍ର) । ଅତଏବ, ଏଟା ସବଳ ବେଖା ଇତ୍ୟାଦି ।

୧୯ ପ୍ରତିଜ୍ଞା—ଉପପାଦ୍ୟ ।

ସଦି କୋନୋ ସବଳ ବେଖା, ଠୁଟା ସମାନ୍ତରାଳ ସବଳ ବେଖାର
ଓପରତ ପବେ, ତେନେହଲେ ସିଂହିତ ବିପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କୋଣ ଠୁଟା ସମାନ
ହ'ବ ; ଆକ ଏକେ ଫାଲର ବହିଙ୍କ କୋଣ ଦୂରତ୍ତ ଭିତର କୋଣର
ସମାନ ହ'ବ ; ଆକ ଏକେ ଫାଲର ଭିତର କୋଣ ଠୁଟା ଏକତ୍ର ଯୋଗେ
ତୁଟି ସମକୋଣର ସମାନ ହ'ବ ।



ଜେ ସବଲ ବେଖା କଥ ଆକ ଗମ ଏହି ଦୁଇ ସମାନ୍ତରାଳ ସବଲ
ବେଖାର ଓପରତ ପରିବେ ; ଏତେକେ କଛଚ ଆକ ଛଚୟ ବିପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ
କୋଣ ଦୁଟା ପରମ୍ପର ସମାନ ହ'ବ ; ଆକ ଏକେ ଫାଲର ବହିଃନ୍ତ୍ର
ଉଚ୍ଚଥ କୋଣ ଛଚୟ ଦୂରତ୍ତ ଭିତର କୋଣର ସମାନ ହ'ବ ଆକ ଏକେ
ଫାଲର ଖଛଚ ଆକ ଛଚୟ ଭିତର କୋଣ ଦୁଟା ଏକତ୍ର ଯୋଗେ ଦୁଇ
ସମକୋଣର ସମାନ ହ'ବ ।

ପ୍ରଥମତଃ । ଯଦି କୋରା

କଛଚ ଆକ ଛଚୟ ବିପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ
କୋଣ ଦୁଟା ସମାନ ନହଯ, ତେଣେ
ଏଟା ଆନଟୋତକୈ ନିଶ୍ଚଯ
ଡାଙ୍ଗର ହ'ବ । ଯଦି ଏନେ ସମ୍ଭବ,

କଛଚ କୋଣ, ଛଚୟ କୋଣତକୈ ଡାଙ୍ଗର ବୁଲି ଧବା ଯାଏକ । ଏତିଯା
ଏହି ଦୁଇ ଅସମାନ ବନ୍ଧୁର ଲଗତ ଖଛଚ କୋଣ ଯୋଗ କବା, ଏତେକେ,
କଛଚ ଆକ ଖଛଚ କୋଣ ଛଚୟ ଆକ ଖଛଚ କୋଣତକୈ ଡାଙ୍ଗର
(୪ ସ୍ଵ) । ଆକ, କଛଚ ଆକ ଖଛଚ କୋଣ ଦୁଟା ଦୁଇ ସମକୋଣର
ସମାନ (୧୦ ପ୍ର) । ସୁତବାଂ ଛଚୟ ଆକ ଖଛଚ କୋଣ ଦୁଟା ଦୁଇ
ସମକୋଣତକୈ ସକ । କିନ୍ତୁ ଏଟା ସବଲ ବେଖା ଆନ ଦୁଟା ସବଲ
ବେଖାର ଓପରତ ପରିଲେ, ଯଦି ଏକେ ଫାଲର ଭିତର କୋଣ ଦୁଟା
ଦୁଇ ସମକୋଣତକୈ ସକ ହୟ, ତେଣେହଲେ ମେହେଲେ ଦୁଇ ସବଲ ବେଖା
ବୁନ୍ଦି କରିଲେ ଯି ଫାଲର ଭିତର କୋଣ, ଦୁଇ ସମକୋଣତକୈ ସକ
ମେହେଲେ ଫାଲେ ମିଲିବ । ଏତେକେ, କଥ ଆକ ଗମ ସବଲ ବେଖା
ଦୁଟା ବଢାଲେ ଥ, ସ ମୂରେ ମିଲ ହ'ବ (୧୨ ସ୍ଵ) । କିନ୍ତୁ ସିଂହତ

କେତିଆ ଓ ନିମିଲେ, କିଯନୋ, ସିଂହ ସମାନ୍ତରାଳ ସବଲ ବେଖା
(କଳ୍ପନା) ; ଏତେକେ କହଚ ଆକ ଛଚୟ କୋଣ ଦୁଟା ଅସମାନ
ନହୟ ଅର୍ଥାତ୍ ସମାନ ।

ଦ୍ୱିତୀୟତଃ । କହଚ କୋଣ ଉଚ୍ଛବ କୋଣର ସମାନ (୧୫ ପ୍ର)
ଆକ କହଚ କୋଣ ଛଚୟ କୋଣ ସମାନ ବୁଲି ଓପରତ ଦେଖୁରା
ହେବେ ; ଏତେକେ, ଉଚ୍ଛବ ବହିଙ୍କୁ କୋଣ ଛଚୟ ଦୂରଙ୍ଗ ଭିତର କୋଣର
ସମାନ ।

ତୃତୀୟତଃ । ଓପରତ କୋରା ହେବେ ଯେ, ଉଚ୍ଛବ କୋଣ ଛଚୟ
କୋଣର ସମାନ, ଏଇ ସମାନ ସମାନ ବଞ୍ଚିଯେ ମୈତେ ଖଚଚ କୋଣ
ଯୋଗ ଦିଯା । ଏତେକେ ଉଚ୍ଛବ ଆକ ଖଚଚ କୋଣ ଏକତ୍ରେ ଖଚଚ
ଆକ ଛଚୟ କୋଣର ସମାନ (୨ ସବ୍ର) । କିନ୍ତୁ ଉଚ୍ଛବ ଆକ ଖଚଚ
କୋଣ ଦୁଟା, ଦୁଇ ସମକୋଣର ସମାନ (୧୩ ପ୍ର) । ମୁତରାଂ ଖଚଚ
ଆକ ଛଚୟ କୋଣ ଦୁଟା ଓ ଦୁଇ ସମକୋଣର ସମାନ । ଆକ ସିଂହ
ବୁଲି ବେଖାର ଏକେ ଫାଲେ ଥକା ଭିତର କୋଣ । ଅତଏବ,
ଯଦି କୋନୋ ସବଲ ବେଖା ଇତ୍ୟାଦି ।

୩୦ ପ୍ରତିଜ୍ଞା—ଉପପାତ୍ର ।

ଆକୃତି ୨ ବିଧ ।

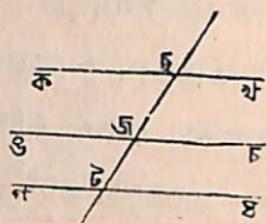
ସି ସି ସବଲ ବେଖା କୋନୋ ଏଟା ସବଲ ବେଖାର ସମାନ୍ତରାଳ
ସିଂହ ପରମ୍ପର ସମାନ୍ତରାଳ ।

କଥ ଆକ ଗଘ ସବଲ ବେଖା ପ୍ରତ୍ୟେକେ ଉଚ ସବଲ ବେଖାର
ସମାନ୍ତରାଳ, ଏତିଆ କଥ ଆକ ଗଘ ହୁଯୋ ସମାନ୍ତରାଳ ହ'ବ ।

ଛଜ୍ଟ ସବଲ ବେଖା କଥ, ଓଚ, ଗୟ ସବଲ ବେଖାର ଓପରତ
ପରୋକ ।

କଥ ଆକ ଓଚ ଗୟ ସମାନ୍ତବାଳ
ସବଲ ବେଖା; ଛଜ୍ଟ ସିହିତର ଓପରତ
ପରିଛେ; ଏତେକେ, କଛଜ ଆକ
ଛଜଚ ବିପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କୋଣ ଦୁଟା ପରମ୍ପର
ସମାନ (୨୯ ପ୍ର) । ଆକୋ ଓଚ

ଆକ ଗୟ ଦୁଟା ସମାନ୍ତବାଳ ସବଲ ବେଖା, ଛଜ୍ଟ ସିହିତର ଓପରତ
ପରିଛେ, ଏତେକେ ଛଜଚ ଆକ ଚଟ୍ଟଘ କୋଣ ସମାନ (୨୯ ପ୍ର);
ଆକ କଛଜ କୋଣ ଛଜଚ କୋଣର ସମାନ ବୁଲି ପୂର୍ବେ ଦେଖୁରା
ହେବେ, ଏତେକେ, କଛଟ କୋଣ ଛଟଘ କୋଣର ସମାନ ଆକ ସିହିତ
ବିପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କୋଣ, ସ୍ଵତବାଂ କଥ ଆକ ଗୟ ସବଲ ବେଖା ପରମ୍ପର
ସମାନ୍ତବାଳ । ଅତଏବ ଯି ଯି ସବଲ ବେଖା ଇତ୍ୟାଦି ।

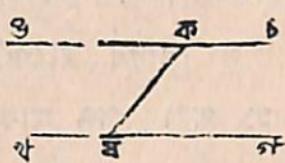


୩୧ ପ୍ରତିଜ୍ଞା—ସମ୍ପାଦନ ।

ଏଟା ନିକପିତ ବିନ୍ଦୁର ମାଜେଦି, ଏଟା ନିକପିତ ସବଲ ବେଖାର
ସମାନ୍ତବାଳ କବି ଏଟା ସବଲ ବେଖା ଟାନିବ ଲାଗିବ ।

କ ଏଟା ନିକପିତ ବିନ୍ଦୁ ଆକ ଖଗ ନିକପିତ ସବଲ ବେଖା ।
କ ବିନ୍ଦୁ, ମାଜେଦି ଖଗ ସବଲ ବେଖାର ସମାନ୍ତବାଳ ଏଟା ସବଲ
ବେଖା ଟାନିବ ଲାଗିବ ।

ଖଗ ବେଖାତ ଖ ବିନ୍ଦୁ ଲାଇ, କ ସୈତେ ଲଗାଇ ଦିଯା; କଷ
ବେଖାର କ ବିନ୍ଦୁତ କଷଗ କୋଣ ସମାନ
କବି ସକଞ୍ଚ କୋଣ ସାଜା (୨୩ ପ୍ର) ।
ଆକ ଡକ, ଚ ଲୈ ବଢାଇ ଦିଯା ।
ଏତିଯା ଓଚ ସବଳ ବେଖା ଖଗ ସବଳ
ବେଖାର ସମାନ୍ତରାଳ ହ'ବ ।



କାବଣ କଷ ବେଖା, ଖଗ ଆକ ଓଚ ବେଖା ଛଟାବ ଓପରତ ପରି
ଶୁକଥ ଆକ କଷଗ ବିପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କୋଣ ଛଟା ପରମ୍ପର ସମାନ କବିଛେ,
ଏତେକେ ଓଚ ସବଳ ବେଖା ଖଗ ସବଳ ବେଖାର ସମାନ୍ତରାଳ (୨୪ ପ୍ର) ;
ସୁତବାଂ କ ନିକପିତ ବିନ୍ଦୁର ମାଜେଦି ଖଗ ନିକପିତ ବେଖାର
ସମାନ୍ତରାଳ କବି ଓଚ ସବଳ ବେଖା ଟାନା ହ'ଲ । ଇତି ।

୩୨ ପ୍ରତିଜ୍ଞା—ଉପପାତ୍ର ।

ଆକୃତି ୩ ବିଧ ।

କୋନୋ ତ୍ରିଭୁଜର ଏଟା ଭୁଜ ବଢାଇ ଦିଲେ ବହିଃନ୍ତ କୋଣ
ଦୂରନ୍ତ ଭିତର କୋଣ ଛଟାବ ସମାନ ହ'ବ; ଆକ ପ୍ରତି ତ୍ରିଭୁଜର
ତିନୋଟା ଭିତର କୋଣ ଏକତ୍ର ଯୋଗେ ଛଇ ସମକୋଣର ସମାନ
ହ'ବ ।

କଥଗ ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜ । ତାର ଖଗ ଭୁଜ ସ ଲୈ ବଢାଇ ଦିଯା;
ଏତିଯା କଗଘ ବହିଃନ୍ତ କୋଣ, ଗକଥ ଆକ କଥଗ ଦୂରନ୍ତ ଭିତର

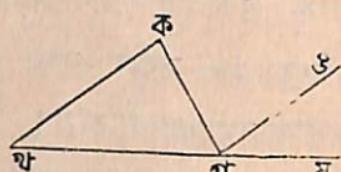
କୋଣ ଦୁଟାର ସମାନ ହ'ବ ଆକ କଥଗ, ଖଗକ, ଗକଥ ଭିତର କୋଣ ତିନିଟା ଏକତ୍ରେ ଦୁଇ ସମକୋଣର ସମାନ ହ'ବ ।

ଗ ବିନ୍ଦୁର ମାଜେଦି ଥକ ଭୁଜର ସମାନ୍ତରାଳ କବି ଗଡ଼ ଟାନା (୩୧ ପ୍ର) ; ଗଡ଼ ଆକ କଥ ପର-

ସ୍ପର ସମାନ୍ତରାଳ ; କଗ ବେଖା

ସିହିତର ଲଗତ ସମ୍ମିଲିତ ହୈଛେ,

ଏତେକେ, କଗଙ୍କ ଆକ ଥକଗ



ବିପର୍ଯ୍ୟାସ୍ତ କୋଣ ଦୁଟା ସମାନ (୨୯ ପ୍ର) । ଆକୋ, ଗଡ଼ ଆକ

କଥ ସମାନ୍ତରାଳ, ଥଘ ବେଖା ସିହିତର ଲଗତ ସମ୍ମିଲିତ ହୈଛେ,

ଏତେକେ, ଉଗଘ ବହିଃଶ୍ଵ କୋଣ କଥଗ ଦୂରସ୍ଥ ଭିତର କୋଣର ସମାନ (୨୯ ପ୍ର) ; କଗଙ୍କ କୋଣ ଥକଗ କୋଣର ସମାନ ବୁଲି ପୂର୍ବେ

ପ୍ରମାଣ ହୈଛେ, ସ୍ଵତବାଂ କଗଘ ଗୋଟେଇ କୋଣଟୋ ଥକଗ ଆକ

କଥଗ କୋଣ ଦୁଟାର ସମାନ (୨ସ୍ବ) ।

ଆକୋ, କଗଘ କୋଣ, ଥକଗ ଆକ କଥଗ କୋଣ ଦୁଟାର ସମାନ, ଏଇ ଦୁଇ ସମାନ ବନ୍ଧୁଯେ ମୈତେ କଗଥ କୋଣ ଯୋଗ ଦିଯା ଏତେକେ କଗଘ ଆକ କଗଥ କୋଣ ଥକଗ, କଥଗ, ଆକ କଗଥ ଏଇ ତିନି କୋଣର ସମାନ (୨ସ୍ବ) ; କଗଘ ଆକ କଗଥ କୋଣ, ଦୁଇ ସମକୋଣର ସମାନ (୧୩ ପ୍ର) ; ସ୍ଵତବାଂ କଥଗ, ଥକଗ ଆକ କଗଥ କୋଣ ଏକତ୍ରେ ଦୁଇ ସମକୋଣର ସମାନ (୧ସ୍ବ) ; ଅତଏବ, କୋନୋ ତ୍ରିଭୁଜର ଇତ୍ୟାଦି ।

(କ) ତ୍ରିଭୁଜର ଭିତର କୋଣ ତିନିଟା ଯେ ଏକତ୍ର ଯୋଗେ, ଦୁଇ ସମକୋଣର ସମାନ ତାକ, ତ୍ରିଭୁଜଟୋର ଭୁଜ ନବଟୋରାକେ ଓ

প্রমাণ করিব পাবি। যেনে, কখগ এটা ত্রিভুজ। তাব, ক
মূৰব পৰা খগ বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি কঘ টানা (৩১ প্র)।

ঘকগ কোণ = কগথ কোণ
(২৯ প্র) ∴ ঘকগ কোণ + খকগ

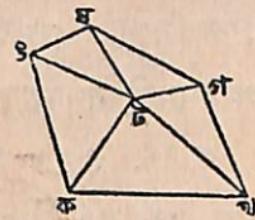
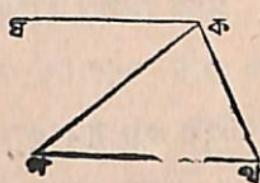
কোণ + কখগ কোণ = কগথ কোণ
+ কখগ কোণ + খকগ কোণ

(৩ স্ব); কিন্তু ঘকগ কোণ + খকগ কোণ + কখগ কোণ = ২
সমকোণ (২৯ প্র); ∴ কখগ + কগথ কোণ + খকগ কোণ
= ২ সমকোণ।

১। অনুমান। কোনো সবল বৈধিক ক্ষেত্ৰৰ ভিতৰ
কোণবোৰ, সেই ক্ষেত্ৰৰ ভুজ দুণ্ডুণ কৰি তাৰ পৰা চাৰি বাদ
দিলে যিমান থাকে সিমান সমকোণৰ সমান।

কখগঘঙ্গ এটা সবল বৈধিক ক্ষেত্ৰ; তাৰ পঁচটা ভুজ।
পঁচক দুণ্ডুণ কৰিলে দহ, দহৰ পৰা
চাৰি বাদ কাটিলে ছয় হয়; এতেকে,
কখগ, খগঘ, গঘঙ্গ, ঘঙ্গক, ককথ, এই
ভিতৰ কোণবোৰ ছয় সমকোণৰ সমান
হ'ব।

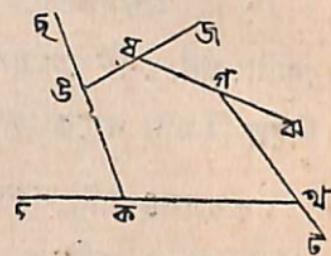
ক্ষেত্ৰটোৰ ভিতৰত, ট বিন্দু লই, ট, ক, খ; ট, গ; ট,
ঘ; আৰু ট, গ সংলগ্ন কৰা। সংলগ্ন কৰাত পঁচটা ত্রিভুজ
হৈছে; আৰু প্রতি ত্রিভুজৰ ভিতৰ কোণবোৰ দুই সমকোণৰ
সমান (৩২ প্র); এতেকে, এই ত্রিভুজ পঁচটাৰ ভিতৰ



কোণ, দহ সমকোণের সমান। কিন্তু ভিতৰ কোণ বোলোতে
ট বিন্দুৰ চাৰিও কালৰ কোণ কেইটা ও তাৰ মাজত ধৰা
হৈছে; আৰু সিহঁত চাৰি সমকোণের সমান (২ অ, ১৫ প্ৰ);
এতেকে সেই দহোটা সমমোণের পৰা এই চাইটা সমকোণ
বাদ কাটিলে ছয় সমকোণ থাকে; সুতৰাং এই সৰল বৈধিক
ক্ষেত্ৰটোৰ ভিতৰ কোণবোৰ ছয় সমকোণের সমান।

২। অনুমান। কোনো সৰল বৈধিক ক্ষেত্ৰৰ ভুজবোৰ
একে মুখে বঢ়াই দিলে, বাহিৰ ফালে যিমান কোণ হয়, সেই
আটাইবোৰ চাইটা সমকোণের সমান।

কথগঘঙ্গ এটা পঞ্চভুজ সৰল
বৈধিক ক্ষেত্ৰ। তাৰ ভুজ পঁচাটো
একে মুখে চ, ছ, জ, ঝ, ট বিন্দুলৈ
বঢ়াই দিয়া। বঢ়াই দিয়াত বাহিৰ
ফালে যিৰোৱা কোণ হৈছে, সিহঁত
একত্ৰ চাৰি সমকোণের সমান হ'ব।



কাৰণ, উক, ঘঙ্গ, গঘ, খগ আৰু কথ সৰল বৈধাবিলাক
ক্ৰমে, চথ, কছ, জঙ্গ, ঘৰা আৰু গট সৰল বৈধাবিলাককে সৈতে
সংলগ্ন হৈ দাতিৰ কোণবিলাকক দুই দুই সমকোণের সমান
কৰিছে (১৩ প্ৰ)। এতেকে, এই আটাইবিলাক কোণ
একত্ৰে দহ সমকোণের সমান, কিন্তু এই দহোটা সমকোণে
সৈতে ক্ষেত্ৰটোৰ ভিতৰ কোণবোৰও গণ্য হৈছে আৰু এই
ভিতৰ কোণ ছয় সমকোণের সমান (১ অনুঃ); সুতৰাং

দহৰ ছয় গল থাকিল চাৰি, বাহিৰ কোণবিলাক একত্ৰ চাৰি
সমকোণৰ সমান ।

৩২ প্রতিজ্ঞাৰ সাহায্য লই তলত লিখা বিষয়বোৰ
সহজে প্ৰমাণ হয় ।

(ক) কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ যদি আন দুটা
কোণৰ যোগফলৰ সমান হয়, তেন্তে সেই কোণটো সমকোণ ।
কথগ ত্ৰিভুজৰ কথগ কোণ থকগ আৰু থগক কোণ দুটাৰ
সমান, কথগ কোণ সমকোণ হ'ব ।

কথগ কোণ=থকগ কোণ=থগক কোণ=২ সমকোণ
(৩২ প্র) ; কিন্তু কথগ কোণ=থকগ কোণ+থগক কোণ
(কল্পনা) ; কথগ কোণ=১ সমকোণ ।

(ক') সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰতি কোণৰ পৰিমাণ এক সম-
কোণৰ টি । \therefore ত্ৰিভুজৰ ৩ কোণ=২ সমকোণ (৩২ প্র) ;
আৰু সমবাহু ত্ৰিভুজৰ তিনি কোণ পৰম্পৰ সমান (অ, ৫ প্র) ;
 \therefore সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ১ কোণ=১ সমকোণ ।

(গ) সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ সমকোণ থাকিলে
বাকী সমান কোণ দুটা প্ৰত্যেকে এক সমকোণৰ টি ।

\therefore ৩ কোণ=২ সমকোণ : \therefore ১ কোণ=১ সমকোণ ;
 \therefore দুই কোণ=১ সমকোণ ; আৰু তাহাতে পৰম্পৰ সমান ;
 \therefore ১ কোণ=১ সমকোণ ।

(ঘ) সমান কোণি সৰল বৈধিক ক্ষেত্ৰৰ যিমান ভূজ

আছে, জানা থাকিলে, তার ভিতর কোণবোৰ প্রত্যেকে
কিমান ডাঙৰ জানিব পাৰি।

কথগঘঙ্গ এটা বড়ুজ সৰল বৈধিক ক্ষেত্ৰ তাৰ ভিতৰ
কোণ ছয়টা পৰম্পৰ সমান।

\therefore ভিতৰ কোণ = ৮ সমকোণ (১ অ, ৩২ প্র) ; আৰু
সিহঁত ছয়টা পৰম্পৰ সমান ; $\therefore 8 \div 6 = ১\frac{1}{3}$ সমকোণ।

(ঝ) সৰল বৈধিক ক্ষেত্ৰৰ ভিতৰ কোণবোৰ যিমান
সমকোণৰ সমান জানা থাকিলে, তাৰ ভুজ কিমান জানা যায়।

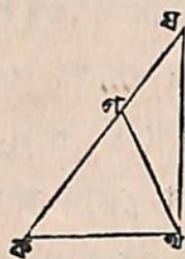
ওপৰত কোৱা সৰল বৈধিক ক্ষেত্ৰটোৰ ভিতৰ কোণ আঠ
সমকোণৰ সমান। $\therefore 8$ সমকোণ + ৮ সমকোণ = ১২
সমকোণ $12 \div 2 = ৬$ ভুজ।

(চ) যদি কোনো ত্ৰিভুজৰ দুই কোণ একত্ৰ আৰু
কোনো ত্ৰিভুজৰ দুই কোণে সৈতে সমান হয়, তেন্তে সিহঁতৰ
তৃতীয় কোণ সমান হ'ব।

কাৰণ, কথগ ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনটা ঘঙ্গ ত্ৰিভুজৰ কোণ
তিনিটোৰ সমান (১১ স্ব) ; কাৰণ, সিহঁতৰ দুই দুই সমকোণৰ
সমান (৩২ প্র)। আৰু এটাৰ কথগ আৰু কগখ কোণ দুটা
আনটোৰ ঘঙ্গ আৰু ঘচঙ্গ কোণ দুটাৰ সমান দিয়া আছে ;
এই সমান সমান কোণ দুটা, প্ৰতি ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটোৰ
পৰা বাদ দিলে এটাৰ খকগ তৃতীয় কোণ আনটোৰ ঘঘ
তৃতীয় কোণৰ সমান থাকিব (৩ স্ব)।

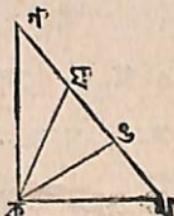
(ছ) কোনো নিকপিত সবল বেখাৰ মূৰ বিন্দুৰ পৰা,
১১ প্ৰতিজ্ঞাৰ বিনা সাহায্যে তাৰ ওপৰত লম্ব টানিব পাৰি।

কথ এটা নিকপিত সবল বেখা, তাৰ খ মূৰ বিন্দুৰ পৰা
এটা লম্ব টানিব লাগিব। কথ বেখাৰ ওপৰত কগখ সমবাহু
ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা (১ প্ৰ);
কগ বঢ়াই দি গঘ, কগ বেখাৰ
সমান কৰি লোৱা (৩ প্ৰ)। ঘ
আৰু খ সংলগ্ন কৰা। এতিয়া,
ঘ কথ বেখাৰ লম্ব হ'ব।



∴ গখঘ কোণ = গঘঘ কোণ, আৰু কথগ কোণ = গকখ
কোণ (৫ প্ৰ); কথঘ কোণ = খকঘ কোণ + কঘখ কোণ
(২ স্ব); আৰু ত্ৰিভুজৰ তিনি কোণ দুই সমকোণৰ সমান
(৩২ প্ৰ); খকঘ কোণ + কঘগ কোণ = ১ সমকোণ; আৰু,
কঘখ কোণ = ১ সমকোণ; ∴ ঘ তাৰ লম্ব (১০ সং)।

(জ) কোনো সমকোণক সমানে তিনি খণ্ড কৰিব
লাগে। খকগ এটা সমকোণ।
খ আৰু গ সংলগ্ন কৰা; কথ
বেখাৰ ওপৰত কথঘ সম-
বাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা (১ প্ৰ),
খকঘ কোণ ডক-বে সমান দুই খণ্ড কৰা (৯ প্ৰ)।

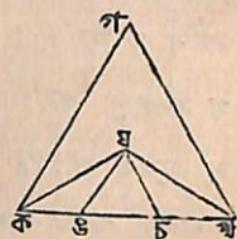


∴ খকগ কোণ = ১ সমকেণে (কলনা); খকঘ কোণ = ১
সমকোণ (৩২ প্ৰ, অ, ৫ প্ৰ) ∴ ঘকঘ কোণ আৰু খকঘ

প্রত্যেকে = সমকোণ, কাবণ সিঁত সমান (ক্রিয়া) ;
∴ খঙ্ক কোণ = উক্ত কোণ = গকঘ কোণ।

কোনো নিকপিত সবল বেখা এটাক সমানে তিনি খঙ্ক করিব লাগে। কথ এটা নিকপিত সবল বেখা ; তাক সমানে তিনি খঙ্ক করিব লাগিব।

কথ সবল বেখাৰ ওপৰত কথগ নামে সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা (১ প) ; কঘ
বেখাৰে খকগ কোণ আৰু খঘ
বেখাৰে কথগ কোণ সমানে দৃই
দৃই খঙ্ক কৰা (২ প) ; কগ
বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ঘ বিন্দুৰ মাজেদি ঘঙ্ক আৰু গখ
বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ঘ বিন্দুৰ মাজেদি ঘচ টানা (৩১ প) ;
এতিয়া কথ সবল বেখা ও আৰু চ বিন্দুত সমানে তিনি খঙ্ক
হ'ব।



গকঘ কোণ = উকঘ কোণ (ক্রিয়া) আৰু গকঘ কোণ
= কঘঙ্ক কোণ (২৯ প) ; ∴ উকঘ কোণ = উকঘ কোণ ;
∴ কঘ = ঘঙ্ক (৬ প) ; সেই দৰে খচ = ঘচ ; আকো ঘচঘ
কোণ = গকথ কোণ, আৰু ঘচঘ কোণ = গথক কোণ (২৯ প) ;
ঘঘচ কোণ + ঘচঘ কোণ = গকথ কোণ + গথক কোণ (২ স্ব) ;
∴ উঘচ কোণ = কগথ কোণ (অ, ৩২ প)। এতেকে, ঘঘচ
এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ সুতৰাং তাৰ ঘঙ্ক, ঘচ আৰু ঘঘচ তিনো ভুজ
সমান। আৰু পূৰ্বে প্ৰমাণ হৈছে যে, কঘ, ঘঙ্ক বেখাৰ আৰু

খচ, ঘচ বেখাৰ সমান ; এতেকে, কঙ, উচ আৰু চখ তিনো
সমান।

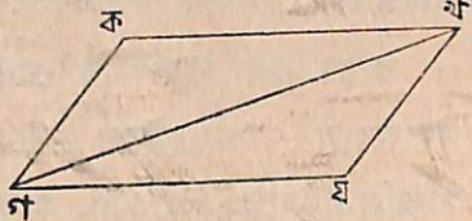
৩৩ প্রতিভা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

যদি দুই সমান আৰু সমান্তৰাল সবল বেখাৰ এফালৰ দুই
মূৰ এটা সবল বেখাই, আৰু আন ফালৰ দুই মূৰ আন এটা
সবল বেখাই সংলগ্ন কৰে, তেন্তে সেই দুই সবল বেখা পৰম্পৰ
সমান আৰু সমান্তৰাল হ'ব।

কথ আৰু গঘ সবল বেখা দুটা সমান আৰু সমান্তৰাল।
সিইতব ক আৰু গ মূৰ কগ সবল বেখাই খ আৰু ঘ মূৰ খঘ
সবল বেখাই সংলগ্ন কৰিছে; এতেকে, কগ আৰু খঘ সমান
আৰু সমান্তৰাল হ'ব। খ আৰু গ লগাই দিয়া।

এতিযা, কথ আৰু গঘ সমান্তৰাল; খগ দুয়ো সৈতে
সম্মিলিত আছে, এই কাৰণে কথগ আৰু খঘ বিপর্যস্ত কোণ
দুটা পৰম্পৰ সমান (২৯প্র);
কথগ আৰু খঘ ত্ৰিভুজৰ
কথ আৰু গঘ ভূজ সমান
(কল্পনা); খগ দুইবো সামান্য
(কল্পনা); আৰু কথগ কোণ খঘ কোণৰ সমান প্ৰমাণ হৈছে।



এতেকে, কগ ভূমি খঘ ভূমির সমান (৪ প্র) ; কখগ ত্রিভুজ
খগঘ ত্রিভুজৰ সমান, আৰু সিহঁতৰ সমান সমান ভূজৰ সমুখস্ত
কগখ কোণ গখঘ কোণ সমান। আকোঁ, খগ সৰল বেখা কগ
আৰু খঘ সৰল বেখাই সৈতে সম্প্রিলিত হৈ কগখ আৰু গখঘ
বিপর্যস্ত কোণ দুটা সমান কৰিছে, এতেকে, কগ আৰু খঘ
সমান্তৰাল (২৭ প্র) ; আৰু সিহঁত সমান যে পূৰ্বে প্ৰমাণ
হৈছে। অতএব যদি দুই সমান আৰু সমান্তৰাল ইত্যাদি।

৩৪ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

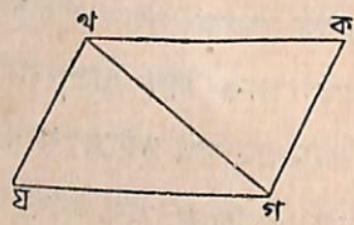
আকৃতি ২ বিধি।

সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ সমুখস্ত ভূজবোৰ পৰম্পৰ সমান আৰু
সমুখস্ত কোণবোৰও পৰম্পৰ সমান ; আৰু শ্ৰান্তি অৰ্থাৎ
চুকিয়াচুকি বেখাই তাক সমানে দুই খণ্ড কৰে।

কখঘগ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, খগ তাৰ শ্ৰান্তি। এতেকে,
তাৰ সমুখস্ত ভূজ পৰম্পৰ সমান হ'ব, আৰু সমুখস্ত কোণও
সমান হ'ব। আৰু খগ শ্ৰান্তিয়ে তাক সমানে দুই খণ্ড কৰিব।

কাৰণ, কখ আৰু গঘ বেখা

সমান্তৰাল ; খগ দুইবো সৈতে
সম্প্রিলিত হৈছে ; এতেকে, কখগ
আৰু খগঘ, বিপৰ্যস্ত কোণ দুটা
পৰম্পৰ সমান (২৯ প্র) ; আকোঁ কগ আৰু খঘ সমান্তৰাল,

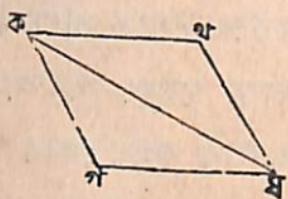


খগ দুইবো সৈতে সম্মিলিত হৈছে, এতেকে, কগথ আৰু গথঘ
বিপর্যাস্ত কোণ পৰম্পৰ সমান। এতিয়া, কথগ ত্ৰিভুজৰ
কথগ আৰু কগথ কোণ ক্ৰমে গথঘ ত্ৰিভুজৰ খগঘ আৰু গথঘ
কোণ সৈতে সমান। আৰু সমান সমান কোণৰ ওচৰৰ এটা
ভুজ অৰ্থাৎ খগ দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সামান্য ভুজ, এতেকে সিহঁতৰ
আন আন ভুজ সমান আৰু তৃতীয় কোণ সমান অৰ্থাৎ কথ
আৰু গঘ ভুজ, কগ আৰু খঘ ভুজ পৰম্পৰ সমান, খকগ আৰু
খঘগ কোণ সমান (২৬ প্র) ; কথগ কোণ খগঘ কোণৰ,
কগথ কোণ গথঘ কোণৰ সমান বুলি পূৰ্বে দেখুৱা হৈছে।
এতেকে, কথঘ গোটেই কোণটো কগঘ গোটেই কোণটোৰ
সমান (২ স্ব) ; আৰু খকগ কোণ খঘগ কোণৰ সমান যে
পূৰ্বে প্ৰমাণ হৈছে, এতেকে সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ সমূখ্যস্ত ভুজ
আৰু কোণবোৰ পৰম্পৰ সমান। আৰু শ্ৰতিয়ে তাক সমানে
দুই খণ্ড কৰে। কাৰণ, কথগ আৰু গথঘ ত্ৰিভুজৰ কথ ভুজ
গঘ ভুজৰ সমান, খগ দুইবো সামান্য ভুজ, এতেকে, কথ আৰু
খগ ভুজ ক্ৰমে গঘ আৰু খগ ভুজৰ সমান আৰু কথগ কোণ
খগঘ কোণৰ সমান সুতৰাং কথগ ত্ৰিভুজ খগঘ ত্ৰিভুজৰ
সমান (৪ প্র)। অতএব, সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ ইত্যাদি।

৩৪ প্ৰতিজ্ঞাৰ বিপৰীত প্ৰতিজ্ঞা।

চতুৰ্ভুজ ক্ষেত্ৰৰ সমূখ্যস্ত ভুজ বা সমূখ্যস্ত কোণ সমান হ'লে
সেই ভুজবোৰ সমান্তৰাল হ'ব অৰ্থাৎ ক্ষেত্ৰটো সমান্তৰাল
ক্ষেত্ৰ হ'ব।

কথগঘ চতুর্ভুজ ক্ষেত্রটোৰ
সমুখস্ত ভুজ আৰু কোণবোৰ
সমান আছে, এতেকে, এই
ক্ষেত্রটো সমান্তৰাল ক্ষেত্র হ'ব।



প্ৰথমতঃ। ∵ কথ=গঘ ∴ কথ+কঘ+গঘ+কঘ, ∴
খঘ=কগ (কলনা); ∴ খকঘ কোণ=কঘগ কোণ (৮ প্র);
আৰু এই কোণ দুটা বিপৰ্য্যস্ত কোণ; ∴ কথ আৰু গঘ
সমান্তৰাল সেই দৰে কগ আৰু খঘ সমান্তৰাল প্ৰমাণ হয়।

দ্বিতীয়তঃ। চতুর্ভুজৰ ৪ কোণ=২ ত্ৰিভুজৰ ৬ কোণ; ∴
চতুর্ভুজৰ ৪ কোণ=৪ সমকোণ। কিন্তু খকগ কোণ=খঘগ
কোণ; আৰু কগঘ কোণ=কথঘ কোণ (কলনা)। ∴
খকগ কোণ+কগঘ কোণ=খঘগ কোণ+কথঘ কোণ; ∴
খকগ কোণ+কগঘ কোণ=২ সমকোণ; ∴ কথ, আৰু গঘ
সমান্তৰাল (১৮ প্র)। সেই মতে কগ আৰু খঘ সমান্তৰাল
প্ৰমাণ হয়।

(ক) সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ দুয়ো শৃঙ্খলি পৰম্পৰ সমানে
কটাকচি কৰে। ∴ কঙখ আৰু গঙঘ ত্ৰিভুজ দুটাৰ কথঙ কোণ
+ খকঙ কোণ=ঘগঙ কোণ+গঘঙ কোণ (২৯ প্র, ২ স্ব);
∴ কথ=গঘ (৩৪ প্র); ∴ কঙ=ঝঘ; খঙ=ঝগ (১৬ প্র)।

(খ) আয়ত বা বৰ্গক্ষেত্ৰৰ দুয়ো শৃঙ্খলি সমান। ∴ কথঘ
আৰু গথঘ ত্ৰিভুজ দুটাৰ কথ+খঘ=গঘ (কলনা, ২ স্ব);
∴ কথঘ কোণ=গঘখ কোণ (কলনা) ∴ কঘ=খগ (৪ প্র)।

(গ) বন্ধস বা বর্গক্ষেত্রব শ্রতি দুটা পৰম্পৰ কটাকটি কৰিলে, সেই খণ্ডবোৰ শ্রতি দুটাৰ লম্ব হ'ব।

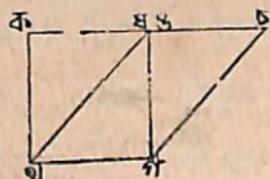
\therefore কঙ্গ = খঙ্গ (অ, ৩৪ প্র); কঙ্গ + খঙ্গ = ঘঙ্গ + খঙ্গ (২ স্ব); আৰু কথ = ঘথ (৩০, ৩২ সং); \therefore কঙ্গখ কোণ = খঙ্গঘ কোণ (৮ প্র); \therefore খঙ্গ লম্ব (১০ সং); সেই দৰে কঙ্গ, গঙ্গ, আৰু ঘঙ্গ লম্ব।

৩৫ প্রতিভা—উপগাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধ।

যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ একে ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থাকে, সিইত পৰম্পৰ সমান।
সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থাকে, সিইত পৰম্পৰ সমান।
কথগঘ আৰু উথগচ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ দুটা খগ একে ভূমিৰ ওপৰত খগ আৰু কচ একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে; এতেকে কথগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটো উথগচ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ সমান।

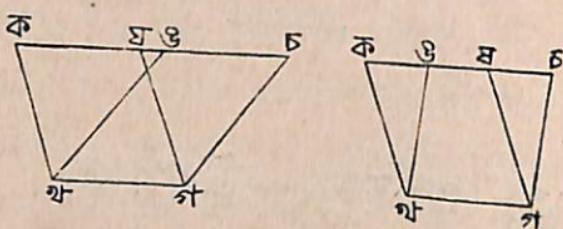
প্ৰথমতঃ। যেতিয়া, ক্ষেত্ৰ দুটাৰ খগ ভূমিৰ সমুখ্যত কথ আৰু উচ ভূজ একে বিন্দুত অৰ্থাৎ ঘ বা উ বিন্দুত শেষ হয়;
এতিয়া স্পষ্ট দেখা যায় যে,
সিইত প্ৰত্যেক খগঘ ত্ৰিভুজৰ দুণ্ণগ (৩৪ প্র.); এতেকে,



কখগঢ় সমান্তরাল ক্ষেত্র উৎপন্ন সমান্তরাল ক্ষেত্রের সমান
(৬ স্ব) ।

দ্বিতীয়তঃ । যেতিয়া, খগ ভূমির সম্মুখস্থ কব আৰু উচ্চ
ভূজ একে ঘ বা উ বিন্দুত শেষ নহয় ; তেতিয়া, তাৰ প্ৰমাণ ।

কখগঢ় সমান্তরাল ক্ষেত্রের কব ভূজ খগ ভূজৰ সমান,
আকো উৎপন্ন সমান্তরাল ক্ষেত্রে সেই খগ ভূজ উচ্চ ভূজৰ সমান



(৩৪ প্র) ; সুতৰাং কব আৰু উচ্চ হুয়ো সমান । ঘঙ্গ,
হইবো সৈতে যোগ দিয়া বা হইবো পৰা বাদ দিয়া, এতেকে
গোটাই বা বাকী কঙ্গ গোটাই বা বাকী ঘচ সৈতে সমান আৰু
কখ, গঘ পৰম্পৰ সমানে আছে (৩৪ প্র) । আকো ছোৱা,
কচ, সৰল ৰেখা কখ আৰু গঘ দুই সমান্তরাল সৰল ৰেখাই
সৈতে সম্পৰিক হৈ থকচ দ্বন্দ্ব ভিতৰ কোণটো, গঘচ বহিঃস্থ
কোণে সৈতে সমান কৰিছে, এতেকে, কখঙ্গ আৰু ঘগচ ত্ৰিভুজ
ছটাৰ কঙ্গ আৰু কখ ভূজ ক্ৰমে চয় আৰু গঘ ভূজৰ সমান ;
আৰু সিঁতৰ মধ্যবৰ্তী থকঙ্গ কোণ গঘচ কোণৰ সমান বুলি
ওপৰত দেখুৱা হৈছে ; অতএব, খঙ্গ ভূমি গচ ভূমিৰ আৰু
কখঙ্গ ত্ৰিভুজ ঘগচ ত্ৰিভুজৰ সমান (৪ প্র) ; এতিয়া, কখগঢ়
ক্ষেত্রটোৰ পৰা এই সমান সমান বস্তু অৰ্থাৎ কখঙ্গ বা ঘগচ

ତ୍ରିଭୁଜ ବାଦ ଦିଲେ ଉଥଗଚ ବା କଥଗଦ ବାଁକୀ ଥାକେ, ସୁତବାଂ
ସିହିତ ଦୟୋ ପରମ୍ପର ସମାନ (୩ ସ୍ଵ) ; ଆକ ସିହିତେଇ ଏକେ
ଭୂମିର ଓପରତ ଏକେ ସମାନ୍ତରାଳ ସବଲ ବେଖାବ ମାଜତ ଥକା
ସମାନ୍ତରାଳ କ୍ଷେତ୍ର । ଅତଏବ ଯି ଯି ସମାନ୍ତରାଳ କ୍ଷେତ୍ର ଇତ୍ୟାଦି ।
ଏହି ପ୍ରତିଜ୍ଞାତ, ସମାନ ଶବ୍ଦଟୋରେ କାଲି ସମ୍ବନ୍ଧେ ହେ ସମାନ
ବୁଝାଇଛେ ।

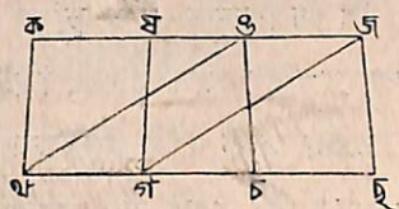
୩୬ ପ୍ରତିଜ୍ଞା—ଉପପାଦ୍ୟ ।

ଆକୃତି ୨ ବିଧି ।

ଯି ଯି ସମାନ୍ତରାଳ କ୍ଷେତ୍ର ସମାନ ସମାନ ଭୂମିର ଓପରତ ଆକ
ଏକେ ସମାନ୍ତରାଳ ସବଲ ବେଖାବ ମାଜତ ଥାକେ, ସିହିତ ପରମ୍ପର
ସମାନ ।

କଥଗଦ ଆକ ଉଚ୍ଚଜ୍ଜ ସମାନ୍ତରାଳ କ୍ଷେତ୍ର ଦୁଟା ଥଗ ଆକ
ତଙ୍କ ସମାନ ସମାନ ଭୂମିର ଓପରତ, କଜ ଆକ ଥିଛ ଏକେ
ସମାନ୍ତରାଳ ସବଲ ବେଖାବ ମାଜତ ଆଛେ, ଏତେକେ, ସିହିତ
ପରମ୍ପର ସମାନ ।

ଥ, ଉ ଆକ ଗ, ଜ ସଂଲଗ୍ନ କବା । ଏତିଯା, ଥଗ ଆକ ଚଛ ସମାନ
(କଲ୍ପନା) ; ଚଛ ଆକ ଉଜ
ସମାନ (୩୪ ପ୍ର) ; ସୁତବାଂ
ଥଗ ଆକ ଉଜ ସମାନ (୧
ସ୍ଵ) ; ଆକ ସିହିତ ଦୟ
ସମାନ୍ତରାଳଓ ; ଆକ ଏହି ଦୟ ସମାନ ଆକ ସମାନ୍ତରାଳ ସବଲ



বেখাব এফালব মূৰ খঙ্গ সৰল বেখাই আৰু আন ফালব
 মূৰ গজ সৰল বেখাই সংলগ্ন কবিছে, এতেকে, খঙ্গ আৰু
 গজ দুয়ো সমান আৰু সমান্তৰাল (৩৩ প্র) ; সুতৰাং উথগজ
 ক্ষেত্ৰটো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ। আকো উথগজ আৰু কথগঘ
 সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ দুটা, খগ একে ভূমিৰ ওপৰত, খগ আৰু
 কজ একে সমান্তৰাল সৰল বেখাব মাজত আছে, এতেকে,
 সিহঁত পৰম্পৰ সমান (৩৫ প্র) ; সেই লেখিয়া উথগজ আৰু
 উচ্চজ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ দুটাৰ পৰম্পৰ সমান বুলি প্ৰমাণ
 কৰা যায়। কিন্তু যি যি বস্তু কোনো এক বস্তুৰ সমান,
 সিহঁত পৰম্পৰ সমান, সুতৰাং কথগঘ আৰু উচ্চজ সমান্তৰাল
 ক্ষেত্ৰ পৰম্পৰ সমান। অতএব যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ
 ইত্যাদি।

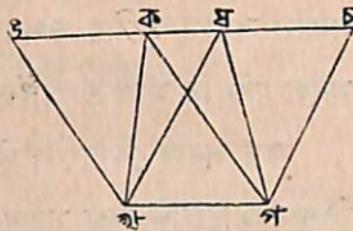
৩৭ প্ৰতিভা—উপপাদ্য।

যি যি ত্ৰিভুজ একে ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে সমান্তৰাল
 সৰল বেখাব মাজত থাকে, সিহঁত পৰম্পৰ সমান।

কথগ আৰু খগঘ ত্ৰিভুজ দুটা খগ একে ভূমিৰ ওপৰত,
 কষ আৰু খগ একে সমান্তৰাল সৰল বেখাব মাজত আছে,
 এতেকে সিহঁত পৰম্পৰ সমান হ'ব।

কব সবল বেখাটো দুয়ো পোনে
ও আক চ বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া ; খ
বিন্দুৰ মাজেদি কগ সবল বেখাৰ
সমান্তৰাল কৰি খঙ্গ টানা (৩১ প্র) ;

আক গ বিন্দুৰ মাজেদি খব সবল বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি গচ
টানা (৩১ প্র) ; এতিয়া উথগক আক খগচষ দুটা সমান্তৰাল
ক্ষেত্ৰ, সিহঁত, খগ একে ভূমিৰ ওপৰত খগ আক উচ একে
সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত আছে ; এতেকে, সিহঁত দুয়ো
সমান্তৰাল সমান (৩৫ প্র) । আক উথগক সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটোক কথ
শ্ৰতিয়ে সমানে দুই খণ্ড কৰিছে (৩৪ প্র) ; এতেকে, কথগ
গ্ৰিভুজ, উথগক সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ অৰ্দ্ধ । আকো, গঘ শ্ৰতিয়ে
খগচষ ক্ষেত্ৰকো সমানে দুই খণ্ড কৰিছে, সেই নিমিত্তে, খগঘ
গ্ৰিভুজ খগচষ ক্ষেত্ৰৰ অৰ্দ্ধ (৩৪ প্র) ; আক যি যি বন্দ
পৰম্পৰ সমান সিহঁতৰ অৰ্দ্ধ ও সমান (৭ ষ্ষ) ; সুতৰাং কথগ
গ্ৰিভুজ খগঘ গ্ৰিভুজৰ সমান । অতএব যি যি গ্ৰিভুজৰ
ইত্যাদি ।



৩৮ প্রতিভা—উপপাদ্য ।

যি যি গ্ৰিভুজ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত আক একে
সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত থাকে, সিহঁত পৰম্পৰ সমান ।
কথগ আক ঘঙ্গ দুটা গ্ৰিভুজ । সিহঁত খগ আক উচ

লেখিযা কথ বাজে, ক বিন্দুৰ মাজেদি টনা আন কোনো সবল
বেখাই খগ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল হ'ব নোৱাৰে বুলি প্ৰমাণ
কৰা যায় ; স্বতৰাং কঢ় সবল বেখা খগ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল।
অতএব, সমান সমান ত্ৰিভুজ ইত্যাদি।

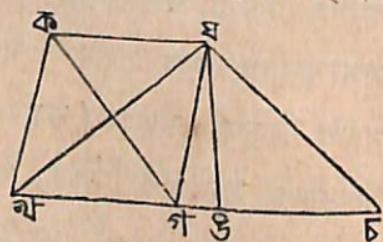
৪০ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

সমান সমান ত্ৰিভুজ একে সবল বেখাৰ সমান সমান
ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে থাকিলে, সিঁহঁত একে সমান্তৰাল
সবল বেখাৰ মাজত থাকিব।

কথগ আৰু উচ্চ সমান সমান ত্ৰিভুজ ছটা খচ সবল
বেখাৰ খগ আৰু উচ্চ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে
আছে ; সিঁহঁত একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত থাকিব।
ক আৰু ঘ সংলগ্ন কৰা।

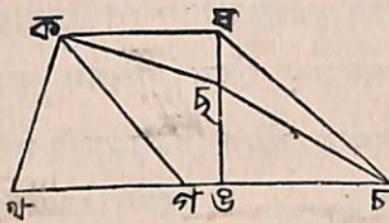
এতিয়া, কঢ় সবল বেখা, খচ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল হ'ব।
যদি নহয় বুলি কোৱা ; তেন্তে
ক বিন্দুৰ মাজেদি খচ সবল
বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি কছ টানা
(৩১ প্র) ; আৰু কছ, ঘঙ
সবল বেখাৰ ছ বিন্দুত মিলকৈগে। ছ আৰু চ সংলগ্ন কৰা।



এতিয়া, কখগ ত্রিভুজ ছঙ্গ ত্রিভুজৰ সমান (৩৮ প্র) ;
 কিয়নো সিহঁত খগ আৰু ঙচ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত আৰু
 কছ একে সমান্তৰাল সৰল বেখাৰ মাজত আছে। কিন্তু কখগ
 ত্রিভুজ ঙচঘ ত্রিভুজৰ সমান (কল্পনা) ; এই নিমিত্তে ঙচঘ
 ত্রিভুজ ছঙ্গ ত্রিভুজৰ সমান (১ স্ব)। কিন্তু ডাঙৰ বস্তু সৰু
 বস্তুৰ সমান হোৱা অসম্ভৱ (২ স্ব)। এতেকে, কছ বেখা খচ
 বেখাৰ সমান্তৰাল নহয়। সেই দৰে, কঢ় বাজে, ক বিন্দুৰ
 মাজেদি টনা কোনো সৰল বেখাই খচ সৰল বেখাৰ সমান্তৰাল
 হ'ব নোৱাৰে যে, তাকো প্ৰমাণ কৰি দেখুৱাৰ পাৰি। শুভৰাং
 কঢ় সৰল বেখা খচ সৰল বেখাৰ সমান্তৰাল। অতএব, সমান
 সমান ত্রিভুজ ইত্যাদি।

৪০ প্ৰতিজ্ঞাৰ সৰল প্ৰমাণ।

(ক) খ, ঘ আৰু গ, ঘ সংলগ্ন কৰা। কাৰণ, খগঘ
 ত্রিভুজ খঙ্গ ত্রিভুজৰ সমান
 (৩৮ প্র) ; আৰু কখগ ত্রিভুজৰ
 ঘঙ্গ ত্রিভুজৰ সমান (কল্পনা)।
 এতেকে, খগঘ ত্রিভুজ কখগ
 ত্রিভুজৰ সমান (১ স্ব) ; শুভৰাং কঢ় সৰল বেখা খচ সৰল
 বেখাৰ সমান্তৰাল (৩৯ প্র)।



৪১ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

আকৃতি ২ বিধি ।

যদি এটা সমান্তরাল ক্ষেত্র, আৰু এটা ত্ৰিভূজ, একে ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে সমান্তরাল সৰল বেখাৰ মাজত থাকে, তেন্তে সমান্তরাল ক্ষেত্ৰটো ত্ৰিভূজটোৰ দৃঢ়ণ হ'ব ।

কখণ্ড সমান্তরাল ক্ষেত্র আৰু খণ্ড ত্ৰিভূজ ; খণ্ড ভূমিৰ ওপৰত, খণ্ড আৰু কঙ, একে সমান্তরাল সৰল বেখাৰ মাজত আছে, এতেকে কখণ্ড সমান্তরাল ক্ষেত্র খণ্ড ত্ৰিভূজৰ দৃঢ়ণ হ'ব । ক আৰু গ সংলগ্ন কৰা ।

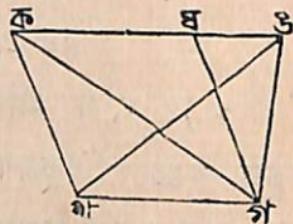
এতিয়া, কখণ্ড আৰু খণ্ড ত্ৰিভূজ দুটা পৰম্পৰ সমান

(৩৯ প্র) ; কিয়নো, সিঁহত, একে খণ্ড ভূমিৰ ওপৰত একে খণ্ড আৰু কঙ সমান্তরাল সৰল বেখাৰ মাজত আছে ; কিন্তু কখণ্ড সমান্তরাল

ক্ষেত্র কখণ্ড ত্ৰিভূজৰ দৃঢ়ণ, কাৰণ কগ ক্ষতিয়ে তাক সমানে দুই খণ্ড কৰিছে (৩৪ প্র) ; সুতৰাং কখণ্ড সমান্তরাল ক্ষেত্ৰটো খণ্ড ত্ৰিভূজৰ দৃঢ়ণ । অতএব, যদি এটা সমান্তরাল ক্ষেত্র ইত্যাদি ।

৪১ প্রতিজ্ঞাৰ বিপৰীত প্রতিজ্ঞা ।

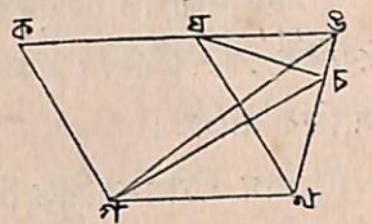
যদি কোনো সমান্তরাল ক্ষেত্র কোনো ত্ৰিভূজৰ দৃঢ়ণ হয়, আৰু যদি সিঁহত একে ভূমিৰ ওপৰত কিঞ্চিৎ একে সৰল বেখাৰ



সমান সমান ভূমির ওপরত একে ফালে থাকে, তেন্তে হয়ো
একে সমান্তরাল সবল বেখাৰ মাজত থাকিব।

কথগঘ সমান্তরাল ক্ষেত্ৰ, গথও ত্ৰিভুজৰ দৃশ্যণ আৰু সিঁচ
একে গথ ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে আছে, এতেকে, হয়ো
একে সমান্তরাল সবল বেখাৰ মাজত থাকিব। ঘ আৰু উ
সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কঙ বেখা খগ বেখাৰ
সমান্তরাল হ'ব; যদি নহয় বোলা,
ঘ বিন্দুৰ মাজেদি গথ সবল বেখাৰ
সমান্তরাল কৰি ঘচ টানা (৩১ প্ৰ)।
আৰু ঘচ, খগ সবল বেখাই সৈতে চ বিন্দুত মিল হওক; চ
আৰু গ লগাই দিয়া।



এতিয়া, কথগঘ সমান্তরাল ক্ষেত্ৰ আৰু গথচ ত্ৰিভুজ, হয়ো
একে গথ ভূমিৰ ওপৰত, গথ আৰু কঘচ একে সমান্তরাল সবল
বেখাৰ মাজত আছে, এতেকে কথগঘ সমান্তরাল ক্ষেত্ৰ গথচ
ত্ৰিভুজৰ দৃশ্যণ (৪১ প্ৰ) ; আৰু কথগঘ ক্ষেত্ৰ গথও ত্ৰিভুজৰ ও
ত্ৰিভুজৰ দৃশ্যণ (কলানা) ; এতেকে গথচ ত্ৰিভুজ গথও ত্ৰিভুজৰ সমান ;
কিন্তু গথও ত্ৰিভুজ গঘচ ত্ৰিভুজতকৈ ডাঙৰ (৯ স্ব) ; এই
নিমিত্তে কঘচ সবল বেখা গথ সবল বেখাৰ সমান্তরাল নহয়।
সেই লেখিয়া, কঙ বাজে, খ বিন্দুৰ মাজেদি টনা আন কোনো
সবল বেখাই খগ সবল বেখাৰ সমান্তরাল হ'ব নোৱাৰে বুলি

প্রমাণ হয়। স্তুতৰাং কঙ আৰু খগ সবল বেখা সমান্তৰাল।
অতএব, যদি কোনো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ ইত্যাদি।

(ক) ওপৰত কোৱা ক্ষেত্ৰ ছুটা সমান সমান ভূমিৰ
ওপৰত থাকিলেও সেই একে প্রমাণ।

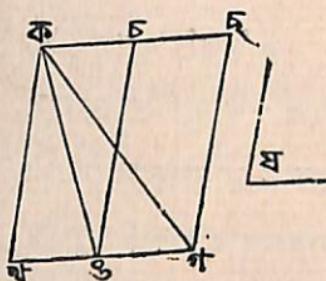
৪২ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

এটা নিকপিত ত্রিভুজৰ সমান, আৰু এটা নিকপিত সবল
বৈধিক কোণৰ সমান এক কোণ থকা, এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ
সাজিব লাগিব।

কথগ এটা নিকপিত ত্রিভুজ, আৰু ঘ এটা নিকপিত সবল
বৈধিক কোণ, এতেকে, কথগ ত্রিভুজৰ, সমান আৰু ঘ কোণৰ
সমান এক কোণ থকা এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ সাজিব লাগিব।

খগ সবল বেখাটো ও বিন্দুত
সমানে ছই খণ্ড কৰা (১০ প্র);
ক আৰু ঘ সংলগ্ন কৰা। গঙ সবল
বেখাৰ ঘ বিন্দুত ঘ কোণৰ সমান
কৰি গঙচ কোণ সাজা (২৩ প্র);

গ বিন্দুৰ মাজেদি ওচ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি গচ, আৰু
ক বিন্দুৰ মাজেদি ওগ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি কচছ টানা
(৩১ প্র); চ আৰু ছ বিন্দুত, কচছ সবল বেখা ওচ আৰু গচ
সবল বেখাই সৈতে সমিলিত হৈছে।



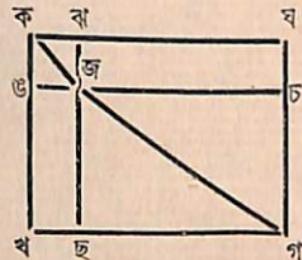
এতিয়া, গঙ্গচছ এটা সমান্তরাল ক্ষেত্র। আৰু কখণ্ড কঙগ
 ত্ৰিভুজ দুটা খণ্ড, উগ এই সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত একে
 ফালে, আৰু খণ্ড আৰু কছ একে সমান্তরাল সৰল বেখাৰ
 মাজত আছে; এতেকে, সিহঁত সমান (৩৮ প্র); সুতৰাং
 কখণ্ড ত্ৰিভুজ কঙগ ত্ৰিভুজৰ দুণ্ণল ; কিন্তু চঙগছ সমান্তরাল
 ক্ষেত্ৰটোও কঙগ ত্ৰিভুজৰ দুণ্ণল (৪১ প্র); কিয়নো, সিহঁত
 একে উগ ভূমিৰ ওপৰত, উগ আৰু কছ একে সমান্তরাল সৰল
 বেখাৰ মাজত আছে। সুতৰাং ছঙগছ সমান্তরাল ক্ষেত্ৰটো
 কখণ্ড ত্ৰিভুজৰ সমান (৬৮); আৰু তাৰ ভিতৰৰ চঙগ
 কোণটো ঘ কোণৰ সমান (ক্ৰিয়া); সুতৰাং এটা নিৰ্কপিত
 সৰল বৈধিক কোণৰ সমান এটা কোণ থকা এটা সমান্তরাল
 ক্ষেত্র সাজা হ'ল।

৪৩ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

কোনো সমান্তরাল ক্ষেত্রের শ্রুতি, তাব ভিতব্ব যি যি সমান্তরাল ক্ষেত্রের মাজেদি যায়, সিহঁতব অনুপূর্বক ক্ষেত্র দুটা পৰস্পৰ সমান।

কথগঘ এটা সমান্তরাল ক্ষেত্র ; কগ তাব শ্রুতি, ওৰা আৰু চছ তাব ভিতব্ব সমান্তরাল ক্ষেত্র, যাৰ মাজেদি কগ গৈছে আৰু খজ, জঘ আন দুটা সমান্তরাল ক্ষেত্র যি যি লগালাগি গোটাই কথগঘ ক্ষেত্রটো পৃষ্ঠি কৰিছে, আৰু এই কাৰণেই সিহঁত দুইকো অনুপূর্বক ক্ষেত্র বোলে। এতিযা, খজ অনু-পূর্বক জঘ অনুপূর্বকৰ সমান হব।

কাৰণ, কথগঘ এটা সমান্তরাল ক্ষেত্র আৰু কগ তাব শ্রুতি ; এতেকে কথগ ত্ৰিভুজ কঘগ ত্ৰিভুজৰ সমান (৩৪ প্র)। আকো ঊজবাক এটা সমান্তরাল ক্ষেত্র, কজ তাব শ্রুতি, এতেকে, কঙজ ত্ৰিভুজ কৰাজ ত্ৰিভুজৰ সমান (৩৪ প্র) ; সেই একে কাৰণে জচগ ত্ৰিভুজ জচগ ত্ৰিভুজৰ সমান ; সুতৰাং কঙজ আৰু জচগ ত্ৰিভুজ দুটা কৰাজ আৰু জচগ ত্ৰিভুজ দুটাই সৈতে সমান (২০৮) ; কিন্তু গোটেই কথগ ত্ৰিভুজটো গোটেই কগঘ ত্ৰিভুজৰ সমান বুলি পূৰ্বে দেখুৱা হৈছে। সুতৰাং বাকী



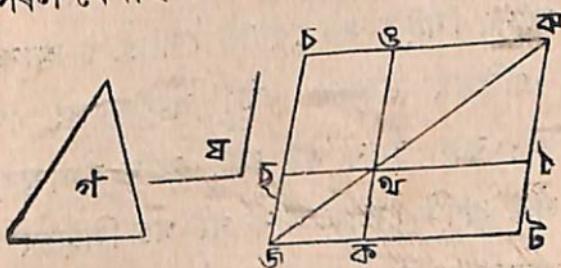
খজ অনুপূর্বক বাকী জম অনুপূর্বকৰ সমান (৩ ষ্ট)। অতএব,
কোনো সমান্তরাল ক্ষেত্ৰৰ ইত্যাদি ।

৪৪ প্ৰতিভা—সম্পাদ্য ।

আকৃতি নামাবিধি ।

কোনো নিৰ্কপিত ত্ৰিভুজৰ সমান আৰু কোনো নিৰ্কপিত
সৰল বৈধিক কোণৰ সমান এটা কোণ থকা এটা সমান্তরাল
ক্ষেত্ৰ, এটা নিৰ্কপিত সৰল বেথাই সৈতে সংলগ্ন কৰিব
লাগিব ।

কথ এটা নিৰ্কপিত সৰল বেথা, গ এটা নিৰ্কপিত ত্ৰিভুজ
আৰু ঘ নিৰ্কপিত সৰল বৈধিক কোণ । এতিয়া, গ ত্ৰিভুজৰ
সমান আৰু ঘ কোণৰ সমান এটা কোণ থকা, এটা সমান্তরাল
ক্ষেত্ৰ কথ সৰল বেথাই সৈতে সংলগ্ন কৰিব লাগিব ।



গ ত্ৰিভুজৰ সমান আৰু ঘ কোণৰ সমান এটা কোণ থকা

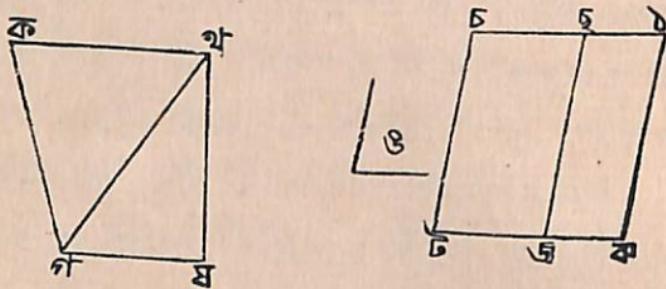
খচছ নামে এটা সমান্তরাল ক্ষেত্র এনেকুৱাকৈ সাজা, যেন
 তাৰ খঙ্গ ভূজ কথ বেখাই সৈতে একে বেখা হৈ থাকে, আৰু
 ডিখছ কোণ ঘ কোণৰ সমান হয় (৪২ প্র)। চছ ভূজ জলৈ
 বঢ়াই দিয়া, ক বিন্দুৰ মাজেদি খছ বা উচ বেখাৰ সমান্তরাল
 কৰি কজ টানা (৩১ প্র) ; জ আৰু খ সংলগ্ন কৰা। এতিয়া,
 কজ আৰু উচ দুই সমান্তরাল সৰল বেখা, চজ দুইবো লগত。
 সম্প্রিলিত হৈছে, এতেকে, কজচ আৰু জচঙ্গ কোণ দুটা দুই
 সমকোণৰ সমান (২৯ প্র) ; সুতৰাং খজচ আৰু জচঙ্গ কোণ
 দুটা, দুই সমকোণতকৈ সক ; কিন্তু এটা সৰল বেখা আন
 দুটা সৰল বেখাৰ সৈতে সম্প্রিলিত হ'লৈ যদি একে ফালৰ
 ভিতৰ কোণ দুটা দুই সমকোণতকৈ সমান হয়, তেন্তে সেই
 দুই সৰল বেখা বঢ়ালে যি ফালৰ ভিতৰ কোণ দুই সম-
 কোণতকৈ সক সেই ফালে মিল হ'ব (১২ স্ব)। এতেকে,
 জখ আৰু চঙ্গ বঢ়ালে মিলিব ; দুইকো বঢ়োৱা যাওক আৰু
 সিহঁত ঘ বিন্দুত যায় মিলকগৈ ; আৰু উক বা চজ বেখাৰ
 সমান্তরাল কৰি ঘ বিন্দুৰ পৰা ঝট টানি ছখ আৰু জক বঢ়াই
 দিয়া যাক ; আৰু, সিহঁত ঝট বেখাই সৈতে, ট আৰু ঠ বিন্দুত
 গৈ মিলক। এতিয়া, টৰচজ এটা সমান্তরাল ক্ষেত্র, আৰু
 জব তাৰ শ্ৰতি ; কছ আৰু উঠ দুটা আন সমান্তরাল ক্ষেত্র,
 যাৰ মাজেদি জব শ্ৰতি গৈছে আৰু খট গচ সিহঁতৰ অনুপূৰ্বক ;
 এতেকে, খট অনুপূৰ্বক খচ অনুপূৰ্বকে সৈতে সমান (৪৩ প্র) ;
 কিন্তু খচ অনুপূৰ্বক গ ত্ৰিভুজৰ সমান, সুতৰাং খট অনুপূৰ্বকও

গ ত্রিভুজৰ সমান। আকৌ, ছথঙ কোণ, কখঠ কোণৰ সমান
 (১৫ প্ৰ) ; কিন্তু ছথঙ কোণ ঘ কোণৰ সমান, স্বতৰাং কখঠ
 কোণও ঘ কোণৰ সমান। এতেকে, এটা নিৰূপিত ত্রিভুজৰ
 সমান আৰু এটা নিৰূপিত কোণৰ সমান এক কোণ থকা এটা
 সমান্তবাল ক্ষেত্ৰ, এটা নিৰূপিত সৰল বেধাই সৈতে সংলগ্ন
 কৰা হ'ল।

৪৫ প্রতিভা—সম্পাদ্ত ।

কোনো নিকপিত সবল বৈধিক ক্ষেত্রের সমান আৰু কোনো নিকপিত সবল বৈধিক কোণৰ সমান এটা কোণ থকা সমান্তৰাল ক্ষেত্র আঁকিব লাগিব ।

কথগঘ এটা নিকপিত সবল বৈধিক ক্ষেত্র আৰু ও এটা নিকপিত সবল বৈধিক কোণ, কথগঘ ক্ষেত্রের সমান আৰু ও কোণৰ সমান এটা কোণ থকা এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্র আঁকিব লাগিব । খ আৰু গ সংলগ্ন কৰা ।



এতিযা, কথগ আৰু খগঘ দুটা ত্ৰিভুজ । কথগ ত্ৰিভুজৰ সমান চজ নামে এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্র এইদৰে আঁকা যেন তাৰ চটজ কোণ ও কোণৰ সমান হয় (৪২ প্র) । আৰু খগঘ ত্ৰিভুজৰ সমান ছৰা নামে এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্র ছজ বেখাত এনেদৰে সংলগ্ন কৰা, যেন তাৰ ছজৰা কোণ ও কোণৰ সমান হয় (৪৪ প্র) ; এতিযা, চট বঠ ক্ষেত্ৰটো সমান্তৰাল ক্ষেত্র হ'ব ।

कावण, चटज आक छजव कोण ठुटा प्रत्येके ओ कोणव समान ; एतेके, चटज कोण छजव कोणे सैते समान ; टजछ कोण ठयो सैते योग कवा, सुतवां चटज आक टजछ कोण एकत्र योगे टजछ आक छजव कोणव समान । किन्तु चटज आक टजछ कोण ठुटा ठइ समकोणव समान (२९ प्र) । सुतवां टजछ आक छजव कोण ठुटा ठइ समकोणव समान । अतिया, छज सबल बेखाव ज बिन्दुत टज आक वज ठुटा सबल बेखा सैह बिन्दुव विपरीत फालव पवा आहि दातिव कोण ठुटाक ठइ समकोणव समान कविछे, एই निमित्ते टज आक वज एके सबल बेखाहै आचे (१४ प्र) ।

आकेही, छज सबल बेखा चछ आक टज ठइ समान्तवाल सबल बेखाइ सैते सम्मिलित है चछज आक छजव कोण ठुटाक परम्पर समान कविछे (२९ प्र) ; एই ठइ समान ठुटाक एकत्र ठुटज आक छजव कोणव समान किन्तु ठुटज ठुटा एकत्र ठुटज आक छजव कोणव समान (२९ प्र) । आक छजव कोण ठुटा, ठइ समकोणव समान ; सैह सुतवां चछज आक ठुटज कोण ठइ समकोणव समान ; सैह निमित्ते चछ आक ठुट एके सबल बेखाहै आचे (१४ प्र) ।

आकेही, चट, छज सबल बेखाव, आक छज, ठवा सबल बेखाव समान्तवाल ; एই हेतुके चट आक ठवा परम्पर समान्तवाल । चट आक टवा समान्तवाल बुलि पूर्वे प्रमाण हैचे, एतेके, चट वाठ एटा समान्तवाल क्षेत्र, आक चज समान्तवाल क्षेत्रटो

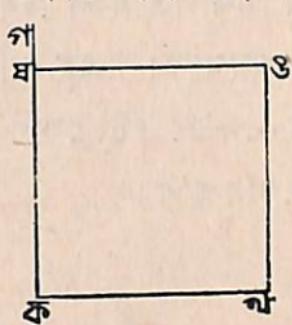
কথগ ত্রিভুজৰ আৰু ছবা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, খগঘ ত্রিভুজৰ
সমান (ক্ৰিয়া) ; সুতৰাং গোটেই চৰা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ,
গোটেই কঘগঘ সৰল বৈধিক ক্ষেত্ৰটোৰ সমান। এতেকে
কথগঘ নিষ্পিত সৰল বৈধিক ক্ষেত্ৰৰ সমান, আৰু ও নিষ্পিত
কোণৰ সমান এটা কোণ থকা এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ অঁকা
হ'ল।

যেতিয়া, সৰল বৈধিক ক্ষেত্ৰটো ছাইতাত্কৈ বেশি ভুজৰ
হয়, তেতিয়া পূৰ্বৰ দৰে চুকিয়াচুকি বেখা টানি তাক ত্রিভুজ
আঁকি ল'বা। আৰু তাৰে এটা ত্রিভুজৰ সমান কৰি প্ৰথমে
এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ আঁকিবা। সেই ক্ষেত্ৰটোৰ লগত দ্বিতীয়
ত্রিভুজৰ সমান কৰি দ্বিতীয় সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ এটা সংলগ্ন
কৰিবা, তাৰ লগত আকো তৃতীয় সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ এটা,
তৃতীয় ত্রিভুজৰ সমান কৰি সংলগ্ন কৰি আঁকিবা, এই লেখিয়া,
যিমান ত্রিভুজ থাকে সিমান সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ এটা এটাকৈ
সংলগ্ন কৰি যাবা, পাছত প্ৰতিজ্ঞাৰ প্ৰমাণৰ নিচিনাকৈ সন্তুষ্টি
কৰিবা।

৪৬ প্রতিভা—সম্পাদ্য।

এটা নিকপিত সবল বেখার ওপরত এটা বর্গক্ষেত্র আঁকিব লাগিব। কথ এটা নিকপিত সবল বেখা তার ওপরত এটা বর্গক্ষেত্র আঁকিব লাগিব।

কথ বেখার ক বিন্দুৰ পৰা তাৰ ওপৰত কগ লম্ব টানা
 (১১ প্র) কঘ, কথ বেখার সমান
 কৰি লোৱা (৩ প্র)। ঘ বিন্দুৰ
 মাজেদি কথ বেখার সমান্তৰাল
 কৰি ঘঙ, আকেী, কঘ বেখার
 সমান্তৰাল কৰি খ বিন্দুৰ মাজেদি
 খঙ টানা (৩১ প্র)। খঙ ঘঙ
 বেখা ঙ বিন্দুত মিল হওক।



এতিয়া, কথঘঘ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্র ; তাৰ কথ ভূজ ঘঙ^ঘ
 ভূজে সৈতে, কঘ ভূজ খঙ ভূজে সৈতে সমান (৩৪ প্র) ; আৰু
 কথ ভূজ কঘ ভূজে সৈতে সমান (ক্ৰিয়া) ; এতেকে কথ,
 খঙ, ঘঙ আৰু কঘ চাৰোটা ভূজ পৰম্পৰ সমান। স্বতৰাং
 ক্ষেত্ৰটো সমবাহুক আৰু তাৰ কোণ চাইটাও সমকোণ ; কাৰণ
 কঘ সবল বেখা কথ আৰু ঘঙ ছই সমান্তৰাল সবল বেখার
 ওপৰত পৰি পেলায় থকঘ আৰু কঘঘ একে ফালৰ ভিতৰ
 কোণ ছুটাক ছই সমকোণৰ সমান কৰিছে (২৯ প্র)। আৰু
 থকঘ এটা সমকোণ (ক্ৰিয়া) ; স্বতৰাং কঘঘ কোণটোও এক

সমকোণ। আকৌ সমান্তরাল ক্ষেত্রে সম্মুখস্থ কোণবিলাক সমান, এতেকে খকঘ আৰু কঘড় কোণ দুটাৰ সম্মুখস্থ কথড় আৰু খড়হ কোণ দুটাৰ প্ৰত্যেকে সমকোণ (৩৪ প্র) ; স্বতৰাং ক্ষেত্ৰটোৰ চাৰিওটা কোণ সমকোণ। আৰু তাৰ ভূজ চাইটা সমান বুলি পূৰ্বে প্ৰমাণ হৈছে ; স্বতৰাং কথড় এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ আৰু তাক এটা নিকপিত সৰল বেখাৰ ওপৰত অঁকা গ'ল।

অনুমান। এই প্ৰতিজ্ঞাৰ পৰা জানিব পাৰিয়ে, সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰে এটা কোণ সমকোণ হ'লে তাৰ আটাইবোৰ কোণ সমকোণ হ'ব।

৪৭ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

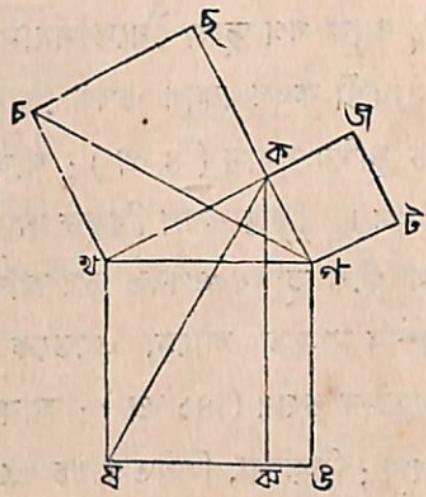
আকৃতি নানাবিধি।

সমকোণি ত্রিভুজের কর্ণের অর্থাৎ সমকোণের সম্মুখস্থ ভুজের ওপরত অঁকা বর্গক্ষেত্র, তাৰ আন ছই ভুজের ওপরত অঁকা বর্গক্ষেত্র ছুটাৰ সমান হ'ব।

কথগ এটা সমকোণি ত্রিভুজ আৰু খকগ তাৰ সমকোণ কথ বেখাৰ ওপৰত অঁকা বর্গক্ষেত্রটো কথ আৰু কগ বেখাৰ ওপৰত অঁকা বর্গক্ষেত্রের ছুটাৰ সমান হ'ব।

খগ, কথ আৰু কগ বেখাৰ ওপৰত ক্ৰমে খঙ, খছ আৰু গজ বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত কৰা (৪৬ প্র) ; খঘ বা গঙ বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ক বিন্দুৰ মাজেদি কৰা টানা (১৩ প্র) ; ক, ঘ আৰু চ গ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, খকগ কোণ এটা সমকোণ (কল্পনা) ; আৰু খকছ কোণও এক সমকোণ (৩০ সং) ; এতেকে, কথ সৰল বেখাৰ ক বিন্দুত কগ আৰু কছ ছুটা সৰল বেখা তাৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি, একে ফালৰ দাঁতিৰ কোণ ছুটাক ছই সমকোণৰ



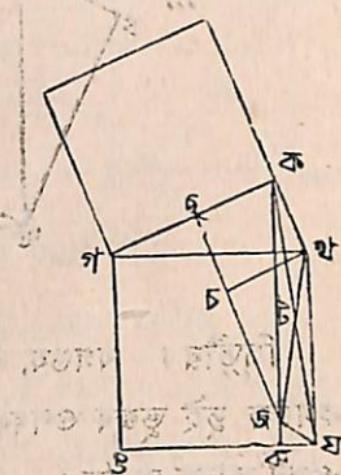
সমান কৰিছে, স্বতৰাং কগ আৰু কছ একে সবল বেখাহৈ আছে (୪ ପ୍ରଃ) ; সেই লেখিয়া, কথ আৰু কজ সবল বেখা দুটাও একে সবল বেখাহৈ আছে । আকোঁ গথঘ আৰু কথচ কোণ প্ৰত্যেকে সমকোণ, স্বতৰাং সিঁহঁত সমান । এই দুই সমান কোণে সৈতে কথগ কোণ যোগ কৰা, এতেকে কথঘ গোটেই কোণটো, চথগ গোটেই কোণৰ সমান (୨ ସ୍) ; এতিয়া, কথঘ ত্ৰিভুজৰ কথ আৰু খঘ ভুজ ক্ৰমে চথগ ত্ৰিভুজৰ খচ আৰু খগ ভুজে সৈতে সমান ; আৰু সমান সমান ভুজৰ মধ্যবন্তী কথঘ কোণ চথগ কোণৰ সমান ; এতেকে, কঘ ভূমি গচ ভূমিৰ সমান (୪ ପ୍ର) ; আৰু কথঘ ত্ৰিভুজ চথগ ত্ৰিভুজৰ সমান । কিন্তু কথঘ ত্ৰিভুজ আৰু খঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ দুয়ো খঘ একে ভূমিৰ ওপৰত কঘ আৰু কঘ একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত আছে, এতেকে খঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ কথগ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ (୪୧ ପ୍ର) ; আৰু খছ বৰ্গক্ষেত্ৰ চথগ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ ; কিয়নো, সিঁহঁতও খচ একে ভূমিৰ ওপৰত খচ ... ক গচ একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত আছে । যি যি বন্ধু কোনো এক বন্ধুৰ দুগুণ সিঁহঁত পৰম্পৰ সমান, স্বতৰাং খঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ খঘ বৰ্গক্ষেত্ৰৰ সমান (୬ ସ୍) । সেই মতে, ক, উ আৰু খ, ট সংলগ্ন কৰিলে গঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ গজ বৰ্গক্ষেত্ৰৰ সমান প্ৰমাণ হ'ব । এতেকে, খঘঙ্গ গোটেটো বৰ্গক্ষেত্ৰ খছ আৰু গজ বৰ্গক্ষেত্ৰ দুটাৰ সমান (୨ ସ୍) ; আৰু খঘঙ্গ, খগ বেখাৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ । খছ আৰু গজ

ক্ষেত্র কথ আকৃতি কগ বেখাৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ। এতেকে, খগ বেখাৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গ, কথ আকৃতি কগ বেখাৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গ দুটাৰ সমান। অতএব, সমকোণি ত্রিভুজৰ ইত্যাদি।

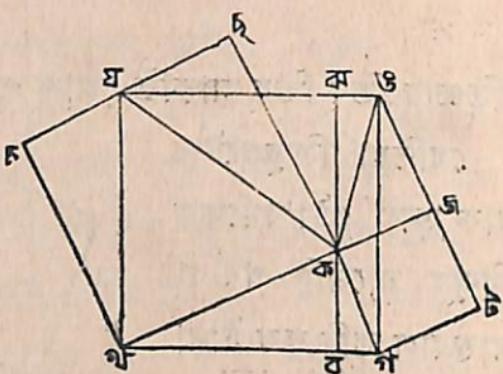
৪৬ প্রতিজ্ঞাৰ ভিন্ন ভিন্ন আকৃতি আৰু প্ৰমাণ।

প্ৰথম। যেতিয়া ত্রিভুজটোৰ ওপৰে এটা আৰু তলে দুটা বৰ্গক্ষেত্ৰ থাকে। ক বিন্দুৰ মাজেদি খ বা গ বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি কৰা টানা (৩১ প্ৰ)। কৰা, খগ বেখাৰ ঠ বিন্দুত আৰু ঘ বেখাৰ ঝ বিন্দুত মিল হওক; আৰু ছচ বাঢ়ি যায় জ বিন্দুত মিলক; ক, ঘ আৰু খ, জ আৰু ঘ, জ সংলগ্ন কৰা।

∴ কথগ ত্রিভুজ = খজঘ ত্রিভুজ (৩৭ প্ৰ); কথ সামান্য খটঘ ত্রিভুজ বাদে কথট ত্রিভুজ = জঘট ত্রিভুজ। ∴ কথঘ ত্রিভুজ = ঘজঘ ত্রিভুজ ; ∴ কথঘ ত্রিভুজ + কটজ ত্রিভুজ = ত্রিভুজ + ত্রিভুজ + খজঘ ত্রিভুজ + খজঘ ত্রিভুজ (২ প্ৰ); সমান কথট আৰু ঘজঘ ত্রিভুজ + খজঘ ত্রিভুজ = কটজ ত্রিভুজ ; ∴ কথট ঘজঘ ত্রিভুজ + কটজ ত্রিভুজ অৰ্থাৎ কথজ ত্রিভুজ = ঘজট ত্রিভুজ + ত্রিভুজ + কটজ ত্রিভুজ অৰ্থাৎ খজঘ ত্রিভুজ। কিন্তু কথচছ বৰ্গ = ২ খটঘ ত্রিভুজ অৰ্থাৎ খজঘ ত্রিভুজ। আৰু খঘজঠ সমান্তৰাল = ২ খজঘ কথজ ত্রিভুজ (৪১ প্ৰ); আৰু খঘজঠ সমান্তৰাল = ২ খজঘ



ত্রিভুজ (৪ প্র) ; ∴ কখচছ বর্গ=খঘজষ্ট সমান্তরাল ক্ষেত্র।
বাকী প্রমাণ প্রতিজ্ঞাত যেনে আছে ।



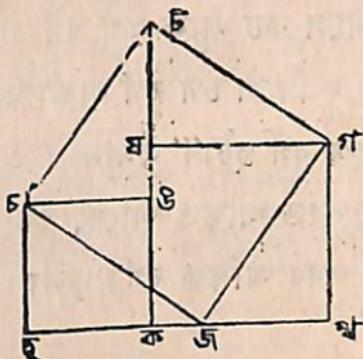
দ্বিতীয় । খগড়ে, কর্ণৰ ওপৰত সজা বর্গ ; কখচছ আৰু
কগটজ দুই ভুজৰ ওপৰৰ বর্গ । এতিয়া, তিনো বর্গ ত্রিভুজৰ
ওপৰ ফালে আছে ।

খঘ ভুজৰ ঘ বিন্দু চছ ভুজত পৰিছে ; উজ ভুজ বাঢ়ি উ
বিন্দুত আৰু ঝক বাঢ়ি খগ ভুজৰ ঘ বিন্দুত মিলিছে । ... ঘ
আৰু ক, উ সংলগ্ন কৰা ।

∴ কচ বর্গ = ২ কখঘ ত্রিভুজ, .. কাৰণ সিহঁত কখ একে
ভূমিৰ ওপৰত কখ আৰু চছ একে সমান্তরালৰ মাজত আছে
(৪১ প্র) । আকো, খ সমান্তরাল ক্ষেত্র ২ = কখঘ ; কাৰণ
সিহঁত একে খঘ ভূমিৰ ওপৰত খঘ আৰু বৰা একে সমান্তরালৰ
মাজত আছে (৪১ প্র) । .. কচ বর্গ = খঘ সমান্তরাল ক্ষেত্র
(৬ স্ব) । বাকী বৰ্গটোৰও সেইয়ে প্ৰমাণ ।

তৃতীয়। যেতিয়া বর্গক্ষেত্র কেইটা বেলেগ বেলেগ ঠাইত থাকে।

কচ আৰু কগ বৰ্গ ছুটা
এনেদৰে লগকৈ বাখা, ছইবো
ভূমি যেন একে সৰল বেখাহৈ
থাকে; কথ বেখা ট লৈ বঢ়াই
দিয়া, ছজ আৰু ঝট বেখা ছুটা
কথ ভূজৰ সমান কৰি লোৱা।



চ, জ আৰু জ, গ আৰু গ, ট আৰু ট সংলগ্ন কৰা।

\therefore ছজ = কথ (ক্ৰিয়া)। \therefore ছজ—কজ অৰ্থাৎ কছ =
কথ—কজ অৰ্থাৎ খজ। \therefore চছ = কছ বা খজ, \therefore খগ = কথ
বা চজ, \therefore ছজ + চছ = খগ + খজ; জখগ কোণ = ছজ কোণ
(১১ স্ব); \therefore চজ = জগ আৰু \triangle ছজজ = \triangle জখগ (৪ প্র)।
সেই লেখিয়া, চউট, গঘট, ছজ আৰু জগখ চাৰোটা ত্ৰিভুজ
আৰু চজ, জগ, গট আৰু টচ চাৰো বেখা পৰম্পৰাৰ সমান
প্ৰমাণ হয়। সুতৰাং চজগট ক্ষেত্ৰৰ ভূজ চাইটা সমান।
আৰু তাৰ কোণ চাইটাও সমকোণ। \therefore গঘট কোণ = খকঘ
কোণ (২৯ প্র); কিন্তু খকঘ কোণ = ১ সমকোণ, \therefore গঘট
কোণ = ১ সমকোণ। সেই নিমিত্তে ঘটগ কোণ + টগঘ
কোণ = ১ সমকোণ। আৰু টগঘ কোণ = চউট কোণ (৪ প্র);
 \therefore চটগ কোণ = ১ সমকোণ। ক্ষেত্ৰটোৰ চাৰো কোণ
সমকোণ (অ, ৪৬ প্র); এতেকে, চজগট এটা বৰ্গক্ষেত্র।

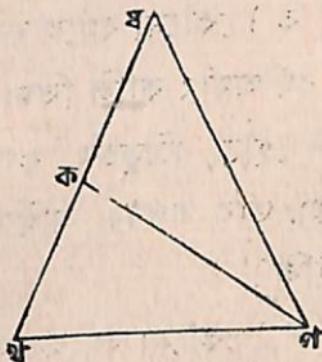
ତ୍ରିଭୁଜ ଚାଇଟା ସମାନ ଯେ ତାରେ ଆଗେରେ ପ୍ରମାଣ ହୈ'ଛେ ।
ଏତିଆ, ଗୋଟେଇ କ୍ଷେତ୍ରଟୋବ ପବା ଚଞ୍ଚଟ ଆକୁ ଟସଗ ତ୍ରିଭୁଜ ବାଦ
ଦିଲେ କଚ ଆକୁ କଗ ବର୍ଗ ବାକୀ ଥାକେ, ଚଛଜ, ଆକୁ ଜଥଗ ତ୍ରିଭୁଜ
ବାଦ ଦିଲେ ଚଗ ବର୍ଗ ବାକୀ ଥାକେ । ଏତେକେ, ଚଗ ବର୍ଗ କଚ ଆକୁ
କଗ ବର୍ଗ ଦୁଟାବ ସମାନ (୩ୟ) । ଆକୁ ଚଗ ବର୍ଗ ଜଗ କର୍ଣ୍ବ
ଓପରତ ଅନ୍ଧିତ ଆଛେ, କଚ ଆକୁ କଗ ବର୍ଗ ଜଥ ଆକୁ ଗଥ ଭୁଜର
ଓପରବ ଅନ୍ଧିତ ବର୍ଗବ ତୁଳ୍ୟ ।

৪৮ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

কোনো ত্রিভুজের এভুজত অঁকা বর্গক্ষেত্র আন দ্রুই ভুজত অঁকা বর্গক্ষেত্র দুটার সমান হ'লে সেই দ্রুই ভুজের মধ্যবর্তী কোণ সমকোণ হ'ব।

কথগ এটা ত্রিভুজ। তার খগ ভুজত অঁকা বর্গক্ষেত্র কখ আক কগ ভুজত অঁকা বর্গক্ষেত্র দুটার সমান; এতেকে, খকগ কোণ সমকোণ হ'ব।

খক সবল বেখাব ক
বিন্দুব পৰা কগ সবল
বেখাব লম্ব কবি কঘ টানা
(১১ প্র); কঘ, কখ বেখাব
সমান কবি লোৱা (৩ প্র),
গ আক ঘ সংলগ্ন কৰা।



এতিয়া, কঘ আক কখ সমান (ক্রিয়া), স্বতবাং কঘ
বেখাব বর্গ কখ বেখাব বর্গের সমান। এই দ্রুই সমান বস্ত্রয়ে
সৈতে কগ বেখাব বর্গ যোগ কৰা, এতেকে, কঘ আক কগ
বেখাব বর্গ একত্র কখ আক কগ বেখাব বর্গে সৈতে সমান।
কিন্ত কখ আক কগ বেখাব বর্গ গঘ বেখাব বর্গে সৈতে
সমান (৪৭ প্র)। কিয়নো, গকঘ কোণ সমকোণ। আকো,
কখ আক কগ বেখাব বর্গ খগ বেখাব বর্গে সৈতে সমান বুলি
কল্পনা কৰা হৈছে; এতেকে গঘ বেখাব বর্গ খগ বেখাব বর্গে

সৈতে সমান। স্বতৰাং গঘ ভুজ খগ ভুজৰ সমান। এতিয়া
কখগ আৰু কগঘ হৃষ্টা ত্ৰিভুজ, সিঁহতৰ কথ আৰু কঘ ভুজ
পৰম্পৰ সমান, আৰু কগ ভুজ দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সমান; এতেকে,
কঘ আৰু কগ ভুজ ক্ৰমে কথ আৰু কগ ভুজৰ সমান, গঘ
ভূমি খগ ভূমিৰ সমান বুলি ওপৰত প্ৰমাণ হৈছে; স্বতৰাং
ঘকগ কোণ থকগ কোণৰ সমান (৮ প্র); কিন্তু ঘকগ
কোণটো সমকোণ স্বতৰাং থকগ কোণো সমকোণ। অতএব,
কোণো ত্ৰিভুজৰ।

(ক) কোনো বৰ্গক্ষেত্ৰৰ এটা ভুজৰ পৰিমাণ জনা থাকিলে
তাৰ বৰ্গ অৰ্থাৎ কালি কিমান ওলুৱাৰ পাৰি। যেনে ওপৰত
প্ৰমাণ হোৱা ত্ৰিভুজৰ কথ ভুজৰ পৰিমাণ জানিবা ৩ ইঞ্চি,
এতিয়া, তাৰ ওপৰৰ অক্ষিত বৰ্গক্ষেত্ৰটোৰ কালি = $3 \times 3 =$
বৰ্গ ইঞ্চি।

(খ) কোনো বৰ্গক্ষেত্ৰৰ কালি জনা থাকিলে তাৰ বৰ্গমূল
অৰ্থাৎ প্ৰতি ভুজৰ পৰিমাণ জনা যায়। যেনে, $\sqrt{3^2 + 3^2} =$ যি
ক্ষেত্ৰটোৰ কালি ৩ বৰ্গ ইঞ্চি ওলায়ছে, তাৰ ভুজৰ পৰিমাণ =
 $\sqrt{9} = 3$ ইঞ্চি। কিন্তু সকলো ঠাইত ভুজৰ পৰিমাণ এনে
ঠিককৈ ওলাব নহয়।

এতিয়া, স্পষ্ট বুজিব পাৰা যে, বৰ্গক্ষেত্ৰৰ কালি বুলিলে যি
বৰ্গ বুলিলেও সেই; আৰু বৰ্গক্ষেত্ৰৰ ভুজ বুলিলে যি বৰ্গমূল
বুলিলেও সেইয়ে।

(গ) যি যি আখৰদি বৰ্গক্ষেত্ৰৰ এটা ভুজৰ নাম থোৱা

ଯାଇ, ସେଇ ଆଖର କେଇଟାବ କିମ୍ବା ସେଇ ଭୁଜର ପରିମାଣ ଅନ୍ଧଟୋର
ଓପରର ସୌ ହାତେ ସରକୈ ଏଟା (୨) ଲେଖିଲେ ତାବ ବର୍ଗ ବୁଜାଯ,
ଯେନେ କଥ ୨ ବା ୩ ।

(ୟ) ଯି ଯି ଆଖରଦି ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ନାମ ଥୋରା ଯାଇ, ସେଇ
ଆଖର କେଇଟାବ କିମ୍ବା ତାବ ପରିମାଣ ଅନ୍ଧଟୋର ଓପରତ ସୌ
ହାତେ ସରକୈ ଏଟା (୫) ଲେଖିଲେ ବା ସିଇଁତର ଆଗଫାଲେ
(୧୫) ଏହି ଚିହ୍ନଟୋ ଦିଲେ ତାବ ବର୍ଗମୂଳ ବୁଜାଯ । ଯେନେ ଥିଲା
ବା \checkmark ଥିଲା ; ୧୫ ବା \checkmark ୧୫ ।

প্রতিজ্ঞাব নিয়মীয় চতুর্থ পাঠে কলি সর্বকেবু মাধ্যম প্রাণ কো
কেজুন কো মানীকা (৭) পৰো কলে ত্যাগ পৰিচয়

অনুশীলন ।

- ১। ১ম প্রতিজ্ঞাটো নিকপিত সবল বেখাৰ তলৰ ফালে
ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰি প্ৰমাণ কৰিব। (৮) ১০ পৰ্য্যন্ত কো
- ২। কোনো নিকপিত সবল বেখাৰ সমান ভূজ বিশিষ্ট
এটা বস্তুস ক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা ।

৩। ১ম, দ্বিতীয় প্রতিজ্ঞাৰ আকৃতিত ত্ৰিভুজটোৰ ভূজ
প্ৰথমে বঢ়াই নিদি পেলায় প্রতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰা । ২য়,
নিকপিত সবল বেখাৰ এটা মূৰ নিকপিত বিন্দু ধৰি, তাৰ
তলৰ ফালে ত্ৰিভুজ অঙ্কিত আৰু ত্ৰিভুজৰ ভূজ দুটা ওপৰৰ
ফালে বৃদ্ধি কৰি তাক প্ৰমাণ কৰা ।

৪। দুটা সবল বেখাৰ সমষ্টি কিম্বা অন্তৰ যিমান তিমান
দীঘল কৰি এটা সবল বেখা টানা ।

৫। ১ম প্রতিজ্ঞাৰ আকৃতিত, দুই বৃন্তৰ ছেদ বিন্দু দুটা
সংলগ্ন কৰিলে আৰু সিহঁতৰ কেন্দ্ৰও সংলগ্ন কৰিলে, দুয়ো
সবল বেখা পৰম্পৰ লম্বভাবে সমদ্বিখণ্ডিত হ'ব ।

৬। যদি দুই সবল বেখা লম্বভাবে পৰম্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত
হয়, তেনেহলে সিহঁতৰ এটাৰ ওপৰত য'তে ত'তে বিন্দু লই
আনটোৰ দুয়ো মূৰলৈ সবল বেখা টানিলে যি যি ত্ৰিভুজ হ'ব,
সিহঁত সমদ্বিবাহক হ'ব ।

୭। ସମଦ୍ଵିବାହ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି, ଛଯୋ ମୂରେ ବଢାଲେ ବହିଃଶ୍ଵ
କୋଣ ଛଟା ପରମ୍ପର ସମାନ ହ'ବ ।

୮। ଯଦି ଛଟା ସମାନ ସବଳ ବେଖାଇ କୋନୋ ତ୍ରିଭୁଜର
ଭୂମିଶ୍ଵ କୋଣ ଛଟାକ ସମଦ୍ଵିଧିତ କରେ, ତେନେହ'ଲେ ସେଇ
ତ୍ରିଭୁଜଟୋ ସମଦ୍ଵିବାହକ ।

୯। ସମଦ୍ଵିବାହ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିଶ୍ଵ କୋଣ ଛଟାକ ସମଦ୍ଵିଧିତ
କବି ଛଟା ସବଳ ବେଖା ଟାନିଲେ ସି ତ୍ରିଭୁଜ ହ'ବ ସେଇଟୋଓ ସମଦ୍ଵି-
ବାହକ ହ'ବ ।

୧୦। ସମବାହ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିଶ୍ଵ କୋଣ ଛଟାବ ପରା ସମ୍ମୁଖଶ୍ଵ
ଭୁଜଲେ ଲସ୍ତ ଟାନିଲେ ଯଦି ସେଇ ଭୁଜ ଛଟା ସମଦ୍ଵିଧିତ ହୟ,
ତେନେହ'ଲେ ଭୂମିଶ୍ଵ କୋଣ ଛଟାଓ ସମଦ୍ଵିଧିତ ହ'ବ ।

୧୧। ସମବାହ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିଶ୍ଵ କୋଣ ଛଟା ସମଦ୍ଵିଧିତ
କବି ତାବ ହୁଇ ଭୁଜଲେ ଲସ୍ତ ଟାନିଲେ, ଭୁଜ ଛଟାଓ ସମଦ୍ଵିଧିତ
ହ'ବ ।

୧୨। କୋନୋ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିଶ୍ଵ କୋଣ ଛଟା ସମଦ୍ଵିଧିତ
କବି ତାବ ହୁଇ ଭୁଜର ଓପରତ ଲସ୍ତ ଟାନିଲେ, ଭୁଜ ଛଟା ଯଦି
ସମଦ୍ଵିଧିତ ହୟ, ତେନେହ'ଲେ ତ୍ରିଭୁଜଟୋ ସମଦ୍ଵିବାହକ ।

୧୩। ୧ମ ପ୍ରତିଜ୍ଞା ଆକୃତିତ ହୁଇ ବୃକ୍ଷର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ଛଟା
ସଂଲଗ୍ନ କବି ଗଚ ଆକ ଚସ ବେଖା ଟାନା ଆକ ପ୍ରମାଣ କବା ଯେ,
ଗନ୍ଧଚ ତ୍ରିଭୁଜଟୋ ସମବାହକ ।

୧୪। କଥଗ ତ୍ରିଭୁଜର କଥଗ ଆକ କଗଥ କୋଣ ଏକଟି

ଯୋଗେ କଥଗ କୋଣର ସମାନ ; କଥଗ ତ୍ରିଭୁଜକ ଦୁଇ ସମଦ୍ଵିବାହ୍
ତ୍ରିଭୁଜେ ବିଭକ୍ତ କବା ।

୧୫ । ୧ମ, ପଞ୍ଚମ ପ୍ରତିଜ୍ଞାବ ଆକୃତିତ ଚ ଆକ ଛ ବିନ୍ଦୁ
ସଂଲଗ୍ନ କବି ପ୍ରମାଣ କବା ଯେ, ଚହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ସମଦ୍ଵିବାହ୍କ । ୨ୟ,
କ ଶୀର୍ଷ କୋଣର ପବା ଘ ବିନ୍ଦୁଲୈ ବେଖା ଟାନି ତାକ ଚଛ ବେଖାବ ଜ
ଲୈ ବଢାଇ ଦିଯା ଆକ ପ୍ରମାଣ କବା ଯେ, ଚଘଚ କୋଣ ସମଦ୍ଵିଖଣ୍ଡିତ
ହେଛେ । ୩ୟ, ଆକୌ ପ୍ରମାଣ କବା ଯେ, କଜଚ ଆକ କଜଚ
ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଟା ସମକୋଣି ।

୧୬ । କୋନୋ ସବଳ ବୈଧିକ କୋଣକ ସମାନ ଆଠ ଥଣ୍ଡ
କବି ବିଭକ୍ତ କବା ।

୧୭ । ଏଟା ନିକପିତ ସବଳ ବେଖାକ ସମାନ ଛୟ ଥଣ୍ଡ କବା ।

୧୮ । କୋନୋ ନିକପିତ ସବଳ ବେଖାତ ଏନେ ଏଟା ବିନ୍ଦୁ
ନ୍ତିବ କବା ଯେନ ତାବ ବହିଃଙ୍ଗ ଏକ ପାର୍ଶ୍ଵ ଦୁଇ ନିକପିତ ବିନ୍ଦୁର
ପବା ସବଳ ବେଖା ଟାନିଲେ ସିହିତ ଦୁ଱୍ରୋ ସମାନ ହୟ ।

୧୯ । ୧ମ ପ୍ରତିଜ୍ଞାବ ଆକୃତିତ ଯଦି କଥ ବେଖା ପରିଧିର
ଯ ଆକ ଓ ବିନ୍ଦୁଲୈ ବଢାଇ ଦି ଗ, ଘ ଆକ ଗ, ଓ ସଂଲଗ୍ନ କବା
ଯାଇ, ତେନେହ'ଲେ ଗସଙ୍ଗ ତ୍ରିଭୁଜଟୋ ସମଦ୍ଵିବାହ୍କ ଆକ ତାବ ଶୀର୍ଷ
କୋଣ ସମଧାହ୍କ ତ୍ରିଭୁଜଟୋର ଶୀର୍ଷ କୋଣର ଦୁଇ ତୃତୀୟାଂଶ ।

୨୦ । ଯଦି କୋନୋ ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃଙ୍ଗ ଆକ ତାବ ଓଚବର
ଅନ୍ତରଙ୍ଗ କୋଣ ଦୁଟାକ ଦୁଟୋ ବେଖାଇ ସୈତେ ସମାନେ ଦିଖଣ୍ଡିତ କବା
ଯାଇ, ତେନେହ'ଲେ ସେଇ ଦୁଇ ବେଖାବ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ ଏକ ସମକୋଣ
ହ'ରୁଷ ପ୍ରତିଜ୍ଞାବ ଆକ ତାବ କହିଲୁ ।

୨୧। କଥଗ କୋଣ ସମଦ୍ଵିଖଣ୍ଡିତ କବା ଆକ ଗସ ବେଥା, ସଲୈ ବଢାଇ ଦି କଥଘ କୋଣ ଓ ସମଦ୍ଵିଖଣ୍ଡିତ କବା; ଏତିଯା ପ୍ରମାଣ କବା ଯେ, ଏହି ଦ୍ଵିଖଣ୍ଡକାରୀ ବେଥା ଛଟା ପରମ୍ପରା ଲମ୍ବ ।

୨୨। ୧୧ ପ୍ରତିଜ୍ଞାତ ନିକପିତ ସବଲ ବେଥାର ଏଟା ମୂର ନିକପିତ ବିନ୍ଦୁ ଧରି ପ୍ରତିଜ୍ଞା ପ୍ରମାଣ କବା ।

୨୩। କୋନୋ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ବିନ୍ଦୁ ତିନିଟାର ମାଜେଦି ତିନିଟା ବେଥା ଟାନି ଏନେ ଏଟା ତ୍ରିଭୁଜ ସାଜା, ଯେନ ତାର ଏକ ଏକ ଭୂଜ ଆଦିମ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଏକ ଭୂଜର ହୁଣ୍ଣନ ହୟ ।

୨୪। ଏଟା ସବଲ ବେଥାର କୋନୋ ବିନ୍ଦୁତ ଛଟା ସବଲ ବେଥା ସମ୍ମିଳିତ ହ'ଲେ ଯଦି ଦ୍ୱାତିବ କୋଣ ଛଟା ଛଇ ସମକୋଣର ସମାନ ହୟ, ତେଣେ ସେଇ ଛଇ ସବଲ ବେଥା ଏକେ ସବଲ ବେଥାହେ ଥାକିବ ନେ, ନା ଥାକିବ ପ୍ରମାଣ କବି ଦେଖୁରା ।

୨୫। ଛଇ ବେଥା ପରମ୍ପରା କଟାକଟି କବିଲେ ଯି ଯି କୋଣ ଉତ୍ସପନ ହୟ, ସିହଁତବ କୋନୋ ଛଟାକ ସମାନେ ଦ୍ଵିଖଣ୍ଡିତ କବି ଛଟା ବେଥା ଟାନିଲେ ସେଇ ଛଇ ବେଥା ହେ ଥାକିବ ।

୨୬। ୧୬ ପ୍ରତିଜ୍ଞାବ ଆକୃତିତ କଥ ଭୂଜ ବ୍ରଦ୍ଧି କବି ପ୍ରତିଜ୍ଞା ପ୍ରମାଣ କବା ।

୨୭। ସମକୋଣି ବା ବୃହ୍ତ କୋଣ ତ୍ରିଭୁଜର ଅରଶିଷ୍ଟ ଛଇ କୋଣ ସୂଚ୍ନ କୋଣ ।

୨୮। ସମବାହ୍ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନଟୋ ସୂଚ୍ନ କୋଣ ।

୨୯। ୧୭ ପ୍ରତିଜ୍ଞାବ ଆକୃତିତ କଥଗ ଭୂଜର କୋନୋ

বিন্দুত গ সংলগ্ন করি দেখাব লাগে যে, কথগ আৰু খকগ কোণ
ছটা, ছই সমকোণতকৈ সক ।

৩০ । কোনো ত্ৰিভুজৰ ছই ভুজৰ অন্তৰতকৈ তৃতীয় ভুজ
গুৰুত্ব ।

৩১ । সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ভূমিষ্ঠ কোণৰ পৰা তাৰ ছই ভুজৰ
ওপৰত লম্ব টানিলে, সিইত প্রত্যেকে ভূমিয়ে সৈতে যি কোণ
কৰিব, সেই কোণ ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ কোণৰ অৰ্ক হ'ব ।

৩২ । সমবাহু ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ কোণৰ পৰা ভূমিলৈ বেখা
টানিলে ভুজ তিনিটাৰ অৰ্ক বেখাটোতকৈ ডাঙৰ হ'ব ।

৩৩ । প্ৰমাণ কৰা যে, এটা নিকপিত বিন্দুৰ পৰা এটা
নিকপিত সৰল বেখালৈ একেটাহে লম্ব টানিব পাৰি, আৰু এই
লম্বটো সেই বিন্দুৰ পৰা সেই বেখালৈ যিমান সৰল বেখা টানা
যায় সকলোবোৰতকৈ সক ; আৰু বাকী বেখাবোৰ মাজত
যিটো লম্বৰ ওচৰৰ সেইটো দূৰৈবেটোতকৈ সক । আৰু দুঃ
মাথোন সমান বেখা লম্বৰ ছই হাতে দিয়া বিন্দুৰ পৰা দিঃ
বেখালৈ টানা যায় ।

৩৪ । যদি ছটা সমান্তৰাল সৰল বেখা সংলগ্ন কৰি এটা
লম্ব টানা যায় আৰু তাক সমন্বিত কৰা, তেনেহলে সেই
ছেদ বিন্দুৰ মাজেদি সমান্তৰাল বেখা ছটালৈ যিমান বেখা
টানা যাব সকলোবোৰ সমান হ'ব ।

৩৫ । কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা বহিঃস্থ কোণক কোনো সৰল

ବେଥା ଟାନି ସମ୍ବିଦ୍ଧିତ କରିଲେ ସଦି ସେଇ ସବଳ ବେଥାଟୋ ଭୂମିର
ସମାନ୍ତବାଲ ହୟ, ତେଣେ ତ୍ରିଭୁଜଟୋ ସମ୍ବିବାହୁକ ।

୩୬ । ସମ୍ବିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ସମାନ ହୁଇ ଭୂଜ ସମାନେ ସ୍ଵର୍ଗ
କବି ସଂଲଗ୍ନ କରିଲେ, ସେଇ ବେଥାଟୋ ଭୂମିର ସମାନ୍ତବାଲ ହ'ବ ।

୩୭ । କୋନୋ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭିତରତ ଛୟଟା ସମାନ
ବନ୍ଧସ କ୍ଷେତ୍ର ନିର୍ମାଣ କରା ।

୩୮ । ଚତୁର୍ଭୁଜ କ୍ଷେତ୍ରର ହୁଇ ଶ୍ରଦ୍ଧିତର ସମାପ୍ତି ତାବ ଚାବି ଭୂଜର
ସମାପ୍ତିକେ ସକ ।

୩୯ । ତ୍ରିଭୁଜର କୋନୋ ଏକ ଭୂଜ ଶ୍ରଦ୍ଧି କବି ଏଟା ସମାନ୍ତବାଲ
କ୍ଷେତ୍ର ନିର୍ମାଣ କରା ।

୪୦ । ତ୍ରିଭୁଜର ଏଟା କୋଣ ଆନ ହଟା କୋଣର ପ୍ରତ୍ୟେକର
ଦ୍ୱିସମକୋଣ ପୂରକ କୋଣତକେ ସକ ।

୪୧ । କୋନୋ ସମକୋଣକ ସମାନେ ଛୟ ଖଣ୍ଡ କରା ।

୪୨ । କୋନୋ ସପ୍ତଭୂଜ ସବଳ ବୈଧିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଭୂଜବୋବ
ଦୟୋ ମୂରେ ବଢାଇ ଦିଲେ, ପରମ୍ପରା କଟାକଟି କବି ସେଇ ଦେହଦ
ବିନ୍ଦୁବିଲାକତ ଯିବୋବ କୋଣ ଉତ୍ତପନ୍ନ କବିବ, ମିହିତ ଛୟ ସମକୋଣର
ସମାନ ହ'ବ ।

୪୩ । କଥଗ ସମକୋଣି ତ୍ରିଭୁଜର କଗ କର୍ଣ୍ଣତ ଏନେ ଏଟା
ବିନ୍ଦୁ ଛିବ କବା ଯେ, ତାବ ପରା ଖଗ ଭୂଜଲୈ ଲଞ୍ଚ ଟାନିଲେ ଦେହ
ଲଞ୍ଚ ଖଘ ବେଥାବ ସମାନ ହ'ବ ।

୪୪ । ଏଟା ସମାନ କୋଣି ଘୋଡ଼ଶ ଭୂଜ ସବଳ ବୈଧିକ
କ୍ଷେତ୍ରର କୋଣର ପରିମାଣେ କିମାନ ।

৪৫। ৩২ প্রতিজ্ঞাব আকৃতিত গক ভূজ বৃদ্ধি আক কথ
ভূজ সমন্বিত কবি প্রতিজ্ঞা প্রমাণ করা।

৪৬। যি যি ত্রিভূজব প্রত্যেক কোণৰ পৰিমাণ এক
সংকোণৰ দুই তৃতীয়াংশ, সেই সেই ত্রিভূজ সমবাহুক।

৪৭। সংকোণি ত্রিভূজব এক ভূজ জনা আছে; আক
তাৰ কৰ্ণ আক অৱশ্যিত ভূজৰ সমষ্টি অথবা অন্তৰ জনা আছে,
ত্রিভূজটো অক্ষিত কৰা।

৪৮। সমবাহু ত্রিভূজব প্রতি ভূজ কোনো বিন্দুত সম-
ন্বিত কবি সেই বিন্দুবোৰ সংলগ্ন কবিলে ত্রিভূজটো সমানে
চাৰি খণ্ড হ'ব।

৪৯। কোনো সমবাহু ত্রিভূজব দুই ভূজ সমন্বিত
কবি ছেদ বিন্দু সংলগ্ন কবিলে যি ত্রিভূজ হ'ব সেইটো,
গোটেইটো ত্রিভূজব এক চতুর্থাংশ।

৫০। দুটা সংকোণি ত্রিভূজব কৰ্ণ সমান আছে আক
এটা এটা ভূজও সমান আছে, প্রমাণ কৰা যে সিঁত সং-
ভাবে সমান।

৫১। সমবাহু ত্রিভূজব ভিতৰ কোনো বিন্দু লই, তাৰ
পৰা বেখা টানি প্রত্যেক কোণক সমন্বিত কবিলে সেই
বেখাবোৰ পৰম্পৰ সমান হ'ব।

৫২। ত্রিভূজব দুই ভূজ সমন্বিত কবি ছেদ বিন্দু
দুটা সংলগ্ন কবিলে সেই বেখাটো ভূমিৰ সমান্তৰাল হ'ব।

৫৩। কথগঘ চতুর্ভুজ ক্ষেত্ৰৰ কথ ভূজ সংকোণতকৈ

ଡାଙ୍ଗର ଆକୁ ଥିଲେ କୋଣଟିକେ ସର୍କ, ପ୍ରମାଣ କରା ଯେ, ସାହୁ କୋଣ
ଥି କୋଣଟିକେ ଆକୁ ଗା କୋଣ କିମ୍ବା କୋଣଟିକେ ଡାଙ୍ଗର ।

୫୪ । ଯି ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମ୍ମୁଖସ୍ଥ କୋଣବୋର ସମାନ, ସେଇ
ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମାନ୍ତରାଳ କ୍ଷେତ୍ର ହ'ବ ।

୫୫ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମକୋଣି ଚତୁର୍ଭୁଜ କ୍ଷେତ୍ର ସମାନ୍ତରାଳ କ୍ଷେତ୍ର
ହ'ବ ।

୫୬ । ଯି ସମାନ୍ତରାଳ କ୍ଷେତ୍ରର ଅନ୍ତି କଟାକଟି କବିଲେ
ଥଣ୍ଡବୋର ପରମ୍ପର ଲମ୍ବ ହୟ, ସେଇଟୋ ବନ୍ଦସ ବା ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ।

୫୭ । ଯି ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମ୍ମୁଖର ଭୁଜବୋର ସମାନ, ସେଇ ଚତୁର୍ଭୁଜ
ସମାନ୍ତରାଳ କ୍ଷେତ୍ର ହ'ବ ।

୫୮ । ଏଟା ସମାନ୍ତରାଳ କ୍ଷେତ୍ରକ ତାବ କୋନୋ ଭୁଜର କୋନୋ
ବିନ୍ଦୁର ପବା ବେଥା ଟାନି ସମାନେ ଛଇ ଥଣ୍ଡ କରା ।

୫୯ । କୋନୋ ତ୍ରିଭୁଜର ଏଟା ଭୂଜ କୋନୋ ବିନ୍ଦୁର ପବ
ବେଥା ଟାନି ତାକ ସମାନେ ଛଇ ଥଣ୍ଡ କରା ।

୬୦ । କୋନୋ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି, ଭୂମିତ ସଂଲଗ୍ନ ଏଟା କୋଣ
ଆକୁ ଛଇ ଭୂଜର ଅନ୍ତର ଜନା ଆଛେ, ତ୍ରିଭୁଜଟୋ ଅଞ୍ଚିତ
କରା ।

୬୧ । ଏଟା ସମବାହ ତ୍ରିଭୁଜର ଲମ୍ବ ଦିଯା ଆଛେ, ତ୍ରିଭୁଜଟୋ
ଅଞ୍ଚିତ କରା ।

୬୨ । ଏଟା ସମବାହ ତ୍ରିଭୁଜର ଭିତରତ ଏଟା ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର
ଅଞ୍ଚିତ କରା ।

୬୩ । ସଦି ଛଟା ତ୍ରିଭୁଜ ଏକେ ଭୂମିର ଓପରତ ଆକୁ ଏକେ

সমান্তবাল মাজত থাকে আৰু যদি ভূমিৰ সমান্তবাল কৰি
কোনো বেখা টানি সিহঁতক ছেদ কৰা যায়, তেন্তে সেই
ত্ৰিভুজ দুটাৰ পৰা ছিন্ন হৈ যি দুটা সক ত্ৰিভুজ হ'ব সিহঁতও
সক হ'ব।

৬৪। কোনো সমান্তবাল ক্ষেত্ৰৰ এক শ্ৰতি দুয়ো মূৰে
সমান দূৰলৈ বঢ়াই দি তাৰ দুয়ো প্রাণ অন্য শ্ৰতিৰ দুয়ো
প্ৰাণ্তে সৈতে সংলগ্ন কৰিলে যি ক্ষেত্ৰ হ'ব, সেইটো সমান্তবাল
ক্ষেত্ৰ হ'ব।

৬৫। দুটা সমান্তবাল সৰল বেখাৰ ওপৰত কেতবোৰ লম্ব
টানিলে সেই লম্ববোৰ পৰম্পৰ সমান হ'ব।

৬৬। যি যি ত্ৰিভুজৰ ভূমি আৰু উন্নতি সমান, সিহঁত
পৰম্পৰ সমান।

৬৭। যি যি সমান্তবাল ক্ষেত্ৰৰ ভূমি আৰু উন্নতি সমান,
সিহঁত পৰম্পৰ সমান।

৬৮। ৪৩ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত ঙ, ঝ, আৰু খ, ঘ চক
চ, ছ বিন্দু সংলগ্ন কৰি প্ৰমাণ কৰা যে, সিহঁত পৰম্পৰ
সমান্তবাল।

৬৯। কোনো বৰ্গক্ষেত্ৰৰ এটা ভূজ সমানে দ্বিখণ্ডিত
কৰিলে তাৰ এক খণ্ডৰ বৰ্গ আদিম বৰ্গটোৱ চতুর্থাংশ
হ'ব।

৭০। বৰ্গক্ষেত্ৰৰ কোন বিন্দু চাইটাৰ সমান দূৰৈত চাইটা

বিন্দুলৈ সিহঁতক সংলগ্ন করিলে যি ক্ষেত্র হ'ব, সেইটোও বর্গ
হ'ব।

৭১। যদি কোনো ত্রিভুজৰ আৰু কোনো সমান্তৰাল
ক্ষেত্ৰৰ উন্নতি সমান হয়, কিন্তু ত্রিভুজৰ ভূমি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ
ভূমিৰ দৃঢ়ণ হব, তেন্তে সিহঁত পৰম্পৰ সমান হ'ব।

৭২। কোনো চতুর্ভুজৰ চাৰো ভূজ সমদ্বিখণ্ডিত কৰি
ছেদ বিন্দুবোৰ সংলগ্ন কৰিলে যি চতুর্ভুজ হ'ব, সেইটো
সমান্তৰাল ক্ষেত্র হ'ব।

৭৩। এটা নিকপিত সৰল বৈখিক ক্ষেত্ৰ সমান কৰি
এটা ত্রিভুজ অঙ্কিত কৰা।

৭৪। এটা নিকপিত সৰল বেথাৰ ওপৰত এটা নিকপিত
ত্রিভুজৰ সমান এটা আঁয়ত ক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা।

৭৫। কোনো নিকপিত ভূমিৰ ওপৰত কোনো নিক-
পিত ত্রিভুজৰ সমান কৰি এটা সমদ্বিবাহ ত্রিভুজ অঙ্কিত
কৰা।

৭৬। ৪৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত ত্রিভুজৰ তিনো ভূজৰ বৰ্গ,
তলৰ ফালে অঙ্কিত কৰি প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰা।

৭৭। দুটা বৰ্গক্ষেত্ৰৰ অন্তৰৰ সমান এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ অঙ্কিত
কৰা।

৭৮। ৪৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত চ, জ আৰু ট, ঙ আৰু
চ, ঘ সংলগ্ন কৰি প্ৰমাণ কৰা যায় যে, এই তিনি ত্রিভুজ
প্ৰত্যেকে কথগ ত্রিভুজৰ সমান।

৭৯। বন্ধস ক্ষেত্রে ভুজ কেইটাৰ ওপৰ অঁকা বৰ্গৰ সমষ্টি,
তাৰ শ্ৰান্তি ঢুটাৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গৰ সমান হ'ব।

৮০। বৃহৎ কোণি ত্ৰিভুজৰ বৃহৎ কোণৰ সম্মুখস্থ ভুজৰ
বৰ্গ, তাৰ আন দুই ভুজৰ বৰ্গ ঢুটাতকৈ ডাঙ্গৰ।

সম্পূর্ণ।

৪১৩৪/অঃ

৪১৩৫/অঃ

জাননী ।

—০০—

তলত নাম দিয়া সুলপাঠ্য কিতাপবোৰ আমাৰ দোকানত পাব,
সৰহ কিতাপ একেবাৰে নিলে কমিচন পাব ।

১।	হেমচন্দ্ৰ অসমীয়া ব্যাকৰণ	...	॥৮/৬	ইহাৰ বাহিৰেও সকলো প্ৰকাৰৰ অসমীয়া পাঠ্য কিতাপ আমাৰ হাতত আছে, পত্ৰ দিয়ামাত্ৰে পঠাই দিয়া চাৰ, বি পুঁথি আনাৰ হাতত নেপাল, সেই পুঁথি সেই সময়ত অন্তৰ হাততো নাই কৰিবোৰ ভট্টাচার্য, ভট্টাচার্য এজেন্সী, ডিঙড়ু।
২।	ঐ অসমীয়া লৰাৰ ব্যাকৰণ	...	৮/৬	
৩।	লোকনাথ ব্যাকৰণ	...	॥১০	
৪।	শিৰনাথ ব্যাকৰণ	...	১০	
৫।	পাঠমালা (হেমচন্দ্ৰ)	...	॥৮/৬	
৬।	জ্ঞানমালিনী (মকিজউদ্দিন)	...	॥৮/০	
৭।	সাহিত বিচাৰ (সত্যনাথ বড়া)	...	৫০	
৮।	সাৰথি	ঐ	...	॥৮/০
৯।	ত্ৰিবেণী (সৰ্বৈশ্বৰ শৰ্ম্মা)	...	॥৮/০	
১০।	মূৰৰলী (সৰ্বৈশ্বৰ শৰ্ম্মা)	...	॥৮/০	
১১।	জ্ঞানোদয় (লঞ্চোদৰ বড়া)	...	॥৮/৬	
১২।	জ্ঞানসোপান (বজনী বড়দলৈ)	...	৮/৬	
১৩।	নিম্নপ্ৰাইমেৰী ১ম ভাগ	...	১/০	
১৪।	নিম্নপ্ৰাইমেৰী ২য় ভাগ	...	১/০	
১৫।	লৰাসদী	...	৮/৬	
১৬।	আসাম-ভূগোল	...	১০	
১৭।	ভূগোলসাৰ	...	॥৮/০	
১৮।	কাৰ্য্যপ্ৰবেশ	...	১/০	
১৯।	অসমীয়া পাটিগণিত ১ম ভাগ	...	১০	
২০।	অসমীয়া পাটিগণিত ২য় ভাগ	...	১০	
২১।	অসমীয়া ক্ষেত্ৰ জ্যামিতি	...	॥৮/০	
২২।	আদৰ্শ আঠ ১ম, ২য়	...	১০	