

**Mathematik II****Arbeitsblatt 37****Aufwärmaufgaben**

AUFGABE 37.1. Entscheide, ob das uneigentliche Integral

$$\int_1^{\infty} \frac{x^2 - 3x + 5}{x^4 + 2x^3 + 5x + 8} dx$$

existiert.

AUFGABE 37.2. Bestimme das uneigentliche Integral

$$\int_0^{\infty} e^{-t} dt.$$

AUFGABE 37.3. Sei  $x \in \mathbb{R}$  und betrachte die Funktion

$$f : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}, t \longmapsto f(t) = t^x e^{-t}.$$

Bestimme die Extremwerte dieser Funktion.

AUFGABE 37.4. Begründe, warum die Fakultätsfunktion stetig ist.

AUFGABE 37.5. Zeige, dass für die Fakultätsfunktion für  $k \in \mathbb{N}$  die Beziehung

$$\text{Fak}\left(\frac{2k-1}{2}\right) = \frac{\prod_{i=1}^k (2i-1)}{2^k} \cdot \sqrt{\pi}$$

gilt.

AUFGABE 37.6. Wie sieht der Graph einer Abbildung

$$\mathbb{R} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

aus, die nur von einer Variablen abhängt.

AUFGABE 37.7. Löse das Anfangswertproblem

$$y' = \sin t \text{ mit } y(\pi) = 7.$$

AUFGABE 37.8. Löse das Anfangswertproblem

$$y' = 3t^3 - 2t + 5 \text{ mit } y(3) = 4.$$

AUFGABE 37.9. Finde alle Lösungen zur gewöhnlichen Differentialgleichung

$$y' = y.$$

AUFGABE 37.10. Man mache sich anschaulich und mathematisch klar, dass bei einer ortsunabhängigen Differentialgleichung der Abstand zwischen zwei Lösungen  $y_1$  und  $y_2$  zeitunabhängig ist, d.h. dass  $y_1(t) - y_2(t)$  konstant ist.

Man gebe ein Beispiel, dass dies bei zeitunabhängigen Differentialgleichungen nicht der Fall sein muss.

### Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 37.11. (2 Punkte)

Entscheide, ob das uneigentliche Integral

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} dt$$

existiert und berechne es im Falle der Existenz.

AUFGABE 37.12. (4 Punkte)

Entscheide, ob das uneigentliche Integral

$$\int_1^{\infty} \frac{x^3 - 3x + 5}{x^4 + 2x^3 + 5x + 8} dx$$

existiert.

AUFGABE 37.13. (5 Punkte)

Entscheide, ob das uneigentliche Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

existiert.

(Versuche nicht, eine Stammfunktion für den Integranden zu finden.)

AUFGABE 37.14. (2 Punkte)

Zeige, dass für die Fakultätsfunktion die Beziehung

$$\text{Fak}(x) = \int_0^1 (-\ln t)^x dt$$

gilt.

AUFGABE 37.15. (3 Punkte)

Finde eine Lösung zur gewöhnlichen Differentialgleichung

$$y' = t + y.$$

AUFGABE 37.16. (4 Punkte)

Löse das Anfangswertproblem

$$y' = \frac{t^3}{t^2 + 1} \text{ mit } y(1) = 2.$$

### Kollektivaufgabe

Auf vielfältigen Wunsch hin darf in der Testklausur 1 eine in Wikiversity zu erstellende gemeinsame Formelsammlung verwendet werden. Dadurch soll das Gedächtnis für Wichtigeres geschont werden. Sie ist aber nicht dafür gedacht, grundlegende theoretische Zusammenhänge, die jeder Mathematiker wissen muss, extern abzuspeichern (also bspw. Substitutionsregel u. Ä.). Die Formelsammlung darf lediglich konkrete numerische Beziehungen enthalten, aber keine Definitionen oder Sätze. Einzelheiten sind verhandelbar, Akkreditierung durch den Dozenten.