

Mathematik für Anwender I**Arbeitsblatt 25****Aufwärmaufgaben**

AUFGABE 25.1. Berechne das bestimmte Integral

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin x^2 dx .$$

In den folgenden Aufgaben, bei denen es um die Bestimmung von Stammfunktionen geht, ist jeweils ein geeigneter Definitionsbereich zu wählen.

AUFGABE 25.2. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\tan x .$$

AUFGABE 25.3. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$x^n \cdot \ln x .$$

AUFGABE 25.4. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$e^{\sqrt{x}} .$$

AUFGABE 25.5. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{x^3}{\sqrt[5]{x^4 + 2}} .$$

AUFGABE 25.6. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} .$$

AUFGABE 25.7. Es sei I ein reelles Intervall und es sei

$$f : I \longrightarrow \mathbb{R}$$

eine stetige Funktion mit der Stammfunktion F . Es sei G eine Stammfunktion von F und es seien $b, c \in \mathbb{R}$. Bestimme eine Stammfunktion der Funktion

$$(bt + c) \cdot f(t)$$

AUFGABE 25.8. Sei $n \in \mathbb{N}_+$. Bestimme eine Stammfunktion der Funktion

$$\mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}_+, x \longmapsto x^{1/n},$$

unter Verwendung der Stammfunktion von x^n und Satz 25.4.

AUFGABE 25.9. Bestimme eine Stammfunktion des natürlichen Logarithmus unter Verwendung der Stammfunktion seiner Umkehrfunktion.

AUFGABE 25.10. Es sei

$$f : [a, b] \longrightarrow [c, d]$$

eine bijektive, stetig differenzierbare Funktion. Man beweise die Formel für die Stammfunktion der Umkehrfunktion, indem man für das Integral

$$\int_a^b f^{-1}(y) dy$$

die Substitution $y = f(x)$ durchführt und anschließend partiell integriert.

AUFGABE 25.11.*

Berechne durch geeignete Substitutionen eine Stammfunktion zu

$$\sqrt{3x^2 + 5x - 4}.$$

AUFGABE 25.12.*

Berechne das bestimmte Integral zur Funktion

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, x \longmapsto f(x) = 2x^3 + 3e^x - \sin x,$$

über $[-1, 0]$.

AUFGABE 25.13.*

Berechne das bestimmte Integral zur Funktion

$$f : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}, x \longmapsto f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2x+3} - e^{-x},$$

über $[1, 4]$.

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 25.14. (4 Punkte)

Berechne das bestimmte Integral $\int_0^8 f(t) dt$, wobei die Funktion f durch

$$f(t) = \begin{cases} t + 1, & \text{falls } 0 \leq t \leq 2, \\ t^2 - 6t + 11, & \text{falls } 2 < t \leq 5, \\ 6, & \text{falls } 5 < t \leq 6, \\ -2t + 18, & \text{falls } 6 < t \leq 8, \end{cases}$$

gegeben ist.

AUFGABE 25.15. (3 Punkte)

Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$x^3 \cdot \cos x - x^2 \cdot \sin x .$$

AUFGABE 25.16. (2 Punkte)

Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\arcsin x .$$

AUFGABE 25.17. (4 Punkte)

Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\sin(\ln x) .$$

AUFGABE 25.18. (5 Punkte)

Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$e^x \cdot \frac{x^2 + 1}{(x + 1)^2} .$$

AUFGABE 25.19. (5 Punkte)

Es sei I ein reelles Intervall und es sei

$$f : I \longrightarrow \mathbb{R}$$

eine stetige Funktion mit der Stammfunktion F . Es sei G eine Stammfunktion von F und H eine Stammfunktion von G . Es seien $a, b, c \in \mathbb{R}$. Bestimme eine Stammfunktion der Funktion

$$(at^2 + bt + c) \cdot f(t)$$