

**Analysis I****Arbeitsblatt 26****Übungsaufgaben**

AUFGABE 26.1. Bestimme die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{3X^5 + 4X^4 - 2X^2 + 5X - 6}{X^3}.$$

AUFGABE 26.2. Bestimme die Koeffizienten in der Partialbruchzerlegung in Beispiel 26.6 durch Einsetzen von einigen Zahlen für  $X$ .

AUFGABE 26.3. Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{X^2(X^2 + 1)}.$$

AUFGABE 26.4. Bestimme die komplexe Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{X^3 - 1}.$$

AUFGABE 26.5. Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{X^3(X - 1)^3}.$$

AUFGABE 26.6. Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{X^3 + 4X^2 + 7}{X^2 - X - 2}.$$

AUFGABE 26.7. Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{X(X - 1)(X - 2)(X - 3)}.$$

## AUFGABE 26.8.\*

Es sei

$$f(x) = \frac{x^3 + 7x^2 - 5x + 4}{x^2 - 3}.$$

- a) Bestimme die reelle Partialbruchzerlegung von  $f(x)$ .  
 b) Bestimme eine Stammfunktion von  $f(x)$ .

## AUFGABE 26.9.\*

Wir betrachten die Funktion

$$f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \longrightarrow \mathbb{R}, x \longmapsto \frac{x^5 + 3x^3 - 2x^2 + x - 1}{(x-1)^2(x^2+1)}.$$

- a) Bestimme die reelle Partialbruchzerlegung von  $f$ .  
 b) Bestimme eine Stammfunktion von  $f$  für  $x > 1$ .

## AUFGABE 26.10.\*

Bestimme eine Stammfunktion von

$$\frac{5x^3 + 4x - 3}{x^2 + 1}$$

mittels Partialbruchzerlegung.

## AUFGABE 26.11.\*

Bestimme eine Stammfunktion von

$$\frac{x^2 + 1}{x(x-1)(x-2)}$$

für  $x > 2$ .

AUFGABE 26.12. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{1}{x^2 + 5}.$$

AUFGABE 26.13. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{1}{x^2 - 5}.$$

AUFGABE 26.14. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{1}{2x^2 + x - 1}.$$

AUFGABE 26.15. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{1}{1+x^4}.$$

AUFGABE 26.16. Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{7x^6 - 18x^5 + 8x^3 - 9x^2 + 2}{x^7 - 3x^6 + 2x^4 - 3x^3 + 2x - 5}.$$

### Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 26.17. (4 Punkte)

Schreibe die rationale Funktion

$$\frac{2x^3 - 4x^2 + 5x - 1}{4x + 3}$$

in der neuen Variablen  $u = 4x + 3$ . Berechne die Stammfunktion über die reelle Partialbruchzerlegung und über die Substitution  $u = 4x + 3$ .

AUFGABE 26.18. (4 Punkte)

Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{X^4 - 1}.$$

AUFGABE 26.19. (4 Punkte)

Bestimme die komplexe und die reelle Partialbruchzerlegung von

$$\frac{X^7 + X^4 - 5X + 3}{X^8 + X^6 - X^4 - X^2}.$$

AUFGABE 26.20. (5 Punkte)

Bestimme eine Stammfunktion für die Funktion

$$\frac{3x - 5}{(x^2 + 2x + 7)^2}.$$