

**MP 08/09 – D.S. de PHYSIQUE-CHIMIE n°3 – 13/11/08 (4heures)****PHYSIQUE****Frottements et freinage**

Les trois parties sont totalement indépendantes y compris pour leurs notations.

**I- Freinage du type « frottement fluide »** (extrait de l'épreuve Centrale MP 2007)**Données numériques :**

Accélération de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$

Masse volumique de l'aluminium :  $\mu = 2,72.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

Épaisseur de la plaque carrée :  $h = 1,00 \text{ mm}$

Longueur d'un côté de la plaque carrée :  $d = 30,0 \text{ cm}$

On se propose d'étudier les oscillations libres, puis amorties, d'une plaque d'aluminium homogène carrée de côté  $d$ , de masse  $m$  et d'épaisseur  $h$  négligeable devant  $d$ , astreinte à se déplacer dans le plan  $Oxy$ . Cette plaque est reliée aux points fixes  $O_1$  et  $O_2$  (avec  $O_1O_2 = d$ ,  $\overrightarrow{OO_2} = -\overrightarrow{OO_1} = d/2\overrightarrow{u_y}$ ) par deux fils inextensibles, sans masse et de longueur  $L$  fixés au niveau de la plaque en  $A_1$  et  $A_2$ .

Nous faisons l'hypothèse que, durant les oscillations, les fils restent tous les deux tendus et que les liaisons aux différents points de fixation sont parfaites.

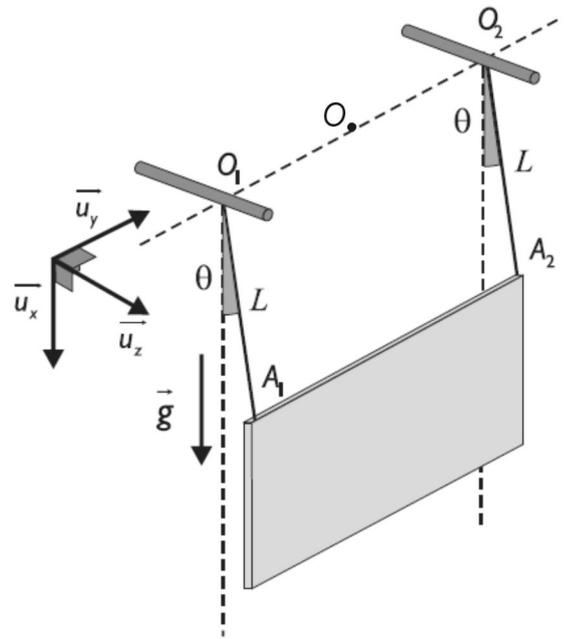


Figure 1

Nous notons :  $\theta = \widehat{(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{O_1A_1})} = \widehat{(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{O_2A_2})}$ ,  $\overrightarrow{u_r} = \frac{\overrightarrow{O_1A_1}}{L} = \frac{\overrightarrow{O_2A_2}}{L}$ ,  $\overrightarrow{u_\theta} = \overrightarrow{u_z} \wedge \overrightarrow{u_r}$  et  $\overrightarrow{g} = g\overrightarrow{u_x}$ .

**A- Etude des petites oscillations libres**

À l'instant initial, la plaque est lâchée sans vitesse en  $\theta = \theta_0$ .

**A.1)** a) Exprimer les vecteurs vitesse des points  $A_1$  et  $A_2$  par rapport au référentiel du laboratoire. Soit  $\overrightarrow{\Omega} = \Omega\overrightarrow{u_z}$  le vecteur rotation de la plaque dans ce référentiel. Que peut-on dire de  $\overrightarrow{\Omega}$  et du mouvement de la plaque dans ce même référentiel ?

b) Exprimer la quantité de mouvement de la plaque dans le référentiel du laboratoire en fonction de  $m$ ,  $L$  et  $\dot{\theta} = d\theta/dt$ .

**A.2)** En appliquant le théorème de la résultante cinétique à la plaque en projection sur  $\overrightarrow{u_\theta}$  établir l'équation différentielle du mouvement de la plaque. Montrer que pour les petites oscillations, cette équation se met sous la forme  $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ .

**A.3)** Expérimentalement, on enregistre  $y(t)$  où  $y = \overrightarrow{O_1A_1} \cdot \overrightarrow{u_y} = \overrightarrow{O_2A_2} \cdot \overrightarrow{u_y}$ .

a) Donner l'équation différentielle vérifiée par  $y(t)$  pour les petites oscillations. La figure 2 fournit des courbes expérimentales relatives à diverses conditions initiales. En quoi ces courbes sont-elles en accord avec cette équation différentielle ?

b) Déterminer pour chacune des trois courbes les valeurs maximales de  $\dot{y}(t)$ . Représenter les trois trajectoires associées à ces courbes dans l'espace des phases  $(y, \dot{y})$ . Quelle propriété géométrique relie ces courbes ?

c) À partir des résultats expérimentaux fournis en figure 3 déterminer la valeur numérique de la longueur  $L$  des fils de suspension.

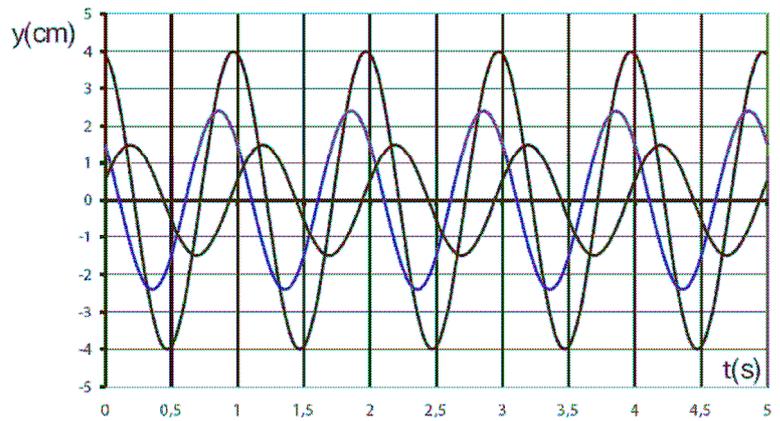


Figure 2

### B - Détermination expérimentale du coefficient d'amortissement des petites oscillations.

Dans cette question un dispositif électromagnétique freine le mouvement de la plaque en exerçant sur elle une action mécanique de résultante  $\vec{F} = -\alpha \dot{y} \vec{u}_y$  analogue à un frottement fluide.

B.1) Montrer que l'équation différentielle normalisée traduisant l'évolution temporelle de  $y$  dans cette

situation expérimentale de petites oscillations amorties est :  $\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\lambda \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0$ . Relier  $\lambda$  à  $\alpha$  et  $m$ .

B.2) La figure 3 correspond à un enregistrement effectué pour une valeur particulière de  $\alpha$ . On précise les coordonnées des trois premiers maxima locaux  $S_1(t_1, y_1)$ ,  $S_2(t_2, y_2)$  et  $S_3(t_3, y_3)$  avec :

$t_1 = 0,610\text{s}$	$y_1 = 2,42\text{ cm}$
$t_2 = 1,80\text{s}$	$y_2 = 1,35\text{ cm}$
$t_3 = 2,97\text{s}$	$y_3 = 0,764\text{ cm}$

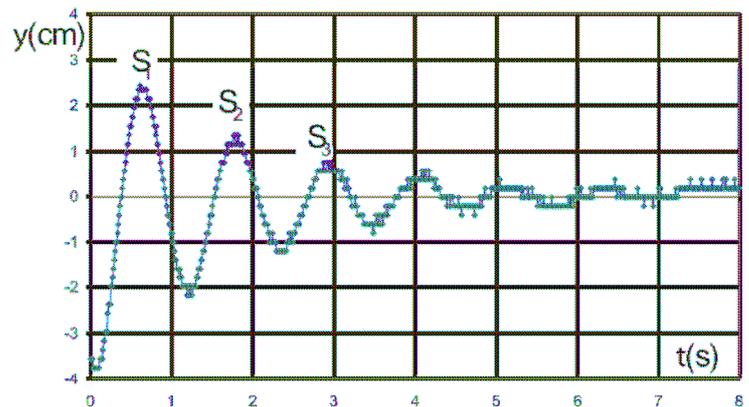


Figure 3

a) Calculer numériquement et comparer  $\delta = \ln(y_1/y_2)$  et  $\delta' = \frac{1}{2} \ln(y_1/y_3)$ . En justifiant vos calculs par un raisonnement, déterminer alors la valeur numérique expérimentale  $\lambda_{\text{exp}}$  du coefficient  $\lambda$ .

b) En déduire la valeur numérique expérimentale  $\alpha_{\text{exp}}$  du coefficient  $\alpha$ .

## II- Freinage par frottement solide

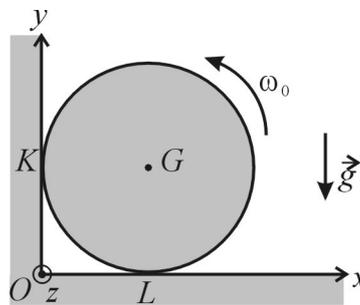
On s'intéresse à un exemple de freinage d'un solide par contact avec des surfaces fixes. On négligera tout frottement de roulement et de pivotement et on appellera  $f$  coefficient de frottement de glissement entre le solide et les surfaces.

Le solide considéré est un cylindre de rayon  $a$  et masse  $m$ . Soit  $G$  son centre d'inertie,  $Gz$  son axe de symétrie,  $J = \frac{1}{2}ma^2$  son moment d'inertie par rapport à l'axe  $Gz$ .

Le champ de pesanteur terrestre, supposé uniforme, est représenté par le vecteur  $\vec{g} = -g\vec{u}_y$  avec  $\|\vec{g}\| = g$ .

*Données numériques :*  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $a = 10 \text{ cm}$ ,  $f = 0,8$ .

Le cylindre est posé sur une cornière (voir figure ci-dessous) à l'instant  $t=0$  avec une vitesse de rotation initiale  $\omega(t=0) = \omega_0$  où  $\omega_0 > 0$ , autour de  $Gz$ . Pour  $t > 0$ , il reste constamment en contact avec les plans  $Ozx$  et  $Oyz$  de la cornière.



1) Quel type de mouvement (translation, rotation...) a le cylindre ? Justifier.

On appelle  $K$  et  $L$  les milieux des génératrices du cylindre en contact respectivement avec les plans  $Oyz$  et  $Ozx$ . On admet que l'action du plan  $Oyz$  (resp.  $Ozx$ ) sur le cylindre est équivalente à une force  $\vec{R}_K = R_{Kx}\vec{u}_x + R_{Ky}\vec{u}_y$  (resp.  $\vec{R}_L = R_{Lx}\vec{u}_x + R_{Ly}\vec{u}_y$ ) appliquée en  $K$  (resp.  $L$ ).

2) a) Rappeler les lois de Coulomb du frottement dans le cas du glissement.

b) Etudier le glissement en  $K$  et en  $L$ . En déduire les signes des composantes de  $\vec{R}_K$  et  $\vec{R}_L$ .

c) Ecrire des relations entre  $R_{Kx}$  et  $R_{Ky}$  d'une part,  $R_{Lx}$  et  $R_{Ly}$  d'autre part.

3) a) Appliquer le théorème de la résultante cinétique au cylindre.

b) En déduire un système de deux équations vérifiées par  $R_{Ly}$  et  $R_{Kx}$ .

c) Déterminer les composantes de  $\vec{R}_K$  et de  $\vec{R}_L$  en fonction de  $m$ ,  $g$  et  $f$ . *Applications numériques.*

4) Ecrire le théorème du moment cinétique en  $G$  pour le cylindre. En déduire la vitesse angulaire  $\omega(t)$  du cylindre en fonction de  $\omega_0$ ,  $g$ ,  $a$ ,  $f$  et  $t$ . Déterminer la date  $t_1$  à laquelle le cylindre s'immobilise. *Application numérique :* calculer  $t_1$  en prenant  $\omega_0 = 30 \text{ rad.s}^{-1}$ .

5) *Cette question n'est pas à faire et sera traitée en cours.* Calculer directement le travail des actions de contact exercées sur le cylindre au cours du mouvement entre les instants  $t=0$  et  $t=t_1$ . Calculer indépendamment la variation d'énergie cinétique du cylindre entre ces dates et conclure.

### III- Freinage (?) d'un satellite par frottement de l'atmosphère terrestre (d'après Concours Marocain 2006)

Dans cette partie on s'intéresse à un satellite artificiel terrestre. Pour cette étude on fait les hypothèses suivantes :

- le référentiel d'étude est le référentiel géocentrique supposé galiléen,
- la Terre de masse  $M_T$  est supposée sphérique de centre  $O$  et de rayon  $R_T$ ,
- le satellite artificiel sera assimilé à un point matériel  $S$  de masse  $m$ .

La constante de gravitation universelle est notée  $\mathcal{G}$ .

1) Le satellite se meut sous effet de l'attraction terrestre uniquement et a une orbite circulaire de rayon  $R$ .

- a) En appliquant le théorème de la résultante cinétique au satellite, trouver l'expression de la norme  $v$  de sa vitesse en fonction de  $\mathcal{G}$ ,  $M_T$  et  $R$ .
- b) En déduire la période de révolution  $T$  du mouvement du satellite. Quel résultat connu retrouve-t-on ?
- c) Rappeler l'expression de l'énergie potentielle  $E_p$  du satellite. Quelle relation simple lie son énergie cinétique  $E_c$  et son énergie potentielle ? Exprimer son énergie mécanique  $E_m$  en fonction de  $E_c$  seulement.

2) L'altitude du satellite  $z = R - R_T$  est désormais supposée faible devant le rayon terrestre  $R_T$ .

Montrer alors que :

- $E_m \approx E_{m0} + \frac{1}{2} m g_0 z$  où  $E_{m0}$  est une constante et  $g_0$  l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre ;
- $v \approx v_0 \left( 1 - \alpha \frac{z}{R_T} \right)$  où  $\alpha$  est un nombre et  $v_0$  une constante à exprimer en fonction de  $g_0$  et  $R_T$ .

3) Le satellite de basse altitude est en fait soumis aussi à une force de frottement due à l'atmosphère terrestre dont l'expression est :  $\vec{F} = -\frac{1}{2} \mu \Sigma v \vec{v}$  où  $\vec{v}$  est la vitesse du satellite (de norme  $v$ ),  $\Sigma$  une grandeur caractérisant la géométrie du satellite et  $\mu$  la masse volumique de l'air atmosphérique donnée à l'altitude  $z$  par la formule  $\mu = \mu_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$ , avec  $\mu_0 = 1,5 \text{ kg.m}^{-3}$  et  $H = 9 \text{ km}$ .

Quelle est la dimension physique de  $\Sigma$  ? Quelle est la signification physique de  $H$  ?

4) Sous l'effet du frottement atmosphérique, le satellite perd de l'altitude. On suppose que le module de la force de frottement est petit devant celui de la force d'attraction terrestre de sorte que l'on puisse assimiler la trajectoire à un cercle de rayon  $R$  lentement décroissant et utiliser les résultats de la question 2).

a) Justifier la diminution de l'altitude du satellite. Dans quel sens varie sa vitesse ? Expliquer ce résultat paradoxal.

b) Etablir la relation :  $\frac{dz}{dt} = -\frac{\mu \Sigma v^3}{m g_0}$ .

c) En déduire pour l'altitude  $z$  une équation différentielle de la forme :  $\left( 1 + \frac{3z}{2R_T} \right) e^{\frac{z}{H}} \frac{dz}{dt} = -A$  où  $A$  s'exprime en fonction de  $\mu_0$ ,  $\Sigma$ ,  $m$ ,  $g_0$  et  $R_T$ .

d) On donne :  $\int \left( 1 + \frac{3z}{2R_T} \right) e^{\frac{z}{H}} dz = H e^{\frac{z}{H}} \left( 1 - \frac{3(z-H)}{2R_T} \right) + \text{constante}$ . Déterminer la durée de chute  $t_{chute}$  du satellite artificiel depuis l'altitude  $h$ . Faire l'application numérique en prenant, en plus des valeurs déjà données :  $h = 270 \text{ km}$ ,  $g_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $R_T = 6400 \text{ km}$ ,  $m = 1000 \text{ kg}$ ,  $\Sigma = 10 \text{ SI}$ .

**CHIMIE****A propos du nickel** (d'après Banque PT 2007 et 2003 et G2E 2006)**Données pour l'ensemble du problème :**

Numéros atomiques :

<i>C</i>	<i>O</i>	<i>Ni</i>
6	8	28

Masses molaires atomiques :  $M_{Ni} = 58,7 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M_O = 15,9 \text{ g.mol}^{-1}$ Constante d'Avogadro :  $\mathcal{N}_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$ Constante de gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ Pression standard :  $P^\circ = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ Enthalpies standard de formation  $\Delta_f H^\circ$  et entropies molaires standard  $S^\circ$  à 298 K :

	$Ni(CO)_{4(gaz)}$	$Ni_{(solide)}$	$CO_{(gaz)}$
$\Delta_f H^\circ (\text{kJ.mol}^{-1})$	-602	0	-111
$S^\circ (\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1})$	409	30	198

**A. Chimie structurale.****A.1) L'élément nickel.**

- Donner la configuration électronique, à l'état fondamental, de l'élément nickel.
- Pourquoi dit-on que le nickel est un élément de transition ?

**A.2) Le corps pur nickel.**

Le nickel très pur possède une structure cubique à faces centrées.

- Représenter une maille conventionnelle pour le nickel. Quelle est la coordinence d'un atome dans cette structure ?
- Le paramètre de la maille est  $a_{Ni} = 352 \text{ pm}$ . En déduire le rayon atomique  $R_{Ni}$  du nickel.
- Calculer la masse volumique  $\rho_{Ni}$  du nickel.
- Calculer la compacité  $C_{Ni}$  du nickel.

**A.3) L'oxyde de nickel.**

L'oxyde de nickel  $NiO$  est un cristal ionique formé d'ions  $Ni^{2+}$  et  $O^{2-}$ . Sa structure cristallographique, identique à celle de chlorure de sodium, peut se décrire de la manière suivante : les ions  $O^{2-}$  forment une structure cubique à faces centrées de paramètre de maille  $a_{NiO}$  dont les ions  $Ni^{2+}$  occupent la totalité des sites octaédriques.

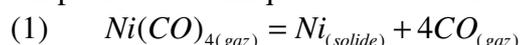
- Représenter une maille élémentaire pour l'oxyde de nickel. Exprimer  $a_{NiO}$  en fonction des rayons  $R_+$  et  $R_-$  des ions  $Ni^{2+}$  et  $O^{2-}$ .
- Le rapport des rayons des ions est  $x = R_+/R_- = 0,53$ . Vérifier qu'il n'y a pas de contact entre ions du même signe.
- Quelle est la coordinence de chacun des ions ?
- La masse volumique de l'oxyde de nickel est  $\rho_{NiO} = 6670 \text{ kg.m}^{-3}$ . Calculer  $a_{NiO}$ , puis  $R_+$  et  $R_-$ .
- Calculer la compacité  $C_{NiO}$  de l'oxyde de nickel.

**A.4) Le nickel carbonyle  $Ni(CO)_4$ .**

- Donner la structure Lewis du monoxyde de carbone  $CO$ .
- En se liant à un atome de nickel, chaque molécule de  $CO$  lui apporte un doublet d'électrons de valence. De combien d'électrons l'atome de nickel est-il alors entouré ? Expliquer la stabilité du nickel carbonyle. Le fer ( $Z_{Fe} = 26$ ) et le chrome ( $Z_{Cr} = 24$ ) ont aussi des complexes carbonylés : le fer carbonyle et le chrome carbonyle. Quelles en sont les formules probables ?

**B. Décomposition thermique du nickel carbonyle.**

En aéronautique, on envisage de fabriquer les ailes d'avion en matériau composite (léger et très résistant). Pour éviter toute détérioration à la traversée des zones très orageuses, il est nécessaire que celui-ci soit un conducteur électrique. Un des procédés à l'étude consiste à réaliser un dépôt de nickel à la surface du matériau en utilisant la décomposition thermique du nickel carbonyle, suivant la réaction d'équation :

**B.1) Préliminaire.**

On considère tout d'abord le nickel carbonyle  $Ni(CO)_4$  pur sous deux phases en équilibre suivant :



La pression de vapeur saturante  $P_2$  à la température  $T$  est donnée la formule suivante, valable 238 K et 318 K :

$$\ln \frac{P_2}{P^\circ} = 11,0537 - \frac{3493}{T}, \text{ où } T \text{ est exprimée en kelvin.}$$

- Exprimer l'affinité chimique  $\mathcal{A}_2$  de la réaction (2) en fonction de  $T$ , de la pression  $P$  et de  $P_2$ . Tracer, dans le plan  $(T, P)$  ( $T$  en abscisse,  $P$  en ordonnée), la courbe d'équilibre liquide-vapeur (entre 238 K et 318 K). Préciser, dans les zones de part et d'autre de cette courbe, le signe de  $\mathcal{A}_2$  et la nature de la phase thermodynamiquement stable.
- Calculer la température d'ébullition  $T_{eb}$  du nickel carbonyle sous la pression standard.
- Rappeler la loi de Van't Hoff. Calculer, pour  $T$  comprise entre 238 K et 318 K, l'enthalpie standard de vaporisation  $\Delta_{vap}H^\circ$  du nickel carbonyle. Calculer aussi son l'entropie standard de vaporisation  $\Delta_{vap}S^\circ$ .
- Calculer l'enthalpie standard de formation et l'entropie molaire standard du nickel carbonyle liquide à 298 K.

**B.2) Etude thermodynamique de la réaction (1).**

Dans cette partie, on supposera que la température  $T$  est supérieure à  $T_{eb}$ .

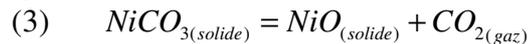
- A l'aide des données numériques fournies, calculer l'enthalpie standard  $\Delta_r H^\circ_1$  et l'entropie standard  $\Delta_r S^\circ_1$  de la réaction (1) à 298 K.
- En déduire, dans le cadre de l'approximation d'Ellingham, l'expression numérique de l'enthalpie libre standard  $\Delta_r G^\circ_1(T)$  (en  $J \cdot mol^{-1}$ ) en fonction de la température  $T$  (en K).
- Quelle est la température d'inversion de l'équilibre (1) ?
- On part de nickel carbonyle gazeux pur. Soit  $\alpha$  le coefficient de dissociation de  $Ni(CO)_{4(gaz)}$  à l'équilibre. Donner la relation entre  $\alpha$ , la pression totale  $P$  et la constante d'équilibre  $K^\circ_1(T)$  de la réaction (1) à la température  $T$  de l'expérience.

- e) On prend  $P = 1 \text{ bar}$ . A quelle température  $T_1$  a-t-on  $\alpha = 5\%$  ? A quelle température  $T_2$  a-t-on  $\alpha = 95\%$  ? En déduire le domaine de température dans lequel doit se placer, sous  $P = 1 \text{ bar}$ , pour réaliser le dépôt de nickel sur le matériau composite.
- f) (5/2 seulement) Comment pouvait-on prévoir sans calcul le sens du déplacement de l'équilibre (1), lors d'une augmentation isobare de la température ?

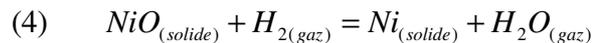
### C. Obtention du nickel de Sabatier.

Le nickel de Sabatier et une poudre de nickel très divisée, dont le réseau cristallin est fortement déformé. On l'utilise comme catalyseur d'hydrogénation sélective en chimie organique. Ce nickel est préparé en deux étapes :

- dissociation thermique du carbonate de nickel :



- réduction de l'oxyde de nickel par le dihydrogène :



#### **C.1) Première étape : dissociation du carbonate de nickel.**

A 298 K la constante d'équilibre de la réaction (3) est  $K_3^\circ \approx 0,06$ . Dans une enceinte vide, de volume  $V = 3 \text{ L}$ , maintenue à 298 K, on introduit 0,02 mol de carbonate de nickel solide.

- Calculer, à équilibre, la pression à l'intérieur de l'enceinte ainsi que la quantité de matière de chacun des deux solides présents.
- La température de l'enceinte étant maintenue à 298 K, quel est la valeur minimale  $V_{\min}$  du volume de l'enceinte pour que tout le carbonate de nickel disparaisse ? Calculer l'affinité chimique pour  $V = 1,5V_{\min}$ .

#### **C.2) Deuxième étape : réduction de l'oxyde de nickel**

La constante d'équilibre de la réaction (4) à  $T_4 = 700 \text{ K}$  est  $K_4^\circ \approx 0,60$ . On fait passer sur de l'oxyde de nickel réduit en poudre un mélange gazeux de dihydrogène et de vapeur d'eau de fraction molaire en hydrogène  $x_{\text{H}_2} = 0,8$ , à la température  $T_4$  et sous la pression  $P = 1 \text{ bar}$ .

Calculer dans ces conditions l'affinité chimique  $\mathcal{A}_4$  de la réaction (4). Que se passe-t-il ?